Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Holzstiche
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

Papier
aus der mechanischen Papier-Fabrik
der Gebrüder Vieweg zu Wendhausen
bei Braunschweig.

Digitized by Google

LEHRBUCH

DER

PHYSIK UND METEOROLOGIE.

THEILWEISE NACH

POUILLET'S LEHRBUCH DER PHYSIK

SELBSTÄNDIG BEARBEITET

VON

DR. JOH. MÜLLER,

Grossh. badisch. Hofrath und Ritter des Zähringer Löwenordens, Professor der Physik an der Universität zu Freiburg im Breisgau, der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft Ehrenmitglied und correspondirendes Mitglied mehrer andern gelehrten Gesellschaften.

SIEBENTE
UMGEARBEITETE UND VERMEHRTE AUFLAGE.

IN ZWEI BÄNDEN.

MIT GEGEN 2000 IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN, 15 TAFELN, ZUM THEIL IN FARBENDRUCK, UND EINER PHOTOGRAPHIE.

ERSTER BAND.

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.

1 8 6 8.

Digitized by Google

LEHRBUCH

DER

PHYSIK UND METEOROLOGIE.

VON

DR. JOH. MÜLLER,

Grossh. badisch. Hofrath und Ritter des Zähringer Löwenordens, Professor der Physik an der Universität zu Freiburg im Breisgau, der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft Ehrenmitglied und correspondirendes Mitglied mehrer andern gelehrten Gesellschaften.

SIEBENTE

UMGEARBEITETE UND VERMEHRTE AUFLAGE.

IN ZWEI BÄNDEN.

MIT GEGEN 2000 IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN, 15 TAFELN, ZUM THEIL IN FARBENDRUCK, UND EINER PHOTOGRAPHIE.

ERSTER BAND.

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.

1868.

Digitized by Google

QC21
M83
1868
v. 1

Die Herausgabe einer Uebersetzung in französischer und englischer Sprache,
sowie in anderen modernen Sprachen wird vorbehalten.

Digitized by Google

VORREDE

ZUR

FÜNFTEN AUFLAGE.

Wenn von einem Werke, wie das vorliegende, in verhältnissmässig kurzer Zeit (die erste Auflage wurde im Jahre 1844 vollendet) mehrere Auflagen erscheinen, so ist das Publicum wohl berechtigt, an jede folgende höhere Anforderungen zu stellen als an die vorhergehenden. — Dies anerkennend, war ich auch bei Ausarbeitung dieser fünften Auflage nach Kräften bemüht, in derselben die Physik nicht allein in einer dem jetzigen Stande der Wissenschaft entsprechenden Weise, sondern auch in einer Form darzustellen, welche das Eindringen in die Erkenntniss physikalischer Gesetze möglichst erleichtert, ohne jedoch der wissenschaftlichen Strenge und Consequenz etwas zu vergeben.

Die eben angedeutete Tendenz ist für ein Lehrbuch der Physik, welches einigermaassen Erfolg haben soll, durch die Verhältnisse der Wissenschaft und des Lebens gebieterisch vorgezeichnet; denn während das Material der Physik von Tag zu Tag anwächst, gewinnen ihre Lehren auch täglich einen grösseren Einfluss auf das Leben. Auf der einen Seite wird also die Erlangung umfassender und gründlicher physikalischer Kenntnisse immer schwieriger, auf der anderen Seite wird aber möglichste Verbreitung derselben immer nothwendiger.

Diese Gegensätze zu vermitteln ist die Aufgabe der Lehrbücher.

Um diese Aufgabe zu lösen, schien es mir vor Allem nothwendig, die Fundamentalerscheinungen als die Basis des ganzen Lehrgebäudes mit möglichster Treue und Klarheit darzustellen und dann in möglichst präciser und verständlicher Form den Zusammenhang zwischen der Thatsache und der Theorie zu entwickeln, dabei aber

M 9883

Digitized by Google

auf der einen Seite eine breitspurige Pedanterie zu vermeiden, welche den Leser langweilt und die Klarheit des Ueberblicks stört; auf der anderen Seite aber auch ein allzu flüchtiges, nach dem Schein der Genialität haschendes Hinwerfen der Gedanken, welches den Leser täuscht und eine gründliche Erkenntniss nicht aufkommen lässt.

Alle physikalischen Erscheinungen entwickeln sich in Zeit und Raum, und zwar sind sie in solcher Weise Functionen derselben, dass ohne mathematische Anschauung ein richtiges Verständniss der Naturgesetze vollkommen unmöglich ist. Daraus folgt nun auch, dass ein Lehrbuch der Physik sich einer mathematischen Betrachtungsweise nicht entschlagen darf, dass es im Gegentheil so viel als irgend möglich auf eine solche hinleiten muss. In einem Werke aber, welches physikalische Kenntnisse in weiteren Kreisen verbreiten soll, muss man sich auf die Anwendung der Elementarmathematik beschränken und wo Formeln nothwendig sind, müssen dieselben gehörig eingeführt und entwickelt werden, damit auch der weniger Geübte dem Gange folgen kann.

Wenn es auch öfters unmöglich ist, ein physikalisches Gesetz in seiner ganzen Allgemeinheit mit elementaren Hülfsmitteln darzustellen, so gelingt es doch oft, ein solches in concreten Fällen unter einfachen Verhältnissen anschaulich zu machen und eine richtige Vorstellung des Grundprincips zu entwickeln. — Auf diesem Wege ist es mir, wie ich hoffe, gelungen, eine oder die andere Partie der Naturlehre einem allgemeineren Verständniss zu eröffnen, welche demselben bisher verschlossen war.

Da alle naturwissenschaftliche Erkenntniss von der Anschauung ausgehen muss, da ferner zum Verständniss der Experimente die Kenntniss der Apparate bis zu einem gewissen Grade unerlässlich ist, so sind gute Abbildungen für ein Lehrbuch der Physik von wesentlicher Bedeutung; ich habe ihnen deshalb die grösste Sorgfalt gewidmet und der Umstand, dass ich fast alle Figuren selbst gezeichnet habe, sichert dem Werke den grossen Vortheil, dass dieselben vollkommen dem Bedürfniss des Textes entsprechen, was kaum zu erreichen ist, wenn Verfasser und Zeichner verschiedene Personen sind. — Die zahlreichen in den Text eingedruckten Holzschnitte befördern aber nicht allein das Verständniss, sie erleichtern auch dem Leser die Orientirung im Buch und unterstützen das

Digitized by Google

Gedächtniss, indem der Anblick der Figuren unwillkürlich an den Gegenstand erinnert, zu dessen Erläuterung sie dienen.

Für die vortreffliche Ausführung der Holzschnitte, welche zu dem Ausgezeichnetsten gehören, was in diesem Fache geleistet wurde und welche für die fünfte Auflage fast sämmtlich neu gestochen wurden, fühle ich mich meinem Freunde Eduard Vieweg um so mehr verpflichtet, als der Preis dieses Lehrbuchs im Verhältniss der Bogenzahl nicht höher gestellt ist, als der ähnlicher aber ungleich schlechter ausgestatteter Werke.

Ausser den zahlreichen Holzschnitten sind dem Buche noch zwölf grösstentheils zur Erläuterung dienende, theils in Farbendruck ausgeführte Tafeln beigegeben.

Den Ausgangspunkt für das vorliegende Lehrbuch bilden Pouillet's „Éléments de physique expérimentale et de Météorologie", deren Bearbeitung ich übernommen hatte. War aber bereits diese erste Bearbeitung eine ganz selbständige, so wurden in den folgenden Auflagen allmälig die Spuren französischer Abkunft vollständig verwischt. Das Werk ist in seiner gegenwärtigen Form nicht allein dem Lehrgange deutscher Unterrichtsanstalten angepasst, sondern es sind in demselben vorzugsweise solche Apparate abgebildet und beschrieben, wie sie sich in unseren physikalischen Sammlungen finden und wie sie aus den Werkstätten deutscher Mechaniker hervorgehen.

Obgleich nun, wie jeder Sachverständige anerkennt, dieses Werk in seiner gegenwärtigen Form durchaus meine eigene selbständige Arbeit ist, so schien es doch nicht zweckmässig, den Titel zu ändern, unter welchem es bereits eine so grosse Verbreitung gefunden hat. Möge auch diese Auflage eine wohlwollende Aufnahme finden und zur Verbreitung gründlicher physikalischer Kenntnisse beitragen.

Freiburg, im Juli 1857.

Dr. J. Müller.

VORREDE

ZUR

SIEBENTEN AUFLAGE.

Nachdem einmal ein Werk sechs Auflagen erlebt hat, so sollte man fast meinen, dass die Bearbeitung einer siebenten nicht eben gar vieler Arbeit bedürfe. — In anderen Disciplinen mag dies der Fall sein, auf naturwissenschaftlichem Gebiete aber, und namentlich auch bei einem Lehrbuch der Physik, kann dies keine Anwendung finden, weil hier unsere Kenntnisse mit Riesenschritten voranschreiten und schon ein Zeitraum weniger Jahre eine namhafte Anhäufung neuen Materials bringt.

Für ein Lehrbuch genügt es aber nicht, das neu Gewonnene einfach anzuhängen oder einzuschalten, wenn es nicht unvermittelt dastehen, sondern in gehörigem Zusammenhang erscheinen soll. Um dieses Ziel zu erreichen ist eine mehr oder weniger vollständige Umarbeitung des ganzen Werkes nöthig, und zwar um so mehr, als die neuen Errungenschaften vielfach einen umgestaltenden Einfluss auf die verwandten Partien ausüben. Unter dem Einfluss der fortschreitenden Wissenschaft erscheint manche längst bekannte Thatsache in einem neuen Lichte; bisher unbedeutend Erscheinendes gewinnt an Wichtigkeit, während Anderes mehr in den Hintergrund tritt.

Trotz der fortwährenden Bereicherungen, deren sich die Physik zu erfreuen hat, darf ein Lehrbuch doch nicht über gewisse Gränzen hinaus wachsen, und darin liegt eine nicht geringe Schwierigkeit für die Bearbeitung einer jeden neuen Auflage, welche sich

Digitized by Google

nur dadurch beseitigen lässt, dass man einerseits durch möglichste Präcision des Ausdrucks, andererseits aber dadurch Raum zu gewinnen sucht, dass physikalisch weniger Wichtiges in abgekürzter Form behandelt oder auch ganz weggelassen wird.

Dies sind die wesentlichsten Grundsätze, welche mich bei der Bearbeitung der siebenten, wie der früheren Auflagen dieses Werkes geleitet haben, und so kommt es denn, dass trotz des bedeutend vermehrten Inhaltes, der Umfang des Werkes kaum merklich gewachsen, aber auch kaum ein Abschnitt in derselben zu finden ist, welcher, wenn auch nicht materielle, so doch wenigstens formelle Verbesserungen erfahren hat.

Als Bereicherungen und Verbesserungen im ersten Bande sind unter andern zu nennen: eine neue Darstellung der atomistischen Constitution der Körper, die Quecksilberluftpumpe, ein neuer Fallapparat, eine kürzere und klarere Entwickelung des Pendelgesetzes, eine besser abgerundete Darstellung der Akustik, das Fluorescenzspectrum des elektrischen Lichtes, bessere und vollständigere Behandlung der Lehre von den Farben dünner Blättchen, der Circularpolarisation u. s. w.

Weggeblieben dagegen sind: die Brückenwaage, die Wasserräder u. s. w.

Als die wesentlichste Bereicherung der siebenten Auflage sind jedenfalls die im zweiten Bande folgenden Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie zu bezeichnen, welche, den Schwerpunkt der Errungenschaften der neueren mathematischen Physik bildend, auch in elementareren Werken nicht mehr fehlen darf. In der (1866 erschienenen) zweiten Auflage des Supplementbandes zu meinem Grundriss der Physik ist meines Wissens zum ersten Male der Versuch gemacht worden, diesen schwierigen Gegenstand, welcher in allen Originalabhandlungen nur mit Hülfe höherer Rechnung entwickelt ist, wenigstens in seinen Grundgedanken allgemeiner verständlich vorzutragen. Bei seiner Bearbeitung für unser Lehrbuch hat nun aber dieses Capitel noch namhafte Ergänzungen, Erweiterungen und Verbesserungen erfahren.

Wie bereits in der sechsten, so habe ich auch in der siebenten Auflage der mathematischen Entwickelung eine grössere Aufmerksamkeit gewidmet, als in den früheren, und hoffe dadurch nicht allein eine grössere Präcision des Ausdrucks, sondern

Digitized by Google

auch eine grössere Uebersichtlichkeit gewonnen zu haben. Die allgemeine Verständlichkeit hat darunter nicht gelitten, da nur elementare mathematische Vorkenntnisse vorausgesetzt werden und die Formeln nicht unvermittelt hingestellt sind; überall ist ihre Bedeutung erläutert und soweit es irgend möglich war ihre Ableitung gegeben worden.

In Betreff der Ausstattung des Werkes muss ich hier besonders betonen, dass die zahlreichen ausgezeichneten, zum grossen Theil für diese Auflage neu gestochenen Holzschnitte nicht etwa als ein entbehrlicher Luxus zu betrachten sind, dass sie vielmehr, mit dem Text in innigster Beziehung stehend, wesentlich zum leichteren Verständniss der vorgetragenen Materien beitragen.

An die Stelle der theils mangelhaft, theils verschiedenartig ausgeführten Spectraltafeln der alten Auflage sind zwei neue in gleicher Manier mit Sorgfalt ausgeführte Tafeln getreten.

Freiburg im August 1867.

J. Müller.

Digitized by Google

INHALTSVERZEICHNISS ZUM ERSTEN BANDE.

Seite

Einleitung.

1. Gegenstand der Naturwissenschaften 1
2. Eintheilung der Naturwissenschaften überhaupt 2
3. Methode der physikalischen Disciplinen 2
4. Nutzen des physikalischen Studiums 4
5. Eintheilung der physikalischen Disciplinen 5
6. Allgemeine Eigenschaften der Körper 5
7. Trägheit 6
8. Schwere 8
9. Gewicht 9
10. Masse 10
11. Specifisches Gewicht 11
12. Theilbarkeit 16
13. Veränderlichkeit des Volumens 18
14. Aggregatzustände 21
15. Verschiedenheit der Atome 22
16. Chemische Aequivalente 23
17. Atomgewichte 26
18. Das Aequivalentvolum 30
19. Kräfte und Imponderabilien 32

Erstes Buch.

Die Mechanik.

Erstes Capitel.

Statik oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.

20. Parallelogramm der Kräfte 37
21. Berechnung der Resultirenden 40
22. Experimentelle Prüfung des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte . 41
23. Die Rolle 43

Seite
24. Der Hebel 47
25. Der einarmige Hebel 50
26. Gleichgewicht am Hebel bei schiefwinkli gangreifenden Kraften . . . 53
27. Haspel, Winde und Räderwerke 54
28. Die schiefe Ebene 57
29. Die Schraube 59
30. Der Keil 62
31. Schwerpunkt 64
32. Vom Gleichgewicht fester Körper 67
33. Die Wage 71

Zweites Capitel.

Gleichgewicht der Theile fester Körper unter einander.

34. Elasticität 76
35. Elasticitätscoëfficient und Elasticitätsmodulus 77
36. Volumveränderung durch Zug 82
37. Torsionselasticität 83
38. Festigkeit 84
39. Adhäsion 86
40. Krystallisation 87
41. Krystallsysteme 89
42. Die Hemiëdrie 95

Drittes Capitel.

Hydrostatik oder die Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

43. Gleichförmige Fortpflanzung des Drucks durch flüssige Körper . . . 99
44. Communicirende Röhren 102
45. Freie Oberfläche der Flüssigkeiten 104
46. Bodendruck der Flüssigkeiten 104
47. Seitendruck 109
48. Druck im Inneren der Flüssigkeiten, Auftrieb 110
49. Das archimedische Princip 111
50. Bedingungen des Gleichgewichts schwimmender Körper 114
51. Anwendung des archimedischen Princips zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester und flüssiger Körper 115
52. Nicholson's Aräometer 118
53. Scalenaräometer 119
54. Aräometer für besondere Flüssigkeiten 123
55. Aräometer mit willkürlicher Scala 126

Viertes Capitel.

Molekularwirkungen flüssiger Körper.

56. Elasticität der Flüssigkeiten 129
57. Cohäsion der Flüssigkeiten 133
58. Spannung gekrümmter Oberflächen 135
59. Adhäsion zwischen festen und flüssigen Körpern 136

Digitized by Google

Seite
60. Der Randwinkel 137
61. Haarröhrchen 140
62. Verschiedene Höhen, bis zu welchen dieselbe Flüssigkeit in derselben Röhre steigen kann 142
63. Haarröhrchen von verschieden gestaltetem Querschnitt 144
64. Anziehung und Abstossung, durch Capillarität hervorgebracht 146
65. Erklärung der Capillarerscheinungen 147
66. Die Endosmose 148
67. Das endosmotische Aequivalent 151
68. Theorie der Endosmose 153
69. Einfluss der Verdunstung auf die Endosmose 154
70. Diffusionsanalyse 155

Fünftes Capitel.

Vom Gleichgewicht der Gase und dem atmosphärischen Druck.

71. Schwere der Luft 158
72. Elasticität der Luft 159
73. Druck der Luft 160
74. Pumpen 164
75. Messung des Luftdrucks 167
76. Construction des Barometers 169
77. Das Gefässbarometer 171
78. Heberbarometer 174
79. Variationen des Barometerstandes 177
80. Grösse des Luftdrucks bei verschiedenem Barometerstande 179
81. Wirkung des Luftdrucks auf den menschlichen Körper 180
82. Das Mariotte'sche Gesetz 182
83. Reduction der Gasvolumina auf den Atmosphärendruck 187
84. Stereometer und Volumenometer 187
85. Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetz 192
86. Die Luftpumpe 196
87. Die zweistiefelige Ventilluftpumpe 199
88. Zweistiefelige Hahnenluftpumpe 204
89. Einstiefelig doppelt wirkende Luftpumpen 207
90. Die wichtigsten Luftpumpenversuche 209
91. Quecksilber-Luftpumpen 211
92. Compressionspumpen 214
93. Messung des Druckes eingeschlossener Gase 216
94. Metallmanometer 220
95. Heronsball und Heronsbrunnen 223
96. Die Feuerspritze 224
97. Der Luftballon 225
98. Steigkraft des Luftballons 228

Sechstes Capitel.

Molekularwirkungen gasförmiger Körper.

99. Absorption der Gase durch feste Körper 231
100. Hauchbilder 233

Digitized by Google

Seite
101. Absorption der Gase durch Flüssigkeiten 235
102. Absorption von Gasgemengen 240
103. Diffusion der Gase 240

Siebentes Capitel.

Bewegung fester Körper unter dem Einfluss beschleunigender Kräfte.

104. Einleitung 244
105. Das Fallgesetz 246
106. Versuche über das Fallgesetz 249
107. Gleichförmig verzögerte Bewegung 256
108. Fall auf der schiefen Ebene 257
109. Wurfbewegung 259
110. Centralbewegung 260
111. Die Schwungkraft 263
112. Grösse des Druckes und der Spannung, welche die Schwungkraft erzeugt 268
113. Freie Axen 269
114. Das einfache Pendel 273
115. Gesetze der Pendelschwingungen 274
116. Mathematische Entwickelung des Pendelgesetzes 278
117. Nähere Betrachtung der Pendelbewegung 281
118. Die Schwingungscurve 283
119. Lebendige Kraft 284
120. Leistung oder Arbeit einer Kraft 286
121. Von den Trägheitsmomenten 289
122. Berechnung des Trägheitsmomentes 292
123. Der Schwingungspunkt 295
124. Bestimmung des Schwingungspunktes an einem zusammengesetzten Pendel 296
125. Experimentelle Bestimmung des Trägheitsmomentes oscillirender Körper 299
126. Das Reversionspendel 300
127. Die Pendeluhr 302
128. Einheit des Längenmaasses 304
129. Vom Stoss 305
130. Vom Stoss unelastischer Körper 305
131. Stoss elastischer Körper 308
132. Gleitende Reibung 310
133. Wälzende Reibung 313
134. Nutzen und Anwendung der Reibung 316

Achtes Capitel.

Hydrodynamik oder die Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten.

135. Toricelli's Theorem 320
136. Apparate zu Versuchen über die Ausflussgeschwindigkeit 321
137. Versuche über Ausflussgeschwindigkeit 323
138. Ausflussmenge 325

Digitized by Google

Seite
139. Constitution des ausfliessenden Strahles 326
140. Einfluss der Ansatzröhren auf die Ausflussmenge 327
141. Reibungswiderstand in langen Röhren 329
142. Ausfluss durch Capillarröhren 331
143. Reaction, welche durch das Ausströmen der Flüssigkeiten erzeugt wird 333
144. Lebendige Kraft der Wassergefälle 334

Neuntes Capitel.

Bewegung der Gase.

145. Gesetze des Ausströmens der Gase 335
146. Ausflussgeschwindigkeit verschiedener Gase bei gleichem Druck . . 338
147. Seitendruck der Gase beim Ausströmen 341
148. Widerstand der Flüssigkeiten und der Gase 344
149. Anwendung des Wasser- und Luftwiderstandes 347

Zweites Buch.

Die Akustik.

Erstes Capitel.

Fortschreitende und stehende Luftwellen.

150. Einleitung 355
151. Stehende Schwingungen und fortschreitende Wellen 357
152. Wasserwellen 358
153. Seilwellen 362
154. Fortpflanzung des Schalles 363
155. Schallwellen 365
156. Verschiedenheit der Schallempfindungen 369
157. Einfluss der Oscillationsdauer auf die Wellenlänge 370
158. Geschwindigkeit des Schalles 371
159. Abhängigkeit der Geschwindigkeit des Schalles von der Elasticität der schallverbreitenden Medien 373
160. Geschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten und festen Körpern . 375
161. Von der Reflexion des Schalles und dem Echo 377
162. Stehende Luftwellen 380
163. Bildung stehender Luftwellen in gedeckten Pfeifen 382
164. Schwingungsknoten in tönenden Luftsäulen 387
165. Offene Röhren 390
166. Orgelpfeifen 392
167. Einfluss der Form der Pfeifen auf die Tonhöhe 397
168. Die musikalischen Töne 399
169. Musikalische Temperatur 402
170. Schwingungszahl der musikalischen Töne 404
171. Genaue Bestimmung der absoluten Schwingungszahl der Töne . . . 405
172. Gränzen der Hörbarkeit 409

Digitized by Google

Zweites Capitel.

Gesetze der Schwingungen und Töne fester Körper.

Seite
173. Stehende Seilwellen . . . 410
174. Klangfiguren . . . 415
175. Töne gespannter Saiten . . . 422
176. Transversalschwingungen elastischer Stäbe . . . 425
177. Die Stimmgabel . . . 429
178. Optische Vergleichung der Stimmgabeln . . . 430
179. Drehende Bewegung der Stimmgabelcurven . . . 433
180. Genaue Zählung der Schwingungszahl einer Stimmgabel . . . 436
181. Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe . . . 438
182. Die Zungenpfeifen . . . 441
183. Mittheilungen der Schallschwingungen zwischen festen, flüssigen und luftförmigen Körpern . . . 448

Drittes Capitel.

Interferenz der Schallwellen.

184. Interferenz isochroner Schallwellen . . . 451
185. Stösse . . . 454
186. Combinationstöne . . . 458
187. Klangfarbe und Schwingungsform . . . 460
188. Zusammensetzung der Wellen . . . 463
189. Beobachtung der Obertöne . . . 468
190. Schwingungsform einer gestrichenen Saite . . . 470

Viertes Capitel.

Die musikalischen Instrumente, das Stimm- und das Gehörorgan.

191. Blasinstrumente . . . 474
192. Saiteninstrumente und tönende Platten . . . 475
193. Klangfarbe verschiedener musikalischer Instrumente . . . 476
194. Das menschliche Stimmorgan . . . 479
195. Stimmorgan der Thiere . . . 482
196. Klangfarbe der menschlichen Stimme . . . 483
197. Das Gehörorgan . . . 485

Drittes Buch.

Optik, oder die Lehre vom Lichte.

Erstes Capitel.

Allgemeine Bemerkungen über die Fortpflanzung des Lichtes.

198. Einleitung . . . 491
199. Geschwindigkeit des Lichtes . . . 492
200. Geradlinige Fortpflanzung des Lichtes . . . 494

Digitized by Google

Seite
201. Die Intensität des Lichtes nimmt im umgekehrten Verhältniss des Quadrats der Entfernung ab 496

Zweites Capitel.

Von der Katoptrik oder der Reflexion des Lichtes.

202. Reflexion des Lichtes auf ebenen Flächen 503
203. Bilder ebener Spiegel 505
204. Winkelspiegel 507
205. Das Reflexionsgoniometer 508
206. Der Spiegelsextant 511
207. Das Heliostat 515
208. Silbermann's Heliostat 518
209. Reflexion auf gekrümmten Spiegeln 522
210. Sphärische Hohlspiegel 523
211. Von den durch Hohlspiegel erzeugten Bildern 528
212. Die Convexspiegel 531
213. Von den Brennlinien 533

Drittes Capitel.

Dioptrik oder Brechung des Lichtes.

214. Allgemeine Gesetze der Brechung des Lichtes 535
215. Totale Reflexion 542
216. Grösse der Ablenkung 545
217. Brechung des Lichtes durch Prismen 546
218. Richtung der Strahlen im Prisma und Bedingungen ihres Austrittes 549
219. Minimum der Ablenkung 551
220. Bestimmung des Brechungsexponenten fester und flüssiger Körper . 552
221. Das Brechungsvermögen und die brechende Kraft 554
222. Brechungsexponenten der Gase 554
223. Sphärische Linsen 560
224. Sammellinsen 561
225. Brennpunkt für centrale Strahlen 564
226. Berechnung der Bildweite 566
227. Hohllinsen 571
228. Secundäre Axen 573
229. Wirkung der Linsen auf convergirende Strahlen 573
230. Combinirte Linsen 575
231. Linsenbilder 576
232. Sphärische Aberration 578

Viertes Capitel.

Prismatische Farbenzerstreuung.

233. Zerlegung des weissen Lichtes 581
234. Zusammensetzung des weissen Lichtes 583
235. Complementäre Farben 587
236. Fraunhofer'sche Linien 590
237. Messung der prismatischen Ablenkung 592

Seite
238. Brechungsexponenten der verschiedenen Strahlen des Spectrums . . 598
239. Aus wie viel Farben besteht das Spectrum? 601
240. Von dem Verhältniss der Dispersion in verschiedenen Mitteln und den zerstreuenden Kräften 602
241. Vom Achromatismus 604
242. Achromatische Linsen 607

Fünftes Capitel.

Die natürlichen Farben der Körper.

243. Die Farben durchsichtiger Körper 612
244. Die Farben undurchsichtiger Körper 614
245. Absorption des Lichtes durch farbige Gase 617
246. Farbige Flammen 618
247. Apparate zur prismatischen Zerlegung farbiger Flammen 620
248. Flammenspectra 623
249. Die Spectra des elektrischen Funkens 628
250. Genauere Untersuchung der Spectrallinien 630
251. Umkehrung der Flammenspectra 634
252. Objective Darstellung der Spectrallinien 636
253. Fluorescenz 639
254. Verhalten fluorescirender Körper gegen farbiges Licht 641
255. Untersuchung fluorescirender Körper im prismatischen Spectrum . . 643
256. Prismatische Zerlegung der Fluorescenzfarben 645
257. Absorption Fluorescenz erregender Strahlen 647
258. Das Fluorescenzspectrum des elektrischen Lichtes 648
259. Phosphorescenz 650
260. Dauer der Phosphorescenz 653
261. Farbe des erregenden und des ausgestrahlten Lichtes 658

Sechstes Capitel.

Die chemischen Wirkungen des Lichtes.

262. Einfluss des Lichtes auf chemische Verbindungen und Zersetzungen 660
263. Photographie 661
264. Ungleichheit der chemischen Wirkungen verschiedenfarbiger Strahlen 664

Siebentes Capitel.

Vom Auge und den optischen Instrumenten.

265. Das Gesichtsorgan 667
266. Zusammengesetzte Augen 668
267. Einfache Augen mit Sammellinsen 669
268. Accommodation, Kurzsichtigkeit und Fernsichtigkeit 672
269. Achromatismus des Auges 675
270. Beziehungen zwischen den Empfindungen des Auges und der Aussenwelt 675
271. Sehen mit zwei Augen 678
272. Das Stereoskop 681
273. Irradiation 687

Digitized by Google

Seite
274. Dauer des Lichteindruckes . . . 689
275. Subjective Farben . . . 693
276. Contrastfarben . . . 695
277. Die Camera obscura . . . 697
278. Zeichnungsapparate . . . 699
279. Die Loupe oder das einfache Mikroskop . . . 701
280. Das Sonnenmikroskop . . . 705
281. Das zusammengesetzte Mikroskop . . . 707
282. Das achromatische Mikroskop . . . 709
283. Das pankratische Mikroskop . . . 713
284. Prüfung des Mikroskops und Messung seiner Vergrösserung . . . 715
285. Binoculare Mikroskope . . . 718
286. Das holländische Fernrohr . . . 720
287. Das astronomische Fernrohr . . . 723
288. Das terrestrische Fernrohr . . . 726
289. Geschichtliche Notizen über die Erfindung des Fernrohres . . . 727
290. Die Leistungen des Fernrohres . . . 728
291. Spiegelteleskope . . . 730

Achtes Capitel.

Interferenz und Beugung des Lichtes.

292. Hypothesen über das Wesen des Lichtes . . . 734
293. Fresnel's Spiegelversuch . . . 737
294. Elemente der Vibrationstheorie . . . 741
295. Die Wellenoberfläche . . . 744
296. Erklärung des Fresnel'schen Spiegelversuchs . . . 746
297. Interferenz der Lichtstrahlen . . . 748
298. Erklärung der Spiegelung, der Brechung und der Dispersion des Lichtes durch die Vibrationstheorie . . . 751
299. Geschwindigkeit des Lichtes in Luft und in Wasser . . . 754
300. Die Beugungserscheinungen . . . 758
301. Erklärung der Beugungserscheinungen, welche man durch eine Oeffnung beobachtet . . . 761
302. Berechnung der Wellenlänge . . . 767
303. Breite und Intensitätsverhältnisse des Beugungsbildes . . . 769
304. Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen . . . 771
305. Beugungserscheinungen, welche man durch mehrere neben einander liegende Oeffnungen beobachtet . . . 772
306. Gitterspectra . . . 774
307. Genauere Untersuchung der Gitterspectra . . . 777
308. Vergleichung der Gitterspectra mit dem prismatischen Spectrum . . . 784
309. Farben dünner Blättchen . . . 785
310. Zusammensetzung der Newton'schen Farben . . . 790
311. Erklärung der Farben dünner Blättchen durch die Vibrationstheorie 793
312. Farben dünner Blättchen im durchgelassenen Lichte . . . 797

Neuntes Capitel.

Polarisation des Lichtes.

313. Polarisation durch Reflexion . . . 799
314. Der Polarisationswinkel . . . 804

Digitized by Google

Seite
315. Polarisation durch gewöhnliche Brechung 806
316. Polarisation durch Turmalinplatten 807
317. Erklärung der Polarisation durch die Vibrationstheorie 809

Zehntes Capitel.

Von der doppelten Brechung.

318. Doppelte Brechung des Kalkspaths 814
319. Krystallform des Kalkspathes 816
320. Erscheinungen, welche man durch Kalkspathprismen beobachtet . . 817
321. Einaxige Krystalle 822
322. Polarisation durch doppelte Brechung 824
323. Erklärung der doppelten Brechung durch die Vibrationstheorie . . 826
324. Construction der Wellenoberflächen einaxiger Krystalle 828
325. Doppeltbrechende Prismen als polarisirende Apparate 830
326. Zweiaxige Krystalle 832
327. Gesetze der doppelten Brechung in zweiaxigen Krystallen 834
328. Beziehungen zwischen der Krystallform und der Lage der optischen Axen 839
329. Conische Refraction 841
330. Doppelte Brechung des zusammengedrückten Glases 844
331. Interferenz polarisirter Lichtstrahlen 845

Elftes Capitel.

Chromatische Polarisation oder die Farben doppeltbrechender Krystallplatten im polarisirten Lichte.

332. Farben dünner Gypsblättchen im polarisirten Lichte 846
333. Erklärung der Farben dünner Gypsblättchen 848
334. Prismatische Zerlegung der Polarisationsfarben 854
335. Die Talbot'schen Linien 855
336. Erscheinungen gekreuzter Gypsblättchen zwischen gekreuzten Spiegeln 858
337. Farben der Gypsblättchen zwischen parallelen Spiegeln; Complementärfarben 859
338. Farbige Ringe in einaxigen Krystallen 860
339. Objective Darstellung der Farbenringe doppelt brechender Krystalle 866
340. Erklärung der Farbenringe einaxiger Krystalle 867
341. Bearbeitung der Krystallplatten 871
342. Abnorme Erscheinungen der Farbenringe einaxiger Krystalle . . . 872
343. Farbenringe in zweiaxigen Krystallen 873
344. Messung der Axenwinkel 876
345. Ungleiche Lage der optischen Axen für verschiedenfarbige Strahlen 878
346. Hyperbolische Curven in Krystallplatten, die parallel mit der Axe geschliffen sind 883
347. Farbenerscheinungen in Quarzplatten, welche senkrecht zur Axe geschnitten sind 885
348. Genauere Bestimmung der Drehung im Quarz 891
349. Circularpolarisation 895
350. Circularpolarisation durch totale Reflexion und durch Metallreflexion 900
351. Erklärung der Farbenerscheinungen in Quarzplatten 903
352. Doppelte Brechung des Bergkrystalls in der Richtung seiner Axe . 905

Digitized by Google

Seite
353. Nachahmung der Farbenerscheinungen in Quarzplatten 906
354. Farbenringe senkrecht zur Axe geschnittener Quarzplatten 908
355. Circularpolarisation in Flüssigkeiten und Gasen 909
356. Saccharimeter 916
357. Circularpolarisation der Weinsäure und der Traubensäure 922
358. Das molekulare Drehungsvermögen 923
359. Absorption des Lichtes in farbigen doppeltbrechenden Krystallen . . 924
360. Erscheinungen in geglühten oder gepressten Gläsern 929
361. Das Polarisationsmikroskop 930

Anhang.

Vergleichung des neueren französischen Maass-Systems mit anderen Maass-Systemen 933

Erklärung der Tafeln 937

EINLEITUNG.

Gegenstand der Naturwissenschaften. Während die Mutter 1
Natur der Thierwelt unmittelbar alles bietet, was dieselbe zu einer gedeihlichen Entwickelung bedarf, würde der Mensch nur ein kümmerliches Dasein fristen können, wenn er lediglich auf die Hülfsmittel seiner physischen Individualität angewiesen wäre. — Ohne natürliche Bekleidung, ohne natürliche Waffen würde er die zu seinem Unterhalte nöthige Nahrung kaum in wenigen besonders gesegneten Landstrichen jederzeit fertig bereitet vorfinden. Von Hunger gepeinigt, den Unbilden der Witterung schutzlos preisgegeben, von reissenden Thieren verfolgt, wäre der Mensch ohne Zweifel längst vom Erdboden verschwunden, wenn ihn die gütige Vorsehung nicht mit Verstand ausgerüstet und ihn dadurch in den Stand gesetzt hätte, der Natur abzugewinnen, was sie ihm nicht freiwillig bietet, und dieselbe bis zu einem gewissen Grade zu beherrschen.

So ist denn der Mensch schon wegen seiner physischen Existenz darauf angewiesen, die Natur und ihre Kräfte kennen zu lernen, um dieselben für seine materiellen Zwecke verwerthen zu können; er ist gewissermaassen zum Naturforscher geboren.

Waren auch, wie es nicht anders zu erwarten ist, die zuerst erworbenen Kenntnisse von der Natur vorherrschend praktischer und empirischer Art, war man auch mehr darauf bedacht, aus den Dingen Nutzen zu ziehen, als sie kennen zu lernen, so hat sich die Naturforschung doch allmälig zu einer selbstständigen Wissenschaft erhoben, welche weit über das materielle Bedürfniss hinaus und unabhängig von demselben die Erkenntniss der Natur und der in ihr waltenden Gesetze als höchstes Ziel erstrebt.

Es ist die Aufgabe der Naturwissenschaften, die Eigenthümlichkeiten der uns umgebenden sinnlich wahrnehmbaren Dinge kennen zu lernen, ihre gegenseitigen Beziehungen zu erforschen, den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Naturerscheinungen zu ermitteln und sie so weit als möglich auf ihre Ursachen zurückzuführen.

Digitized by Google

Die gesammten Naturwissenschaften haben es mit den sinnlich wahrnehmbaren Dingen, mit den Körpern zu thun; hier ist aber das Wort „Körper“ nicht in dem Sinne des Mathematikers zu nehmen, der nur die Raumverhältnisse betrachtet und nicht nach dem Stoffe fragt, welcher den Raum erfüllt; der Naturforscher betrachtet gerade die Eigenschaften der den Raum erfüllenden Materie.

Ist man im Stande, eine Erscheinung auf ihren Zusammenhang mit anderen zurückzuführen, so ist diese Erscheinung erklärt, und man kennt ein Naturgesetz, sobald man die unveränderliche Zusammenhangsart von Naturerscheinungen kennt, wenn uns auch die letzten Ursachen unbekannt bleiben.

Das innere Wesen der Körper ist uns verschlossen, sie sind uns nur durch die äussere Erscheinung bekannt, d. h. wir wissen von ihnen zunächst nur das, was wir durch die Vermittelung unserer Sinne von ihnen erfahren. Ein Körper ohne Zusammenhang mit unseren Sinnen ist für uns so gut wie nicht vorhanden. Es ist möglich, ja wahrscheinlich, dass noch Manches in der Natur um uns her vorgeht, wovon wir keine Ahnung haben, weil uns dafür gewissermaassen ein Sinn fehlt.

Wie lange hat man nicht mit dem prismatischen Farbenspectrum experimentirt, ohne auch nur eine Ahnung von Strahlen zu haben, welche noch brechbarer sind als die äussersten violetten Strahlen; und doch ist die Existenz solcher Strahlen, welche unmittelbar keine Wirkung auf das Auge hervorbringen, durch die Photographie und die Fluorescenz nachgewiesen worden.

2 **Eintheilung der Naturwissenschaften überhaupt.** Das ganze Gebiet der Naturwissenschaften zerfällt zunächst in zwei grosse Abtheilungen, die Naturbeschreibung und die Naturlehre. Die Naturbeschreibung, gewöhnlich Naturgeschichte genannt, lehrt uns die Beschaffenheit einzelner Naturgebilde kennen und ordnet sie nach ihrer Aehnlichkeit in Systeme; die Naturlehre will dagegen die Gesetze der gegenseitigen Einwirkung der Körper zur Einsicht bringen.

Die Physik ist derjenige Theil der Naturlehre, welcher es mit den Gesetzen solcher Erscheinungen zu thun hat, die nicht auf einer Veränderung der Bestandtheile der Körper beruhen, denn damit beschäftigt sich die Chemie.

Begreiflicherweise lässt sich das Feld dieser beiden Wissenschaften nicht immer trennen, und viele Erscheinungen müssen sowohl in der einen wie auch in der anderen besprochen werden. Physik und Chemie sind aufs Innigste mit einander verwandt, ja sie bilden gewissermaassen ein Ganzes, welches nur deshalb äusserlich getrennt erscheint, weil die Masse des zu untersuchenden Materials zu sehr angewachsen ist.

3 **Methode der physikalischen Disciplinen.** Es handelt sich nun zunächst darum, den Weg zu bezeichnen, auf welchem man zur Er-

Digitized by Google

kenntniss der Naturgesetze gelangen kann, und auf welchem in der That alles bis jetzt Erkannte gefunden worden ist. Die Erkenntnissquelle so wohl als auch der Weg zur Erkenntniss ist nicht und kann nicht für alle Wissenschaften derselbe sein. Der Mathematiker kann, von selbstgeschaffenen Begriffen ausgehend, aus sich heraus seine ganze Wissenschaft entwickeln, ja es wäre denkbar, dass ein Mensch in seinen vier Wänden, abgeschlossen von aller Naturanschauung, die ganze Mathematik aus den Begriffen des Raumes und der Zahl construirte. In dieser Beziehung ist die Mathematik eine rein speculative Wissenschaft, was die Naturwissenschaften durchaus nicht sind und nicht sein können, da sie Dinge behandeln, welche einzig und allein durch sinnliche Wahrnehmung, also auf dem Wege der Erfahrung, zu unserem Bewusstsein kommen.

Die einzige Quelle unserer Naturerkenntniss ist die sinnliche Wahrnehmung, die Erfahrung, die Beobachtung. Aus dieser Quelle schöpfen wir das Material, welches durch Vermittelung unserer geistigen Thätigkeit zur Wissenschaft verarbeitet und vereinigt werden soll.

Die wissenschaftlichen Wahrnehmungen machen wir entweder an Erscheinungen, welche uns die Natur unmittelbar darbietet, oder wir versetzen die Körper absichtlich unter solche Umstände, durch welche sie genöthigt werden, gewisse Wirkungen hervorzubringen. Im ersten Falle stellen wir eine Beobachtung, im zweiten einen Versuch an.

Durch gute Beobachtungen und zweckmässig angestellte Versuche lernen wir den äusseren Zusammenhang der Erscheinungen kennen. Dieser Zusammenhang ist es, was wir ein Naturgesetz nennen.

Auf dem Wege der Erfahrung können wir zur Kenntniss dieser Gesetze gelangen, wenn uns auch der innere Zusammenhang, die Natur der Kräfte, das Wesen der Dinge, ganz und gar unbekannt ist. Das Gesetz der Brechung des Lichtes war lange schon bekannt, ehe man über die Natur des Lichtes im Reinen war; ebenso kennen wir die Gesetze der elektrischen Vertheilung, obgleich wir über das Wesen der Elektricität selbst so gut wie nichts wissen.

Nur der äussere, nicht der innere Zusammenhang kann durch Erfahrung gefunden werden. Ueber die inneren Ursachen der Erscheinungen, über das Wesen der Kräfte, welche sie hervorbringen, können wir nur Vermuthungen, Hypothesen, aufstellen. Diese Hypothesen sind gleichsam Fragen, die man an die Natur stellt, worauf sie aber nicht mit Ja und Nein antwortet, sondern: es kann so sein, oder: es kann nicht so sein.

Aus der Hypothese, die man über die Ursache mehrerer zusammenhängender Erscheinungen aufgestellt hat, lassen sich meistens weitere Folgerungen ziehen, welche durch fernere Beobachtungen entweder bestätigt oder als unzulässig erkannt werden. Je mehr Thatsachen sich mit Hülfe einer Hypothese erklären lassen, je mehr sie durch neue Beobachtungen bestätigt wird, desto mehr Wahrscheinlichkeit gewinnt sie.

Digitized by Google

In allen Zweigen der Physik finden wir Beispiele und Belege für die Richtigkeit der eben ausgesprochenen Ansichten.

Den Alten war eine auf Erfahrung sich stützende Naturforschung in unserem Sinne gänzlich unbekannt; wir finden bei ihnen nur philosophische Speculationen über die Welt überhaupt, über die Entstehung und das Urwesen aller Dinge, und es kann uns nicht wundern, wenn die auf diesem Wege entwickelten Vorstellungen entweder nichtssagend sind, oder sogar mit der Erfahrung in directem Widerspruche stehen.

Auch im Mittelalter wurden die Naturwissenschaften nur wenig weiter entwickelt, theils weil die ganze geistige Thätigkeit jener Zeit anderen Interessen zugewendet war, theils weil die Aristotelische Philosophie in so hohem Ansehen stand, dass dadurch jede weitere Prüfung der in derselben ausgesprochenen Naturansichten, und also auch jeder Fortschritt abgeschnitten war.

Erst Galiläi schlug den Weg der Erfahrung ein und Baco von Verulam zeigte, dass es nur auf diese Weise möglich sei, zur Kenntniss der Naturgesetze zu gelangen.

4 **Nutzen des physikalischen Studiums.** Wie wichtig für das praktische Leben die Cultur der Naturwissenschaften in einer Zeit ist, in welcher Industrie und Verkehr einen so mächtigen Aufschwung genommen haben, ist wohl zu sehr in die Augen fallend, als dass weitläufige Erörterungen deshalb nöthig wären. Angesichts unserer Dampfmaschinen und Eisenbahnen, der Blitzableiter und der elektrischen Telegraphen wird wohl Niemand im Ernst die materielle Bedeutung der Naturwissenschaften beanstanden. — Ueberhaupt ist es von vornherein klar, dass wir die Natur und ihre Kräfte um so besser und vollständiger zu unseren Zwecken benutzen können, dass wir in dem Maasse mehr Herr der Natur werden, je mehr wir die Eigenschaften der Naturproducte und ihre Kräfte kennen lernen.

Was in dieser Beziehung von den Naturwissenschaften im Allgemeinen gesagt ist, das gilt auch im vollsten Maasse von der Physik.

Aber nicht allein in materieller, sondern auch in formeller Beziehung ist das Studium der Physik von der höchsten Wichtigkeit. Ganz abgesehen von der unmittelbar praktischen Anwendbarkeit physikalischer Kenntnisse ist ihr Studium eine unentbehrliche Vorbereitung für alle übrigen Zweige der Naturwissenschaften. Unter allen verwandten Wissenschaften ist sie nebst der Astronomie in theoretischer Beziehung am ausgebildetsten, sie ist also vorzugsweise geeignet, uns in den Geist der inductiven Methode einzuführen, welche sich ja vorzugsweise an physikalischen Problemen entwickelt hat. Die Physik lehrt uns klar den Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung auffassen; in verwickelten Phänomenen die bedingenden und wesentlichen Umstände von den zufälligen zu unterscheiden, sie lehrt uns vorurtheilsfrei zu beobachten und die Thatsachen von der subjectiven Meinung getrennt zu erhalten.

Digitized by Google

Den hohen Werth einer richtigen Methode lernen wir schätzen, wenn wir nur einen flüchtigen Blick auf die Geschichte der Wissenschaft werfen. Die rasche Entwickelung, deren sich in der neueren Zeit die Chemie, die Elektricitätslehre, die Lehre vom Lichte u. s. w. erfreute, war nur möglich, weil sich an dem Studium der Astronomie und Mechanik bereits die wahren Grundsätze der Naturforschung entwickelt hatten. Kepler, Galiläi und Newton haben nicht allein grosse astronomische und mechanische Wahrheiten entdeckt, sie haben den späteren Naturforschern auch den Weg gezeigt, welchen man verfolgen muss, um neue Entdeckungen zu machen.

Eintheilung der physikalischen Disciplinen. Physik im 5
weiteren Sinne des Wortes ist mit Naturlehre gleichbedeutend, und wenn man diese Bedeutung zu Grunde legt, sind auch Astronomie und Chemie physikalische Disciplinen; allein diese Zweige der Naturlehre haben eine solche Ausdehnung gewonnen, das Material, welches die Physik in dem bereits oben angedeuteten engeren Sinne des Wortes zu behandeln hat, ist so sehr angewachsen, dass jede dieser Disciplinen für sich allein cultivirt und gelehrt werden muss.

Nach Ausschluss der Astronomie und Chemie bleiben der Physik im engeren Sinne noch folgende Disciplinen:

1. Die Grundzüge der Mechanik, oder die Lehre vom Gleichgewicht und der Bewegung. In ihrer ganzen Ausdehnung kann die Mechanik gleichfalls nicht mehr in den Vortrag der Physik aufgenommen werden, die Grundgesetze der Mechanik bilden aber einen integrirenden Theil der Physik.
2. Die Akustik, oder die Lehre vom Schalle.
3. Die Optik, oder die Lehre vom Lichte.
4. Die Lehre vom Magnetismus und der Elektricität.
5. Die Lehre von der Wärme.

Diese fünf Disciplinen werden nun in den fünf Büchern des vorliegenden Lehrbuchs abgehandelt, während die Anwendung der physikalischen Gesetze zur Erklärung der wichtigsten astronomischen und meteorologischen Erscheinungen den Gegenstand der kosmischen Physik bildet.

Bevor wir jedoch zu den einzelnen Disciplinen übergehen, müssen wir erst noch die allgemeinen Eigenschaften der Körper betrachten, um eine richtige Grundanschauung von den Körpern und den in ihnen thätigen Kräften zu erlangen.

Allgemeine Eigenschaften der Körper. Da sich die Phy- 6
sik mit Körpern beschäftigt, so ist es vor allen Dingen wichtig, dass man sich eine Vorstellung von dem Wesen dieser Körper bildet, und dazu gelangt man zunächst durch die Betrachtung der allgemeinen Eigenschaften, d. h. derjenigen Eigenschaften, welche wir an allen Körpern beobachten, so verschieden sie auch sonst sein mögen.

Zum Wesen eines Körpers ist nothwendig, dass er einen begränzten Raum einnimmt, dass er also eine Ausdehnung hat, und dass in demselben Raume nicht zu gleicher Zeit zwei Körper vorhanden sein können, was man mit dem Namen der Undurchdringlichkeit bezeichnet. Ausser diesen beiden Eigenschaften, ohne welche die Materie gar nicht denkbar ist, beobachtet man aber noch andere allgemeine Eigenschaften, nämlich Trägheit, Schwere, Theilbarkeit und Veränderlichkeit des Volumens.

7 **Trägheit.** In der ganzen Natur kann keine Veränderung in dem Zustande der Dinge vorgehen, ohne dass sie von einer besonderen Ursache veranlasst wird; was für Veränderungen also ein Körper auch erleiden mag, seien es nun Veränderungen im Zustande der Ruhe oder der Bewegung, seien es Veränderungen seines Aggregatzustandes u. s. w., immer ist, um eine solche Veränderung hervorzubringen, eine Kraft nöthig. Ist ein Körper in Ruhe, so ist eine Kraft nöthig, um ihn in Bewegung zu setzen; ist er in Bewegung, so ist eine Kraft nöthig, um ihn zur Ruhe zu bringen; ein Körper, der einmal in Bewegung ist, wird ohne Einwirkung äusserer Kräfte seine Bewegung mit unveränderlicher Geschwindigkeit, in unveränderter Richtung fortsetzen, bis sie durch äussere Hindernisse aufgehoben wird. Man bezeichnet die eben besprochene Eigenschaft der Körper mit dem Namen der Trägheit oder des Beharrungsvermögens.

Schon im alltäglichen Leben finden wir zahlreiche Erscheinungen, welche sich durch das Gesetz der Trägheit erklären lassen. Das Schwungrad einer Maschine läuft noch eine Weile fort, wenn auch die Kraft, welche die Maschine treibt, zu wirken aufgehört hat; es würde ewig fortlaufen, wenn die Reibung die Bewegung nicht fortwährend verzögerte.

Wenn man stark läuft, kann man nicht plötzlich einhalten, und wenn man in einem Nachen steht, fällt man mit dem Oberkörper rückwärts, wenn der Nachen eben vom Lande abstösst, vorwärts, wenn er anstösst. Wir werden später Gelegenheit haben, den Einfluss der Trägheit auf die Bewegungserscheinungen noch genauer nachzuweisen.

Dem Gesetze der Trägheit zufolge muss ein Körper jeder Kraft einen Widerstand entgegensetzen, welche ihn aus dem Zustande der Ruhe in Bewegung zu setzen, oder welche, wenn einmal der Körper in Bewegung ist, seine Bewegung zu beschleunigen, zu verzögern oder ganz aufzuheben strebt.

Die Grösse dieses Widerstandes hängt zunächst ab von der Quantität des Stoffes, aus welchem ein Kösper besteht, oder mit anderen Worten von seiner Masse.

Ein Körper B hat eine 2mal, 3mal ... n mal so grosse Masse als der Körper A, wenn er einer beschleunigenden Kraft, welche seinen Bewegungszustand zu ändern strebt, einen 2mal, 3mal ... n mal so grossen Widerstand entgegensetzt, wenn ihm also dieselbe beschleunigende Kraft

Digitized by Google

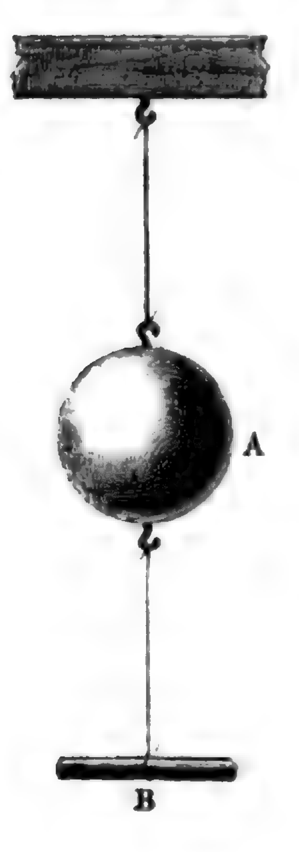
in der gleichen Zeit nur eine 2mal, 3mal ... *n* mal geringere Geschwindigkeit mitzutheilen vermag.

Um einem und demselben Körper in der gleichen Zeit eine *n* fache Geschwindigkeit mitzutheilen, muss der *n* fache Widerstand überwunden werden und dazu ist eine *n* fache beschleunigende Kraft nöthig.

Wenn also ein ruhender Körper in kurzer Zeit in eine schnelle Bewegung versetzt werden soll, so ist dazu eine grössere Kraft nöthig, als wenn ihm in der gleichen Zeit nur eine geringe Geschwindigkeit mitgetheilt werden soll. Den Flügel einer geöffneten Thür kann man durch den schwachen Druck eines Fingers leicht um seine Angeln drehen, weil er einer langsamen Drehung nur sehr geringen Trägheitswiderstand entgegen setzt; schiesst man dagegen eine Pistolenkugel gegen den Thürflügel ab, so wird er durchlöchert, weil der Widerstand, welchen das Holz der Durchbohrung durch die Kugel entgegensetzt, geringer ist als der Trägheitswiderstand, welcher überwunden werden müsste, wenn der Thürflügel der schnellen Bewegung der Kugel folgen sollte.

Durch dasselbe Princip erklärt sich auch der folgende Versuch: Eine ungefähr $1/2$ Pfund schwere Metallkugel *A*, Fig. 1, hängt an einem Zwirnsfaden, während ein zweiter ganz gleicher Faden von der Kugel herabhängt. Zieht man nun langsam an dem Querstäbchen *B*, so bricht der obere Faden, während der untere bricht, wenn man das Querstäbchen durch einen raschen, kräftigen Ruck herabreisst.

Fig. 1.



Von manchen Seiten hat man sich dagegen ausgesprochen, das Beharrungsvermögen als einen Widerstand gegen jede Veränderung im Bewegungszustande zu bezeichnen, weil das, was man sonst noch mit dem Namen Widerstand bezeichnet, wie z. B. der Reibungswiderstand, allerdings etwas von dem eben Besprochenen wesentlich Verschiedenes ist; um diesen Unterschied hervorzuheben, könnte man den Widerstand des Beharrungsvermögens als Beschleunigungswiderstand bezeichnen, während der Reibungswiderstand z. B. ein Bewegungswiderstand ist. Wir werden darauf später ausführlicher zurückkommen.

Das Gesetz der Trägheit ist für die gesammte Naturlehre von der höchsten Wichtigkeit, und Galiläi, welcher es zuerst erkannt und ausgesprochen hat, wurde eben dadurch der Gründer einer wissenschaftlichen Physik. Ohne dies Gesetz bleibt die Einsicht in alle Bewegungserscheinungen verschlossen. Das Gesetz der Trägheit musste bekannt sein, ehe eine richtige Erklärung der Gesetze des freien Falles, der

Digitized by Google

Schwungkraft, der Pendelschwingungen, der Planetenbewegung u. s. w. möglich war.

Der Einfluss der Trägheit auf die Bewegungserscheinungen kann erst in späteren Capiteln erläutert und gehörig gewürdigt werden.

8 **Schwere.** Wenn man einen Stein, ein Stück Holz u. s. w. vom Boden entfernt, sich selbst überlässt, so fallen sie, bis sie den Boden oder irgend einen anderen Körper treffen, welcher sie aufhält. Da die Materie träge ist, so kann sie nicht von selbst aus dem Zustande der Ruhe in den der Bewegung übergehen. Wenn wir also sehen, dass ein ruhender Körper in demselben Moment sich zu bewegen beginnt, in welchem wir ihm seine Unterstützung entziehen, so müssen wir dies einer Kraft zuschreiben, und diese Kraft nennen wir Schwere.

Um die Richtung der Schwere zu bestimmen, giebt es kein besseres Mittel, als einen Faden an einem Ende irgend wie zu befestigen und an seinem anderen Ende einen kleinen schweren Körper anzuhängen. Die Richtung des Fadens, wenn er gespannt und in Ruhe ist, fällt genau mit der Richtung der Schwere zusammen; denn wenn diese Kraft nach einer anderen Richtung wirkte, so würde sie den Faden nach dieser hinziehen. Diese Vorrichtung, Fig. 2, nennt man das Bleiloth; die Richtung, welche der Faden für den Fall des Gleichgewichts einnimmt, nennt man die Verticale. Die Richtung der Schwere ist also die des Bleilothes oder der Verticalen.

Fig. 2.

Das Bleiloth ist stets gegen den Mittelpunkt der Erde gerichtet. Eine Ebene, welche rechtwinklig zur Richtung des Bleilothes steht, nennt man eine horizontale Fläche. Die Oberfläche eines ruhig stehenden Wassers von nicht zu grosser Ausdehnung bildet eine horizontale Ebene.

Wenn ein Körper durch irgend eine Unterlage am Fallen verhindert ist, so hört deshalb die Wirkung der Schwere nicht auf, sie äussert sich in diesem Falle durch einen Druck, welcher auf die Unterlage ausgeübt wird.

Die Schwere ist eine allgemeine Eigenschaft der Körper, d. h. sie ist nicht allein eine Eigenschaft der festen Körper, sondern sie kommt auch den Flüssigkeiten und den Gasen zu. Das Fallen der Regentropfen beweist schon die Schwere der Flüssigkeiten; dass aber auch die Gase Schwere besitzen, dass also die ganze Luftmasse, welche unseren Erdball umgiebt, auf die Erdoberfläche drückt, dafür werden wir später noch Beweise finden.

Die Schwere eines Körpers ist das Resultat einer Anziehung, welche die Erdkugel auf denselben ausübt. Diese anziehende Kraft der Erde wirkt aber nicht allein auf alle Körper, welche sich auf ihrer Oberfläche befinden, sie wirkt auch noch über

Digitized by Google

die Erdatmosphäre hinaus bis zum Mond, denn die Schwere ist die Centripetalkraft, welche den Mond in seiner Bahn um die Erde erhält.

In gleicher Weise wird auch die Erde und ebenso werden alle Planeten von der Sonne angezogen.

Diese Anziehung ist aber durchaus gegenseitig. Die Sonne zieht die Erde und die Erde zieht die Sonne an. Dass die Erde um die Sonne kreist, und nicht umgekehrt die Sonne um die Erde, hat nur darin seinen Grund, dass die Masse der Sonne weitaus überwiegend ist.

Jeder Planet wird ferner auch von allen übrigen Planeten angezogen. Dass diese gegenseitige Planetenanziehung die Regelmässigkeit der Planetenbahnen nur unbedeutend stört, hat darin seinen Grund, dass die Masse der Planeten sehr unbedeutend ist im Vergleich zur Masse der Sonne.

Diese unser ganzes Planetensystem beherrschende gegenseitige Anziehung der Himmelskörper wird mit dem Namen der allgemeinen Schwere oder der Gravitation bezeichnet. Die Gesetze der allgemeinen Schwere, deren Entdeckung Newton's unsterbliches Verdienst ist, werden aus den Gesetzen der Planetenbewegung abgeleitet, wie dies im siebenten Capitel der kosmischen Physik ausführlicher entwickelt ist.

Das Gesetz der allgemeinen Schwere lässt sich kurz so ausdrücken:

Je zwei materielle Körper ziehen einander an, und zwar mit einer Kraft, welche direct proportional ist der Masse der beiden Körper, und umgekehrt proportional dem Quadrat ihrer Entfernung.

Dieses Gesetz wird ausgedrückt durch die Gleichung:

$$K = f\frac{M.m}{r^2},$$

wenn K die Grösse der gegenseitigen Anziehung, M die Masse des einen, m die Masse des andern, r aber die Entfernung der beiden Körper bezeichnet. f ist ein constanter Factor, dessen Werth davon abhängt, welche Einheiten man für K, M, m und r wählt.

Gewicht. Die Grösse des Druckes, welchen ein Körper auf seine Unterlage ausübt, heisst sein Gewicht; dieser Druck nun wächst mit der Anzahl seiner materiellen Theilchen. Um das Gewicht verschiedener Körper mit einander zu vergleichen, bedienen wir uns der Wage, deren Anwendung allgemein bekannt ist, deren Einrichtung aber später noch beschrieben werden soll. 9

In Frankreich ist das Gramm gesetzlich als Einheit des Gewichtes bestimmt; aber auch in anderen Ländern wird diese Gewichtseinheit fast ausschliesslich bei wissenschaftlichen Untersuchungen angewendet. Das Gramm ist das Gewicht eines Cubikcentimeters reinen Wassers im Zustande seiner grössten Dichtigkeit.

Das französische Gewichtssystem hat den grossen Vorzug vor anderen, dass die Einheiten des Gewichtes und des Raummaasses in einer ein-

Digitized by Google

fachen Beziehung stehen, so dass man leicht vom Volumen auf das Gewicht und umgekehrt schliessen kann. Eine genauere Entwickelung des neueren französischen Maasssystems, sowie eine Vergleichung der neufranzösischen Maasse und Gewichte mit anderen wird weiter unten folgen.

10 **Masse.** Die Masse eines Körpers ist, wie bereits in §. 7 gesagt wurde, die Quantität der Materie, aus welcher er zusammengesetzt ist; von der Quantität der Materie eines Körpers hängt aber die Grösse seines Beharrungsvermögens ab, und die Grösse des Beharrungsvermögens ist dem Begriff nach das eigentliche Maass der Masse.

Dieser Definition zufolge würde man die Massen verschiedener Körper mit einander vergleichen können, wenn man der Reihe nach dieselbe beschleunigende Kraft auf sie wirken liesse und die Geschwindigkeit ermittelte, welche ihnen dieselbe in einer gegebenen Zeit mitzutheilen im Stande ist.

Der Ausführung derartiger Versuche stellt sich aber die grosse Schwierigkeit entgegen, dass wir nicht wohl über beschleunigende Kräfte disponiren können, welche unabhängig von dem in Bewegung zu setzenden Körper nur so von Aussen her auf ihn einwirken. Jedenfalls würde die Vergleichung der Massen auf diesem Wege eine höchst umständliche sein.

Ein bequemes Mittel, die Massen der Körper zu vergleichen, liefert uns aber die Schwere, da die Massen zweier Körper stets in demselben Verhältniss zu einander stehen wie ihre Gewichte.

Dieser Zusammenhang zwischen Masse und Gewicht wird uns überall durch den Versuch nachgewiesen, obgleich er dem Begriffe nach nicht durchaus nöthig ist; d. h. es wäre denkbar, dass es in der Natur Körper gebe, auf welche die Schwere gar nicht wirkt, obgleich sie deshalb nicht aufhören träge Massen zu sein. Es wäre ferner denkbar, dass die Schwerkraft ungleich auf die Theilchen verschiedener Substanzen wirkte, dass eine Bleikugel z. B. nur deshalb schwerer wäre als eine gleich grosse Kugel von Holz, weil eben die Schwere auf die Theilchen des Bleies stärker wirkte, ohne dass deshalb das Beharrungsvermögen der Bleikugel grösser wäre als das der Holzkugel. Denken wir uns, um die Sache klar zu machen, zwei gleich grosse Kugeln, eine von Holz, die andere von Blei, und nehmen wir einmal an, die Masse beider, d. h. ihr Beharrungsvermögen, sei gleich, so müsste die Bleikugel schneller fallen; denn wir wissen, dass die Bleikugel etwa 12mal so viel wiegt, dass also die Kraft, welche die Bleikugel fallen macht, 12mal grösser ist als die, welche die Holzkugel niedertreibt.

Nun aber fällt die Bleikugel nicht schneller als die Holzkugel (wenigstens im leeren Raume), und daraus geht hervor, dass die 12mal grössere Kraft, welche die Bleikugel zur Erde zieht, auch eine 12mal so grosse träge Masse in Bewegung zu setzen hat, dass also die träge Masse der Bleikugel 12mal so gross ist als die Masse der Holzkugel.

Digitized by Google

Da nun, wie wir bald sehen werden, die Fallgeschwindigkeit für alle Körper dieselbe ist (im leeren Raume), so schliessen wir auf dieselbe Weise, dass die Masse eines Körpers stets seinem Gewichte proportional sei, dass also das Gewicht eines Körpers ein Maass für seine Masse ist.

Specifisches Gewicht. Das specifische Gewicht eines Körpers ist die Zahl, welche angiebt, wie vielmal ein Körper schwerer ist als ein gleiches Volumen Wasser. Ein Cubikzoll Eisen wiegt 210,6, ein Cubikzoll Gold 520 Gramm, während ein gleiches Volumen Wasser nur 27 Gramm wiegt; also ist $\frac{210,6}{27} = 7,8$ das specifische Gewicht des Eisens, $\frac{520}{27} = 19,26$ das specifische Gewicht des Goldes. Man findet allgemein das specifische Gewicht eines Körpers, wenn man sein absolutes Gewicht durch das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser dividirt. 11

Es lässt sich diese Regel auch durch die Formel

$$S = \frac{P}{p} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

ausdrücken, wenn S das specifische und P das absolute Gewicht eines Körpers bezeichnet, während p das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ausdrückt.

Die Data also, welche man durch den Versuch bestimmen muss, um aus denselben das specifische Gewicht eines Körpers zu berechnen, sind das absolute Gewicht desselben und das Gewicht eines gleichen Wasservolumens.

Am leichtesten ist es, diese Data für Flüssigkeiten auszumitteln. Man fülle ein Gefäss, am besten ein solches, welches oben in einen engen Hals mündet, bis zu einer bezeichneten Höhe (bis zu einem am Halse markirten Striche), einmal mit Wasser, dann mit der zu bestimmenden Flüssigkeit, und ermittele jedesmal mit Hülfe der Wage das Gewicht des Flascheninhalts.

Es wiege z. B. das Vitriolöl, welches einen Glaskolben bis zu einer Marke am Halse ausfüllt, 1534 Gramm, während das Wasser, welches dasselbe Gefäss ebenso weit füllt, nur 830 Gramm wiegt, so ist das specifische Gewicht des Vitriolöls $\frac{1534}{830} = 1,848$.

Nicht immer stehen uns so grosse Mengen der zu untersuchenden Flüssigkeit zu Gebote, dass man ein Gefäss, wie das eben besprochene, damit füllen kann; ausserdem aber ist es nicht einmal vortheilhaft, solche Mengen anzuwenden, weil solche Lasten für eine gute Wage zu gross sind. Es ist deshalb zweckmässig, kleinere Gefässe anzuwenden. Gläschen, die man zu diesem Zwecke verfertigt und welche man Pyknometer nennt, haben in der Regel die Gestalt von Fig. 3 (a. f. S.), und

Digitized by Google

sind durch einen eingeriebenen Stöpsel von Glas verschlossen. Der cubische Inhalt derselben beträgt 8 bis 20 Cubikcentimeter. Der eingeriebene Glasstöpsel ist von einem Stück einer Thermometerröhre verfertigt, damit bei etwaiger Erwärmung der Flüssigkeit ein Theil derselben durch die feine Oeffnung austreten könne, weil sonst der Stöpsel entweder gehoben oder das Gefäss zersprengt würde.

Fig. 3.

Um das specifische Gewicht fester Substanzen zu bestimmen, kann man aus denselben einen Körper von regulärer Gestalt formen, etwa einen Würfel, eine Kugel u. s. w., so dass es leicht ist, den cubischen Inhalt der zu untersuchenden Stücke zu berechnen. Das absolute Gewicht solcher Körper findet man durch die Wage, das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ist durch das bekannte Volumen der Körper gegeben. Ein Würfel von Marmor z. B. wiege 22,7 Gramm. Wenn nun jede Seite dieses Würfels 2 Centimeter beträgt, so ist der cubische Inhalt desselben 8 Cubikcentimeter; ein gleich grosser Würfel von Wasser wird also 8 Gramm wiegen, folglich ist das specifische Gewicht des Marmors $\frac{22,7}{8} = 2,84$.

Eine Kugel von trockenem Hainbuchenholz wiege 25,79 Gramm. Wenn der Durchmesser dieser Kugel 4 Centimeter ist, so kann man daraus den cubischen Inhalt berechnen*) und wird ihn gleich 33,49 Cubikcentimeter finden. Eine gleiche Wasserkugel wiegt also 33,49 Gramm, und das specifische Gewicht dieses Holzes ist demnach $\frac{25,79}{33,49} = 0,77$.

Nicht von jeder Substanz hat man solche Massen, um daraus reguläre Körper bilden zu können; ausserdem aber ist es ungemein schwierig, ja fast unmöglich, reguläre Körper genau genug auszuarbeiten. Man muss deshalb nach anderen Methoden sich umsehen, um das specifische Gewicht fester Körper zu bestimmen. Die meisten dieser Methoden beruhen auf hydrostatischen Gesetzen, welche wir erst später werden kennen lernen. Die folgende Methode gründet sich jedoch nicht auf diese Principien; sie wird häufig angewendet, um das specifische Gewicht solcher Körper zu bestimmen, welche in kleinen Stücken vorkommen.

Man bringe zuerst das oben erwähnte Gläschen mit Wasser gefüllt auf der Wage ins Gleichgewicht, lege dann die zu bestimmenden Körnchen daneben und mache ihr absolutes Gewicht ausfindig. Nun nimmt man die Körnchen und das Glas von der Wage weg, wirft die Körnchen

*) Siehe meine Elemente der ebenen Geometrie und Stereometrie, 2. Aufl. Braunschweig, Friedrich Vieweg und Sohn, 1851, S. 109.

Digitized by Google

in das Glas und setzt den Stöpsel wieder auf; es muss nothwendig Wasser ausfliessen, und zwar gerade so viel, als durch die hineingeworfenen Körnchen verdrängt wurde. Aus einer abermaligen Wägung ergiebt sich wie viel Wasser ausgeflossen ist, wie viel also eine Wassermenge wiegt, deren Volumen dem Volumen der zu bestimmenden Körper gleich ist.

Es soll z. B. das specifische Gewicht von Platinakörnchen bestimmt werden, wie sie sich in der Natur finden.

Das Glas mit Wasser wiege . .	13,52	Gramm
Die Körnchen	4,056	„
Also beides zusammen	17,576	Gramm.

Nachdem man die Körner in das Glas geworfen, den Stöpsel aufgesetzt und alles ausgeflossene Wasser sorgfältig abgeputzt hat, wägt man wieder. Gesetzt, man fände nun das Gewicht des Gläschens mit Allem, was darin ist, gleich 17,316 Gramm, so ist offenbar das Gewicht des durch die Körnchen verdrängten Wassers 17,576 — 17,316 = 0,26 Gramm, folglich ist das specifische Gewicht der Platinakörner $\frac{4,056}{0,26} = 15,6$.

Dasselbe Verfahren lässt sich auch bei grösseren Stücken anwenden, wenn man nur ein passendes, etwa ein cylindrisches Gefäss wählt, dessen oberer Rand sorgfältig abgeschliffen ist, so dass man durch Auflegen einer Glasplatte immer genau dasselbe Volumen abgränzt.

Wenn der zu bestimmende Körper in Wasser löslich ist, so füllt man das Glas mit einer anderen Flüssigkeit, in welcher sich der Körper nicht löst, etwa mit Alkohol, Terpentinöl u. s. w. Durch das soeben beschriebene Verfahren findet man nun, wie viel ein Quantum der gewählten Flüssigkeit wiegt, welches mit dem zu bestimmenden Körper gleiches Volumen hat. Wenn aber nun das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit schon bekannt ist, so kann man leicht das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser berechnen.

Gesetzt, ein Stück eines Salzes, welches in Terpentinöl unlöslich ist, wiege 0,352 Gramm und verdränge, in das Glas geworfen, 0,13 Gramm Terpentinöl. Das specifische Gewicht des Terpentinöls ist 0,872, ein gleiches Volumen Wasser wiegt demnach $\frac{0,13}{0,872} = 0,149$ Gramm, das specifische Gewicht dieses Salzes ist also $\frac{0,352}{0,149} = 2,36$.

Die Tabellen auf den nächstfolgenden Seiten enthalten eine Zusammenstellung von specifischen Gewichten einiger fester Körper, Flüssigkeiten und Gase, welche zu kennen häufig nothwendig oder wenigstens von Interesse ist.

Tabelle der specifischen Gewichte einiger fester Körper
(bei 0 Grad).

Platin	gemünzt	22,10
	gewalzt	22,07
	geschmolzen	20,86
Gold	gemünzt	19,32
	geschmolzen	19,25
Iridium		18,60
Wolfram		17,60
Blei, geschmolzen		11,35
Palladium		11,30
Silber		10,47
Wismuth		9,82
Kupfer	gehämmert	8,88
	gegossen	7,79
	zu Draht gezogen	8,78
Kadmium		8,69
Molybdän		8,61
Messing		8,39
Arsenik		8,31
Nickel		8,28
Stahl		7,82
Kobalt		7,81
Eisen	geschmiedet	7,79
	gegossen	7,21
Bleiglanz		7,76
Zinn		7,29
Zink		7,00
Antimon		6,71
Tellur		6,11
Jod		4,95
Schwerspath		4,43
Diamant		3,52
Flintglas		3,78 bis 3,2
Flussspath		3,15
Aluminium		2,67
Bouteillenglas		2,60
Spiegelglas		2,37
Turmalin (grün)		3,15
Marmor		2,84
Smaragd		2,77

Bergkrystall		2,68
Porzellan		2,49 bis 2,14
Gyps (krystallisirt)		2,31
Schwefel (natürlich)		2,03
Elfenbein		1,92
Alabaster		1,87
Graphit		1,8 bis 2,4
Anthracit		1,80
Phosphor		1,77
Magnesium		1,74
Bernstein		1,08
Wachs, weisses		0,97
Natrium		0,97
Kalium		0,86
Lithium		0,59
Ebenholz		1,23
Eichenholz (alt)		1,17
Buxbaum		1,33
Ahornholz	frisch	0,90
	trocken	0,65
Buchenholz	frisch	0,98
	trocken	0,59
Edeltanne	frisch	0,89
	trocken	0,45
Erlenholz	frisch	0,86
	trocken	0,50
Eschenholz	frisch	0,90
	trocken	0,64
Hainbuchenholz	frisch	0,94
	trocken	0,77
Lindenholz	frisch	0,82
	trocken	0,44
Mahagonyholz		1,06
Nussbaumholz		0,68
Cypressenholz		0,60
Cedernholz		0,56
Pappelholz		0,38
Kork		0,24

Digitized by Google

Specifisches Gewicht einiger Flüssigkeiten
(bei 0 Grad, wo nichts weiter bemerkt ist).

Destillirtes Wasser	1,000	60 Proc. Säure	1,348
Quecksilber	13,598	70 „ „	1,398
Brom	2,966	80 „ „	1,438
Schwefelsäure (englische)	1,848	90 „ „	1,473
Verdünnte Schwefelsäure nach Delezenne bei 15° C.:		100 „ „	1,500
10 Proc. Säure	1,066	Chloroform	1,480
20 „ „	1,138	Schwefelkohlenstoff	1,272
30 „ „	1,215	Glycerin	1,260
40 „ „	1,297	Milch	1,030
50 „ „	1,387	Meerwasser	1,026
60 „ „	1,486	Wein: Malaga-	1,022
70 „ „	1,595	„ Rhein-	0,999
80 „ „	1,709	Oele: Citronenöl	0,852
90 „ „	1,805	„ Leinöl	0,953
100 „ „	1,840	„ Mohnöl	0,929
Verdünnte Salpetersäure:		„ Olivenöl	0,915
		„ Terpentinöl	0,872
10 Proc. Säure	1,054	Benzol $C_{12}H_6$	0,868
20 „ „	1,111	Steinöl	0,836
30 „ „	1,171	Alkohol, absoluter	0,793
40 „ „	1,234	Schwefeläther	0,715
50 „ „	1,295	Valyl (C_8H_9)	0,694

Es mögen hier noch die Zahlenwerthe für das specifische Gewicht einiger Gase Platz finden, obgleich wir die Methoden, nach welchen es bestimmt wird, erst später besprechen können.

Specifisches Gewicht einiger Gase
(bei 0 Grad und 760mm Barometerstand).

Sauerstoff	0,001432	Chlorwasserstoff (Salzsaures Gas)	0,00164
Atmosphärische Luft	0,001293	Stickoxydulgas	0,00197
Stickstoff	0,001267	Kohlensäure	0,00198
Chlor	0,003209		
Wasserstoff	0,0000894		

Wenn man die Grössen P und p der Gleichung 1), Seite 11, in einem Maass-System ausdrückt, bei welchem, wie bei dem neueren französischen das Gewicht der Volumeneinheit Wasser zur Gewichtseinheit gewählt ist, so ist p gleich dem Volumen V des Körpers, dessen Gewicht wir mit P bezeichnet haben, es ist also

$$S = \frac{P}{V} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

d. h. man findet das specifische Gewicht eines Körpers, wenn man sein absolutes Gewicht durch sein Volumen dividirt, und daraus folgt weiter

$$V = \frac{P}{S} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

d. h. man findet das Volumen eines Körpers, wenn man das absolute Gewicht desselben durch sein specifisches Gewicht dividirt.

Es wiege z. B. ein Stück Marmor 3600 Gramm, so ist sein Volumen

$$V = \frac{3600}{2{,}84} = 1268 \text{ Cubikcentimeter.}$$

Ferner ist

$$P = VS \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

d. h. man erhält das absolute Gewicht eines Körpers, wenn man sein Volumen mit seinem specifischen Gewicht multiplicirt.

Man findet häufig mit dem Namen Dichtigkeit dasselbe bezeichnet, wofür wir den Ausdruck „specifisches Gewicht“ gebraucht haben. Man sollte, wie mir scheint, den Ausdruck „Dichtigkeit“ in dieser Bedeutung vermeiden, nicht allein weil er eine Hypothese über die Natur der Atome involvirt, sondern auch, weil diese Hypothese entschieden falsch ist. Nach der obigen Tabelle ist das specifische Gewicht des Aluminiums 2,67, das des Silbers 10,47, also nahe 4mal so gross. Wenn man nun sagt, die Dichtigkeit des Silbers ist 4mal so gross als die des Aluminiums, so setzt dieser Ausdruck voraus, dass ein Atom Silber ebenso schwer sei, wie ein Atom Aluminium, dass aber in einem Stück Silber auf denselben Raum 4mal so viel Atome zusammengedrängt seien als in einem gleich grossen Stück Aluminium. Da dies nun nach dem gegenwärtigen Stand der Atomenlehre durchaus nicht der Fall ist, so kann der Ausdruck Dichtigkeit in der oben bezeichneten Bedeutung nur zu Missverständnissen Anlass geben, er ist deshalb besser ganz zu vermeiden.

12 **Theilbarkeit.** So weit unsere Erfahrung reicht, sind alle Körper theilbar, d. h. man kann sie in kleinere und immer kleinere Partikelchen zerlegen.

Alle Flüssigkeiten sind in so kleine Theilchen theilbar, dass sie weit jenseits der Gränze dessen liegen, was wir in unserem Tastsinn fühlen und mit unseren Augen sehen können, denn man sieht auf ihrer Oberfläche keine Unebenheit, und wenn man die Hand in ihre Masse eintaucht, so

Digitized by Google

kann das Gefühl die Theilchen nicht unterscheiden, wie wir etwa Sandkörnchen durch das Gefühl unterscheiden können.

Bei festen Körpern lässt sich die Theilbarkeit gleichfalls so weit verfolgen, bis die Theilchen nicht mehr sinnlich wahrnehmbar sind. Polirter Stahl, polirte Edelsteine haben Oberflächen, an welchen unsere Sinne keine Unebenheiten wahrnehmen können, und doch sind diese Flächen durch Polirmittel hervorgebracht, die ja aus lauter feinen Körnchen bestehen, und jedes Körnchen macht Ritzen in die Oberfläche, welche seiner Grösse proportional sind.

Eine nicht gar empfindliche Hand kann noch sehr wohl einen einfachen Faden von Wolle oder Seide fühlen; diese Fäden haben ungefähr folgende Dimensionen:

Durchmesser, ausgedrückt in Linien.	
Gewöhnliche Wolle	0,02'''
Merino	0,008
Seide	0,004.

Diese so feinen Fäden sind jedoch noch sehr zusammengesetzte Körper; jeder hat seine besondere Structur, welche wir nur durch den Sinn des Gesichts wahrnehmen können, jeder ist noch aus Theilchen verschiedener Elemente zusammengesetzt, welche uns die Chemie zu trennen lehrt.

Viele Dinge, welche dem Sinne des Gefühls entgehen, sind noch durch das Auge wahrnehmbar. Man sieht auf dem Probirstein noch die Goldtheilchen, welche die empfindlichste Hand nicht mehr zu fühlen im Stande ist. Durch Loupen und Mikroskope aber ist der Gesichtssinn nicht nur ausnehmend geschärft, sondern auch die Möglichkeit gegeben, solche kleine Grössen genau zu messen.

Es ist bekannt, dass man in der Technik Fäden von Kupfer, Eisen und Silber anwendet, welche ebenso fein sind wie ein Haar; ja Wollaston hat Platindraht dargestellt, welcher nur $^1/_{3000}$ Linie dick war. Man müsste 140 solcher Drähte zusammenlegen, um nur die Dicke eines einzelnen Coconfadens zu erhalten, und obgleich das Platin der schwerste aller bekannten Stoffe ist, so würde ein solcher Draht von 3000 Fuss Länge kaum einen Gran wiegen. Um einen solchen Draht zu erhalten, welcher wohl das Feinste sein möchte, was die Kunst darzustellen vermag, nahm Wollaston einen Platindraht, dessen Durchmesser $^1/_{100}$ engl. Zoll betrug, befestigte ihn in der Axe einer cylindrischen Form von $^1/_5$ Zoll Durchmesser, goss diese Form mit geschmolzenem Silber aus und erhielt so einen Cylinder von Silber, dessen Axe aus Platin bestand. Diesen Cylinder liess er nun durch einen Drahtzug gehen; beide Metalle verlängerten sich dabei gleichmässig. Nachdem nun der zusammengesetzte Faden bis zur äusserst möglichen Feinheit ausgezogen worden war, kochte er ihn in Salpetersäure, welche das Silber auflöst und den feinen Kern vom Platin blosslegt.

Mit Hülfe des Mikroskops erkannte man, dass das Blut nicht, wie es auf den ersten Anblick scheint, eine gleichförmige Flüssigkeit ist,

Digitized by Google

sondern dass es aus einer Menge kleiner Kügelchen besteht, welche in einer Flüssigkeit schwimmen, die man Serum nennt. Ihre Grösse schwankt, je nach den verschiedenen Thiergattungen, zwischen $^1/_{312}$ und $^1/_{875}$ Linie.

Endlich giebt es Thierchen, welche nicht grösser sind als diese Blutkügelchen, und obgleich wir hier an der Gränze der sinnlichen Wahrnehmung stehen, so können wir doch noch schliessen, dass sie wohl organisirte Körper sind, weil sie Leben und Bewegung haben; sie müssen Gelenke und Glieder haben, welche ihre Bewegung möglich machen, im Innern ihres Körpers müssen Organe zur Ernährung und Canäle vorhanden sein, in denen sich die Säfte bewegen.

Wie weit aber geht diese Theilbarkeit? Kommen wir bei fortgesetzter Verkleinerung wohl zu Theilchen, die noch sinnlich wahrnehmbar, aber doch nicht weiter theilbar sind? So weit unsere Erfahrung reicht, geht die Theilbarkeit stets über die Gränzen der sinnlichen Wahrnehmung hinaus. Als Beispiele ausserordentlicher Theilbarkeit führt man gewöhnlich den Moschus an, welcher Jahre lang ein ganzes Zimmer mit einem intensiven Geruche erfüllen kann, ohne merklich an Gewicht abzunehmen.

Am besten beweisen uns alle chemisch zusammengesetzten Körper, dass die Theilbarkeit über die Gränzen der sinnlichen Wahrnehmung hinausgeht. Der Zinnober z. B. ist aus Quecksilber und Schwefel zusammengesetzt, und man kann ihn leicht in diese beiden Bestandtheile zerlegen; man ist aber nicht im Stande, die kleinen Theilchen von Schwefel und Quecksilber einzeln für sich zu unterscheiden; selbst durch das beste Mikroskop betrachtet, erscheint der Zinnober doch immer noch als eine vollkommen homogene (gleichartige) Masse.

Obgleich nun die Theilbarkeit weit über die Gränzen der sinnlichen Unterscheidung hinausgeht, so können wir uns doch nicht wohl vorstellen, dass sie über alle Gränzen hinausgeht. Vielmehr führt uns die Betrachtung der physikalischen sowohl wie auch namentlich der chemischen Erscheinungen zu der Annahme, dass die Körper aus kleinen nicht weiter veränderlichen und theilbaren Urtheilchen zusammengesetzt sind, welche man Atome nennt.

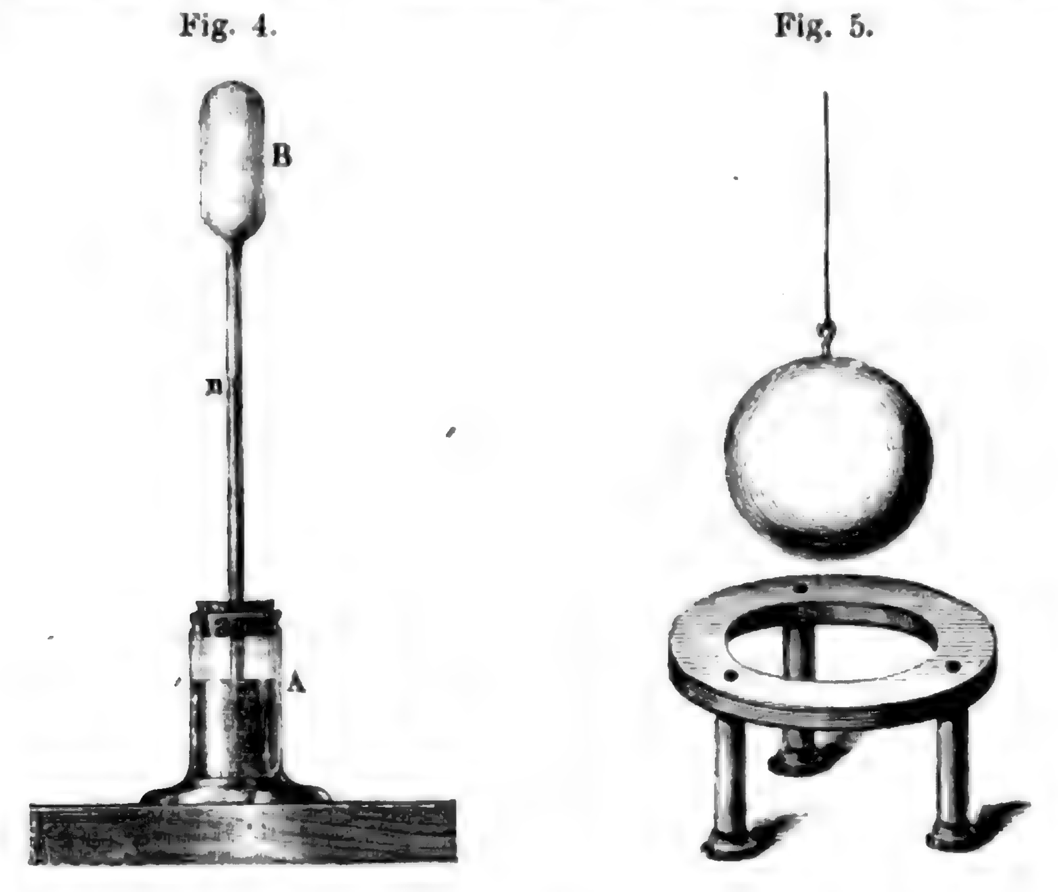
Diese Grundansicht von der Constitution der Körper, ohne welche man sich weder von den verschiedenen Aggregatzuständen, unter welchen uns derselbe Körper erscheinen kann (z. B. Eis, Wasser, Dampf), noch von dem Wesen chemischer Verbindungen eine klare Vorstellung machen kann, ist unter dem Namen der atomistischen Theorie jetzt von allen Physikern und Chemikern angenommen.

13 **Veränderlichkeit des Volumens.** Eine weitere allgemeine Eigenschaft ist die Veränderlichkeit des Volumens. Ein und derselbe Körper nimmt nicht immer genau denselben Raum ein; er kann durch Druck und Erkaltung verkleinert, durch Spannung und Erwärmung vergrössert werden.

Digitized by Google

Die **Luft** dehnt sich durch Erwärmung sehr stark aus, wie sich mittelst des Apparates Fig. 4 leicht zeigen lässt. In den Kork, welcher das zum Theil mit dunkel gefärbtem Weingeist gefüllte Glasgefäss *A* schliesst, ist eine im Lichten 1 bis $1^1/_2$ Millimeter weite Glasröhre eingesteckt, welche unten in den Weingeist eintaucht, oben aber mit dem ringsum verschlossenen Glasgefäss *B* endigt. — Wenn man *B* mit der warmen Hand berührt, so dehnt sich die eingeschlossene Luft aus und entweicht zum Theil in Form von Luftblasen durch den Weingeist. Lässt man nun das Gefäss *B* wieder bis zur Temperatur der Umgebung erkalten, so steigt der gefärbte Weingeist im Rohr bis zu einer bestimmten Höhe, etwa bis *n*. An dem so vorgerichteten Apparat wird nun die geringste Erwärmung ein Niederdrücken, jede fernere

Fig. 4. Fig. 5.



Erkaltung aber ein Steigen der Weingeistsäule in der Röhre bewirken.

Die Ausdehnung der **Flüssigkeiten** durch die Wärme lässt sich an dem gewöhnlichen Thermometer zeigen.

Dass auch **feste Körper** durch Erwärmung ausgedehnt werden, lässt sich durch folgenden von **S'Gravesande** herrührenden Versuch anschaulich machen:

Eine Metallkugel, an einem Metalldraht hängend, passt kalt ganz genau in den Metallring Fig. 5, so dass sie eben hindurchgeht, was nicht mehr der Fall ist, wenn man sie über einer Spiritusflamme stark erwärmt hat.

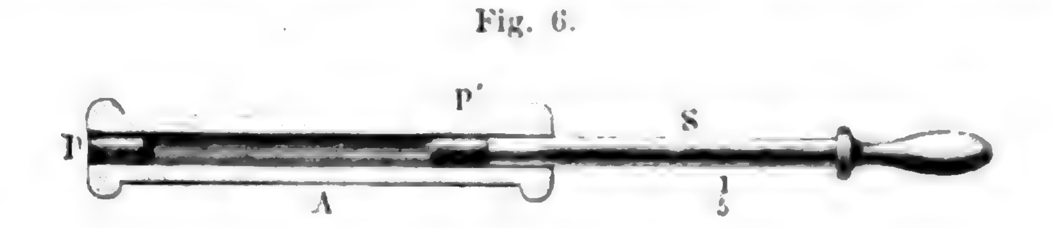
Die **Gesetze der Ausdehnbarkeit** werden wir in der Lehre von der **Wärme** näher kennen lernen.

So wie die Körper nicht gleiche Ausdehnbarkeit besitzen, so sind sie auch nicht gleich zusammendrückbar.

Münzen und Medaillen erhalten ihr Gepräge durch einen heftigen Stoss des Stempels. Die Gewalt des Stosses ist so gross, dass sich die Buchstaben und das Bild des Stempels dem Metall aufprägen, wie man weichem Wachs durch den Druck der Hand beliebige Formen aufdrücken kann. Was aber hier das Wichtigste ist, das Volumen des gemünzten Stückes ist kleiner als es vorher war. Flüssigkeiten sind im Allgemeinen weit weniger compressibel als feste Körper. Wenn man Wasser in einen Kanonenlauf einschliesst, dessen Wände 3 Zoll dick sind, so wird bei Ausübung eines starken Druckes das Metall eher bersten, als man das Wasser auf $^{19}/_{20}$ seines Volumens zusammenpresst.

Die Luft und die Gase überhaupt lassen sich unter allen Körpern am leichtesten zusammendrücken; man kann dies durch viele Versuche beweisen, am einfachsten aber schon durch ein Kinderspielzeug, die Hollunderbüchse. Eine Röhre wird an beiden Enden durch Pfropfe *p* und *p'* (Fig. 6) verschlossen, und dadurch die innere Luft abgesperrt.

Fig. 6.



Wird nun der eine Propf mittelst des Stempels *S* rasch hineingedrückt, so wird die innere Luft comprimirt, bis sie endlich in Folge des wachsenden Drucks den anderen Pfropf mit Gewalt hinaustreibt.

Die übrigen Gase haben in dieser Hinsicht genau dieselben Eigenschaften wie die atmosphärische Luft.

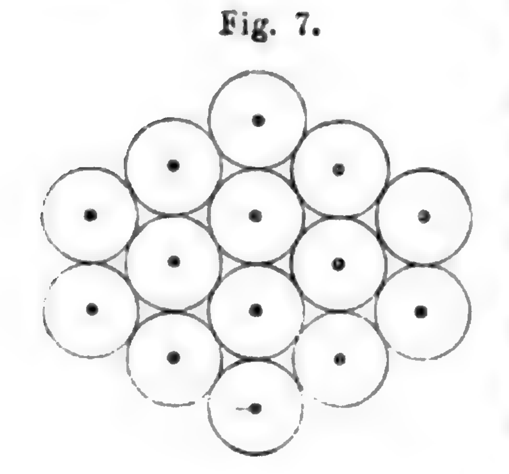
Die Ausdehnbarkeit und Zusammendrückbarkeit gehören also zu den allgemeinen Eigenschaften der Körper. Nimmt man aber nun an, dass die Atome ein für alle mal unveränderlich sind, so lässt sich die eben besprochene Veränderlichkeit des Volumens nur durch die Annahme erklären, dass die Atome nicht in unmittelbarer Berührung stehen, sondern dass sie durch Zwischenräume getrennt sind, durch deren Vergrösserung oder Verkleinerung das Volumen der Körper zu- oder abnimmt.

Aus Gründen, welche erst weiter unten entwickelt werden können, darf man aber nicht annehmen, dass die Zwischenräume zwischen den Körperatomen absolut leer seien, man ist vielmehr zu der Annahme genöthigt, dass es ausser den eigentlichen Körperatomen noch einen, später ausführlicher zu besprechenden, alle Himmelsräume und die Zwischenräume zwischen den Körperatomen ausfüllenden, imponderabeln Stoff gebe, welchen man den Aether genannt hat. Jedes Körperatom hat man sich demnach also gleichsam als mit einer Aetheratmosphäre

Digitized by Google

umhüllt zu denken, wie dies durch Fig. 7 anschaulich gemacht werden soll, in welcher die schwarzen Punkte die Körperatome, die um sie gezogenen Kreise aber die Aetherhüllen repräsentiren. Redtenbacher nennt ein mit seiner Aetherhülle umgebenes Körperatom eine Dynamide; wir wollen dafür nach Hofmann den Namen Molekül gebrauchen, während man gewöhnlich mit diesem Worte überhaupt nur kleine Körpertheilchen, Massentheilchen, bezeichnet, ohne damit einen scharf definirten Begriff zu verbinden.

Fig. 7.



Aggregatzustände. Nachdem wir durch die Betrachtung der Theilbarkeit und Ausdehnbarkeit die Grundidee der atomistischen Theorie entwickelt haben, wollen wir zunächst sehen, wie sich die verschiedenen Körper aus Atomen construiren lassen. 14

Alle Körper, welche wir kennen, gehören einem der drei verschiedenen Zustände an, welche wir mit den Namen fest, flüssig und gasförmig bezeichnen, und die sich am besten am Wasser anschaulich machen lassen. Derselbe Körper nämlich, welchen wir im gewöhnlichen Leben als tropfbar flüssiges Wasser kennen, wird bei niedriger Temperatur fest und führt dann den Namen Eis, bei höherer Temperatur aber lässt sich das Wasser leicht in einen luftförmigen Körper verwandeln, welchen wir Dampf nennen. Durch Erwärmung kann das Eis wieder geschmolzen und durch Erkaltung der Dampf wieder zu tropfbar flüssigem Wasser verdichtet werden.

Einem dieser drei Zustände, welche wir soeben beim Wasser kennen lernten, gehört nun jeder Körper an; er ist entweder fest, flüssig oder gasförmig. Die meisten Körper lassen sich aber auch wie das Wasser durch Temperaturveränderungen aus einem Zustande in den anderen überführen.

Die festen Körper haben, die geringen Veränderungen abgerechnet, welche durch Wärme und Druck hervorgebracht werden, ein unveränderliches Volumen und eine selbstständige Gestalt; es gehört auch eine mehr oder weniger bedeutende Kraft dazu, um einen festen Körper zu zertheilen. Es ist z. B. unmöglich, ein Stück Eisen auf die Hälfte, auf den dritten Theil seines Volumens zusammenzupressen, oder zu machen, dass es den doppelten, dreifachen Raum einnimmt; nur mit grosser Gewalt sind wir im Stande, seine Gestalt zu ändern oder es zu theilen.

Die Flüssigkeiten haben in demselben Sinne wie die festen Körper ein unveränderliches Volumen, d. h. wenn wir sie durch einen starken Druck auch ein klein wenig zusammendrücken können, wenn sie sich auch durch Erwärmung etwas ausdehnen, so sind diese Volumenveränderungen doch immer nur sehr unbedeutend; wir können das Wasser, welches eine

Digitized by Google

Flasche ausfüllt, nicht in ein halb so grosses Gefäss hineinpressen, und wenn wir es in ein doppelt so grosses Gefäss hineingiessen, so füllt es dieses nur zur Hälfte aus. Die Flüssigkeiten haben aber keine selbstständige Gestalt, wie die festen Körper, sondern die Gestalt des Raumes, den sie einnehmen, ist von der Form der sie umgebenden festen Körper, also von der Form der Gefässe abhängig; wenn eine Flüssigkeit ein Gefäss nicht ganz ausfüllt, so ist sie oben durch eine horizontale Oberfläche begränzt. Endlich unterscheiden sich die flüssigen Körper von den festen noch dadurch, dass schon die geringste Kraft hinreicht, um ihre Theilchen von einander zu trennen.

Die gasförmigen Körper haben weder eine selbstständige Form, noch ein bestimmtes Volumen; der Raum, den sie einnehmen, hängt nur von dem äusseren Drucke ab. Man kann eine Luftmasse leicht auf $^1/_2$, $^1/_4$ . . . $^1/_{10}$ ihres Volumens zusammenpressen; und umgekehrt, wenn man sie in einen 2, 4 . . . 10mal grösseren leeren Raum bringt, so füllt sie auch diesen vollständig aus, wie wir später noch ausführlicher sehen werden; Gase haben also ein Bestreben, sich so viel wie möglich auszudehnen. Die leichte Theilbarkeit haben die Gase mit den Flüssigkeiten gemein.

Diese Unterschiede können nach unserer Ansicht von der Constitution der Körper nur darauf beruhen, dass bei den festen Körpern die Moleküle nicht allein in einer bestimmten Entfernung, sondern auch in einer bestimmten gegenseitigen Lage bleiben, während die Moleküle der Flüssigkeiten zwar auch in einer bestimmten Entfernung bleiben, aber doch sehr leicht sich an einander verschieben lassen; bei den gasförmigen Körpern endlich finden wir ein Bestreben der Atome, sich möglichst weit von einander zu entfernen.

15 **Verschiedenheit der Atome.** Vergleichen wir verschiedene Körper, so gewahren wir alsbald Unterschiede, welche sich nicht auf eine verschiedene Anordnung der Theilchen zurückführen lassen. So sind z. B. der Schwefel und das Blei feste Körper, aber feste Körper, welche mit sehr verschiedenen Eigenschaften begabt sind. Man mag den Schwefel behandeln wie man will, man kann ihn nie in Blei, und umgekehrt kann man das Blei durch keinerlei Operationen in Schwefel umwandeln; wir sehen uns daher zu der Annahme genöthigt, dass die Atome, aus welchen das Bleistück besteht, von denen des Schwefels wesentlich verschieden sind.

Wasser, Quecksilber, Kohlensäure, Schwefel, Zink u. s. w. kennen wir in allen drei Aggregatzuständen, aber die Eigenschaften eines jeden der genannten Körper sind bei gleichem Aggregatzustande doch wesentlich verschieden von denen aller übrigen.

Dies führt auf die Annahme, dass es verschiedenartige Körperatome geben müsse. Die Atome des Schwefels sind anderer Art als die des Bleies, der Kohle u. s. w.

Die meisten Körper sind nicht aus gleichartigen, sondern aus verschiedenartigen Atomen zusammengesetzt, obgleich das

äussere Ansehen keine Ungleichartigkeit der kleinsten Partikelchen erkennen lässt.

Durch gewisse Operationen, welche die Chemie näher kennen lehrt, kann man z. B. aus dem Zinnober Schwefel und Quecksilber abscheiden, man kann das Wasser in Sauerstoff und Wasserstoff, das Kochsalz in Chlor und Natrium zerlegen.

Solche Körper nun, welche aus Atomen verschiedener Natur zusammengesetzt sind, und welche sich in verschiedene Stoffe zerlegen lassen, nennt man chemisch zusammengesetzte Körper, im Gegensatz zu denen, welche sich nicht in verschiedenartige Bestandtheile zerlegen lassen, und welche man deshalb einfache Körper, Grundstoffe oder Elemente nennt.

Solcher Stoffe, welche man bis jetzt wenigstens nicht weiter in verschiedenartige Bestandtheile zerlegen kann, zählt man jetzt 65. Die wichtigsten und bekanntesten dieser Elemente sind:

Sauerstoff,	Antimon,	Nickel,
Schwefel,	Silicium,	Eisen,
Stickstoff,	Gold,	Zink,
Chlor,	Platin,	Wasserstoff,
Jod,	Silber,	Mangan,
Brom,	Quecksilber,	Aluminium,
Phosphor,	Kupfer,	Magnesium,
Arsen,	Wismuth,	Calcium,
Kohlenstoff,	Zinn,	Barium,
Chrom,	Blei,	Natrium,
Molybdän,	Kobalt,	Kalium.

Die nähere Betrachtung dieser Elemente, die Art und Weise, wie sie sich unter einander zu verschiedenen zusammengesetzten Körpern verbinden, die Mittel, welche man anzuwenden hat, um chemisch zusammengesetzte Körper in ihre Bestandtheile zu zerlegen, gehört der Chemie an; dessen ungeachtet müssen wir auch hier die Grundgesetze der chemischen Verbindungen wenigstens kurz besprechen, weil sie mit einer Reihe von physikalischen Gesetzen in der innigsten Beziehung stehen.

Chemische Aequivalente. Wenn zwei einfache Stoffe eine chemische Verbindung mit einander eingehen, so entsteht ein neuer Körper, welcher ganz andere Eigenschaften besitzt als jeder der Bestandtheile, und sich wesentlich von einem Gemenge derselben unterscheidet. Wenn man fein vertheilten Schwefel noch so lange mit Kohlenpulver zusammenreibt, so erhält man doch nur ein Gemenge, in welchem man mit Hülfe des Mikroskops immer noch die einzelnen Schwefel- und Kohlentheilchen unterscheiden kann. 16

Ein ganz anderes Resultat erhält man, wenn Schwefeldämpfe über Kohlen geleitet werden, welche in einem eisernen Rohre glühend gemacht

Digitized by Google

sind. Durch Verdichtung der aus dem Rohre austretenden Dämpfe erhält man eine wasserhelle, knoblauchartig riechende Flüssigkeit, den Schwefelkohlenstoff, die chemische Verbindung von Schwefel und Kohlenstoff, welche wesentlich verschieden von ihren Bestandtheilen ist und in welcher sich in keinerlei Weise die Partikelchen des Schwefels von denen der Kohle unterscheiden lassen.

Die chemische Verbindung des Schwefels und des Quecksilbers ist der durch seine schöne rothe Farbe bekannte Zinnober.

Unser gewöhnliches Kochsalz ist eine Verbindung des gasförmigen Chlors mit einem metallischen Körper, welcher Natrium genannt wird. Das Chlornatrium, ein in Wasser lösliches Salz, ist aber in allen seinen Eigenschaften wesentlich vom Chlor sowohl wie auch vom Natrium verschieden.

Während man verschiedene einfache Stoffe in den verschiedensten Verhältnissen zusammenmengen kann, so treten sie doch nur in bestimmten Verhältnissen zu chemischen Verbindungen zusammen. Der Zinnober enthält z. B. auf 16 Gewichtstheile Schwefel stets 100 Gewichtstheile Quecksilber. Schmilzt man Schwefel und Quecksilber in anderen Verhältnissen zusammen, so bleibt ausser dem gebildeten Zinnober noch ein Ueberschuss von Schwefel oder Quecksilber übrig, welcher nicht in die Verbindung eingeht, je nachdem man von dem einen oder anderen dieser Stoffe zuviel genommen hat.

Es ist nun höchst wichtig, genau die Gewichtsverhältnisse zu kennen, in welchen die einfachen Stoffe zu chemischen Verbindungen zusammentreten. Die Untersuchungen der Chemiker haben in dieser Beziehung zu folgenden Hauptresultaten geführt.

Es verbinden sich 8 Gewichtstheile Sauerstoff (O) mit

16	Gew.-Thln.	Schwefel . . .	S	103,5	Gew.-Thln.	Blei	Pb
14	„	Stickstoff . . .	N	28	„	Eisen	Fe
35,5	„	Chlor	Cl	32,6	„	Zink	Zn
31	„	Phosphor . . .	P	1	„	Wasserstoff	H
14	„	Silicium	Si	27,5	„	Mangan . . .	Mn
6	„	Kohlenstoff . .	C	13,7	„	Aluminium .	Al
108	„	Silber	Ag	20	„	Calcium . . .	Ca
100	„	Quecksilber . .	Hg	23	„	Natrium . . .	Na
31,7	„	Kupfer	Cu	39,1	„	Kalium . . .	K

Die oben mitgetheilten Zahlen geben aber nicht allein an, in welchen Verhältnissen sich die genannten Körper mit Sauerstoff, sondern auch, in welchen Verhältnissen sie sich unter einander verbinden. So verbinden sich 16 Gew.-Thle. Schwefel mit 100 Gew.-Thln. Quecksilber zu Schwefelquecksilber (Zinnober), und 16 Gew.-Thle. Schwefel mit 1 Gew.-Thl. Wasserstoff zu Schwefelwasserstoffgas. Ferner vereinigen sich 35,5 Gew.-Thle. Chlor mit 31,7 Gew.-Thln. Kupfer zu Chlorkupfer, mit 32,6 Gew.-Thln. Zink zu Chlorzink, mit 23 Gew.-Thln. Natrium zu Chlornatrium etc.

Digitized by Google

Diese Zahlen, welche also zunächst angeben, in welchen Gewichtsverhältnissen je zwei einfache Stoffe zu chemischen Verbindungen zusammentreten können, werden chemische Aequivalente genannt und durch die in obiger Tabelle beigefügten Buchstaben bezeichnet. So bezeichnet H ein Aequivalent Wasserstoff, Cl ein Aequivalent Chlor, Hg ein Aequivalent Quecksilber u. s. w.

Ein zusammengesetzter Körper wird durch die Zusammenstellung der Zeichen seiner Bestandtheile bezeichnet; so ist z. B. HO das Zeichen des Wassers, d. h. der Verbindung von 1 Aeq. Wasserstoff mit 1 Aeq. Sauerstoff; HgS ist das chemische Zeichen für Zinnober, ZnCl das für Chlorzink u. s. w. Das Aequivalent eines zusammengesetzten Körpers ist stets die Summe der Aequivalente seiner Bestandtheile; so ist z. B. das Aequivalent für

Kali	KO	= 47,1	Zinkoxyd . . .	ZnO	= 40,6
Natron	NaO	= 31,1	Schwefelzink .	ZnS	= 48,6 u. s. w.

Es kommt häufig vor, dass zwei einfache Stoffe sich in mehreren bestimmten Verhältnissen verbinden, alsdann aber sind die Mischungsgewichte der in solchen Verbindungen enthaltenen Bestandtheile einfache Multipla der einfachen Aequivalente. So verbinden sich z. B. 16 Gew.-Thle. Schwefel mit 16 Gew.-Thln. Sauerstoff zu schwefliger Säure und mit 24 Gew.-Thln. Sauerstoff zu Schwefelsäure.

Die schweflige Säure besteht also aus 1 Aeq. Schwefel und 2 Aeq. Sauerstoff, die Schwefelsäure aus 1 Aeq. Schwefel und 3 Aeq. Sauerstoff. Es ist demnach das chemische Zeichen für schweflige Säure SO_2, für Schwefelsäure SO_3, indem man mit O_2 und O_3 zwei und drei Aequivalente Sauerstoff bezeichnet. Das chemische Aequivalent der schwefligen Säure ist 32, das der Schwefelsäure 40.

Ebenso giebt es mehrere Verbindungen von Kohlenstoff und Sauerstoff, nämlich

Kohlenoxydgas	CO	= 14
Kohlensäure	CO_2	= 22;

ferner giebt es mehrere Verbindungen von Stickstoff und Sauerstoff, nämlich

Stickstoffoxydul	NO	= 22
Stickstoffoxyd	NO_2	= 30
Salpetrige Säure	NO_3	= 38
Untersalpetersäure . . .	NO_4	= 46
Salpetersäure	NO_5	= 54.

In der Salpetersäure sind also auf jedes Aequivalent Stickstoff 5 Aeq. Sauerstoff enthalten, oder mit anderen Worten, die Salpetersäure besteht aus 14 Gew.-Thln. Stickstoff und 40 Gew.-Thln. Sauerstoff.

Der oben erwähnte Schwefelkohlenstoff ist CS_2, also eine Ver-

Digitized by Google

bindung, welche auf 6 Gew.-Thle. Kohlenstoff 32 Gew.-Thle. Schwefel enthält.

Die meisten Verbindungen des Sauerstoffs mit den nicht metallischen Elementen sind Säuren; die Verbindungen des Sauerstoffs mit Metallen werden dagegen Oxyde genannt; sie gehören meist einer Classe von Verbindungen an, welche die Chemiker Basen nennen, deren Eigenschaften aber hier nicht weiter besprochen werden können.

Die binären, d. h. die aus zwei Elementen zusammengesetzten Körper gehen unter einander weitere Verbindungen ein; so verbinden sich z. B. die Säuren und Basen zu Salzen, und auch diese Verbindungen stehen unter dem Gesetz der Aequivalente. Das chemische Aequivalent jedes zusammengesetzten Körpers ist stets die Summe der Aequivalente seiner Bestandtheile.

So ist z. B.

Salpetersaures Kali . .	$NO_5 + KO = 101,1$
Salpetersaures Natron .	$NO_5 + NaO = 85$
Salpetersaures Zinkoxyd	$NO_5 + ZnO = 94,6$.

Statt die chemische Formel für Säure und Basis durch + zu verbinden, setzt man auch ein Komma zwischen beide, es ist also $NO_5 + KO = NO_5, KO$. Demnach ist

Schwefelsaures Natron . . .	$SO_3, NaO = 71$
Kohlensaures Natron . . .	$CO_2, NaO = 53$.

Das schwefelsaure Natron verbindet sich mit 10 Aeq. Wasser zu krystallisirtem Glaubersalz; es ist also

$$\text{Glaubersalz} = SO_3, NaO + 10 HO = 71 + 90 = 161.$$

In 161 Gew.-Thln. Glaubersalz sind also auf 112 Gew.-Thle. (14 Aeq.) Sauerstoff, 10 Gew.-Thle. (10 Aeq.) Wasserstoff, 16 Gew.-Thle. (1 Aeq.) Schwefel und 23 Gew.-Thle. (1 Aeq.) Natrium enthalten.

Diese Beispiele mögen genügen, um das Gesetz der chemischen Aequivalente zu erläutern.

Es ist klar, dass es bei Feststellung der chemischen Aequivalente nur auf das Verhältniss, nicht auf den absoluten Zahlenwerth derselben ankommt; der absolute Zahlenwerth ändert sich nämlich, wenn man eine andere Einheit zu Grunde legt. Setzt man das Aequivalent des Sauerstoffs gleich 100, so ist:

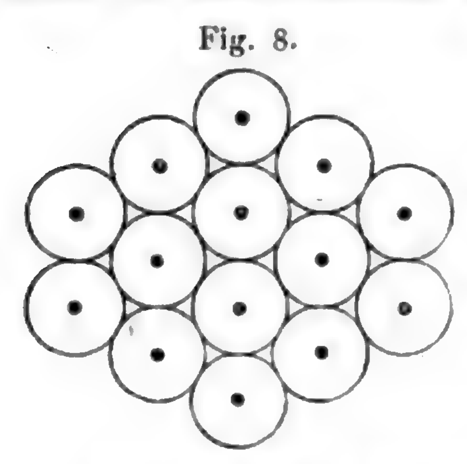
H = 12,5	Cl = 443
N = 175	Zn = 407
S = 200	K = 489 u. s. w.

17 **Atomgewichte.** Unsere nächste Aufgabe ist es nun, zu untersuchen, wie die im vorigen Paragraphen besprochene Thatsache der chemischen Aequivalente durch die atomistische Theorie zu erklären ist.

Digitized by Google

Wenn die ponderabeln Atome zweier Grundstoffe mit ihren Aetherhüllen in der Weise zusammentreten, dass jedes derselben seine Aetherhülle völlig unverändert beibehält, wie dies durch Figur 8 veranschaulicht werden soll (in welcher die schwarzen Kerne die Körperatome des einen, die schraffirten aber die des anderen Grundstoffes bezeichnen sollen), so ist kein Grund vorhanden, warum die Verbindung nur nach bestimmten Verhältnissen stattfinden sollte, denn es könnte jedes Molekül des einen Stoffes durch ein Molekül des andern ersetzt werden. Ein Zusammentreten verschiedenartiger Atome in der durch Fig. 8 repräsentirten Weise kann also nur ein mechanisches Gemenge zweier Grundstoffe, aber keineswegs ihre chemische Verbindung darstellen.

Fig. 8.



Eine innigere Verbindung der Atome heterogener Stoffe, eine Verbindung nach bestimmten Verhältnissen lässt sich nur durch die Annahme erklären, dass die ponderabeln Atome innerhalb einer und derselben Aetherhülle zusammentreten, wie dies durch die Figuren 9 bis 11 anschaulich gemacht werden soll, welche verschiedene chemische Verbindungen zweier Grundstoffe darstellen.

Hier ist also der Kern einer Dynamide nicht mehr ein einzelnes Körperatom, sondern er ist zusammengesetzt aus 1 Atom des einen und 1 Atom des andern Stoffs, wie in Fig. 9, oder aus 1 Atom des einen und 2 Atomen des andern Stoffs, wie in Fig. 10, oder ferner aus 1 Atom des einen und 3 Atomen des andern, wie in Fig. 11. Es könnte Fig. 9 etwa die unterschweflige Säure, Fig. 10 die schweflige Säure und Fig. 11 die Schwefelsäure repräsentiren.

Fig. 9.

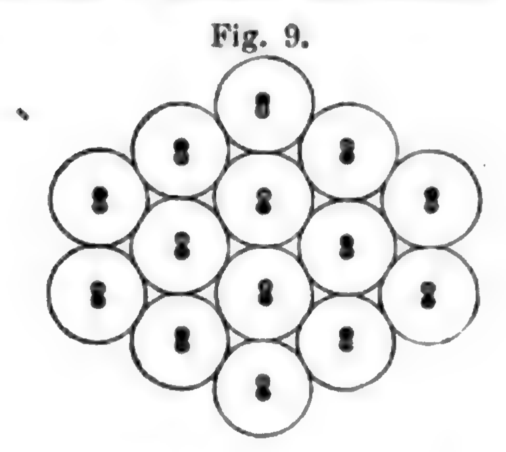


Fig. 10.

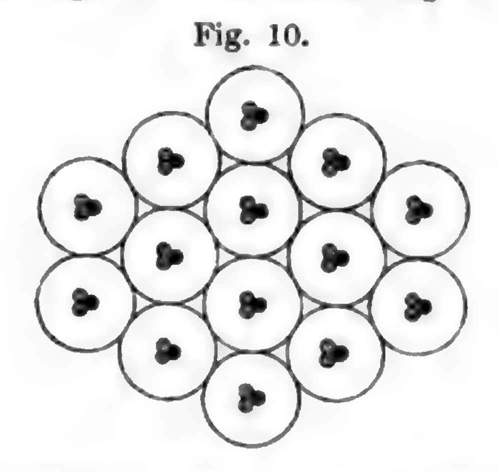
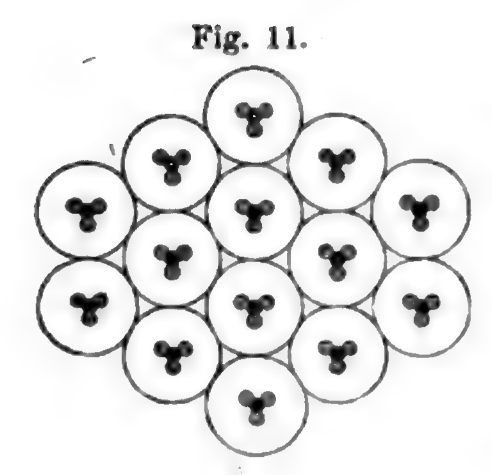


Fig. 11.



Aus der Annahme, dass bei chemischen Verbindungen immer eine bestimmte Anzahl heterogener ponderabeler Atome in derselben Aetherhülle zusammentreten, erklärt sich also vollkommen, dass solche Verbindungen immer nur in bestimmten Verhältnissen vor

Digitized by Google

sich gehen können, es erklärt sich daraus ferner, wie es kommt, dass die Eigenschaften einer chemischen Verbindung zweier Grundstoffe so ganz verschieden sind von denen der componirenden Bestandtheile.

Wenn man mit dem Namen Molekül den ganzen, innerhalb einer Aetherhülle befindlichen Complex bezeichnet, so muss man einfache und zusammengesetzte Moleküle unterscheiden.

Aus Gründen, die wir hier nicht näher entwickeln können, und in Betreff deren wir auf Hofmann's „Einleitung in die moderne Chemie" verweisen, muss man annehmen, dass die Moleküle chemisch einfacher Gase jeweils zwei Atome derselben Art enthalten. In einem Wasserstoffmolekül wären demnach zwei Wasserstoffatome, in einem Sauerstoffmolekül wären zwei Sauerstoffatome von einer gemeinsamen Aetherhülle umschlossen.

Wenn man annehmen könnte, dass in einer chemischen Verbindung, welche aus 1 Aequivalent des Stoffes A und 1 Aequivalent des Stoffes B besteht, jeweils 1 Atom von A und 1 Atom von B in gemeinschaftlicher Aetherhülle zusammengetreten seien, so würden die im vorigen Paragraphen aufgeführten Aequivalentzahlen auch das Gewichtsverhältniss der Atome der verschiedenen Grundstoffe angeben, und man könnte unter dieser Voraussetzung jene Zahlen auch Atomgewichte nennen.

Da sich aber die Atome der Beobachtung entziehen, so lässt sich nicht unmittelbar entscheiden, ob in irgend einer chemischen Verbindung 1 Atom des Stoffes A mit 1 oder mit 2 oder mit 3 Atomen des Stoffes B zusammengetreten, ob man also die Aequivalentzahlen des §. 16 ohne Weiteres auch als die Atomgewichte dieser Stoffe ansehen kann, oder ob man für die Atomgewichte mehrerer derselben Multipla der in §. 16 aufgeführten Aequivalente nehmen muss.

Zu einer Entscheidung dieser Frage kann man in einzelnen Fällen nur durch Untersuchung der physikalischen und chemischen Eigenschaften der chemischen Verbindung und ihrer Bestandtheile gelangen.

Bei Aufstellung der im vorigen Paragraphen mitgetheilten Aequivalente ist man zunächst vom Wasser ausgegangen, welches 8 Gewichtstheile Sauerstoff auf 1 Gewichtstheil Wasserstoff enthält. Um nun darüber zu entscheiden, ob im Wasser auf 1 Atom Sauerstoff ein oder mehrere Atome Wasserstoff enthalten sind, müssen wir die Quantitäten Wasserstoff- und Sauerstoffgas, welche sich zu Wasser verbinden, nicht dem Gewichte, sondern dem Volumen nach vergleichen. Da findet man aber, dass 1 Volumen Sauerstoffgas sich stets mit 2 Volumen Wasserstoffgas zu Wasser verbindet, wie denn auch bei der galvanischen Zersetzung des Wassers auf 1 Volumen Sauerstoffgas stets 2 Volumina Wasserstoffgas ausgeschieden werden.

Nun aber deuten verschiedene Umstände (gleiche Ausdehnbarkeit durch die Wärme, gleiche Compressibilität, gleiche specifische Wärme gleicher Volumina verschiedener einfacher Gase) darauf hin, dass gleiche Volumina verschiedener einfacher Gase gleichviel Atome enthalten; in

Digitized by Google

2 Raumtheilen Wasserstoffgas sind demnach doppelt so viel Atome enthalten, als in 1 Raumtheil Sauerstoffgas, woraus sich dann ergiebt, dass das Wasser auf 1 Atom Sauerstoff 2 Atome Wasserstoff enthält, dass also 1 Aequivalent Wasserstoff gleich 2 Atomen Wasserstoff zu setzen ist, oder mit anderen Worten, dass das Atomgewicht des Wasserstoffs halb so gross zu nehmen ist als sein Aequivalent. Nimmt man also 8 für das Atomgewicht des Sauerstoffs, so ist das Atomgewicht des Wasserstoffs gleich 0,5; nimmt man dagegen das Atomgewicht des Wasserstoffs gleich 1, so muss man das Atomgewicht des Sauerstoffs gleich 16 annehmen.

Wie für den Sauerstoff, so muss man auch aus ähnlichen Gründen für einige andere Elemente (Schwefel, Kohlenstoff, Calcium u. s. w.) das Aequivalent verdoppeln, um ihre Atomgewichte zu erhalten, wenn man 1 für das Atomgewicht des Wasserstoffs annimmt, während für andere Elemente (Chlor, Phosphor, Natrium u. s. w.) das Aequivalentgewicht auch für das Atomgewicht genommen werden muss.

Die Atomgewichte, welche in dem eben besprochenen Sinne durch Verdoppelung der Aequivalentgewichte erhalten werden, unterscheidet man von den übrigen durch einen im entsprechenden Buchstaben angebrachten horizontalen Strich. So bedeutet z. B. Θ ein Atom Sauerstoff, S ein Atom Schwefel u. s. w.

Die folgende kleine Tabelle enthält die Atomgewichte für einige der bekanntesten Elemente.

Aluminium . . .	Al =	27,4	Phosphor	P =	31
Blei	Pb =	207	Quecksilber . . .	Hg =	200
Calcium	Ca =	40	Sauerstoff	Θ =	16
Chlor	Cl =	35,5	Schwefel . , . .	S =	32
Eisen	Fe =	56	Silber	Ag =	108
Kalium	K =	39,1	Silicium . . . ,	Si =	28
Kohlenstoff . . .	C =	12	Stickstoff	N =	14
Kupfer	Cu =	63,4	Wasserstoff. . . .	H =	1
Mangan	Mn =	55	Zink	Zn =	65,2
Natrium	Na =	23			

In der Ungleichheit der Atomgewichte verschiedener Körper liegt nun auch der Beweis für die Richtigkeit der in §. 11 ausgesprochenen Behauptung, dass die Begriffe des specifischen Gewichts und der Dichtigkeit keineswegs identisch sind, denn wenn das specifische Gewicht nur von der Dichtigkeit, d. h. von der Anzahl der in einem gegebenen Volumen vorhandenen Atome abhängig wäre, so müsste das Atomgewicht für alle Stoffe gleich sein. — Das specifische Gewicht des Silbers ist (nahezu) 4mal so gross als das des Aluminiums. Wenn dies nun einfach daher rührte, dass in einem Stück Silber (nahezu) 4mal so viel Atome vorhanden wären, als in einem Stück Aluminium von gleichem

Digitized by Google

Volumen, so würde daraus folgen, dass ein Aluminiumatom gleiches Gewicht mit einem Silberatom haben müsse, was in der That nicht der Fall ist.

18 **Das Aequivalentvolum.** Dividirt man die Aequivalentgewichte der einfachen Stoffe durch ihre specifischen Gewichte, so muss man nach Gleichung 3) auf Seite 16 die Volumina der Aequivalente, d. h. die Zahlen erhalten, welche angeben, nach welchen Raumverhältnissen die chemischen Elemente in den chemischen Verbindungen zusammentreten. Für die bereits auf Seite 23 angeführten einfachen Stoffe ergeben sich auf diese Weise folgende Werthe der Aequivalentvolumina:

Sauerstoff . . .	5586	Kupfer	4,06
Stickstoff . . .	11050	Blei	9,13
Chlor	11050	Eisen	3,81
Wasserstoff . .	11044	Zink	4,65
Schwefel . . .	7,88	Mangan	3,44
Phosphor . . .	17,88	Aluminium	5,12
Silber	10,32	Natrium	23,87
Quecksilber . .	7,35	Kalium	45,03

Es verbinden sich also 7,89 Volumtheile krystallisirten Schwefels mit 7,35 Volumtheilen Quecksilber zu Zinnober, mit 45,03 Volumtheilen Kalium zu Schwefelkalium u. s. w.

Der Begriff des Aequivalentvolumens ist von Kopp in die Wissenschaft eingeführt worden, welcher demselben aber den Namen specifisches Volumen beilegte.

Setzt man in der Gleichung $V = \frac{P}{S}$ für P statt des Aequivalentgewichts eines Körpers das Atomgewicht desselben, so erhält man sein Atomvolumen. Das Atomvolumen steht zu dem Aequivalentvolumen in derselben Beziehung, wie Atomgewicht zu Aequivalentgewicht.

Die in der letzten Tabelle angeführten Werthe der Aequivalentvolumina für Stickstoff, Chlor und Wasserstoff sind fast gleich, und in der That wissen wir ja, dass sich gleiche Volumina Chlor und Wasserstoff zu Salzsäure u. s. w. verbinden; dagegen ist das Aequivalentvolumen des Sauerstoffs nur halb so gross als das der genannten Gase, es verbinden sich also, wie wir bereits wissen, 1 Volumen Sauerstoffgas mit 2 Volumina Wasserstoffgas zu Wasser.

Das Atomvolumen des Sauerstoffs ist doppelt so gross, als der oben angeführte Werth seines Aequivalentvolumens, es ergiebt sich also, dass die Atomvolumina aller einfachen gasförmigen Körper einander gleich sein müssen.

Für Körper von ähnlichem chemischen Verhalten sind die Aequivalentvolumina nahezu gleich, wie z. B. beim Eisen, Nickel und Mangan, oder ihre Aequivalentvolumina stehen nahezu in einem einfachen Ver-

Digitized by Google

hältniss. So ist z. B. das Aequivalentvolumen des Kaliums fast doppelt so gross als das des Natriums.

Die Aequivalentvolumina der Körper können nicht in der Weise unveränderlich sein wie die Aequivalentgewichte, da sie sich mit dem specifischen Gewicht, also auch mit der Temperatur ändern. Für Körper, welche man in verschiedenen Aggregatzuständen kennt, muss man natürlich auch ganz verschiedene Aequivalentvolumina erhalten, je nachdem man bei ihrer Berechnung das specifische Gewicht des einen oder des anderen Zustandes zu Grunde legt. Das Aequivalentvolumen des festen Schwefels ist 7,88, das des Schwefeldampfes 2374.

Für das Aequivalentvolumen des Kohlenstoffs erhält man 1,704 oder 3, je nachdem man das specifische Gewicht des Diamants oder des Graphits in Rechnung bringt.

Das Aequivalentgewicht einer chemischen Verbindung ist die Summe der Aequivalentgewichte seiner Bestandtheile; in Beziehung auf die Aequivalentvolumina ist dies nur selten der Fall. Das Aequivalentvolumen des Schwefels ist 7,89, das des Bleies ist 9,13; das Aequivalentvolumen des Bleiglanzes ist aber nicht $7,89 + 9,13 = 17,02$, sondern $\frac{119,6}{7,76} = 15,36$; das Aequivalentvolumen der Verbindung ist hier kleiner als die Summe der Aequivalentvolumina der Bestandtheile, es hat also eine Verdichtung stattgefunden.

Eine solche Verdichtung findet nun in den meisten Fällen statt; am auffallendsten zeigt sie sich, wenn ein Gas sich mit einem festen Element zu einem festen Körper verbindet, wie bei den Metalloxyden. So ist z. B. das Aequivalentgewicht des Zinkoxyds (ZnO) gleich $32,6 + 8 = 40,6$, das specifische Gewicht desselben 5,43, mithin ist das Aequivalentvolumen des Zinkoxyds $\frac{40,56}{5,43} = 7,44$, also bei weitem kleiner als die Summe der Aequivalentvolumina des Zinks und des gasförmigen Sauerstoffs.

Nimmt man an, dass das Zink im Zinkoxyd mit seinem ursprünglichen Aequivalentvolumen enthalten sei, so bleibt für den im Zinkoxyd enthaltenen Sauerstoff das Aequivalentvolumen 2,79 übrig, der Sauerstoff ist also im Zinkoxyd vom Aequivalentvolumen 5586 auf das Atomvolumen 2,79, also fast auf $\frac{1}{2000}$ verdichtet.

Zieht man das Aequivalentvolumen eines Metalls von dem Aequivalentvolumen seines Oxydes ab, so bleibt nahezu immer derselbe Rest, es ist deshalb, wie Schröder wahrscheinlich machte, in allen Oxyden das Metall mit unverändertem Atomvolumen, der Sauerstoff mit dem Atomvolumen 2,79 enthalten (Pogg. Annal. Bd. L, S. 553).

Bis jetzt ist es noch nicht gelungen, allgemeine Gesetze nachzuweisen, nach welchen die Verdichtungen bei chemischen Verbindungen vor sich gehen.

Digitized by Google

19 **Kräfte und Imponderabilien.** Alle Erscheinungen, welche wir in der Natur wahrnehmen, beweisen uns, dass eine beständige Wechselwirkung sowohl zwischen den verschiedenen Körpern als auch zwischen den einzelnen Theilchen eines und desselben Körpers stattfindet.

Die unsichtbaren Ursachen dieser Wechselwirkung nennen wir Kräfte.

Die Kräfte, mit welchen wir uns die Körperatome begabt denken, welche wir als Attribute der Körperatome annehmen, können nie Gegenstand einer unmittelbaren Wahrnehmung sein. Die Vorstellungen, die wir uns von diesen Kräften machen, sind immer nur Hypothesen, die wir so construiren und modificiren, wie wir sie eben zur Erklärung der Thatsachen bedürfen.

Im Allgemeinen ist in der Physik von Kräften zweierlei Art die Rede, von solchen nämlich, welche in die Ferne wirken, wie die Schwere, die magnetischen und elektrischen Anziehungs- und Abstossungskräfte etc., und dann von solchen, welche nur in die kleinsten Entfernungen wirken, also nur bei fast unmittelbarer Berührung der Körpertheilchen in Thätigkeit treten, und welche deshalb den Namen der Molekularkräfte führen. Diese Kräfte sind es, welchen wir die Erhaltung der verschiedenen Aggregatzustände und der chemischen Verbindungen zuschreiben.

Unter den Molekularkräften unterscheiden wir zunächst solche, welche sich durch eine gegenseitige Anziehung der Atome geltend machen und welche vorzugsweise den Zusammenhang der Theilchen fester Körper, die Cohäsion, bedingen, und deshalb als Cohäsionskräfte bezeichnet werden, im Gegensatz zu den Expansionskräften, welche die Körperatome von einander zu entfernen streben. In den festen und flüssigen Körpern wirken die Expansionskräfte jeder Compression entgegen, sie verhindern also, dass die einzelnen Atome derselben nicht über eine gewisse Gränze genähert werden können, bei Gasen bewirken die Expansionskräfte das beständige Streben nach grösserer Ausdehnung, welchem nur durch äussere Kräfte das Gleichgewicht gehalten werden kann.

Gerade der Umstand, dass Anziehung und Abstossung gewissermaassen von denselben Mittelpunkten ausgehen, hat zu der bereits in §. 13 erwähnten Vorstellung über die Constitution der Materie geführt, nach welcher man sich die Körperatome durch Aetheratmosphären eingehüllt denkt. Die Körperatome nimmt man als Träger des attractiven, die Aetherhüllen dagegen als Träger des repulsiven Princips an.

Die Molekularanziehung der Atome macht sich nun auf die kleinsten Entfernungen hin, hier aber auch mit grosser Energie geltend. Bei der gegenseitigen Entfernung der Atome, welche dem gasförmigen Zustande entspricht, ist die molekulare Anziehung der Kerne bereits verschwindend klein, so dass hier nur noch die Expansionskraft der Hüllen zur Wirkung kommt.

Während die allgemeine Schwere von der stofflichen Verschiedenheit der einander aus der Ferne anziehenden Atome völlig unabhängig ist,

Digitized by Google

ist die Molekularanziehung zwischen den Kernen benachbarter Moleküle wesentlich durch die materielle Beschaffenheit dieser Kerne bedingt.

In Betreff der in nächster Nähe stattfindenden Anziehung der Körperatome sind folgende Fälle zu unterscheiden.

1) Wenn die benachbarten Moleküle gleichartig sind, so wird durch die gegenseitige Anziehung ihrer Kerne, mögen sie nun einfach oder zusammengesetzt sein, die Cohäsion der festen und flüssigen Körper bedingt. So zieht z. B. der Kern eines Eisenmoleküls die benachbarten Kerne desselben Eisenstücks so stark an, dass es eines namhaften Kraftaufwandes bedarf, um sie zü trennen. In einem Stück Steinsalz besteht der Kern eines jeden Moleküls aus 1 Atom Chlor und 1 Atom Natrium, und dieser Chlornatriumkern wirkt anziehend auf die Chlornatriumkerne der benachbarten Steinsalzmoleküle. Die Intensität, mit welcher zwei Eisenmoleküle sich anziehen, ist aber eine ganz andere als diejenige, mit welcher zwei Steinsalzmoleküle auf einander wirken.

2) Die Kerne benachbarter Moleküle sind ungleichartig, wie es der Fall ist, wenn zwei heterogene Körper in hinlängliche Nähe gebracht werden. Es kann alsdann entweder

a) die gegenseitige Anziehung zwischen den ungleichartigen Molekülen von ähnlicher Wirkung sein, wie die Anziehung gleichartiger Moleküle, in welchem Falle dann die Erscheinungen der Adhäsion eintreten, oder

b) die Anziehung zwischen den ungleichartigen Kernen benachbarter Moleküle kann je nach der chemischen Beschaffenheit dieser Kerne stark genug wirken, um eine veränderte Gruppirung der Atome, also die Bildung neuer chemischer Verbindungen zu veranlassen.

Die kräftige Anziehung, welche zwischen den zu einem zusammengesetzten Kern zusammengetretenen heterogenen Atomen stattfindet, bedingt die Beständigkeit der chemischen Verbindung.

Fig. 12.

Gehen wir nun zur näheren Betrachtung der Aetherhüllen über.

Die Aetherhüllen müssen wir uns aus einzelnen Aetheratomen zusammengesetzt denken, welche im Vergleich zu den Körperatomen von verschwindender Kleinheit sind, so dass etwa Fig. 12 ein mit seiner Aetherhülle umgebenes Körperatom versinnlichen kann.

Auf kleine Entfernungen hin werden die Aetheratome von den Körperatomen angezogen, und daher kommt es, dass die Körperatome mit Aetherhüllen umgeben sind; da aber die Anziehung zwischen Körper- und Aether-

Digitized by Google

atomen auf etwas grössere Entfernungen hin vollständig verschwindet, so ist der Aether der allgemeinen Schwere nicht unterworfen, er ist imponderabel.

Unter einander selbst stossen sich die Aetheratome ab; daher kommt es, dass der Aether gleichförmig durch alle Himmelsräume verbreitet ist, während die Zwischenräume zwischen den Körperatomen mit verdichtetem Aether erfüllt sind.

Durch Vibrationsbewegungen der Aetheratome werden die Erscheinungen des Lichts und der strahlenden Wärme erklärt, während die fühlbare Wärme gegenwärtig als ein Bewegungsphänomen der Körperatome aufgefasst wird. Wir werden auf diesen Gegenstand später ausführlicher zurückkommen.

Die mechanische Erklärung der Wärmephänomene ist neueren Ursprungs; früher erklärte man sie durch die ruhende Gegenwart eines imponderabeln Fluidums, welches, die Körperatome einhüllend, das repulsive Princip in ähnlicher Weise darstellte, wie man es jetzt von dem Aether annimmt. Die Erwärmung eines Körpers wurde nach dieser Anschauung als eine Vermehrung, die Erkaltung als eine Verminderung des in ihm enthaltenen Wärmefluidums betrachtet.

In ähnlicher Weise nahm man auch die Existenz besonderer imponderabeler Fluida zur Erklärung der magnetischen und elektrischen Erscheinungen an, und auf diesem Felde lässt sich bis jetzt wenigstens eine solche Hypothese noch nicht entbehren, obgleich es keinem Zweifel unterliegt, dass es über kurz oder lang gelingen wird, auch die Erklärung der Elektricität und des Magnetismus auf mechanische Principien zurückzuführen.

Digitized by Google

ERSTES BUCH.

DIE MECHANIK.

3*

Digitized by Google

Digitized by Google

Erstes Capitel.

Statik, oder die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.

Parallelogramm der Kräfte. Sobald auf irgend einen Körper 20
eine beschleunigende Kraft einwirkt, so wird durch dieselbe nothwendig sein Bewegungszustand verändert, wenn nicht gleichzeitig andere Kräfte vorhanden sind, welche den Effect dieser ersteren aufheben. Ist also ein Körper in Ruhe, so wird jede beschleunigende Kraft, die auf ihn wirkt, ihn auch in Bewegung setzen, es sei denn, dass andere auf denselben Körper einwirkende Kräfte diese Bewegung hindern und also den Körper in Ruhe erhalten. In diesem letzteren Falle sagt man, dass die verschiedenen auf den Körper einwirkenden Kräfte sich einander das Gleichgewicht halten.

Hängt man z. B. eine Bleikugel an einem Faden auf, so wird die Wirkung der Schwerkraft, unter deren alleinigen Einfluss die Kugel fallen würde, durch den Widerstand des Fadens aufgehoben.

Die Statik beschäftigt sich damit, die Bedingungen des Gleichgewichts auszumitteln; die Dynamik dagegen untersucht die Gesetze der Bewegungen, welche entstehen, wenn den Bedingungen des Gleichgewichts nicht genügt ist.

Um Kräfte zu messen, muss man irgend eine beliebige Kraft als Einheit annehmen.

Zwei Kräfte sind gleich, wenn sie nach entgegengesetzten Richtungen auf einen Punkt wirkend sich das Gleichgewicht halten. Zwei gleiche Kräfte, die nach derselben Richtung wirken, sind der doppelten Kraft gleichzusetzen. Man würde eine dreifache Kraft haben, wenn man drei gleiche Kräfte nach derselben Richtung wirken liesse u. s. w.

Wie viele Kräfte auch auf einen materiellen Punkt wirken mögen, welches auch ihre Richtung sein mag, so werden sie demselben doch nur eine Bewegung in einer bestimmten Richtung mittheilen. Es lässt sich demnach eine Kraft denken, welche für sich allein dieselbe Wirkung hervorzubringen im Stande ist, welche also das ganze System jener Kräfte

Digitized by Google

ersetzen kann. Sie führt den Namen der **Resultirenden.** Wenn z. B. ein Schiff durch die gleichzeitige Wirkung des Stromes, der Ruder und des Windes getrieben wird, so bewegt es sich nach einer bestimmten Richtung; wenn die Wirkungen des Stromes, der Ruder und des Windes aufhörten, so könnte man doch offenbar dem Schiffe dieselbe Bewegung dadurch wieder ertheilen, dass man an einem Seil, welches am Schiffe befestigt ist, eine bestimmte Kraft nach jener Richtung anbringt, nach welcher es sich unter gleichzeitiger Einwirkung der drei Kräfte bewegte. Dies ist die Resultirende der drei Kräfte.

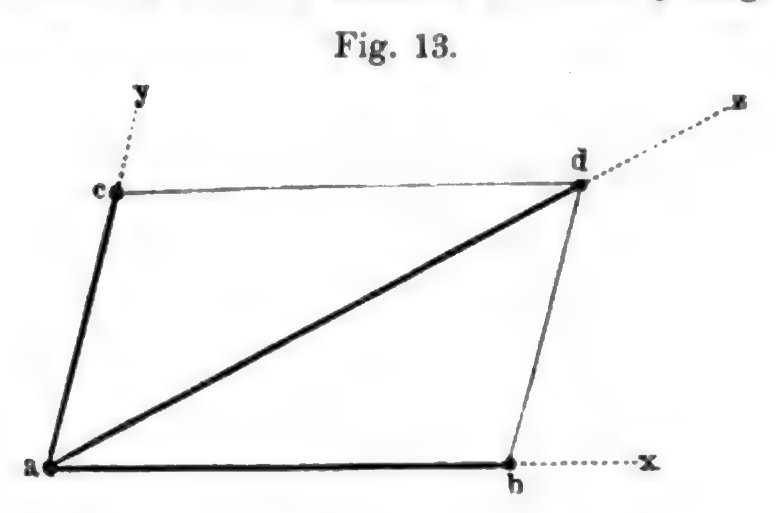
Die Gesammtheit von Kräften, welche auf einen Punkt zusammenwirken, nennt man ein **System von Kräften.** In Beziehung auf die Resultirende nennt man die Kräfte eines solchen Systems auch die **Seitenkräfte** oder **Composanten.** Es ist klar, dass, wenn man einem System von Kräften eine neue Kraft hinzufügt, welche der Resultirenden des Systems gleich und entgegengesetzt ist, dass sich alsdann alle zusammenwirkenden Kräfte das Gleichgewicht halten müssen.

Hätte man z. B., um bei dem oben angeführten Beispiele stehen zu bleiben, an einem am Schiff befestigten Seile eine Kraft wirken lassen, welche der Resultirenden des Stromes, des Windes und der Ruder gleich, aber entgegengesetzt ist, so würde diese neu angebrachte Kraft Gleichgewicht hervorbringen; das Schiff würde stillstehen müssen.

Wenn zwei oder mehrere Kräfte nach derselben Richtung hin wirken, so ist ihre Resultirende gleich der Summe der einzelnen Kräfte. — Wenn zwei Kräfte gerade in entgegengesetzter Richtung auf einen Punkt einwirken, so ist die Resultirende gleich der Differenz der beiden und sie wirkt in der Richtung der grösseren.

Wenn die Richtungen zweier Kräfte, welche auf einen materiellen Punkt wirken, einen Winkel mit einander machen, so findet man die Resultirende nach einem Gesetze, welches unter dem Namen des **Parallelogramms der Kräfte** bekannt ist. Man gelangt zu diesem Gesetz durch folgende einfache Betrachtung. Auf den Punkt a, Fig. 13, sollen zwei Kräfte gleichzeitig einwirken, die eine nach der Richtung ax, die andere nach der Richtung ay. Die eine Kraft mag von der Art sein, dass sie für sich allein in einem bestimmten Zeittheilchen, etwa einer Secunde, den Punkt von a nach b bewegen würde, während die andere für sich allein in einer gleichen Zeit ihn von a nach c treibt. Wenn nun der Punkt

Fig. 13.

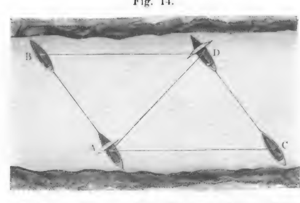


Digitized by Google

eine Secunde lang der gleichzeitigen Einwirkung beider Kräfte ausgesetzt ist, so ist die Wirkung offenbar dieselbe, als ob eine Secunde lang der Punkt nur der Einwirkung der einen, in der folgenden Secunde aber nur der Einwirkung der anderen Kraft unterworfen wäre. Die eine Kraft allein treibt den Punkt in einer Secunde von a nach b. Hörte nun in dem Moment, in welchem er in b ankommt, jede von dieser Kraft herstammende Bewegung auf, während der Punkt von nun an nur der Einwirkung der zweiten Kraft folgt, so würde er am Ende der folgenden Secunde in d anlangen. In demselben Punkte d muss also auch der Punkt a nach einer Secunde ankommen, wenn beide Kräfte gleichzeitig wirken.

Ein Beispiel wird dies anschaulicher machen. Von dem Punkte A, Fig. 14, an dem Ufer eines Flusses fährt ein Schiff ab, auf welches gleich-

Fig. 14.



zeitig zwei Kräfte, der Strom und der Wind, einwirken. Nehmen wir an, das Schiff werde durch den Wind allein in einer bestimmten Zeit, etwa in einer Viertelstunde, quer über den Fluss, von A nach B, getrieben; durch den Strom allein aber würde es, wenn gar kein Wind ginge, in derselben Zeit von A nach C gelangen, so muss es, wenn Strom und Wind gleichzeitig wirken, in einer Viertelstunde den Weg von A bis D zurücklegen, d. h. es muss nach einer Viertelstunde unter gleichzeitiger Wirkung beider Kräfte in demselben Punkte D ankommen, als ob eine Viertelstunde lang der Wind allein wirkend das Schiff von A bis B getrieben hätte, und es alsdann in der folgenden Viertelstunde durch den Strom allein von B bis D geführt worden wäre.

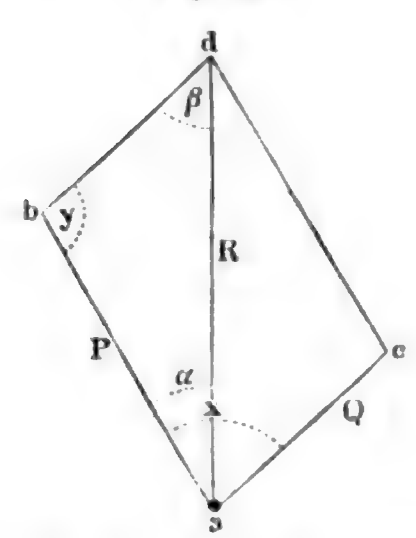
Die Linie ad, Fig. 13, ist die Diagonale des Parallelogramms $abdc$; das durch unsere Betrachtung gefundene Gesetz kann demnach folgendermaassen ausgedrückt werden: „Die Resultirende zweier Kräfte, welche gleichzeitig unter irgend einem Winkel auf einen materiellen Punkt einwirken, ist von der Art, dass sie den Punkt durch die Diagonale des Parallelogramms zu bewegen strebt, welches man aus den Bahnen construiren kann, die jeder der Seitenkräfte entsprechen.“

Digitized by Google

Da die Bahn, welche ein Körper in einer gegebenen Zeit durchläuft, unter sonst gleichen Umständen der Kraft proportional ist, welche ihn treibt, da es sich ferner bei Bestimmung der Resultirenden nur darum handelt, ihre Richtung und ihr Grössenverhältniss zu den beiden Seitenkräften zu finden, so lässt sich das Gesetz auch so ausdrücken: „Wenn man sich durch den Angriffspunkt zweier Kräfte zwei Linien in der Richtung derselben gezogen und ihre Länge den resp. Kräften proportional gemacht denkt, so stellt die Diagonale des Parallelogramms, welches durch diese beiden Linien bestimmt ist, sowohl der Grösse als auch der Richtung nach, die Resultirende der beiden Kräfte dar."

21 **Berechnung der Resultirenden.** Da man die Resultirende zweier gegebener Kräfte, welche auf einen materiellen Punkt wirken, durch eine geometrische Construction finden kann, so muss man sie nach denselben Principien auch durch Rechnung finden können. — Nehmen wir an, dass auf den Punkt a, Fig. 15, zwei Kräfte P und Q wirken, welche sich verhalten wie die Linien ab und ac, während ihre Richtungen den Winkel x mit einander machen, so ist die Resultirende, dem vorigen Paragraphen zufolge, durch die Diagonale ad dargestellt, die wir mit R bezeichnen wollen. ad ist aber eine Seite des Dreiecks abd, folglich ist, einem bekannten trigonometrischen Satz zufolge

Fig. 15.



$$ad^2 = ab^2 + bd^2 - 2ab.bd.\cos.y$$

oder

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2P.Q\cos.y.$$

wenn man mit y den Winkel dba bezeichnet. Nun aber ist $y = 180^0 - x$, also $\cos.y = -\cos.x$, folglich

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos.x \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Es sei z. B. $P = 3$, $Q = 2$ und der Winkel x gleich 75^0, so ergiebt sich

$$R^2 = 9 + 4 + 2.3.2.\cos.75^0$$

$$R^2 = 13 + 12.0{,}259 = 16{,}1,$$

mithin

$$R = 4{,}0\ldots$$

Ist einmal die Grösse der Resultirenden mit Hülfe der Gleichung 1) ermittelt, so kann man leicht auch die Winkel berechnen, welche die Resultirende mit den Seitenkräften macht. Bezeichnen wir den Winkel bad mit α, so ergiebt sich aus dem Dreieck abd

$$R : Q = \sin.y : \sin.\alpha,$$

also

$$\sin.\alpha = \frac{Q\sin.y}{R}$$

Digitized by Google

oder

$$sin.\,\alpha = \frac{Q\,sin.\,x}{R},$$

da $sin.\,x = sin.\,(180 - x)$ ist. Für unser obiges Beispiel ergäbe sich also

$$sin.\,\alpha = \frac{2\ sin.\ 75^0}{4} = 0{,}5\ .\ 0{,}966 = 0{,}483,$$

mithin

$$\alpha = 28^0\ 53'.$$

Bezeichnen wir mit β den Winkel, welchen Q mit R macht, so ist

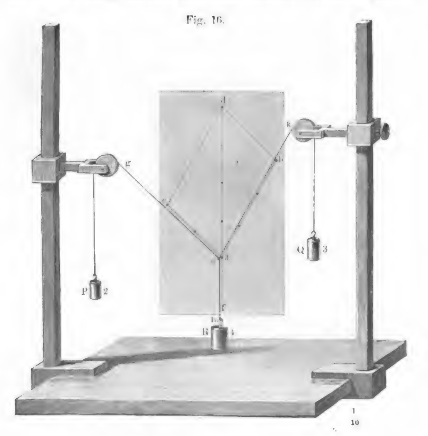
$$\beta = x - \alpha,$$

also in unserem Falle

$$\beta = 75^0 - 28^0\ 53' = 46^0\ 7'.$$

Experimentelle Prüfung des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte. 22 Das in den beiden letzten Paragraphen besprochene Gesetz ist aus theoretischen Betrachtungen entwickelt worden, es bleibt uns also noch übrig, die Richtigkeit desselben durch Versuche zu prüfen.

Fig. 16.



Digitized by Google

Wenn auf einen materiellen Punkt zwei Kräfte nach verschiedenen Richtungen einwirken, so muss man den Zustand des Gleichgewichts dadurch herstellen können, dass man an demselben Punkte eine dritte Kraft anbringt, welche der Resultirenden der beiden ersten gleich und entgegengesetzt ist.

Wenn also auf einen Punkt drei Kräfte einwirken, so muss Gleichgewicht stattfinden, wenn jede der Resultirenden der beiden anderen gleich und entgegengesetzt ist.

Mit Hülfe dieses Satzes ist es nun leicht, die Richtigkeit der eben vorgetragenen Beziehungen zwischen den Seitenkräften und ihrer Resultirenden durch einen der Statik selbst angehörigen Versuch zu prüfen. und zwar kann man dazu den in Fig. 16 (a. vor. S.) dargestellten Apparat anwenden.

An einem Tischblatt sind zwei verticale Stäbe angeschraubt, an jedem Stab aber ist eine Hülse verschiebbar, welche eine um ihre Axe in verticaler Ebene leicht bewegliche Rolle trägt; die Stäbe müssen so angeschraubt sein, dass die Verticalebenen beider Rollen zusammenfallen. Schlingt man eine Schnur über die Rollen, hängt man an dem einen Ende ein Gewicht P, am anderen Ende ein Gewicht Q, zwischen den Rollen ein Gewicht R an, so wird sich bei irgend einer bestimmten Lage der Fäden Alles ins Gleichgewicht stellen; man hat nun drei auf den Punkt o nach der Richtung og, ok und oh wirkende Kräfte, und es ist leicht zu prüfen, ob zwischen der Grösse und Richtung derselben diejenigen Beziehungen wirklich stattfinden, wie sie das Gesetz des Parallelogramms der Kräfte verlangt.

Es sei z. B. $P = 2$ Loth, $Q = 3$ Loth und $R = 4$ Loth, so construire man ein Parallelogramm $abcd$, Fig. 17, in welchem die Seite ac 2 Decimeter, die Seite ab 3 Decimeter und die Diagonale ad 4 Decimeter lang ist, und verlängere noch die Diagonale da nach f hin. Wenn nun das Gesetz des Parallelogramms der Kräfte richtig ist, so muss der Winkel cab dieses Parallelogramms dem Winkel gleich sein, welchen unter den gegebenen Umständen die Schnüre og und ok mit einander machen; dass dies in der That der Fall ist, davon kann man sich leicht überzeugen, wenn man die Constructionsfigur so hinter die Schnüre hält, dass der Punkt a hinter o und af hinter oh fällt, wie dies in Fig. 16 angedeutet ist.

Fig. 17.

Einen auf denselben Grundsätzen beruhenden, ebenfalls sehr zweckmässigen Apparat zur experimentellen Bestätigung der Lehre vom Parallelogramm der Kräfte beschreibt Crahay im

Digitized by Google

60. Bande von **Poggendorff's** Annalen (**Frick's physikalische Technik**, 2. Aufl. S. 58).

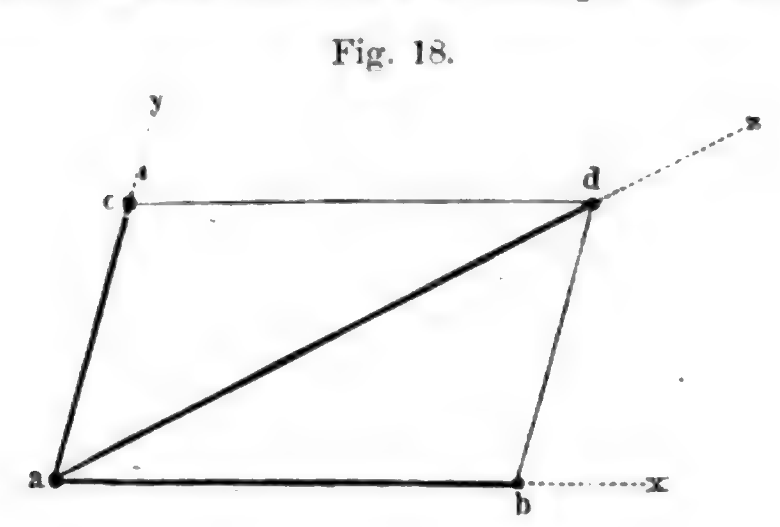
Wenn die beiden Seitenkräfte gleich sind, so theilt die Resultirende den Winkel, den sie mit einander machen, in zwei gleiche Theile.

Wenn die beiden Seitenkräfte ungleich sind, so theilt die Resultirende ihren Winkel nicht in gleiche Theile, sie liegt dann immer der grösseren von beiden näher.

Da man die Resultirende zweier Kräfte finden kann, die auf einen Punkt wirken, so findet man auch leicht die Resultirende einer beliebigen Anzahl von Kräften; man sucht nämlich nur die Resultirende der beiden ersten Kräfte, alsdann sucht man die Resultirende der eben gefundenen mit der dritten Kraft, verbindet diese Resultirende wieder mit der vierten Kraft u. s. w.

Weil zwei Kräfte durch eine einzige ersetzt werden können, so kann man umgekehrt für eine Kraft auch zwei andere substituiren. Man sieht ferner auch leicht ein, dass unzählig viele verschiedene Systeme von zwei Kräften dieselbe Resultirende haben können, dass also auch eine Kraft auf unzählig viel verschiedene Arten durch ein System von zwei Kräften ersetzt werden kann. Wenn man aber z. B. verlangte, dass die Kraft ad, Fig. 18, durch zwei andere ersetzt werden sollte, deren eine die Richtung ay und die Grösse ac haben soll, so ist die Aufgabe vollkommen bestimmt, weil es jetzt nur noch eine Art giebt, das Parallelogramm zu vollenden und die andere Seitenkraft ab zu finden.

Fig. 18.



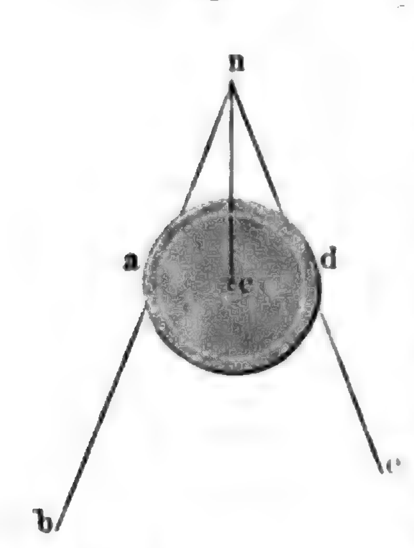
Aus dem Satze vom Parallelogramm der Kräfte lassen sich die Gesetze des Gleichgewichts an allen sogenannten einfachen Maschinen ableiten, die wir jetzt der Reihe nach betrachten wollen.

Die Rolle ist eine runde, nicht gar dicke, am Rande ausgehöhlte Scheibe, welche um eine durch ihren Mittelpunkt gehende, auf ihrer Ebene rechtwinklig stehende Axe drehbar ist; diese Axe ist gewöhnlich durch eine Scheere getragen, deren Arme zu beiden Seiten der Rolle bis etwas über ihre Mitte reichen. 23

Man unterscheidet feste und bewegliche Rollen. Feste Rollen sind solche, deren Axe unbeweglich ist, so dass keine Verrückung derselben, sondern nur eine Drehung um dieselbe möglich ist.

Wenn um einen Theil des Umfangs einer festen Rolle eine Schnur oder ein Seil gelegt ist, und an beiden Enden derselben Kräfte wirken, so findet nur dann Gleichgewicht statt, wenn die Kraft, welche das Seil auf der einen Seite spannt, der auf der anderen Seite wirkenden Kraft gleich ist. Es lässt sich dies leicht von vornherein einsehen, wenn man bedenkt, dass die beiden Kräfte unter sonst gleichen Umständen die Rolle nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben. Man konnte deshalb auch oben Seite 41 schon die Rolle in Anwendung bringen, ohne dass es nöthig gewesen wäre, eine Betrachtung über das Gleichgewicht der Kräfte an der Rolle vorauszuschicken. Uebrigens lässt sich das Gleichgewicht der Kräfte an der Rolle auch vom Parallelogramm der Kräfte ableiten, und von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet wollen wir die Rolle hier näher besprechen. Fig. 19 stellt eine um ihren festen Mittelpunkt *c* drehbare Rolle vor; das um dieselbe geschlungene Seil sei durch Kräfte gespannt, welche nach den Richtungen *ab* und *de* wirken. Denken wir uns die Linien *de* und *ab* bis zu ihrem Durchschnittspunkte *n* verlängert, so ist klar, dass, wenn *n* ein mit der Rolle fest verbundener Punkt wäre, man, ohne in der Wirkung etwas zu ändern, die Angriffspunkte der beiden Kräfte von *a* und *d* nach *n* verlegen könnte, und so hätte man dann zwei in einem Punkte *n* angreifende Kräfte, die nur dann im Gleichgewicht sein können, wenn ihrer Resultirenden das Gleichgewicht gehalten wird. Wenn die beiden in *n* angreifenden, nach den Richtungen *nb* und *ne* wirkenden Kräfte gleich sind, so wird ihre Resultirende den Winkel *bne* halbiren, die Richtung dieser Resultirenden geht alsdann durch den festen Mittelpunkt *c*, und mithin findet Gleichgewicht statt. Wäre eine der beiden Kräfte grösser als die andere, so würde die Resultirende nicht mehr durch den festen Punkt gehen, es könnte also auch kein Gleichgewicht mehr stattfinden.

Fig. 19.



Der Druck, den die Axe der Rolle auszuhalten hat, ist offenbar der Resultirenden der beiden Kräfte gleich, und wenn die Richtungen der beiden Kräfte parallel sind, wie Fig. 20, so ist der Druck auf die Axe gleich der Summe der beiden Kräfte (wozu noch das Gewicht der Rolle selbst zu rechnen ist).

Auch an einer beweglichen Rolle kann nur dann Gleichgewicht stattfinden, wenn die Kräfte, welche die beiden Enden des Seils spannen, einander gleich sind, denn nur in diesem Falle geht ihre Resultirende durch den Mittelpunkt der Scheibe; die Wirkung dieser Resultirenden wird aber hier nicht dadurch aufgehoben, dass der Mittelpunkt fest ist, sondern dadurch, dass in dem Mittelpunkte, und zwar in der Richtung der Resultirenden, eine dritte Kraft wirkt, welche dieser Resultirenden gleich und entgegengesetzt ist. Diese dritte Kraft ist gewöhnlich an einem an der

Digitized by Google

Scheere befestigten Haken angebracht; in Figur 21 ist sie durch ein Gewicht dargestellt.

Wenn die beiden Enden des um die bewegliche Rolle geschlungenen Seils einander parallel sind, wie Fig. 22, so ist klar, dass die Kraft, mit welcher jedes Seilende gespannt wird, halb so gross ist als die Last, welche an der Scheere hängt.

Fig. 20.

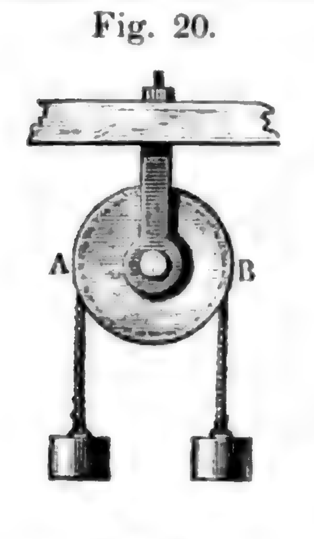


Fig. 21. Fig. 22.

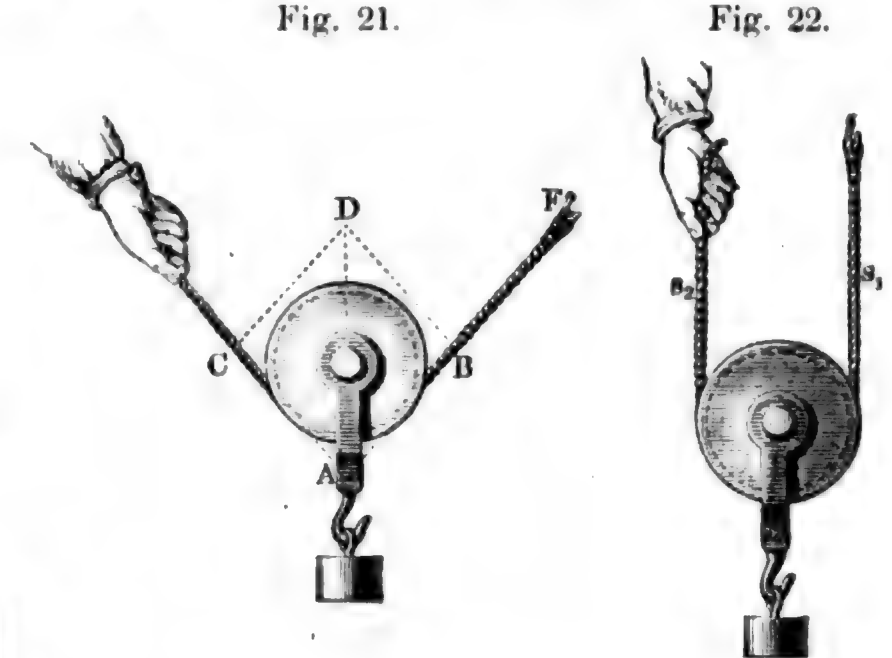


Fig. 23.

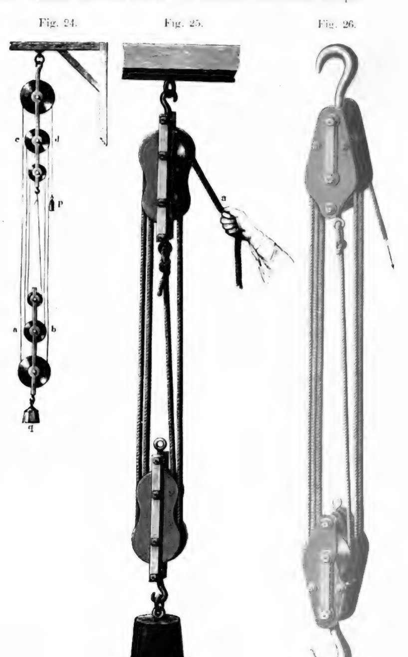
Wenn zwei oder mehrere Rollen in einem Gehäuse sich befinden, wenn sie also gleichsam eine gemeinschaftliche Scheere haben, so nennt man eine solche Zusammensetzung eine **Flasche**. Wenn zwei Flaschen, von denen die eine fest, die andere beweglich ist, durch ein Seil so verbunden werden, dass es abwechselnd von einer festen auf eine bewegliche Rolle geht, so erhält man einen **Flaschenzug**.

Die Fig. 23 stellt das Modell eines Flaschenzuges dar, welcher aus drei festen und drei beweglichen Rollen besteht. Die Last q, welche an der gemeinschaftlichen Scheere der drei beweglichen Rollen hängt, wird offenbar durch die sechs Schnüre getragen, welche die oberen und unteren Rollen mit einander verbinden; die Last vertheilt sich also gleichmässig auf sechs Schnüre, und folglich ist jede durch $^1/_6$ der Last q gespannt; wäre z. B. eine Last von 6 Pfund angehängt, so würde jede der sechs Schnüre gerade so stark gespannt sein, als ob sie für sich allein eine Last von 1 Pfund zu tragen hätte.

Betrachten wir nun das Schnurstück, welches über die oberste feste Rolle geschlungen ist und welches auf der rechten Seite derselben frei herunter hängt. Soll Gleichgewicht stattfinden, so muss das Schnurstück

Digitized by Google

Fig. 24. Fig. 25. Fig. 26.



Digitized by Google

auf der linken und auf der rechten Seite der obersten Rolle gleich stark gespannt sein; das Schnurstück links ist aber, wie wir gesehen haben, durch $^1/_6$ der Last q gespannt; folglich muss man, um das Gleichgewicht zu erhalten, an das freie Seilende d ein Gewicht anhängen, welches gleich $^1/_6\, q$ ist. Einer Last von 6 Pfund kann man also an unserem Modell mit einer Kraft von 1 Pfund das Gleichgewicht halten.

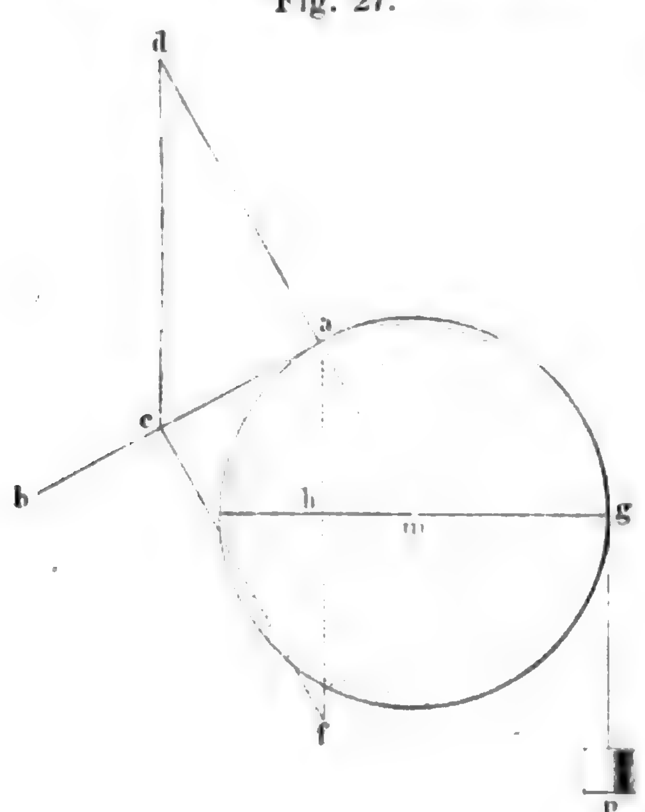
Fig. 25 stellt einen nach demselben Princip wie das Modell Fig. 24 construirten Flaschenzug dar, wie solche in der Praxis in Anwendung gebracht werden. Die Rollen befinden sich zwischen starken über ihren Rand hinausgehenden Platten von Eisenblech; wodurch verhindert wird, dass die Seile seitlich aus den Rinnen der Rollen entweichen können. — Bei dem Flaschenzug Fig. 25 hängt die Last an vier Seilen, die bei a angebrachte Kraft muss also gleich $^1/_4$ der unten angehängten Last sein, wenn Gleichgewicht stattfinden soll.

Während bei dem Modell Fig. 24 und bei dem Flaschenzug Fig. 25 die zu einer Flasche vereinigten Rollen über einander angebracht sind, kann man sie auch auf einer und derselben Axe neben einander anbringen, wie dies bei dem Flaschenzug Fig. 26 der Fall ist. Um die Seile in den Rinnen ihrer Rollen zu erhalten, ist zwischen je zwei benachbarten Rollen ein weit über ihren Rand hinausgehendes starkes Eisenblech angebracht.

Wenn jede Flasche eines Flaschenzuges n Rollen enthält, so hängt die Last q an $2n$ Seilen, man hat also am freien Seilende die Kraft $p = \frac{q}{2n}$ anzubringen, um der Last q das Gleichgewicht zu halten.

Der Hebel. Um eine Rolle, Fig. 27, sei eine Schnur geschlungen, 24

Fig. 27.



und an das eine Ende derselben ein Gewicht p gehängt, während auf der anderen Seite die Schnur in der Richtung ab mit einer dem Gewichte p gleichen Kraft gespannt ist. Nun kann man die in a angreifende, in der Richtung ab wirkende Kraft nach der Lehre vom Parallelogramm der Kräfte in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine in der Richtung von a nach d, also in der Verlängerung des Halbmessers ma wirkt, während die Richtung af der anderen Seitenkraft parallel mit gp ist.

Wenn die Rolle eine feste ist,

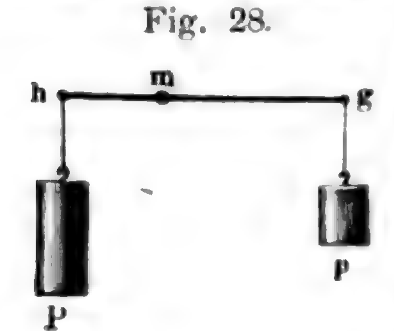
Digitized by Google

wie wir hier voraussetzen, so wird die Wirkung der Kraft *ad* durch den Widerstand des festen Mittelpunktes *m* aufgehoben, man kann also die nach *ad* wirkende Seitenkraft ganz weglassen, ohne das Gleichgewicht zu stören; man kann ohne Weiteres die nach *ab* wirkende Kraft durch ihre nach *af* wirkende Seitenkraft ersetzen.

Stellen wir durch die Länge *ac* die nach *ab* wirkende Kraft *p* dar, so stellt uns die Linie *af* die Grösse der Seitenkraft *P* vor, und ohne vor der Hand das Grössenverhältniss zwischen *ac* und *af* oder *p* und *P* genauer zu ermitteln, sieht man doch leicht ein, dass *P* grösser sein muss als *p*. Wir können also die in der Richtung *ab* wirkende Kraft *p* durch eine andere ebenfalls in *a* angreifende, aber in verticaler Richtung wirkende grössere Kraft *P* ersetzen, ohne das Gleichgewicht zu stören.

Anstatt die Kraft *P* in *a* angreifen zu lassen, kann man, ohne das Gleichgewicht zu stören, ihren Angriffspunkt in jeden beliebigen Punkt der Linie *af* verlegen; wir können also auch die Kraft *P* im Punkte *h* angreifen lassen, welcher auf dem Durchschnitt der Linie *af* und der Verlängerung des Halbmessers *gm* liegt; und somit haben wir zwei an den Enden einer um *m*, Fig. 28, drehbaren geraden Linie *hg* wirkende, rechtwinklig zu *hg* angreifende Kräfte, *p* und *P*, welche sich das Gleichgewicht halten. Diese beiden Kräfte sind ungleich, ihre Angriffspunkte *h* und *g* liegen aber auch in ungleichen Entfernungen vom Drehpunkte *m*.

Fig. 28.



Es ist jetzt zu ermitteln, welches Verhältniss zwischen den Grössen der Kräfte *p* und *P* und den Längen *hm* und *gm* besteht.

Die Dreiecke *caf* und *ahm*, Fig. 27, sind einander ähnlich, und daraus folgt

$$ac : af = hm : am.$$

Nun aber verhalten sich ja die Längen *ac* und *af* wie die Kräfte *p* und *P*, wir haben also

$$p : P = hm : am$$

und, da $am = gm$,

$$p : P = hm : gm$$

oder

$$p : P = L : l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wenn wir die Länge $hm = L$ und $gm = l$ setzen. Das heisst mit Worten, die Kräfte *P* und *p* verhalten sich umgekehrt wie die Entfernungen ihrer Angriffspunkte vom Drehpunkte *m*.

Eine gerade unbiegsame Linie, welche um einen festen Punkt drehbar ist, wird ein Hebel genannt. Wenn nun in zwei verschiedenen Punkten eines Hebels rechtwinklig zu seiner Richtung zwei Kräfte angreifen, die ihn nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben, so findet Gleichgewicht zwischen ihnen statt, wenn die eben ausgesprochene Bedingung erfüllt ist. Die Entfernung des Angriffspunktes einer Kraft von dem

Digitized by Google

Drehpunkte (dem Hypomochlion) wird der Hebelarm der Kraft genannt; wir können demnach die Bedingung des Gleichgewichts am Hebel auch so ausdrücken: Zwei Kräfte, welche den Hebel nach entgegengesetzten Seiten zu drehen streben, halten sich das Gleichgewicht, wenn sie den entsprechenden Hebelarmen umgekehrt proportional sind.

Wäre z. B. der Hebelarm hm in Fig. 28 halb so gross als gm, so müsste P doppelt so gross sein als p. Eine Kraft p kann an einem Hebel einer 100fachen Kraft P das Gleichgewicht halten, wenn nur ihr Hebelarm mg auch 100mal so gross ist als der Hebelarm hm.

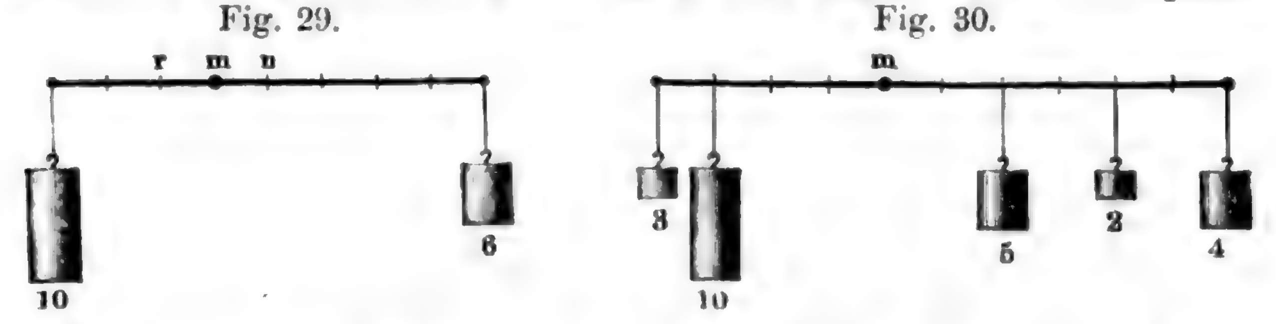
Aus der Proportion bei 1) folgt $PL = pl$, d. h. wenn sich zwei Kräfte an einem Hebel das Gleichgewicht halten sollen, so muss das Product, welches man erhält, wenn man die Kraft mit ihrem Hebelarm multiplicirt, für die beiden Kräfte gleich sein.

Das Product, welches man erhält, wenn man eine an einem Hebel wirkende Kraft mit ihrem Hebelarm multiplicirt, wird das statische Moment der Kraft genannt. Man könnte auch sagen, das statische Moment einer Kraft ist diejenige Kraft, welche man statt ihrer an dem Hebelarm 1 anbringen muss, wenn durch diese Vertauschung der Gleichgewichtszustand nicht gestört werden soll.

In Fig. 29 sei die Kraft rechts = 6, ihr Hebelarm = 5, so ist das statische Moment dieser Kraft gleich $5 \times 6 = 30$; ihr hält die auf der anderen Seite am Hebelarm 3 wirkende Kraft 10 das Gleichgewicht, denn 3×10 ist auch gleich 30.

Wenn auf jeder Seite des Drehpunktes nicht eine, sondern mehrere Kräfte wirken, so findet Gleichgewicht statt, wenn die Summe der statischen Momente auf der einen gleich ist der Summe der statischen Momente auf der anderen Seite. Es sei z. B. in Fig. 30 m der Drehpunkt.

Fig. 29. Fig. 30.



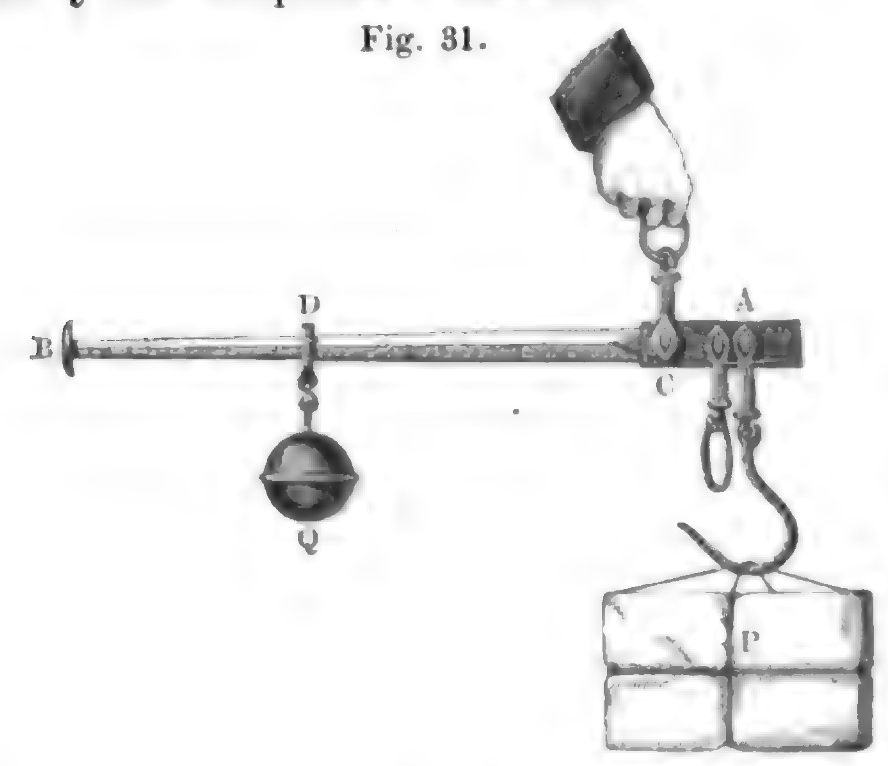
Auf der einen Seite wirke an dem Hebelarm 2 die Kraft 5, am Hebelarm 4 die Kraft 2, am Hebelarm 6 die Kraft 4, auf der anderen Seite aber die Kräfte 10 und 3 an den Hebelarmen 3 und 4, so wird zwischen allen diesen Kräften Gleichgewicht stattfinden, denn die Summe der statischen Momente ist auf beiden Seiten gleich, nämlich gleich 42.

Im alltäglichen Leben kommen zahlreiche Anwendungen des zweiarmigen Hebels vor; eine solche ist z. B. die gewöhnliche Schnellwage, Fig. 31 (a. folg. S.). Der zweiarmige Hebel ist bei C drehbar, bei A ist eine Wagschale oder ein Haken angehängt, welcher die Last P trägt, die also an dem Hebelarm AC wirkt; dieser Last nun wird durch

Digitized by Google

ein am anderen Arm des Hebels angehängtes Laufgewicht Q das Gleichgewicht gehalten. Je grösser die Last wird, desto mehr muss man das Laufgewicht Q vom Drehpunkte C entfernen.

Fig. 31.



25 **Der einarmige Hebel.** An einem solchen Hebel, wie wir ihn bisher betrachtet haben, hat der feste Drehpunkt einen Druck auszuhalten, welcher der Summe der an beiden Seiten wirkenden Kräfte gleich ist; ein solcher Hebel kann aber auch im Gleichgewicht sein, wenn dieser mittlere Punkt nicht fest ist, sondern wenn in ihm eine Kraft wirkt, welche der Summe der beiden anderen gleich, der Richtung nach aber ihnen entgegengesetzt ist. Die Fig. 32 mag dies erläutern. Nehmen wir an, c sei der feste Drehpunkt eines Hebels mn, an dessen Enden die Kräfte P und P' angreifen und sich einander das Gleichgewicht halten. Dieses Gleichgewicht wird nun nicht gestört, wenn der Punkt c aufhört fest zu sein, wenn in ihm aber eine Kraft N angebracht wird, welche der Summe von P und P' gleich ist, die aber nach oben wirkt, während die Kräfte P und P' nach unten ziehen.

Fig. 32.

Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man jeden der drei Punkte

Digitized by Google

m, *c* und *n* als fest betrachten; wenn nun einer der beiden äusseren Punkte, etwa *n*, fest ist, so haben wir einen **einarmigen** Hebel, d. h. einen solchen, bei welchem die Angriffspunkte der beiden sich das Gleichgewicht haltenden Kräfte N und P auf derselben Seite des festen Drehpunktes *n* liegen. Die beiden Kräfte haben in diesem Falle entgegengesetzte Richtung, und der Druck auf den Unterstützungspunkt ist dem Unterschiede der beiden Kräfte P und N gleich. Der Hebelarm der Kraft P ist $l + l'$, wenn man mit l die Länge mc, mit l' die Länge nc bezeichnet; der Hebelarm der Kraft N ist aber l'. Wäre c der feste Drehpunkt gewesen, so hätte man nach Paragraph 24 als Bedingung des Gleichgewichts

$$P' : P = l : l',$$

und daraus folgt

$$P' + P : P = l + l' : l',$$

oder

$$N : P = l + l' : l'.$$

Wenn also die an dem einarmigen Hebel in entgegengesetzten Richtungen wirkenden Kräfte N und P sich das Gleichgewicht halten sollen, so müssen sie sich ebenfalls **umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme.**

Die Figuren 33 und 34 sind zwei bekannte Formen der Anwendung

Fig. 33.

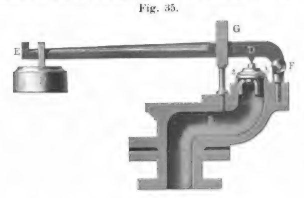
Fig. 34.

des einarmigen Hebels, welche wohl keiner weiteren Erläuterung bedürfen.

Digitized by Google

Bei dem **Sicherheitsventil** unserer Dampfkessel (Fig. 35) kommt der **einarmige Hebel** gleichfalls in Anwendung. Indem der Dampf

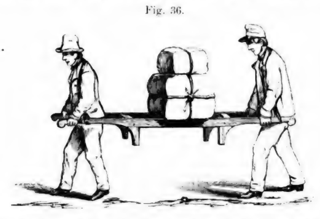
Fig. 35.



aus dem Dampfkessel in das Rohr R tretend gegen die untere Fläche der Platte ab drückt, strebt er den um das Hypomochlion F drehbaren Hebel zu heben, während derselbe durch das Gewicht P niedergedrückt wird. Bei der Berechnung des Drucks, welcher auf dem Ventil ab lastet, darf das Gewicht des materiellen Hebels FE selbst nicht unberücksichtigt bleiben.

Auch die **beiden** Endpunkte m und n der Stange mn, Fig. 32, können fest sein, während in c eine Kraft N wirkt; alsdann aber hat der Punkt m einen Druck P, der Punkt n einen Druck P' auszuhalten. Wenn die auf einer Tragbahre liegende Last, Fig. 36, durch zwei Leute

Fig. 36.



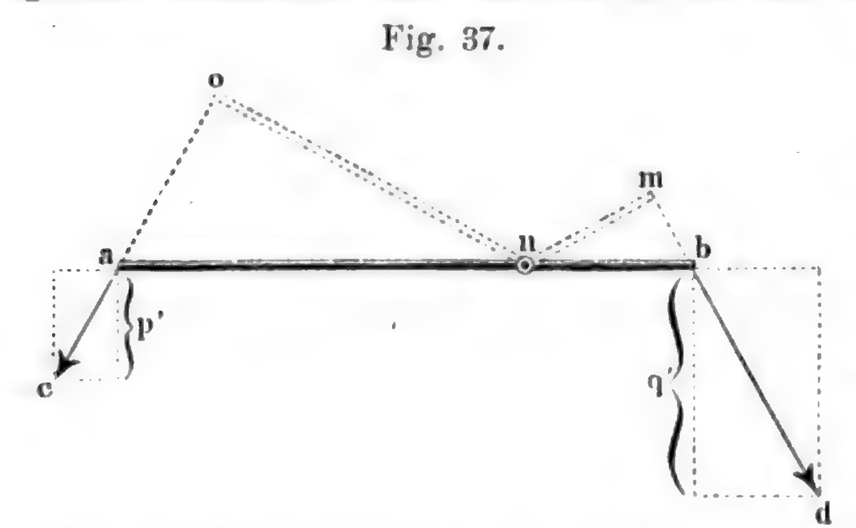
getragen werden soll, so vertheilt sie sich auf die beiden Träger; im Falle sie gerade auf der Mitte der Bahre liegt, kommt auf jeden Träger die Hälfte der Last; wird sie aber dem einen näher gerückt, wie Fig. 36 andeutet, so hat dieser einen grösseren Theil zu tragen. Gesetzt, die

Digitized by Google

aufgelegte Last betrage 100 Pfund, die ganze Bahre sei 5 Fuss lang, und der Schwerpunkt der Last liege 2 Fuss von dem einen, 3 Fuss vom anderen Ende, so haben die Schultern des einen Trägers einen Druck von 60 Pfund, die des anderen einen Druck von 40 Pfund auszuhalten.

Gleichgewicht am Hebel bei schiefwinklig angreifenden Kräften. Wir haben bisher nur den Fall betrachtet, dass die Kräfte rechtwinklig gegen den Hebel wirkten; es kann aber auch Gleichgewicht stattfinden, ohne dass dies der Fall ist. In Fig. 37 sei n der Stützpunkt des Hebels ab, in a wirke eine Kraft p nach der Richtung ac, in b eine andere q nach der Richtung bd. Die Kräfte p und q sollen sich verhalten wie die Linien ac und bd. Nach dem Satze vom Parallelogramm der Kräfte lässt sich p in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine p' rechtwinklig auf ab, die andere in der Richtung von ab wirkt. 26

Fig. 37.



Ebenso kann man die Kraft q in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine q' rechtwinklig auf ab und die andere in der Richtung dieser Linie wirkt. Die Wirkung der beiden Seitenkräfte, welche in die Richtung der Linie ab fallen, wird offenbar durch den Widerstand des festen Punktes n völlig aufgehoben, und somit bleibt nur die Wirkung der Kräfte p' und q' übrig. Statt der ursprünglichen Kräfte p und q kann man also ohne Weiteres ihre rechtwinklig angreifenden Seitenkräfte p' und q' setzen. Gleichgewicht wird aber stattfinden müssen, wenn sich p' und q' umgekehrt verhalten wie ihre Hebelarme, d. h. wenn

$$p' : q' = nb : na,$$

oder wenn

$$q' \times nb = p' \times na.$$

Verlängert man die Richtung der Kraft p, um auf ihre Verlängerung von n das Perpendikel $no = l$ zu fällen, so entsteht ein Dreieck aon, welches demjenigen ähnlich ist, dessen Hypotenuse p und dessen eine Kathete p' ist; aus der Aehnlichkeit dieser Dreiecke folgt:

$$p : p' = an : l,$$

und daraus

$$p \times l = p' \times an.$$

Die an den Hebelarm an schief angreifende Kraft p wirkt also gerade so wie ihre in demselben Punkte a rechtwinklig angreifende Seitenkraft p' und auch so, als ob die Kraft p selbst rechtwinklig an einem

Digitized by Google

kleineren Hebelarm no wirkte, welchen man findet, wenn man vom Drehpunkt n ein Perpendikel auf die Richtung der Kraft p fällt.

Das Moment einer schräg angreifenden Kraft findet man also, indem man die Kraft multiplicirt mit dem vom Drehpunkt auf die Richtung der Kraft gefällten Perpendikel.

Demnach wirkt die schief angreifende Kraft q gerade so, als ob sie rechtwinklig am Hebelarm nm angriffe, und die beiden Kräfte p und q halten sich das Gleichgewicht, wenn $p \times on = q \times mn$.

Auf die eben entwickelte Weise findet man auch die Momente der Kräfte, wenn der Hebelarm nicht mehr eine gerade Linie ist, Fig. 38.

Wenn zwei parallele rechtwinklig angreifende Kräfte an einem Hebel einander das Gleichgewicht halten, so wird das Gleichgewicht nicht gestört, wenn man sie in gleichem Verhältniss vergrössert oder verkleinert.

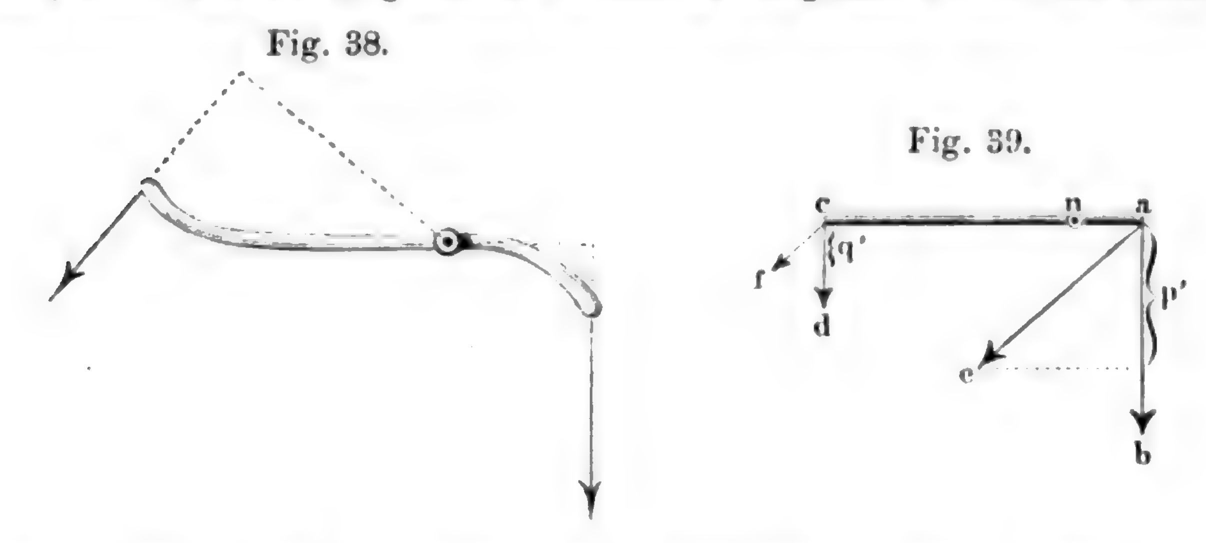


Fig. 38.

Fig. 39.

Eben so wenig wird aber auch das Gleichgewicht gestört, wenn beide Kräfte ihre Richtung so ändern, dass sie unter sich parallel bleiben. Wenn z. B. die Kräfte $ab = p$ und $cd = q$ an dem Hebel ac, Fig. 39, sich das Gleichgewicht halten, so besteht dasselbe auch noch, wenn man dieselben Kräfte nach den einander parallelen Richtungen ae und cf wirken lässt; denn die schräg wirkende Kraft p wirkt wie ihre rechtwinklige Seitenkraft p' und die schräg wirkende q wie die rechtwinklig angreifende q'; p' und q' halten sich aber gewiss das Gleichgewicht, wenn es zwischen den Kräften p und q bei rechtwinkligem Angriff bestand.

27 **Haspel, Winde und Räderwerke.** Wenn irgend ein fester Körper um eine feste Axe drehbar ist, so wirken die Kräfte, welche ihn um diese Axe umzudrehen streben, ganz nach den Gesetzen des Hebels. Deshalb finden diese Gesetze bei den vielen Maschinen eine Anwendung, welche sich in ein mehr oder weniger complicirtes System von Hebeln zerlegen lassen. Beim Haspel z. B., Fig. 40, verhält sich die Kraft P, welche am Hebelarm CF angreift, zur Last Q, welche an dem um die Welle BB geschlungenen Seile hängt, wie der Radius r des Wellbaumes zur Länge R des Hebelarmes CF, d. h. es ist

$$P : Q = r : R$$

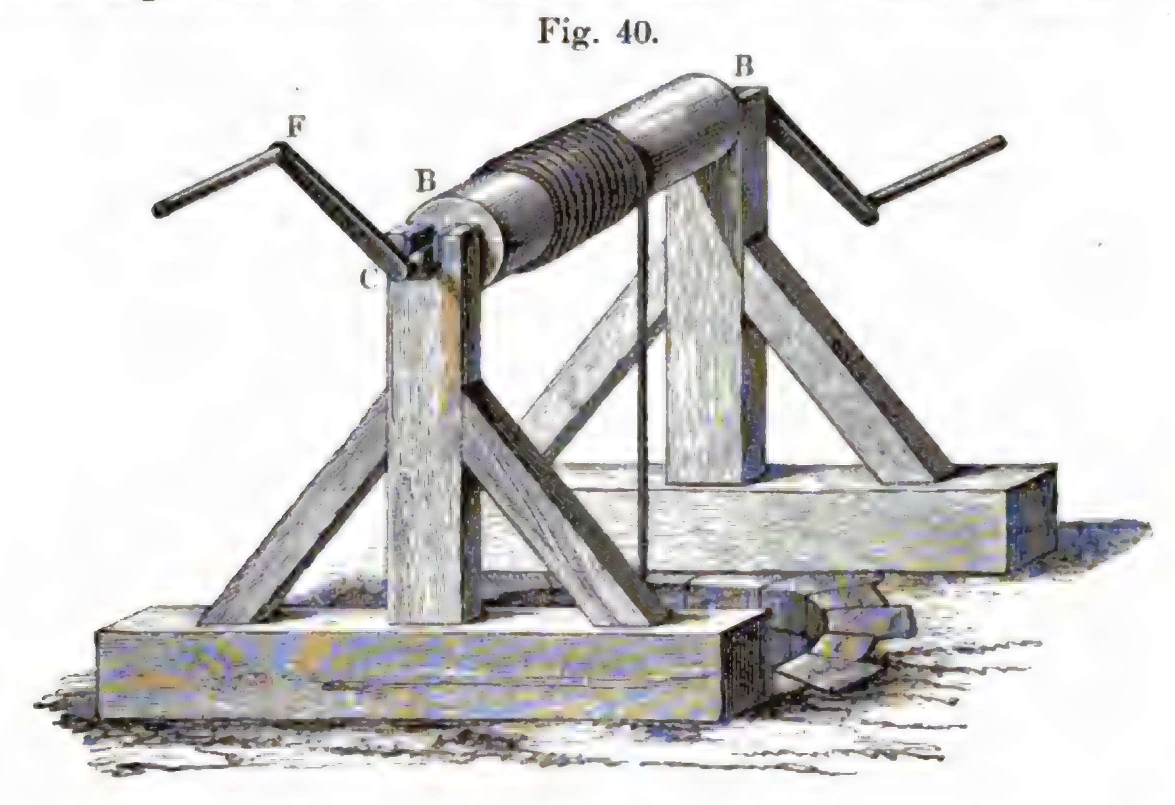
Digitized by Google

oder

$$P = \frac{r}{R} Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Wenn $R = 4\,r$, wie es bei solchen Haspeln meistens der Fall ist, so haben wir also $P = \frac{1}{4}\,Q$. Mit einer Kraft von 25 Pfund an der Kurbel angreifend kann man also eine Last von 100 Pfund heben.

Fig. 40.



Das Verhältniss zwischen der an der Maschine angreifenden Kraft und der Last, welche man mit der Maschine heben kann, wird häufig mit dem Namen der Uebersetzung bezeichnet. Die Uebersetzung am Haspel liesse sich nun dadurch steigern, dass man einerseits den Radius r des Wellbaumes verkleinerte oder andererseits die Länge R des Hebelarmes CF vergrösserte. In der Praxis aber darf man r nicht zu sehr verkleinern, weil dadurch die Tragkraft der Welle vermindert wird, andererseits aber ist eine Vergrösserung von R über gewisse Gränzen hinaus wegen der Körperdimensionen des Arbeiters unmöglich.

Um eine stärkere Uebersetzung zu erhalten, als man sie mit dem einfachen Haspel erreichen kann, werden zusammengesetzte Räderwerke angewandt, d. h. statt die Last direct an der durch die Kraft P umgedrehten Welle anzuhängen, überträgt man die Bewegung dieser Welle auf den Umfang eines grösseren Rades, an dessen Welle erst die Last hängt.

Die Uebertragung der Bewegung von einer Umdrehungsaxe auf eine andere geschieht durch Zahnräder, in manchen Fällen auch durch Riemen oder Seile.

In dem Fig. 41 dargestellten Räderwerke wird die Uebertragung der Bewegung von einer Axe auf die andere durch Zahnräder vermittelt.

Um die Last Q zu heben, welche an der um eine feste Axe dreh-

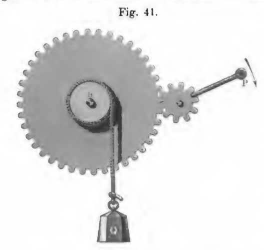
baren Welle *b* hängt, muss an dem Umfang des auf derselben Axe sitzenden gezahnten Rades *a* eine Kraft *K* angebracht werden, deren Werth

$$K = \frac{r}{R}\, Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

ist, wenn *r* der Radius des Wellbaumes *b*, *R* aber der Radius des gezahnten Rades *a* ist.

Die Umdrehung des Rades *a* wird aber durch die Umdrehung des gleichfalls um eine feste Axe drehbaren Triebes *c* bewirkt, dessen Zähne in die Zähne des Rades *a* eingreifen. Wenn aber die Zähne des Triebes *c* mit einer Kraft *K* gegen die Zähne des Rades *a* drücken sollen, so muss die Kraft *P*, welche am Ende des mit *c* auf einer Axe sitzenden Hebelarms wirkt, sein:

Fig. 41.



$$P = \frac{r'}{R'} K \ . \quad 3)$$

wenn *r'* den Radius des Triebes *c*, *R'* aber die Länge des Hebelarmes bezeichnet, an dessen Ende *P* wirkt.

Setzt man den Werth von *K* aus 2) in 3), so kommt:

$$P = \frac{r}{R} \cdot \frac{r'}{R'}\, Q.$$

Der Radius *r'* des Triebes *c* verhält sich zum Radius *R* des Rades *a* wie der Umfang des Triebes zum Umfang des Rades; die Umfänge aber verhalten sich wie die Anzahl der Zähne, welche sie tragen.

An der Vorrichtung Fig. 42 sei z. B. der Radius der Kurbel, an welcher der Arbeiter angreift, also $R' = 0{,}5$ Meter, der Radius der Welle *D* aber, an welcher die Last hängt, also $r = 0{,}12$ Meter; ferner habe der auf der Kurbelaxe sitzende Trieb 12, das Rad *H* aber 72 Zähne, so haben wir:

$$P = \frac{0{,}12}{72} \cdot \frac{12}{0{,}5}\, Q = 0{,}04\, Q.$$

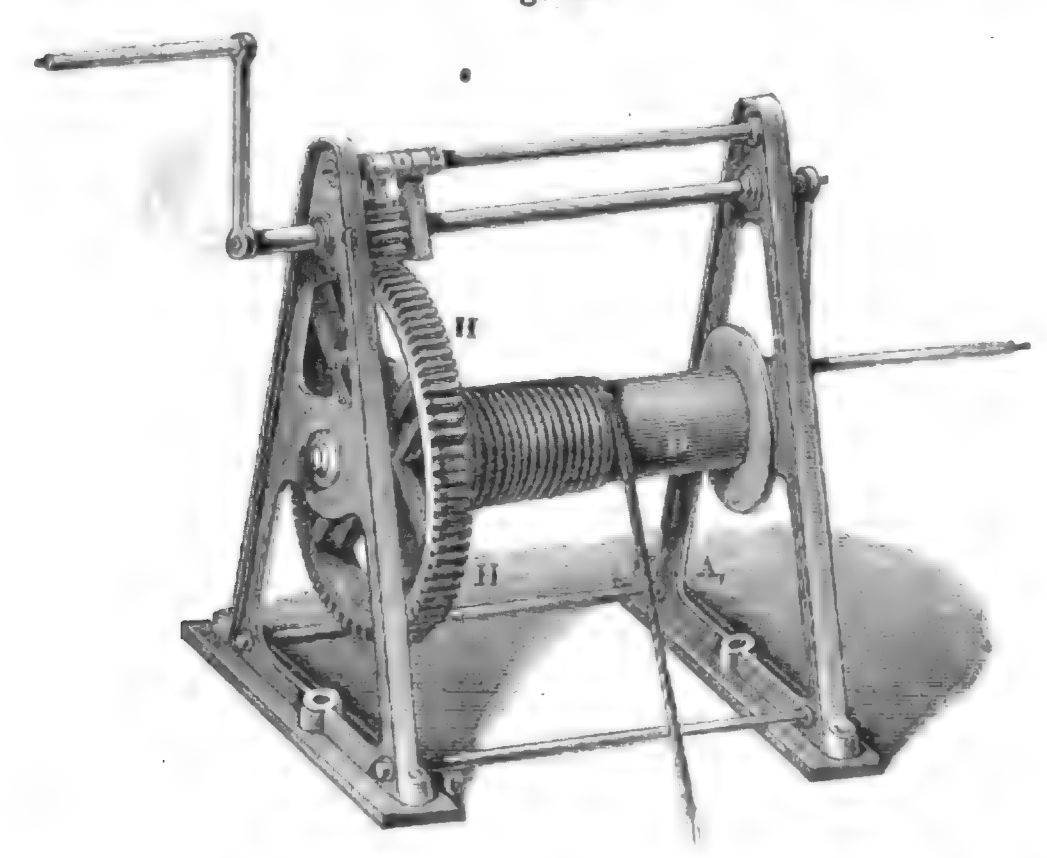
Bei dem Räderwerk Fig. 42 muss die Kurbelaxe 6 Umdrehungen machen, um 1 Umdrehung der Welle *D* zu bewirken.

Räderwerke werden nicht allein benutzt, um grosse Lasten mit kleinen Kräften zu heben, wie dies z. B. bei Krahnen der Fall ist, sondern auch um die Umdrehung einer Axe in eine schnellere oder langsamere zu verwandeln.

Digitized by Google

Ein Mühlstein muss mit ziemlich grosser Geschwindigkeit umgedreht werden, während das Wasserrad sich sehr langsam umdreht; durch Ver-

Fig. 42.



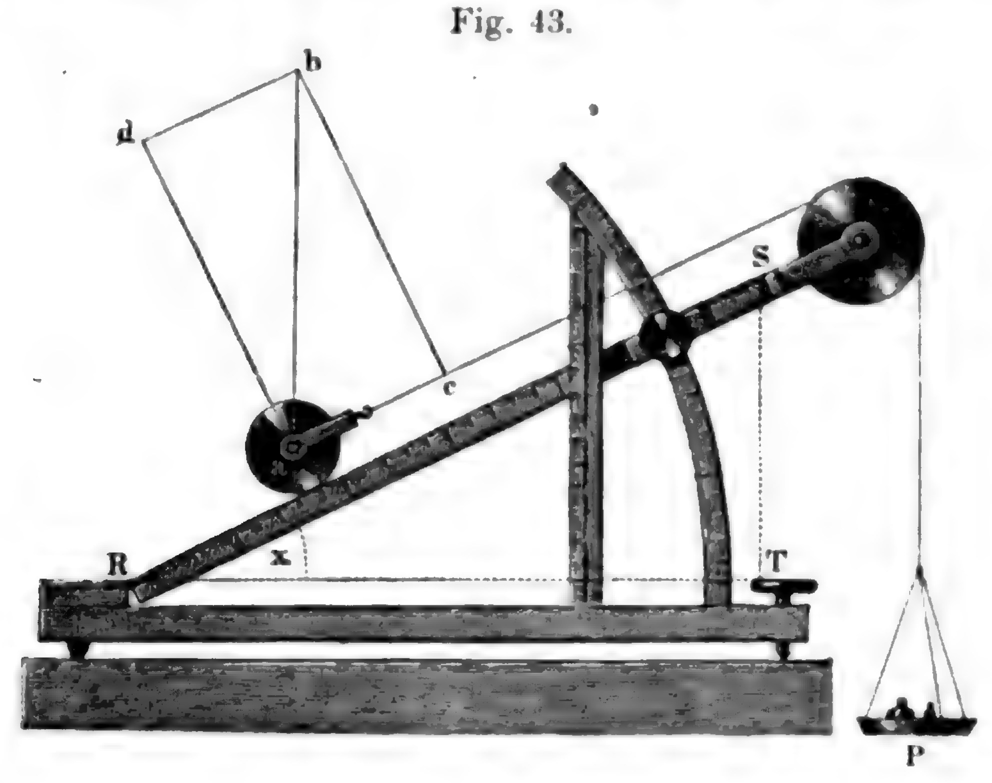
mittelung eines Räderwerkes wird die langsame Umdrehung des Wasserrades in eine rasche Umdrehung des Mühlsteins verwandelt. — Das Umgekehrte findet auch bei Uhren statt.

Die schiefe Ebene bietet uns ein praktisches Beispiel von der 28
Zerlegung der Kräfte dar. Wenn eine Last auf einer Ebene RS sich befindet, welche mit der Horizontalen einen Winkel x bildet, Fig. 43 (a. f. S.), so ist die nach der Richtung ab wirkende Schwere des Körpers nicht mehr rechtwinklig gegen die Ebene gerichtet, die Ebene hat also auch nicht den vollen Druck der Last auszuhalten. In der That lässt sich die Schwere des Körpers in zwei andere Kräfte zerlegen, von denen die eine rechtwinklig gegen die Ebene als Druck wirkt, während die andere, parallel mit der schiefen Ebene wirkend, den Körper herabtreibt. Die Grösse dieser beiden Kräfte lässt sich leicht durch Construction ermitteln. Wenn ab die Grösse und Richtung der Schwerkraft darstellt, so haben wir durch a nur eine Linie rechtwinklig zu der schiefen Ebene und eine andere parallel mit derselben zu ziehen, und sodann von b aus die Perpendikel bd und bc auf diese Linien zu fällen. Die Linie ad stellt uns die Grösse des Drucks dar, welchen die Ebene auszuhalten hat, ac aber die Grösse der Kraft, welche die Last zur schiefen Ebene heruntertreibt, oder mit anderen Worten, der Druck auf die Ebene und die Kraft, welche den Körper parallel der schiefen Ebene zu bewegen strebt, verhalten sich zum Gewicht des Körpers, wie die Linien ad und ac zu ab.

Digitized by Google

Nun aber ist das Dreieck abc dem Dreieck RST ähnlich, und zwar verhält sich $ab : ac = RS : ST$, und daraus folgt, dass die Kraft,

Fig. 43.



welche den Körper zur schiefen Ebene heruntertreibt, sich zu seinem Gewicht verhält, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Bezeichnet man mit x den Winkel, welchen die schiefe Ebene mit der Horizontalen macht, so ist offenbar $ac = ab . sin\, x$ und $bc = ab . cos\, x$. Bezeichnen wir also mit P das Gewicht des Körpers, so ist der Druck, welchen die Ebene auszuhalten hat, gleich $P\, cos\, x$, und die Kraft, welche ihn zur schiefen Ebene heruntertreibt, gleich $P\, sin\, x$.

Ein Versuch mag dies noch anschaulicher machen und es bestätigen. Eine auf die schiefe Ebene gelegte Walze wird alsbald herabrollen, und um dies Herabrollen zu verhindern, kann man an einer an der Axe der Walze angebrachten Scheere eine Schnur befestigen, welche um eine Rolle geschlungen ist und an deren Ende ein Gewicht P hängt, Fig. 43.

Gesetzt, die Walze sammt der Scheere wiege 1000 Gramm, und der Winkel x sei 30°. Für diesen Fall ist $ST = \frac{1}{2} RS$, also auch $ac = \frac{1}{2} ab$; d. h. die Kraft, welche die Walze heruntertreibt, ist der Hälfte ihres Gewichtes gleich, man wird also das Herabrollen verhindern können, wenn man das Gewicht $P = 500$ Gramm macht.

Wäre der Winkel $x = 19^0\, 30'$, so würde $ST = \frac{1}{3} RS$ sein, und man dürfte das Gewicht P nur $\frac{1000}{3} = 333$ Gramm machen, um das Herabrollen der Walze zu verhindern.

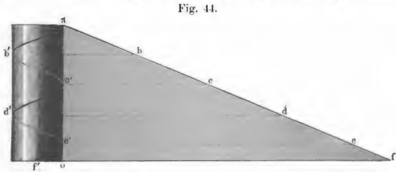
Da $sin\, 14^0\, 30'$ sehr nahe gleich $\frac{1}{4}$ ist, so ist $ST = \frac{1}{4} RS$, wenn der Winkel $x = 14^0\, 30'$, man hat also für diesen Fall $P = \frac{1000}{4} = 250$ Grm. sein.

Digitized by Google

Praktische Anwendungen der schiefen Ebene kommen täglich vor. Jeder Weg, welcher eine Anhöhe hinaufführt, ist eine schiefe Ebene, auf welcher Lasten von dem Thal auf die Höhe gehoben werden; um z. B. einen Lastwagen auf einer geneigten Chaussee aufwärts zu ziehen, muss ausser der Kraft, welche nöthig ist, um die Reibung zu überwinden, die gerade ebenso auch bei ganz horizontalen Wegen überwunden werden muss, noch eine Kraft angewandt werden, um dem mit der schiefen Ebene parallel wirkenden Antheil der Schwerkraft das Gleichgewicht zu halten. Dieser Antheil ist aber um so grösser, je steiler der Weg ist. Aus diesem Grunde führt man an steilen Bergen die Chausseen nicht geradeaus, sondern man zieht vor, grosse Umwege zu machen und den Weg in Windungen, die weniger steil sind, auf den Gipfel zu führen. Bei Bauten aller Art kommt es häufig vor, dass die Materialien auf schiefen Ebenen in die Höhe geschafft werden, ja häufig werden solche schiefe Ebenen auf besonders zu diesem Zwecke aufgeschlagenen Gerüsten (Laufbrücken) angelegt. Diese Anwendung der schiefen Ebene war schon im grauen Alterthum bekannt, denn höchst wahrscheinlich bedienten sich ihrer die Aegyptier, um die ungeheuren Steinblöcke in die Höhe zu schaffen, welche sie zu ihren Pyramiden verwendeten.

Die Schraube ist eine um einen Cylinder herumgewundene schiefe 29
Ebene. Es sei *aof*, Fig. 44, ein rechtwinkliges Stück Papier, dessen

Fig. 44.



verticale Kathete an einem Cylinder befestigt ist. Wird nun das Papier um den Cylinder herumgewickelt, so bildet die Hypotenuse *af* auf dem Cylinder eine Schraubenlinie, deren Lauf man in der Figur leicht verfolgen kann.

Ist *cc'* gleich dem Umfange des Cylinders, so wird beim Umwickeln *c* nach *c'*, also vertical unter *a* kommen. Der Punkt *b* kommt nach *b'*, *d* nach *d'* u. s. w. Die auf die hintere Seite des Cylinders fallenden Stücke der Schraubenlinie sind punktirt. Die Höhe von *a* bis *c'*, von *b'* bis *d'* u. s. w. ist die Höhe eines Schraubenganges.

Denken wir uns längs der Schraubenlinie um den Cylinder ein Dreieck fortgeführt, welches die Höhe eines Schraubenganges hat, so entsteht

Digitized by Google

ein sogenanntes scharfes Schraubengewinde, wie ein solches in Fig. 45 dargestellt ist; denkt man sich aber ein Viereck, dessen Höhe gewöhnlich halb so gross ist als die Höhe eines Schraubenganges, auf dieselbe Weise um den Cylinder geführt, so entsteht ein flaches Schraubengewinde; ein solches ist in Fig. 47 dargestellt.

Wir haben eben nur solche Schraubengewinde betrachtet, welche um einen soliden Cylinder herumgelegt sind; Schrauben, welche auf diese Weise gebildet sind, werden Schraubenspindeln genannt; werden aber die Gewinde auf dieselbe Weise im Innern eines hohlen Cylinders herumgeführt, so entsteht eine Schraubenmutter.

Eine Schraubenspindel ist für sich allein zur Hervorbringung mechanischer Effecte, wie zum Heben einer Last, zur Ausübung eines starken Druckes u. s. w. nicht zu gebrauchen; sie muss mit einer Schraubenmutter so verbunden sein, dass die Erhabenheiten der einen genau in die

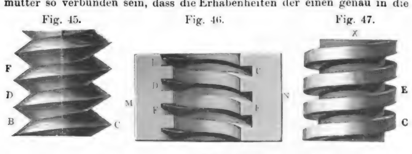


Fig. 45. Fig. 46. Fig. 47.

Vertiefungen der anderen passen. Fig. 46 stellt eine Schraubenmutter dar, welche zu der Schraubenspindel Fig. 47 passt.

Die Schraubenwinde, Fig. 48, ist ganz besonders geeignet, um die Anwendung der Schraube zu erläutern. In der Mitte des durch vier eiserne Säulchen getragenen massiven Messingstückes mn ist die Schraubenmutter eingeschnitten, in welche die eiserne Schraubenspindel ss passt. Sobald nun diese Schraubenspindel umgedreht wird, so wird sie bei jeder Umdrehung um die Höhe eines Schraubenganges auf- oder niedergehen, indem die Windungen der Schraubenspindel auf den Windungen der Schraubenmutter wie auf einer schiefen Ebene auf- und niedergleiten.

Wenn nun auf den Kopf k, mit welchem die Schraubenspindel oben endigt, irgend eine Last aufgelegt wird, so muss diese Last dadurch gehoben werden, dass die Schraubenspindel in der entsprechenden Richtung umgedreht wird, und es ist klar, dass hier dieselben Principien zur Anwendung kommen, als ob die Last auf einer schiefen Ebene hinaufgezogen werden sollte, welche eben so stark gegen die Horizontale geneigt ist wie die Windungen der Schraube; es wird sich also die (am Umfange der Schraubenspindel angebrachte) Kraft für den Fall des Gleichgewichts an der Schraube zur Last verhalten, wie die Höhe eines Schraubenganges zum Umfange der Spindel, da

Digitized by Google

man bei der geringen Steigung solcher Schrauben die Länge eines Schraubenganges ohne merklichen Fehler dem Schraubenumfang gleichsetzen kann.

Fig. 48.

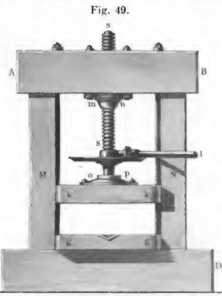
Nehmen wir an, die Höhe eines Schraubenganges an der Winde, Fig. 48, sei $^1/_{10}$ vom Umfange der Spindel *ss*, so könnte man (abgesehen von der Reibung) mit einer am Umfange dieser Spindel angebrachten Kraft von 1 Pfund eine auf der Schraube liegende Last von 10 Pfund heben. Um aber mit der Schraube einen grösseren Effect zu erreichen, wird die Kraft nicht direct am Umfange der Spindel, sondern am Ende eines Hebelarmes *l*, Fig. 48, angebracht. Nehmen wir an, die Länge dieses Hebelarmes sei 10mal so gross als der Radius der Spindel, so bestände also zwischen der am Ende des Hebels *l* angreifenden Kraft und der auf *k* liegenden Last das Verhältniss von 1 zu 100.

So gut, wie man mit Hülfe einer Schraube eine Last zu heben im Stande ist, kann man sie auch anwenden, um einen grossen Druck auszuüben, und darauf gründet sich ihre Anwendung in der Schraubenpresse, Fig. 49 (a. f. S.). Die Schraubenspindel *SS* passt in die metallene Schraubenmutter *mn*, welche in dem starken horizontalen Balken *AB* befestigt ist. *AB* ist mit *CD* durch zwei starke verticale Balken *M* und *N* verbunden. Die Drehung der Schraube wird mittelst des Hebels *l* bewerkstelligt. — Der auf- und niedergehenden Bewegung der Schraube *SS* folgt die Pressplatte *kk*, ohne jedoch an der Drehung der Spindel Theil zu nehmen. Das untere Ende der Schraubenspindel steckt nämlich mittelst eines Kugelgelenkes in der auf der Pressplatte befestigten Metallplatte *op*, so dass sich also die Spindel ohne die Pressplatte drehen kann, welch letztere durch die Seitenpfosten *M* und *N* an einer Drehung gehindert wird. Der zu pressende Körper wird zwischen die Pressplatte *kk* und zwischen die Bodenplatte *gg* gelegt.

Digitized by Google

Wenn es gilt, mit Hülfe einer Schraubenwinde eine Last zu heben oder mit Hülfe einer Schraubenpresse einen starken Druck auszuüben, so kann man jedoch nie den nach den oben angedeuteten Principien berechneten theoretischen Effect erreichen, weil ein grosser Theil der Kraft zur Ueberwindung der hier nicht unbedeutenden Reibungswiderstände erforderlich ist.

Fig. 49.



Auch zu anderen Zwecken, als zur Hebung einer Last oder zur Ausübung eines grossen Druckes wird die Schraube angewandt. Eine Schraube, welche in ihrer Längenrichtung nicht verschiebbar ist, wird eine bewegliche Schraubenmutter bei jeder Umdrehung um einen Schraubengang voranschieben; bei gleichförmiger Umdrehung der Schraube wird also auch die Mutter mit gleichmässiger Geschwindigkeit fortgeschoben, und zwar um so langsamer, je feiner das Gewinde ist. Darauf beruht unter anderen das gleichförmige Fortschieben des Supports an Drehbänken.

Da bei einigermaassen feinen Schraubengängen selbst einer ganzen Umdrehung des Schraubenkopfes nur ein sehr geringes Fortschieben entspricht, so benutzt man bei Messinstrumenten eine feine Schraube zur genaueren Einstellung. — Da man ferner, wenn der Schraubenkopf einigermaassen gross und in Grade eingetheilt ist, noch den 360sten Theil einer ganzen Umdrehung messen kann, so ist man auch im Stande, vermittelst einer solchen Schraube noch ein Fortschieben um den 360sten Theil der ohnehin schon geringen Höhe eines Schraubenganges zu messen; eine feine Schraube kann also als Mikrometerschraube zur Hervorbringung und Messung sehr kleiner Längenverschiebungen angewendet werden. In dieser Weise benutzt man die Mikrometerschraube bei Mikroskopen zur Messung kleiner Gegenstände.

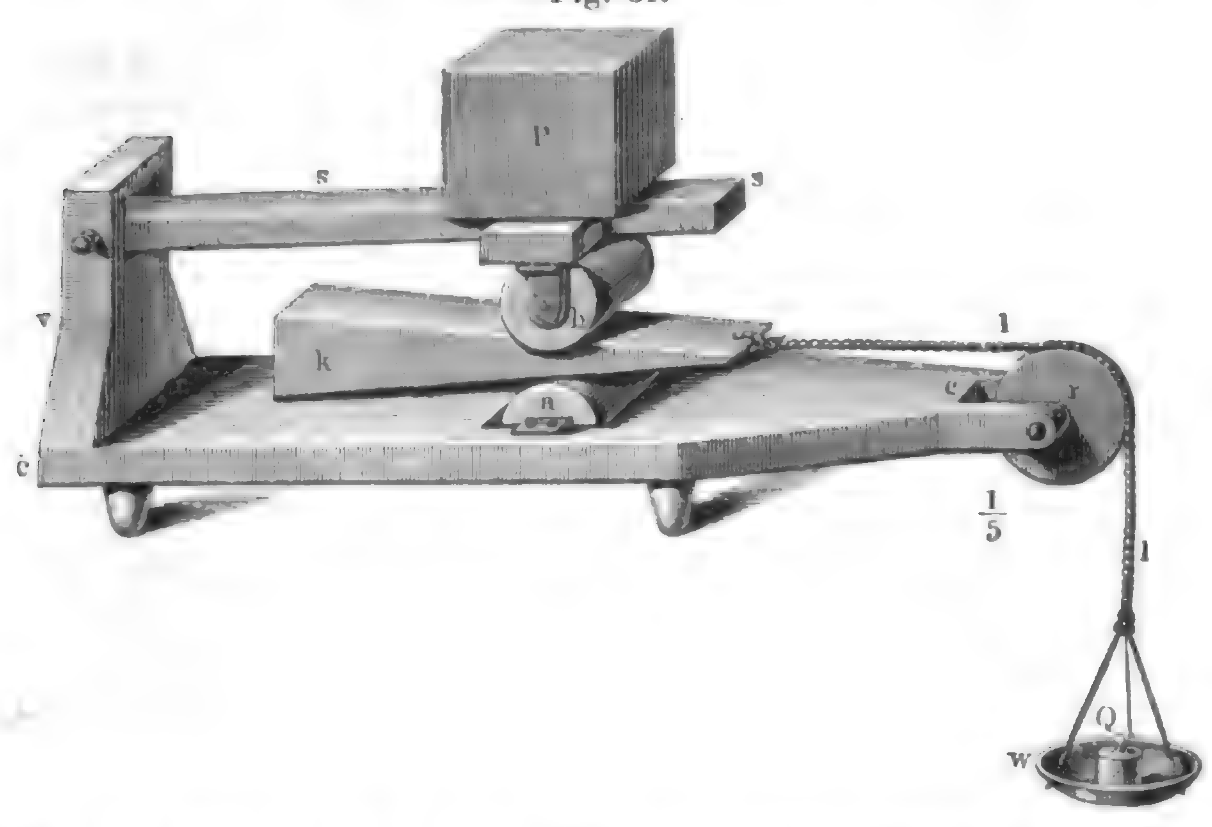
30 **Der Keil.** Eine andere Form, in welcher die schiefe Ebene zur Anwendung kommt, ist der Keil; er wird gebraucht, um Holz- und Steinmassen zu spalten, Fig. 50; dadurch, dass man Keile unter die Kiele der Schiffe treibt, werden sie auf den Werften gehoben; das Auspressen des

Digitized by Google

Oels aus dem zerriebenen Samen wird gewöhnlich durch Eintreiben von Keilen bewerkstelligt u. s. w. Alle unsere Schneidewerkzeuge, Messer, Scheeren, Meissel u. s. w., sind nichts anderes als Keile. Dass die Wirkung des Keils sich wirklich auf die der schiefen Ebene zurückführen lässt, kann man durch den Apparat, Fig. 51, erläutern. Der Keil k soll zwischen den Rollen a und b hindurchgezogen werden. a ist fest, b an dem beweglichen Brett s befestigt. Auf s liegt ein Gewicht P. Mit einem kleinen Gewicht Q, welches in der Wagschale w liegend den Keil

Fig. 50.

Fig. 51.



nach der Rechten zieht, kann man eine verhältnissmässig grosse Last heben, und zwar eine um so grössere, je schmäler der Rücken des Keils im Vergleich zu seiner Länge ist.

Aus der Theorie der schiefen Ebene lässt sich leicht ableiten, dass zwischen der Kraft Q und der Last P am Keil Gleichgewicht stattfindet, wenn

$$Q = P \,.\, \sin \alpha,$$

vorausgesetzt, dass die Last P rechtwinklig auf die Seitenfläche, die Kraft Q rechtwinklig gegen den Rücken wirkt und dass mit α der Winkel der Schneide bezeichnet wird.

Wenn der Winkel α nicht zu gross ist, lässt sich das Gesetz des Gleichgewichts am Keil in Worten auch so ausdrücken: Eine Kraft Q, welche rechtwinklig gegen den Rücken des Keils wirkt, hält einem rechtwinklig gegen die Seite des Keils wirkenden Druck P das Gleichgewicht, wenn sich Q zu P verhält, wie die Breite des Keilrückens zur Länge des Keils.

Digitized by Google

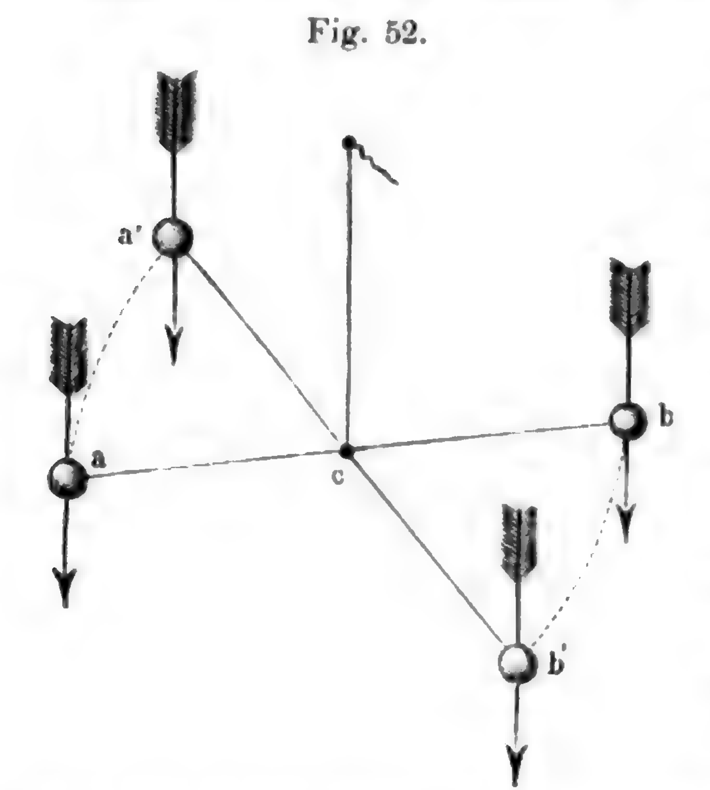
31 **Schwerpunkt.** Jeder feste Körper, z. B. ein Stein, ein Stück Holz u. s. w., besteht aus einer gewissen Anzahl von Molekülen, welche in einer bestimmten gegenseitigen Lage zu einem Ganzen verbunden sind. Auf jedes dieser Moleküle wirkt die Schwere und treibt es mit einer gewissen Kraft gegen den Mittelpunkt der Erde hin. Die Richtung der Schwerkraft ist für alle Moleküle des Körpers dieselbe, er wird also durch eine Reihe unter sich paralleler Kräfte gegen die Erde getrieben. Die Resultirende (die Summe) aller dieser parallelen Elementarkräfte ist es, was wir das Gewicht des Körpers nennen.

Der Angriffspunkt dieser Resultirenden wird der Schwerpunkt des Körpers genannt.

Die Lage dieses Schwerpunktes bleibt (in Beziehung auf den Körper selbst) unveränderlich dieselbe, wie man den Körper auch drehen und wenden mag, wie sich aus folgender Betrachtung ergiebt.

Stellen wir uns vor, die beiden Punkte a und b (Fig. 52), seien zwei gleich schwere, durch die gerade, feste, gewichtlose Linie ab verbundene Moleküle, so folgt aus den Hebelgesetzen, dass Gleichgewicht stattfinden muss, sobald nur der in der Mitte zwischen a und b liegende Punkt c unterstützt ist, welches auch der Winkel sein mag, welchen die Linie ab mit der Horizontalen macht. Findet also Gleichgewicht statt, wenn der Hebel die Lage ab hat, so bleibt es auch noch bestehen, wenn man ihn in die Lage $a'b'$ bringt. Der Punkt c ist der Schwerpunkt des aus den beiden schweren Molekülen a und b bestehenden Körpers. Ohne das Gleichgewicht zu stören, kann man die Wirkungen der Schwerkraft der beiden Moleküle im Schwerpunkte c vereinigt denken.

Fig. 52.

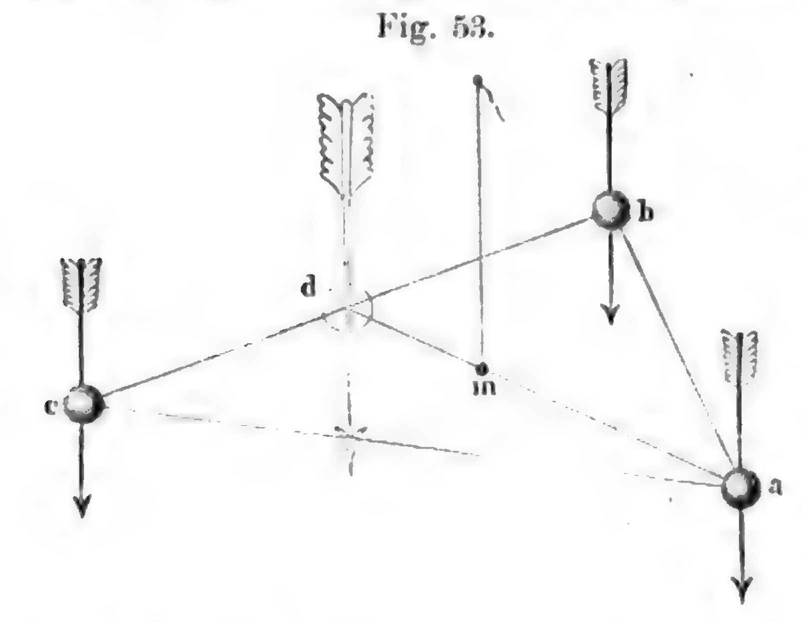


In jedem der drei Eckpunkte eines starren, gewichtlosen Dreiecks abc, Fig. 53, befinde sich ein Molekül, welches durch die Schwere mit einer Kraft p herabgezogen wird. Ohne das Gleichgewicht zu stören, können nun aber die beiden in c und b angreifenden Kräfte durch eine Kraft $2p$ ersetzt werden, welche in dem zwischen c und b in der Mitte liegenden Punkte d angreift. Die Resultirende der in d angreifenden Kraft $2p$ und der in a eingreifenden Kraft p geht aber jedenfalls durch den Punkt m, welcher die gerade Linie da so theilt, dass $ma = 2 \,.\, dm$.

Digitized by Google

Der Punkt *m* ist also der Angriffspunkt der Resultirenden der drei in *a*, *b* und *c* angreifenden parallelen Kräfte, welches auch übrigens die Lage des Dreiecks sein mag.

Fig. 53.

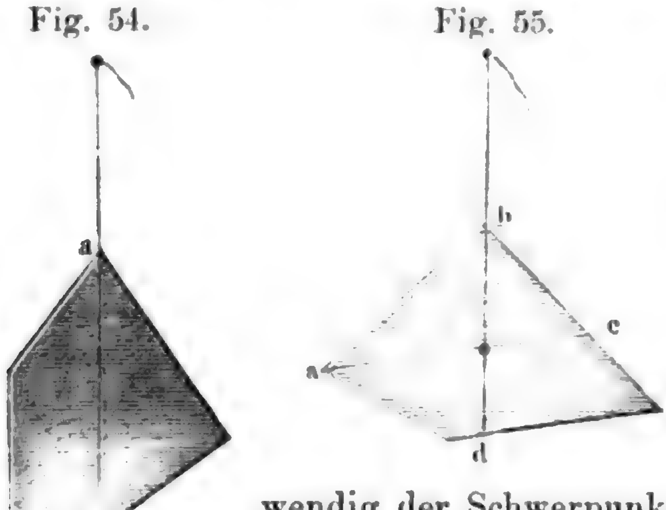


Denken wir uns, *a*, *b* und *c* seien drei in unveränderlicher gegenseitiger Lage verbundene schwere Moleküle, so ist klar, dass *m* der Schwerpunkt dieses aus drei Molekülen gebildeten festen Körpers ist.

Gerade so aber, wie sich zeigen lässt, dass ein aus 2 und 3 Molekülen gebildeter fester Körper einen Schwerpunkt haben müsse, lässt sich dieser Beweis auch auf feste Körper ausdehnen, welche durch 4, 5, 6 u. s. w. in gegenseitig unveränderlicher Lage verbundene Moleküle gebildet sind, dass endlich jeder feste Körper einen unveränderlichen Schwerpunkt haben muss, wie gross auch die Anzahl der Moleküle sein mag, aus denen er besteht.

Damit ein schwerer Körper im Gleichgewichte sei, braucht also nur die Bedingung erfüllt zu sein, dass sein Schwerpunkt unterstützt ist. Ist nur diese Bedingung erfüllt, so wird der Körper im Gleichgewicht sein, wie man ihn übrigens auch drehen und wenden mag.

Fig. 54. Fig. 55.



Aus diesen Betrachtungen lässt sich eine Methode ableiten, den Schwerpunkt der Körper durch den Versuch zu finden. Man hänge den Körper an einem Punkte *a* auf, Fig. 54, so wird die Verlängerung des den Körper tragenden Fadens in einem Punkte *c* aus dem Körper austreten. Auf der Linie *ac* muss nothwendig der Schwerpunkt liegen. Hängt man den Körper in einem zweiten Punkte *b*, Fig. 55, auf, so muss der Schwerpunkt abermals auf der Verlängerung des Fadens, also auf der Linie *bd*, liegen; der Schwerpunkt liegt also auf dem Durchschnittspunkte der Linien *bd* und *ac*. Der Schwerpunkt von homogenen ebenen Scheiben ist nach dieser Methode leicht zu bestimmen; bei anderen Körpern ist es jedoch mit Schwierigkeiten verbunden, die Verlängerung des verticalen Fadens durch das Innere des Körpers genau zu verfolgen.

Digitized by Google

Der Schwerpunkt homogener Körper von regelmässiger Gestalt lässt sich durch einfache geometrische Betrachtungen bestimmen.

Der Schwerpunkt einer geraden Linie liegt offenbar in der Mitte ihrer Länge.

Der Schwerpunkt eines homogenen Dreiecks, Fig. 56, wird gefunden, indem man von zwei Spitzen desselben nach der Mitte der gegen-

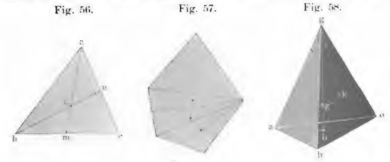


Fig. 56. Fig. 57. Fig. 58.

überstehenden Seiten gerade Linien zieht. Der Durchschnittspunkt g dieser beiden Linien ist der gesuchte Schwerpunkt. Die Wahrheit dieser Behauptung ist leicht einzusehen. Der Punkt m ist der Schwerpunkt der geraden Linie bc; denkt man sich nun im Dreieck irgend eine gerade Linie parallel mit bc gezogen, so wird sie offenbar durch die Linie am halbirt; auf der Linie am liegen also die Schwerpunkte aller im Dreieck parallel mit bc gezogenen Linien; am ist also so zu sagen eine Schwerlinie des Dreiecks, und offenbar muss der Schwerpunkt des Dreiecks auf am liegen. Dieselbe Schlussweise zeigt aber auch, dass der Schwerpunkt auf der Linie nb liegen müsse.

Der Punkt g liegt so, dass $gm = \frac{1}{3}\, am$ und $gn = \frac{1}{3}\, bn$ ist. Dies zu zeigen, ziehe man die Linie mn, so ist offenbar $mn = \frac{1}{2}\, ba$. Die Dreiecke gmn und gab sind aber ähnlich, und daraus folgt, dass $gm : ga = mn : ba$, dass also $gm = \frac{1}{2}\, ag$.

Der Schwerpunkt eines Polygons, Fig. 57, wird gefunden, wenn man es in Dreiecke zerlegt und den Schwerpunkt eines jeden bestimmt. Da nun die in dem Schwerpunkte dieser Dreiecke angreifenden Kräfte dem Flächeninhalte der Dreiecke proportional sind, so hat man nur noch nach den bekannten Regeln die Resultirende dieser Kräfte zu suchen.

Fig. 59.

Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide, Fig. 58, wird gefunden, wenn man von den Spitzen g und a Linien nach den Schwerpunkten h und k der gegenüberstehenden Dreiecke zieht. Der Durchschnittspunkt g'' dieser beiden Linien ist der Schwerpunkt. Es ist leicht zu beweisen, dass $g''h = \frac{1}{4}\, hg$ ist.

Der Schwerpunkt eines Kegels, Fig. 59, von kreis-

Digitized by Google

förmiger Basis liegt auf der geraden Linie, welche von der Spitze nach dem Mittelpunkte der Basis gezogen werden kann, und zwar ist seine Entfernung von dem Mittelpunkte der Basis $^1/_4$ dieser ganzen Höhe.

Der Schwerpunkt einer regelmässigen Ecksäule, eines Cylinders, einer Kugel fällt mit dem geometrischen Mittelpunkte zusammen (siehe Supplementband, 2. Aufl.).

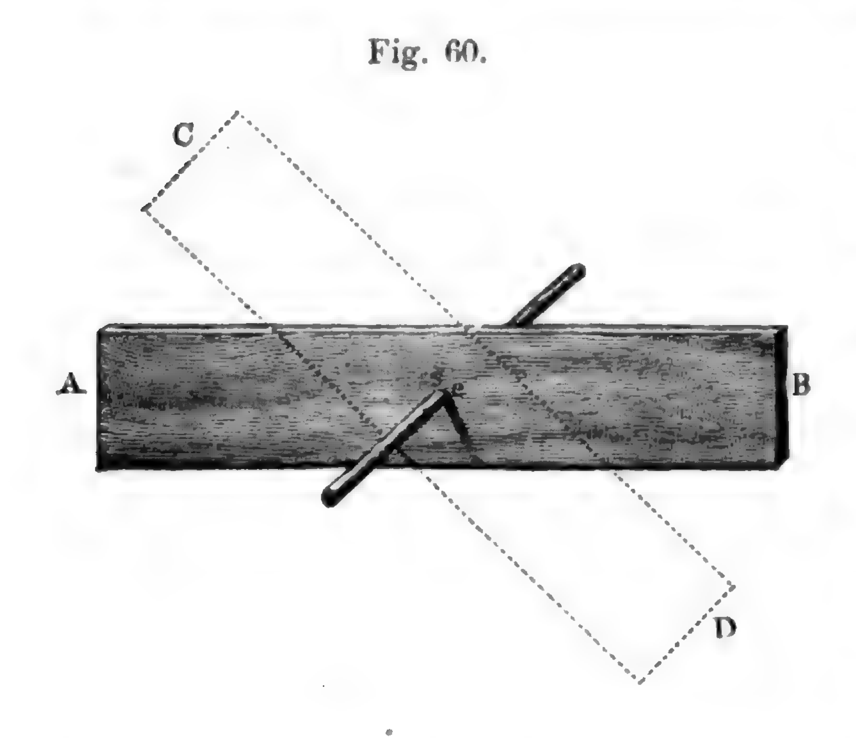
Vom Gleichgewicht fester Körper. Wir haben schon ge- 32
sehen, dass die einzige Gleichgewichtsbedingung fester Körper die ist, dass ihr Schwerpunkt unterstützt sein muss. Diese Bedingung aber kann auf verschiedene Weise erfüllt sein, je nachdem die Körper in festen Punkten aufgehängt sind oder auf Stützpunkten ruhen.

Betrachten wir zunächst einen Körper, der an einem festen Punkte gleichsam aufgehängt ist, um welchen er sich frei drehen kann, so ist er nur dann im Gleichgewicht, wenn sein Schwerpunkt s mit jenem festen Drehpunkt c in einer Verticallinie liegt. Was die gegenseitige Lage dieser Punkte betrifft, so sind folgende drei Fälle möglich:

1) Der feste Punkt c (die feste Drehungsaxe) geht durch den Schwerpunkt des Körpers selbst hindurch, wie dies z. B. Fig. 60 darstellt. In diesem Falle liegen s und c jedenfalls in einer Verticalen, welche Lage man übrigens auch dem Körper giebt; es findet also Gleichgewicht statt, wie er auch gestellt sein mag, für die Stellung AB also ebenso gut wie für die Stellung CD.

Es ist dies der Fall des indifferenten Gleichgewichts.

Fig. 60.



2) Der Schwerpunkt s liegt vertical unter dem Drehpunkt c, Fig. 61 (a. f. S.) Dreht man den Körper aus dieser Lage heraus, so dass etwa der Schwerpunkt nach s' kommt, so führt die Schwerkraft den Körper wieder in die Gleichgewichtslage zurück, sobald die störende Kraft zu wirken aufhört. Ein solches Gleichgewicht wird ein festes oder stabiles genannt. Liegt endlich

3) der Schwerpunkt s des Körpers vertical über dem Drehpunkt wie Fig. 62 (a. f. S.), so befindet sich der Körper im Zustand des labilen oder unsicheren Gleichgewichts; denn wenn die geringste störende Kraft

Digitized by Google

den Körper aus dieser Lage herausbringt, so wirkt die im Schwerpunkt s' angreifende Schwerkraft des Körpers dahin, ihn noch weiter von seiner

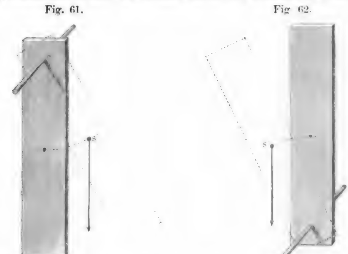


Fig. 61. Fig. 62.

Gleichgewichtslage zu entfernen, und er kann nicht eher wieder in die Ruhe kommen, als bis nach einer halben Umdrehung der Schwerpunkt vertical unter dem Drehpunkt angekommen ist.

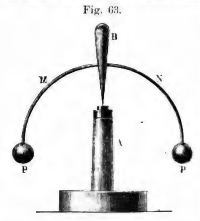


Fig. 63.

Einen interessanten Fall des stabilen Gleichgewichts zeigt Fig. 63.

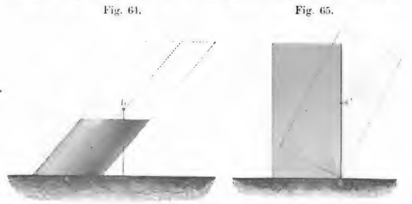
Ein Holzstück B, welches unten mit einer Stahlspitze versehen ist, wird mit dieser auf ein flach ausgehöhltes Metallstückchen gesetzt, welches die obere Endfläche des Stativs A bildet. Das Holzstück B wird umfallen, weil sein Schwerpunkt über dem Unterstützungspunkte liegt. Wenn aber durch B ein Drahtbogen MN gezogen wird, welcher an beiden Enden die Bleikugeln pp trägt, so dass durch dieselben der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Holzstückes B und der Bleikugeln unter die Stahlspitze fällt, so findet nun ein stabiles Gleichgewicht statt, B fällt nicht mehr um; der Körper ist jetzt eigentlich aufgehängt.

Wenn ein Körper mit mehr oder weniger breiter Basis auf dem Boden steht, so muss die durch seinen Schwerpunkt gezogene Verticale noch die

Digitized by Google

Basis selbst treffen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll. Demnach muss der schiefe Cylinder, Fig. 64, im Gleichgewicht sein, wenn er nur die in

Fig. 64. Fig. 65.

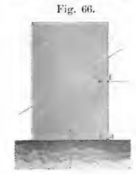


der Figur schattirte Länge hat; er würde umfallen müssen, wenn er die durch punktirte Linien angedeutete Höhe hätte.

Wenn ein auf irgend einer vieleckigen Basis stehender Körper umgeworfen werden soll, so muss er zunächst um eine seiner Grundkanten gedreht werden, bis sein Schwerpunkt vertical über dieser Umdrehungskante steht. Sollte z. B. der in Fig. 65 dargestellte Klotz umgeworfen werden, und dabei die Kante a die Rolle der Umdrehungskante spielen, so hätte man zunächst den Klotz so weit zu drehen, bis der Schwerpunkt s in die Lage von s' kommt; liesse die Kraft, welche das Umwerfen bewirken soll, eher nach, als der Schwerpunkt in s' angekommen ist, so wird der Klotz in seine ursprüngliche Lage zurückfallen müssen; hat man aber den Schwerpunkt nur im Mindesten über s' hinausgebracht, so wird nun der Körper von selbst ganz umfallen.

Ein Körper wird um so fester stehen, d. h. seine **Stabilität** (Standfestigkeit) **ist um so grösser**, je grösser die Kraft ist, welche man anwenden muss, um ihn aus seiner Gleichgewichtslage herauszubringen.

Fig. 66.



In Fig. 66 sei s der Schwerpunkt des Körpers, welcher um a umgekantet werden soll. Ist sein durch die Linie sn repräsentirtes Gewicht gleich P, so ist das statische Moment R, mit welchem die Schwerkraft des Körpers einer Drehung um a entgegenwirkt, gleich der rechtwinklig zu sa angreifenden Seitenkraft von P, also gleich so oder

$$R = P \cos x,$$

wenn x den Winkel bezeichnet, welchen sa mit der Horizontalen macht.

Bezeichnen wir mit K eine horizontal in s

Digitized by Google

angreifende Kraft sq, so ist deren rechtwinklig zu sa wirkende Seitenkraft Q, welche den Körper um a zu drehen strebt, gleich sr oder $K \sin x$. Für den Fall des Gleichgewichts zwischen K und P haben wir also

$$K \sin x = P \cos x$$

$$K = P \frac{\cos x}{\sin x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

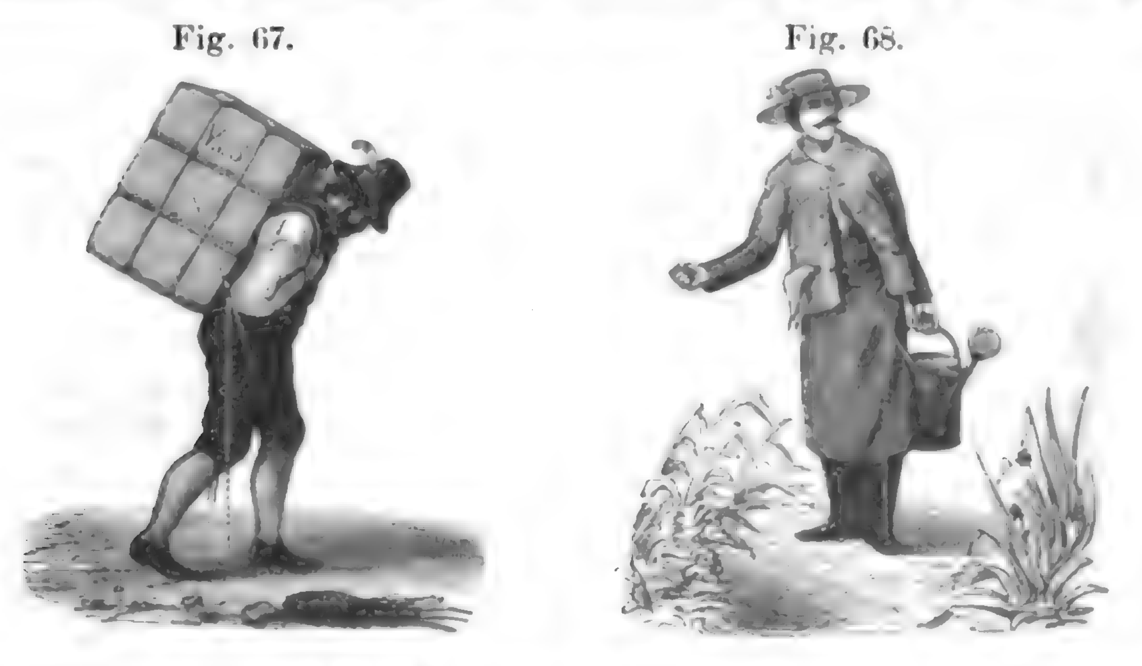
Nun aber haben wir $\cos x : \sin x = st : ta$ oder $\cos x : \sin x = b : h$, wenn wir die Höhe des Schwerpunktes über die Basis mit h, die Länge st oder die halbe Breite der Basis mit b bezeichnen. Die Gleichung 1) geht also über in

$$K = P \frac{b}{h}.$$

Die Stabilität des Körpers ist also der Breite seiner Basis direct, und der Höhe des Schwerpunktes über der Basis umgekehrt proportional.

Ein Körper steht also um so fester, je breiter seine Basis ist und je weniger hoch sein Schwerpunkt über dieser Basis liegt. Ein vierfüssiges Thier steht fest, wenn der Schwerpunkt seines ganzen Körpers über dem Viereck liegt, welches auf dem Boden durch seine vier Füsse bezeichnet ist. Wenn ein Mensch seinen Arm aufhebt, so wird der Schwerpunkt seines Körpers verschoben; wenn ein Vogel seinen Hals ausstreckt, so wird sein Schwerpunkt bedeutend nach vorn gerückt. Ein Mensch, welcher Lasten trägt, muss, je nach der Art des Tragens, seine Haltung ändern. Trägt er die Last auf dem Rücken (Fig. 67), so muss er sich vorbeugen, trägt er sie in der linken Hand (Fig. 68), so muss er den Oberkörper rechts neigen, denn sonst fiele der gemeinschaftliche Schwerpunkt des menschlichen Körpers und der ge-

Fig. 67. Fig. 68.

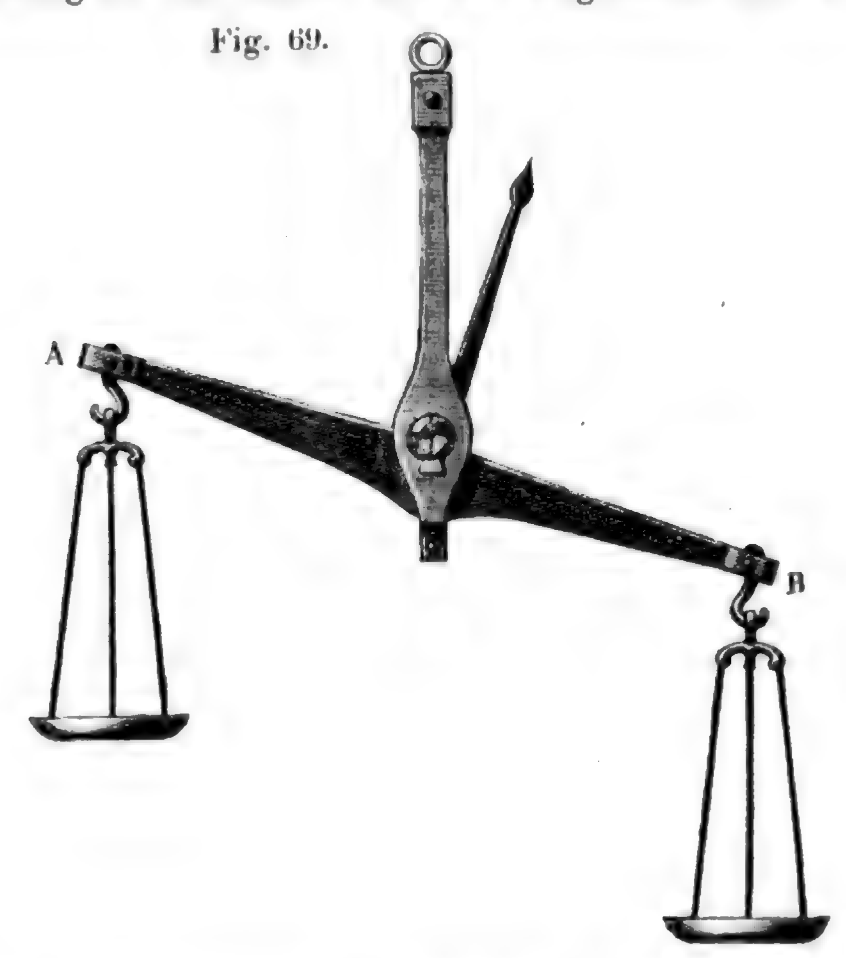


tragenen Last ausserhalb der Verbindungslinie der Füsse, er müsste also umfallen.

Digitized by Google

Die Wage. Die gewöhnliche Wage, Fig. 69, besteht im Wesent- 33
lichen aus einem Stabe, einem Balken AB, Fig. 69, welcher um eine wagerechte durch die Schneide s gebildete feste Axe drehbar ist, die sich in der Mitte seiner Länge befindet und welche auf einer Stahlpfanne ruht. Ohne Belastung an den Enden soll der Wagbalken eine vollkommen

Fig. 69.



horizontale Lage annehmen. Auf beiden Seiten des Wagbalkens hängen Wagschalen, welche zur Aufnahme des zu wägenden Körpers und der Gewichte dienen. Bei gleicher Belastung der Wagschalen muss der Wagbalken seine horizontale Stellung beibehalten; bringt man jedoch in die eine Schale ein Uebergewicht, so muss sich der Wagbalken nach dieser Seite senken, wie es die Figur zeigt.

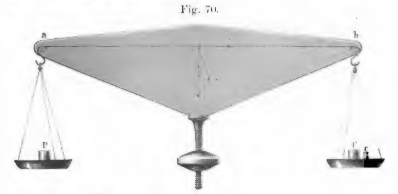
Wir wollen nun untersuchen, durch welche Einrichtung den eben ausgesprochenen Forderungen Genüge geleistet werden kann. Denken wir uns vorerst die Wagschalen noch weg, und nehmen wir an, die Schneide s ginge durch den Schwerpunkt des Wagbalkens, so haben wir den Fall eines indifferenten Gleichgewichts, der Wagbalken wird bei jeder beliebigen Neigung gegen die Horizontale im Gleichgewicht sein. Eine solche Vorrichtung erfüllt also die erste Forderung nicht, dass der Wagbalken für sich, ohne Belastung an den Enden, eine horizontale Lage annehmen muss. Dieser Forderung kann nur dadurch genügt werden, dass der Schwerpunkt des Wagbalkens unter seinem Drehpunkte liegt.

Der Drehpunkt des Wagbalkens, also die Schneide, auf welcher derselbe ruht, liegt bei einer guten Wage stets in der Mitte c der geraden Linie ab Fig. 70 (a. f. S.), welche die Schneiden a und b verbindet, an denen die

Wagschalen aufgehängt sind. Denken wir uns nun, wenn ab wagerecht steht, durch c eine Verticale gelegt, so muss der Schwerpunkt des Wagbalkens auf dieser Verticalen liegen. Wir wollen annehmen, er befinde sich in s.

Wenn nun in a und b gleiche Gewichte P angehängt werden, Fig. 70, so bleibt der Wagbalken in horizontaler Lage stehen: denn man kann sich die eine der Lasten direct in a, die andere direct in b wirkend denken, und somit fällt der gemeinschaftliche Schwerpunkt der beiden Lasten P mit dem Punkte c zusammen, und der gemeinschaftliche Schwerpunkt aller an c hängenden Massen, d. h. des Wagbalkens und der Lasten P, fällt demnach in einen Punkt zwischen c und s; dieser gemeinschaftliche Schwerpunkt liegt noch vertical unter dem Aufhängepunkte, das Gleichgewicht ist also nicht gestört.

Fig. 70.



Bringt man auf der einen Seite ein Uebergewicht r an, so fällt der Schwerpunkt der angehängten Lasten (die wir uns natürlich in den Punkten a und b vereinigt denken müssen) nicht mehr mit c zusammen, sondern er rückt auf der Linie ab nach der Seite des Uebergewichts, etwa nach d hin, der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Wagbalkens und der Lasten fällt demnach auf irgend einen Punkt m der Linie ds; da aber bei horizontaler Stellung des Wagbalkens der gemeinschaftliche Schwerpunkt m nicht mehr vertical unter dem Aufhängepunkte c liegt, so muss sich der ganze Wagbalken um die Axe c so weit drehen, bis diese Bedingung erfüllt ist. Dabei wird sich nothwendig der Arm ca heben, cb aber senken. Der Winkel, welchen der Wagbalken für den Fall des Uebergewichts auf der einen Seite mit der Horizontalen macht, heisst Ausschlagswinkel. Er ist gleich dem Winkel scm.

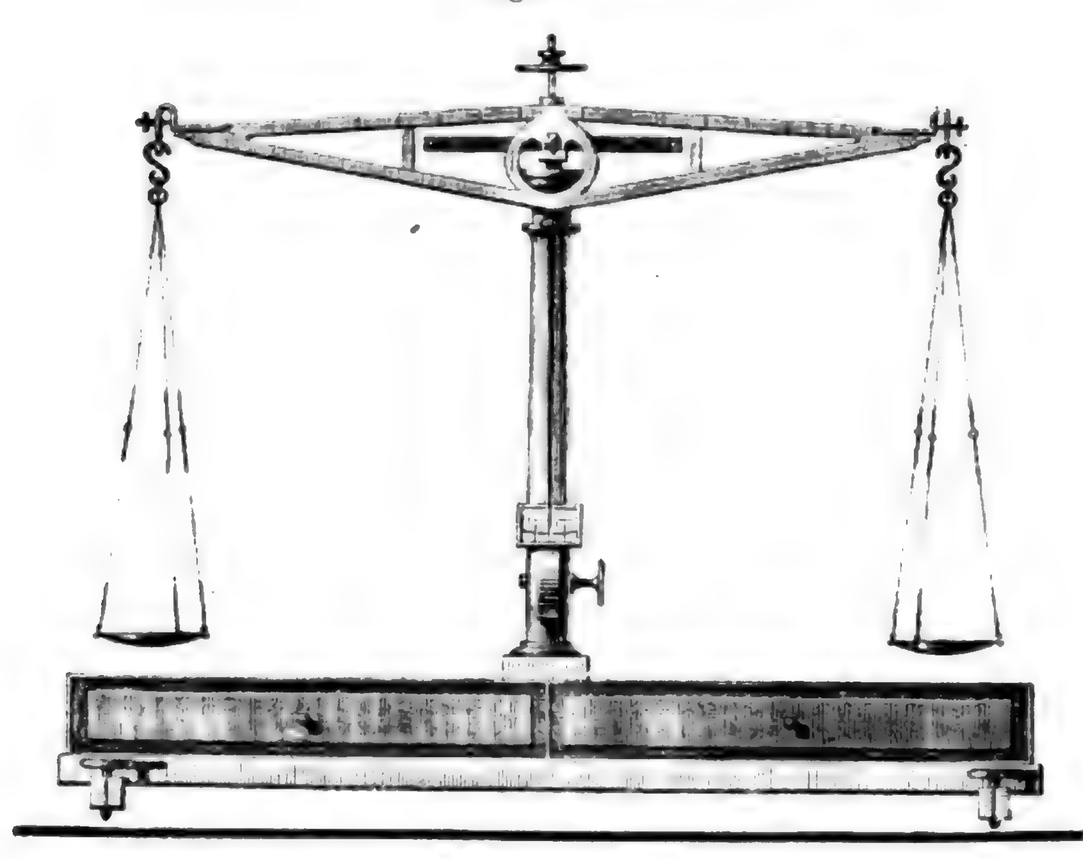
Wir wollen nun untersuchen, wie eine Wage eingerichtet sein muss, damit sie recht empfindlich sei, d. h. damit sie bei einem kleinen Uebergewichte schon einen grossen Ausschlag gebe.

1) Der Schwerpunkt des Wagbalkens muss möglichst nahe unter dem mittleren Aufhängepunkte liegen, denn wenn bei übrigens unveränderten Umständen der Schwerpunkt s des Wagbalkens

Digitized by Google

in die Höhe gerückt wird, so rückt auch der Punkt m vertical nach oben, was offenbar eine Vergrösserung des Ausschlags zur Folge hat. Bei guten Wagen hat man eine Vorrichtung angebracht, welche eine Regulirung der Lage des Schwerpunkts möglich macht. In der Verlängerung der Linie cs ist nämlich entweder unterhalb des Wagbalkens, wie dies Fig. 70 andeutet, oder oberhalb desselben, wie bei der chemischen Wage Fig. 71

Fig. 71.



eine feine Schraube angebracht, an welcher ein den Umständen entsprechendes Gewicht auf- und abgeschraubt werden kann, womit offenbar eine Verrückung des Schwerpunkts verbunden ist. Hätte man dies Gewicht so weit verschraubt, dass s mit c zusammenfiele, so hätte man ohne Belastung und bei gleicher Belastung auf beiden Seiten den Fall des indifferenten Gleichgewichts; brächte man dann auf der einen Seite das Uebergewicht r an, so würde der Punkt m auf die Linie ab fallen, d. h. also schon bei dem geringsten Uebergewichte würde der Ausschlagswinkel ein rechter werden, der Wagbalken würde ganz umschlagen, kurz das Instrument würde aufhören brauchbar zu sein.

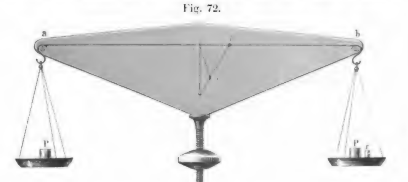
2) Die Empfindlichkeit nimmt mit der Länge des Wagbalkens zu. Wenn man ohne sonst etwas zu verändern, den Wagbalken verlängern könnte, so würde die Entfernung cd in demselben Verhältnisse grösser werden, und der Punkt m würde also auch nach einer Richtung, die mit ab parallel ist, weiter von der Linie cs weggerückt werden, die Linie cm würde also einen grösseren Winkel mit cs machen, der Ausschlagswinkel scm würde also wachsen.

3) Der Wagbalken muss möglichst leicht sein. In dem Punkte

Digitized by Google

d, Fig. 72, können wir uns das Gewicht der Lasten $2P + r$, in s aber das Gewicht des Wagbalkens, welches wir mit g bezeichnen wollen, vereinigt

Fig. 72.



denken. Offenbar hängt nun die Lage des gemeinschaftlichen Schwerpunkts m von der Grösse der an den Enden der Linie ds wirkenden Kräfte ab. Wenn das in s wirkende Gewicht g und das in d wirkende $2P + r$ einander gleich wären, so fiele m in die Mitte von ds, je kleiner aber g im Vergleich zu $2P + r$ wird, desto mehr muss m nach d hinrücken, und desto grösser wird dann begreiflicher Weise der Ausschlag.

Was nun die beiden letzten Punkte betrifft, so ist man doch an gewisse Gränzen gebunden, welche man nicht überschreiten darf, ohne dass die Wage wegen der zu grossen Länge der Wagbalken zu unbequem für den Gebrauch würde, oder wegen ihrer Leichtigkeit die nöthige Haltbarkeit verlöre.

Je nachdem man eine Wage zu verschiedenen Zwecken anwenden will, ist auch der Grad der Genauigkeit, welchen man verlangt, sehr verschieden. Am genauesten müssen die Wagen sein, welche zu physikalischen und chemischen Untersuchungen bestimmt sind. Damit bei diesen Wagen der Wagbalken möglichst leicht und doch fest und unbiegsam sei, wird derselbe durchbrochen gemacht, wie man dies Fig. 73 sieht.

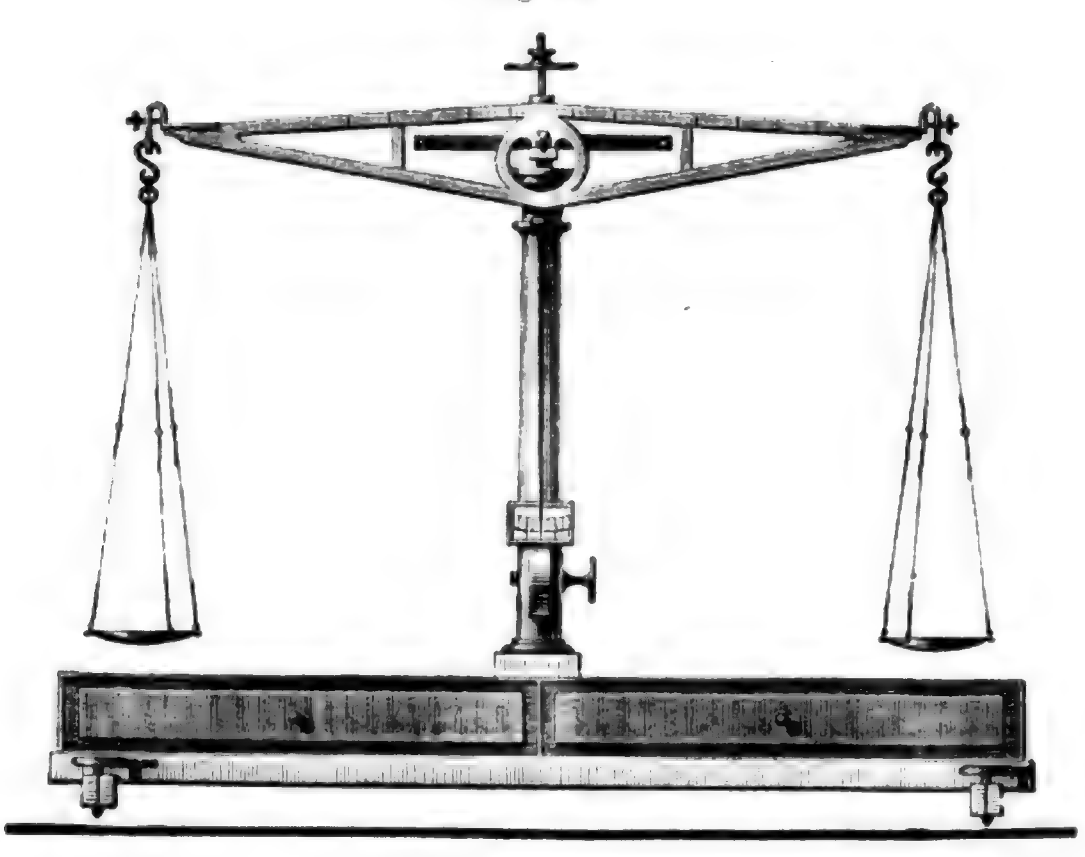
Es versteht sich von selbst, dass man bei der Construction einer Wage alle Sorgfalt darauf zu verwenden hat, die Wagbalken gleich lang zu machen. Da jedoch kleine Fehler nicht zu vermeiden sind, so muss man durch die Methode der Wägung einen etwaigen Fehler zu corrigiren suchen. Die zweckmässigste Wägungsmethode möchte in dieser Beziehung wohl folgende sein: Man legt den zu wägenden Körper auf die eine Wagschale und bringt die Wage durch Sand, Schrotkörnchen oder sonstige Dinge, die man auf die andere Wagschale legt, ins Gleichgewicht. Ist dies geschehen, so nimmt man den zu wägenden Körper weg und substituirt statt seiner so viel Gewichte, dass das Gleichgewicht dadurch abermals hergestellt wird. Diese neu aufgelegten Gewichte geben genau

Digitized by Google

das Gewicht des Körpers an, die Wagbalken mögen nun gleich lang sein oder nicht.

Ganz besondere Bequemlichkeit beim Wägen gewährt noch die von Berzelius angegebene Einrichtung, Fig. 73. Jede Hälfte des Wag-

Fig. 73.



balkens ist nämlich durch verticale Theilstriche in zehn gleiche Theile getheilt. Bei den zu diesen Wagen gehörigen Gewichten befinden sich nun Häkchen von feinem Drahte, welche gerade ein Centigramm wiegen, so dass, wenn man sie auf den ersten, zweiten, dritten u. s. w. Theilstrich, von der Mitte an gerechnet, hängt, sie denselben Ausschlag bewirken, als ob man in die entsprechende Wagschale ein Gewicht von 1, 2, 3 u. s. w. Milligramm aufgelegt hätte.

Digitized by Google

Zweites Capitel.

Gleichgewicht der Theile fester Körper unter einander.

34 **Elasticität.** Das Gleichgewicht der Molekularkräfte, welches zwischen den einzelnen Theilchen fester Körper besteht, ist ein stabiles, weil eine mehr oder minder grosse Kraft nöthig ist, um es aufzuheben.

Bei den festen Körpern befinden sich die Atome in einer solchen Entfernung, dass sowohl die zwischen den Körperatomen wirksame Anziehung, als auch die Abstossung, welche die Aetherhüllen der Atome auf einander ausüben, mit grosser Energie wirken. — Mit der Entfernung der Atome ändern sich beide Kräfte, aber nach verschiedenen Gesetzen. — Bei wachsender Entfernung nimmt die Abstossung der Aetherhüllen stärker ab, bei abnehmender Entfernung nimmt sie stärker zu als die Anziehung der Atome.

Werden also durch eine äussere Kraft die Atome eines festen Körpers genähert, so nimmt die Abstossung der Aetherhüllen mehr zu als die Anziehung der Körperatome, die Abstossung wird überwiegend, und daher der Widerstand, welchen die festen Körper einer Compression entgegensetzen.

Wirkt dagegen auf einen festen Körper eine äussere Kraft in der Weise, dass sie den Abstand der Atome zu vergrössern strebt, so nimmt die Abstossung der Aetherhüllen mehr ab als die Anziehung der Körperatome, die Anziehung wird überwiegend, und daher der Widerstand, welchen ein fester Körper der Trennung seiner Theilchen entgegensetzt.

Wenn die Theilchen eines festen Körpers durch eine äussere Kraft wirklich ein wenig aus ihrer gegenseitigen Lage verrückt worden sind, so ist deshalb der frühere Gleichgewichtszustand noch nicht völlig vernichtet; denn die Theilchen kehren in ihre frühere Lage zurück, wenn die störende Kraft zu wirken aufhört. Diese Eigenschaft der Körper, vermöge deren die Theilchen in ihre frühere Gleichgewichtslage zurückkehren, wenn die durch äussere Kraft veranlasste Verschiebung gewisse Gränzen nicht überschritten hat, nennt man Elasticität. Die Elasticität der festen Körper beweist, dass sich die Theilchen in einem stabilen Gleichgewichtszustande befinden; denn nur für den Fall des stabilen Gleichgewichts kehrt der Körper in seine Ruhelage zurück, wenn die Kräfte, welche ihn daraus entfernten, zu wirken aufhören.

Nicht alle Körper sind gleich elastisch; es giebt Körper, deren Theil-

Digitized by Google

chen selbst nach bedeutender Verschiebung doch wieder vollkommen in ihre frühere Lage zurückkehren, und solche Körper, wie z. B. Federharz (Gummi elasticum), Stahl, Elfenbein u. s. w., werden vorzugsweise elastisch genannt; andere hingegen, wie Blei, Glas u. s. w., sind nur in geringem Grade elastisch, sie können keine grosse Verschiebung der Theilchen ertragen, ohne dass der frühere Gleichgewichtszustand aufgehoben wird.

Wenn überhaupt eine grosse Kraft nöthig ist, um eine Verschiebung der Theilchen eines Körpers hervorzubringen, so nennt man ihn hart. Ein Körper kann hart und elastisch sein, wie dies beim Elfenbein, beim Stahl u. s. w. der Fall ist; das Glas dagegen ist hart und wenig elastisch.

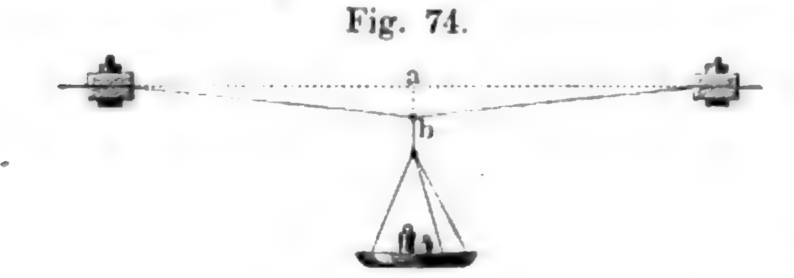
Ein Körper, dessen Theilchen schon durch eine geringe Kraft verschoben werden können, wird weich genannt. Auch die weichen Körper können entweder elastisch sein, wie z. B. Federharz, oder nur einen sehr geringen Grad von Elasticität besitzen, wie dies z. B. beim feuchten Thon der Fall ist. Der Aggregatzustand solcher weichen, mehr oder weniger breiartigen Körper kann gewissermaassen als ein Mittelzustand zwischen dem vollkommen festen und dem vollkommen flüssigen betrachtet werden.

Wenn die Theilchen eines Körpers über die Elasticitätsgränze hinaus verschoben werden, so hört entweder der Zusammenhang ganz auf, sie zerbrechen (Glasthränen), oder die Theilchen ordnen sich zu einem neuen stabilen Gleichgewichtszustande. Im ersteren Falle nennt man die Körper spröde, im letzteren dehnbar. Die äussere Gestalt spröder Körper lässt sich durch Druck, durch Stoss u. s. w. nicht bleibend ändern; wenn durch äussere Ursachen ihre Theilchen über eine gewisse Gränze verschoben werden, so erfolgt eine vollständige Trennung; die Gestalt dehnbarer Körper hingegen lässt sich durch mechanische Mittel bleibend verändern, wie dies z. B. das Flachklopfen eines Bleidrahts und das Prägen der Münzen beweist.

Die Verschiebung der Theilchen kann entweder durch Spannung, durch Zusammendrückung oder durch Drehung hervorgebracht werden.

Elasticitätscoëfficient und Elasticitätsmodulus. Um die Verlängerung zu messen, welche Drähte erfahren, wenn sie durch Gewichte innerhalb ihrer Elasticitätsgränze gespannt werden, welche also weder Zerreissung noch eine merkliche bleibende Verlängerung erfahren, wandte S'Gravesande folgende Methode an. Der zu prüfende Draht wurde, wie Fig. 74 andeutet, in horizontaler Richtung ausgespannt, an beiden Enden fest eingeklemmt 35

Fig. 74.



und dann in der Mitte durch Gewichte belastet. Wird die Länge ab gemessen, um welche die Mitte des Drahtes durch das angehängte Ge-

wicht niedergezogen wird, so lässt sich daraus leicht die Verlängerung berechnen, welche der Draht erfahren hat.

Diese Methode ist für dickere Drähte und für Stäbe nicht mehr anwendbar. Wertheim fand es am zweckmässigsten, die Verlängerung direct zu messen, und zwar auf folgende Weise. Der Stab, dessen Verlängerung gemessen werden sollte war oben in einen eisernen Träger, Fig. 75, eingeklemmt und trug unten einen Haken, an welchen ein zur Aufnahme von Gewichten dienender Kasten angehängt wurde. Auf dem Stabe waren zwei Punkte a und b markirt, deren Abstand vor und während der Belastung durch ein bestimmtes Gewicht mit Hülfe des Kathetometers gemessen wurde.

Fig. 75.

Aus derartigen Messungen ergab sich nun, dass die elastische Verlängerung proportional ist
1) dem angehängten Gewicht,
2) der Länge des Stabes,
3) umgekehrt dem Querschnitt des Stabes.

Die Verlängerung d, welche ein Stab von der Länge l und dem Querschnitt f durch ein Gewicht P erleidet, ist also

$$d = n \frac{Pl}{f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

wenn n einen constanten Factor bezeichnet, welcher für jede Substanz einen besonderen Werth hat und welcher der Elasticitätscoëfficient genannt wird.

Aus Gleichung 1 folgt:

$$\frac{Pl}{df} = \frac{1}{n} = E \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Da n für jede Substanz eine constante Grösse ist, so ist auch $\frac{1}{n}$ oder E eine constante Grösse, welche mit dem Namen des Elasticitätsmodulus bezeichnet wird. Denken wir uns in Gleichung (2) $l = 1$, $f = 1$ und $d = 1$ gesetzt, so wird $P = E$; E ist also das Gewicht, welches erforderlich wäre, um einen Stab von dem Querschnitt 1 und der Länge 1 um die Länge 1 auszudehnen, oder, was dasselbe ist, um ihn auf das Doppelte seiner ursprünglichen Länge auszuziehen, vorausgesetzt, dass er eine solche Dehnung ohne Ueberschreitung der Elasticitätsgränze ertragen könnte.

Digitized by Google

Verschiedene Physiker haben die Elasticitätsconstanten mehrerer Stoffe mit möglichster Genauigkeit bestimmt. Die vollständigsten Untersuchungen über diesen Gegenstand sind aber diejenigen, welche Wertheim angestellt hat. (Pogg. Annal. Ergänzungsband. II.)

Die wichtigsten Resultate seiner Versuche über Metalle sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

	Angelassen		Gezogen
	n	*E*	*E*
Blei	0,57904	1727	1803
Gold	0,17905	5585	8131
Silber	0,14004	7141	7274
Zink	—	—	8734
Kupfer	0,09507	10519	12449
Platin	0,06444	15518	17044
Stahldraht	0,05788	17278	18809
Gussstahl	0,05112	19561	19549
Eisen	0,04809	20794	20869
Messing	—	—	8543

Unter n findet man, um wie viel Millimeter ein Draht des in der ersten Columne genannten Metalls von 1 Meter Länge und von 1 Quadratmillimeter Querschnitt verlängert wird, wenn er durch ein Gewicht von 1 Kilogramm gespannt ist. — Auch die unter E stehenden Zahlen beziehen sich auf 1 Quadratmillimeter Querschnitt.

Für verschiedene Glassorten erhielten Wertheim und Chevandier folgende Werthe von E:

Spiegelglas	7015
Fensterglas	7917
Krystallglas	6890
desgl. bleihaltig	5477.

Als Elasticitätsgränze bezeichnet man das Gewicht, welches eine bleibende Verlängerung von 0,00005 der Stab- oder Drahtlänge bewirkt, welches also einen 1 Meter langen Draht bleibend um 0,05 Millimeter verlängert. Die folgende Tabelle giebt in dem eben angedeuteten Sinne die Elasticitätsgränze für Drähte von 1 Quadratmillimeter Querschnitt in Kilogrammen.

Digitized by Google

	Elasticitäts-gränze.	Verlängerung bei der Elasticitäts-gränze.	Verlängerungs-maxima.
Blei, ausgezogen	0,25	0,14	243
„ angelassen	0,20	0,12	614
Silber, ausgezogen	11	1,49	4,5
„ angelassen	3	0,36	168
Kupfer, ausgezogen	12	0,93	3
„ angelassen	3	0,27	220
Platin, ausgezogen	26	1,42	—
„ angelassen	14	0,81	2,3
Eisen, ausgezogen	32	1,50	26
„ angelassen	5	0,22	109
Stahldraht, ausgezogen . .	43	2,00	—
„ angelassen . .	15	0,56	4,4

Ferner finden wir in dieser Tabelle angegeben, um wie viel Millimeter ein 1 Meter Draht von 1 Quadratmillimeter Querschnitt höchstens ausgezogen werden darf, wenn keine merkliche Verlängerung zurückbleiben soll; in der letzten Columne endlich findet man angegeben, um wie viel Millimeter Drähte der angegebenen Dimensionen noch ausgezogen werden können, ehe der Bruch erfolgt.

So sehen wir z. B., dass man an einen ausgezogenen Kupferdraht von 1 Meter Länge und 1 Quadratmillimeter Querschnitt bis zu 12 Kilogramm anhängen darf, ohne dass er eine merkliche (über 0,05 Millimeter gehende) bleibende Verlängerung erfährt; dass der fragliche Draht durch 12 Kilogramm um 0,93 Millimeter elastisch verlängert wird, und dass er im Ganzen um 3 Millimeter ausgezogen werden kann, ehe der Bruch erfolgt.

Wertheim und Chevandier (Pogg. Annal. Ergänzungsband II, S. 481) fanden für Holzstäbe in der Richtung der Fasern bei 20 Procent Feuchtigkeit folgende Werthe für die Elasticitätsconstanten (auf 1 Quadratmillimeter Querschnitt bezogen).

Digitized by Google

	Specifisches Gewicht.	Elasticitäts-modulus.	Elasticitäts-gränze.
Acacie	0,717	1262	3,2
Tanne (Pin. abies)	0,493	1113	2,2
Föhre (Pin. silv.)	0,559	564	1,6
Hagebuche	0,756	1086	1,3
Birke	0,812	997	1,6
Buche	0,823	980	2,3
Eiche	0,872	921	2,3
Ahorn	0,674	1021	2,7
Pappel	0,477	517	1,5

Durch akustische Versuche ermittelten **Wertheim** und **Chevandier** folgende Werthe für den **Elasticitätsmodulus** verschiedener Holzarten in der Richtung des Radius und in der Richtung der Tangente:

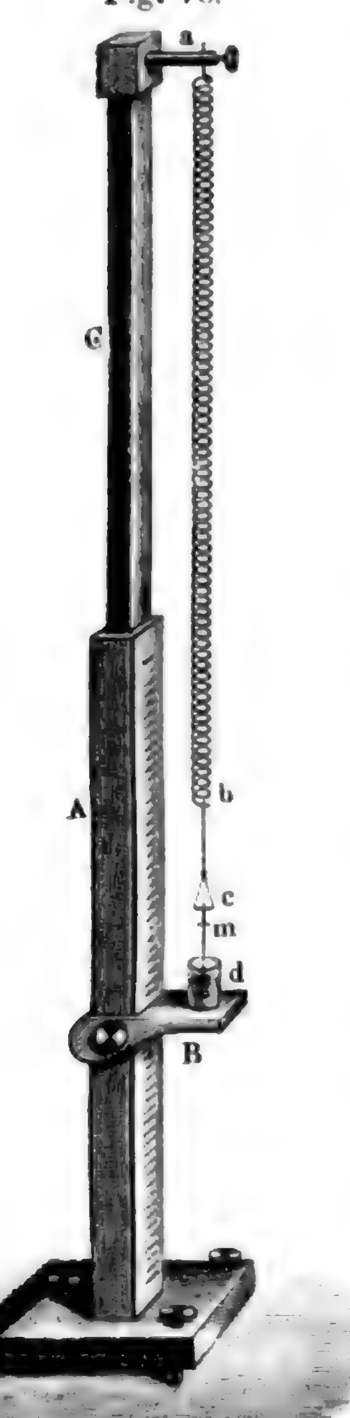
	In der Richtung	
	des Radius	der Tangente.
Hagebuche	208	103
Ahorn	157	73
Eiche	189	130
Birke	81	155
Buche	270	159
Pappel	73	39
Tanne	94	34
Föhre	97	29

Die Proportionalität zwischen der Verlängerung und dem spannenden Gewicht findet auch bei spiralförmig gewundenen Metalldrähten, sogenannten **Spiralfedern**, statt, nur ist hier eine verhältnissmässig kleine Kraft schon im Stande, bedeutende Verlängerungen zu bewirken, wie sich dies z. B. an **Jolly's Federwage** (Fig. 76 a. f. S.) zeigen lässt. — Ein spiralförmig gewundener Draht (etwa Claviersaite Nro. 6) ist bei a aufgehängt und trägt an seinem unteren Ende zwei kleine Wagschalen c und d, von denen die letztere stets in Wasser eingetaucht ist. Das Glas, welches das Wasser enthält, steht auf einem Träger B, der am Stativ A auf- und niedergeschoben werden kann und welcher stets so zu stellen ist, dass d frei im Wasser schwebt. Um die Stellung der Marke m bequem und sicher ablesen zu können, ist die am Stativ A angebrachte Theilung auf einen **Spiegelstreifen** aufgetragen. Um richtig abzu-

Digitized by Google

lesen, mit welchem Theilstrich der Scala sich *m* in gleicher Höhe befindet, hat man das Auge in eine solche Stellung zu bringen, dass die Marke *m* mit ihrem Spiegelbild zusammenfällt.

Fig. 76.



Bei einer Spirale von 36 Windungen der oben bezeichneten Drahtsorte stellte sich z. B. die Marke *m* beim Theilstrich 64 ein, als die Wage nicht weiter belastet war. Als auf die Wagschale *c* das Gewicht von 1 Gramm aufgelegt wurde, musste man den Schieber *B* niedersenken, um die Wagschale *d* im Wasser freischwebend zu erhalten, und nun stellte sich die Marke *m* beim Theilstrich 436 ein. Die Spirale hat also durch die Last von 1 Gramm eine Verlängerung von 436 — 64 = 372 Theilstrichen erfahren. Durch ein Gewicht von 0,5 oder 0,1 Gramm erleidet sie eine Verlängerung von 186 oder 37,2 Theilstrichen. Ein Milligramm verlängert die Spirale um 0,372 Theilstriche.

Das Auflegen eines kleinen Krystalls auf die Wagschale *c* bewirkte eine Verlängerung der Spirale um 211 Theilstriche, das Gewicht dieses Krystalls beträgt also $\frac{211}{372} = 0,567$ Grm.

Für schwerere Körper muss man stärkere (d. h. aus dickerem Draht verfertigte) Spiralen anwenden. Um den Apparat gehörig reguliren zu können, ist es nöthig, dass man den Stab *C* in der Hülse *A* auf- und niederschieben und in beliebiger Höhe feststellen kann.

Volumveränderung durch Zug.

36 Nach Poisson's theoretischen Entwickelungen wird der Durchmesser eines Stabes im Verhältniss von 1 zu $1 - \frac{a}{4}$ verkleinert, wenn die Länge desselben durch Ziehen im Verhältniss von 1 zu $1 + a$ vermehrt worden ist. Damit stimmen die Resultate der Versuche von Cagniard La Tour überein, welche auf folgende Weise angestellt wurden. Der Metallstab, dessen unteres Ende festgehalten ist, während sein oberes Ende durch eine Hebelvorrichtung aufwärts gezogen wird, wie Fig. 77 anschaulich macht, ist von einer engen mit Wasser gefüllten Glasröhre umgeben. Sobald der Stab, durch Ausziehen verlängert, dünner wird, senkt sich der Spiegel des Wassers in der Röhre, und man braucht nur die Grösse dieser Senkung zu messen, um daraus die Verminderung des Stabdurchmessers berechnen zu können.

Digitized by Google

Wertheim's Versuche stimmen jedoch mit diesen Resultaten nicht überein. Zunächst machte er Versuche mit Kautschukstäben von quadratischem Querschnitt, Fig. 78; er fand durch directe Messung, dass wenn diese Stäbe durch angehängte Gewichte im Verhältniss von 1 zu $1 + a$ verlängert werden, die Seite des Querschnitts im Verhältniss von 1 zu $1 - \frac{a}{3}$ abnimmt. — Zu dem gleichen Resultat führten Versuche mit Messingröhren, welche mit Wasser gefüllt, am oberen Ende mit einem engen Glasröhrchen in Verbindung standen. Durch Ausziehen der Röhre verändert sich der Rauminhalt derselben, wie man aus der Veränderung des Wasserstandes im Glasröhrchen erkennt.

Fig. 77.

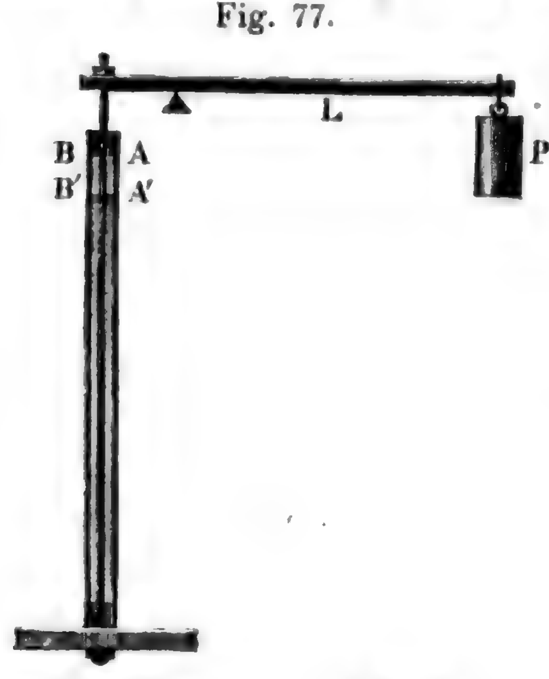
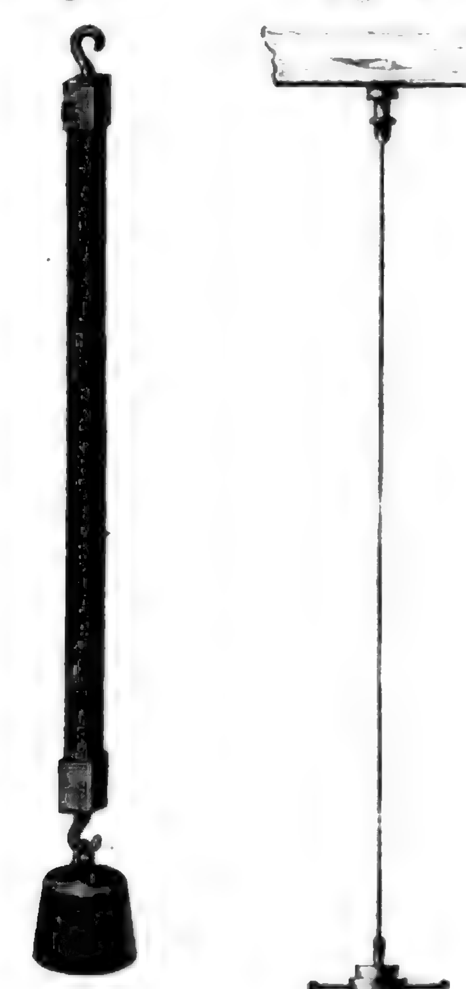


Fig. 78. Fig. 79.



Wenn sich der Durchmesser des Stabes im Verhältniss von 1 zu $1 - \frac{a}{3}$ verkleinert, so nimmt der Flächeninhalt des Querschnittes ab im Verhältniss von 1 zu $1 - \frac{2}{3}a$ (da a klein genug ist, um höhere Potenzen von a zu vernachlässigen). Das Volumen des ganzen Stabes ändert sich aber im Verhältniss von

$$1 \text{ zu } (1 + a)\left(1 - \frac{2}{3}a\right)$$

oder, was dasselbe ist, im Verhältniss von 1 zu $1 + \frac{1}{3}a$.

Torsionselasticität. Wenn 37
ein Stab an einem Ende festgeklemmt, an dem anderen Ende durch irgend eine Kraft um seine Axe umgedreht wird, so erleiden die einzelnen Theilchen eine Verschiebung, durch welche eine elastische Kraft hervorgerufen wird, welche die verschobenen Theilchen wieder in ihre ursprüngliche Lage zurückzuführen strebt. Um die Erscheinungen der Torsionselasticität an Drähten zu studiren, werden sie an ihrem oberen Ende eingeklemmt, wie Fig. 79 zeigt, unten aber durch Gewichte belastet. Wenn

Digitized by Google

man das Gewicht aus seiner ursprünglichen Lage um einen bestimmten Winkel herausdreht, wobei die Axe des Drahtes die Umdrehungsaxe bildet, und es sich dann selbst überlässt, so wird es durch die Torsionselasticität zunächst in seine Gleichgewichtslage zurückgeführt. In der Gleichgewichtslage angekommen, bleibt es aber nicht in derselben stehen, sondern es geht in Folge seiner Trägheit über dieselbe hinaus, den Draht nach der entgegengesetzten Seite windend, und so entsteht eine Reihe von Schwingungen, welche kleiner und kleiner werden, bis endlich der Draht mit dem angehängten Gewichte in seiner Gleichgewichtslage zur Ruhe kommt.

In Beziehung auf die Grösse der Torsionskraft gelten folgende Gesetze:

1) Die Torsionskraft ist dem Drehungswinkel proportional, wenn man also das untere Ende des Drahtes um $2n$, $3n$, $4n$ Grade u. s. w. aus der Gleichgewichtslage herausdreht, so ist die dadurch hervorgerufene Torsionskraft 2, 3, 4 u. s. w. mal so gross, als wenn die Drehung nur n Grade betragen hätte. Dies Gesetz geht daraus hervor, dass die Schwingungsdauer von der Grösse der ursprünglichen Drehung unabhängig ist, vorausgesetzt, dass man die Elasticitätsgränze nicht überschritten hat.

Auf dieses Gesetz hat Coulomb, welcher überhaupt die Torsionselasticität zuerst gründlich studirt hat, seine Drehwage gegründet, welche als ein für die Lehre vom Magnetismus und der Elektricität höchst wichtiges Instrument später besprochen werden soll.

2) Die Torsionskraft ist von der Spannung des Drahtes unabhängig.

3) Die Torsionskraft ist der Länge des Drahtes umgekehrt proportional.

38 **Festigkeit.** Die Kraft, mit welcher ein Körper der Trennung seiner Theilchen widersteht, nennt man seine Festigkeit.

Der zwischen den einzelnen Theilchen eines festen Körpers stattfindende Zusammenhang lässt sich durch Zerreissen, durch Zerbrechen, durch Zerwinden (Abdrehen) oder durch Zerdrücken aufheben.

Absolute Festigkeit nennt man die Kraft, mit welcher ein Körper dem Zerreissen widersteht, wenn er der Länge nach gespannt wird. Dieser Widerstand ist dem Querschnitte des zu zerreissenden Körpers proportional, denn es muss ja der Zusammenhang von zwei-, drei-, viermal so viel Theilchen aufgehoben werden, wenn der Querschnitt des Körpers zwei-, drei-, viermal so gross ist. Es ist also

$$P = nk,$$

wenn P die absolute Festigkeit, also die eben zum Zerreissen nöthige Kraft, n den Querschnitt des Körpers und k einen constanten Factor bezeichnet, welcher von der Natur der zu zerreissenden Substanz abhängig ist. Dieser Factor k, also die Kraft, welche eben nöthig ist, um einen Stab zu zerreissen, dessen Querschnitt gleich der Flächeneinheit ist, wird

Digitized by Google

der Festigkeitsmodulus genannt. Der Zahlenwerth von k hängt davon ab, welche Flächeneinheit und welche Gewichtseinheit man wählt.

Schon Muschenbroek hat zahlreiche Versuche über die absolute Festigkeit verschiedener Körper angestellt. Die folgende Tabelle enthält den in Kilogrammen ausgedrückten Festigkeitsmodulus, wenn man das Quadratmillimeter als Flächeneinheit annimmt, also das Gewicht, welches eben nöthig ist, um Drähte von 1 Quadratmillimeter Querschnitt zu zerreissen, wie es Wertheim in der bereits oben citirten Abhandlung angiebt.

	Ausgezogen. Kilogramm.	Angelassen. Kilogramm.
Blei	2,2	1,9
Zinn	2,6	2,4
Gold	26	11
Silber	29	16
Kupfer	40	31
Platin	34	25
Eisen	63	48
Gussstahl	83	65
Messing	60	—

Auf denselben Querschnitt beziehen sich die folgenden von Wertheim und Chevandier ermittelten Werthe für den Festigkeitsmodulus verschiedener Holzsorten:

	In der Richtung		
	der Fasern.	des Radius.	der Tangente.
Acacie	7,93	—	—
Tanne (Pin. abies)	4,18	0,22	0,29
Föhre (Pin. silv.)	2,48	0,26	0,20
Hagebuche	2,99	1,00	0,61
Birke	4,30	0,82	1,06
Buche	3,57	0,88	0,75
Eiche	5,66	0,58	0,41
Ahorn	2,71	0,72	0,37
Pappel	1,48	0,15	0,21

Nach anderen Angaben ist die absolute Festigkeit der Holzarten bedeutend grösser, so z. B. für

Eiche	6 bis 8 Kilogramm
Tanne	8 „ 9 „
Buche	8 „

Der Grund dieser Verschiedenheit ist vielleicht im ungleichen Wassergehalt, im verschiedenen Alter der Bäume, verschiedenem Standort u. s. w. zu suchen.

Digitized by Google

Für **Hanfseile** ist nach älteren Bestimmungen die absolute Festigkeit für das Quadratmillimeter Querschnitt 3,5 bis 6,2.

Die grosse Verschiedenheit in der Festigkeit der Hanfseile rührt von der ungleichen Beschaffenheit der Materiale her, aus denen sie verfertigt sind. Dünne Seile sind verhältnissmässig stärker als dicke, weil sie aus besserem Hanf gemacht sind. Durch starkes Drehen der einzelnen Fäden wird die Tragkraft der Seile bedeutend vermindert. Nasse Seile haben eine geringere Festigkeit als trockene.

Bei praktischen Anwendungen wird man der Sicherheit wegen wohl thun, bei Metallen nur $^1/_3$, bei Hölzern nur $^1/_4$ der durch die Versuche ermittelten absoluten Festigkeit in Rechnung zu bringen.

Die Kraft, welche ein Körper dem Zerbrechen entgegensetzt, nennt man seine relative, diejenige, welche er dem Zerdrücken entgegensetzt, die rückwirkende Festigkeit. Die relative Festigkeit sowohl wie die rückwirkende steht in einem innigen Verhältniss zur absoluten, was sich auch in mathematischer Form ausdrücken lässt; doch ist hier nicht der Ort, weiter darauf einzugehen.

39 **Adhäsion.** Dieselbe Kraft, welche die Theilchen eines festen Körpers zusammenhält, wirkt auch, um die Theilchen zweier vorher getrennter Körper zusammenzuhalten, wenn man nur im Stande ist, sie in eine hinreichend innige Berührung zu bringen. So verbinden sich Spiegelplatten, welche nach der Politur dicht an einander gelegt worden sind, oft so innig mit einander, dass sie nicht mehr getrennt werden können, ohne die Platten zu zerbrechen. Ebenso haften zwei Bleiplatten, die man zusammendrückt, fast so fest auf einander, als ob sie nur eine einzige Bleimasse ausmachten, vorausgesetzt, dass die Flächen, in welchen sich die beiden Bleistücke berühren, vollkommen eben und metallisch sind.

Dieses Aneinanderhaften zweier Körper wird mit dem Namen der Adhäsion bezeichnet.

Die Adhäsion zeigt sich nicht allein zwischen gleichartigen, sondern auch zwischen verschiedenartigen Körpern. Eine Bleiplatte mit einer Zinnplatte oder eine Kupferplatte mit einer Silberplatte durch Glättwalzen gezogen, giebt ein fast untrennbares Ganzes.

Besonders stark zeigt sich die Adhäsion, wenn ein flüssiger Körper mit einem festen Körper in Berührung gebracht und dann durch Erkalten oder durch Verdunstung des Lösungsmittels fest wird; hierauf beruht das Leimen, Kitten und Löthen. Kittet man z. B. vermittelst Siegellack zwei Glasstücke zusammen, so kommt es oft vor, dass sich beim Auseinanderreissen nicht das Glas vom Siegellack trennt, sondern dass Stücke aus dem Glase herausgerissen werden. Wenn man eine Glasplatte mit Leim bestreicht, so haftet dieser oft so fest am Glase, dass Stücke aus demselben (dem Glase) herausgerissen werden, wenn sich der Leim beim Austrocknen zusammenzieht.

Wenn zwei Körper mit ebenen Flächen auf einander liegen, und man

Digitized by Google

den einen über den anderen hinausschieben will, so setzt die Adhäsion dieser Bewegung ein Hinderniss entgegen; die Adhäsion hat also einigen Antheil am Reibungswiderstand, der überall da überwunden werden muss, wo zwei Körper über einander hingleiten, oder wo sich ein Körper über einen anderen hinwälzt. Von der Reibung wird noch weiter unten die Rede sein.

Krystallisation. Wenn ein Körper aus dem flüssigen oder gasförmigen Zustande in den festen übergeht, so ist es die nun stärker als zuvor in Thätigkeit tretende Cohäsionskraft, welche die bis dahin beweglichen Theilchen in einer bestimmten gegenseitigen Lage fixirt. In der ganzen Natur zeigt sich aber bei diesem Uebergange in den festen Zustand ein Bestreben, eine regelmässige Anordnung der Theilchen hervorzubringen. In der unorganischen Natur bewirkt dieses Bestreben die Krystallisation. 40

Krystalle nennt man solche feste Körper, welche sich in regelmässigen, durch ebene Flächen begränzten Gestalten gebildet haben. In der Natur findet man eine Menge solcher Krystalle; Quarz (Bergkrystall), Kalkspath, Schwerspath, Topas, Granat u. s. w. werden oft sehr schön krystallisirt gefunden.

Wenn ein Körper aus dem flüssigen Zustand in den festen übergeht, so bilden sich fast immer Krystalle. Der Uebergang aus dem flüssigen in den festen Zustand findet entweder durch Erkaltung eines geschmolzenen Körpers oder durch Ausscheidung aus einer Auflösung statt.

Wenn man geschmolzenes Wismuth in eine etwas erwärmte Schale giesst, so bildet sich nach einiger Zeit auf der Oberfläche eine feste Kruste. Wenn man nun diese Kruste durchsticht und das noch flüssige Metall abgiesst, so findet man die Höhlung, welche durch die zuerst erkaltete Kruste gebildet wird, mit würfelförmigen, oft mehrere Linien grossen Krystallen ausgekleidet.

Auf eine ähnliche Weise kann man auch Krystalle aus einer geschmolzenen Schwefelmasse erhalten.

Wenn man mit Aufmerksamkeit im Freien gefrierendes Wasser beobachtet, so sieht man, wie feine Eisnadeln auf der Oberfläche sich bilden, wie sie von einem Augenblicke zum anderen sich ausbreiten und verzweigen. Freilich sieht man hierbei selten so regelmässig krystallinische Gestalten, wie man sie beim Schnee beobachtet, doch sieht man deutlich, dass die Eisbildung eine Krystallbildung ist.

Viele Stoffe lösen sich in Flüssigkeiten, namentlich in Wasser, auf, und zwar lässt sich in einer bestimmten Menge Wasser nur eine bestimmte Menge irgend eines Stoffes auflösen; doch löst sich in warmem Wasser meistens mehr auf als in kaltem. Wenn nun eine Auflösung bei hoher Temperatur gesättigt ist, wenn man z. B. in einer bestimmten Menge warmen Wassers so viel Alaun aufgelöst hat als möglich, so kann diese Salzmasse nicht mehr ganz aufgelöst bleiben, wenn die Lösung erkaltet,

Digitized by Google

ein Theil des Salzes wird sich wieder ausscheiden, und zwar schiesst es in regelmässigen Krystallen an. — Auch dann bilden sich Krystalle, wenn das Wasser einer gesättigten Lösung allmälig verdunstet.

Nicht allein aus wässerigen Lösungen scheiden sich Krystalle aus; der Schwefel z. B. löst sich in Schwefelkohlenstoff, in Chlorschwefel, in Terpentinöl auf, und aus diesen Lösungen kann man schöne durchsichtige Krystalle von Schwefel erhalten.

Die Krystalle werden um so grösser und regelmässiger, je langsamer die Erkaltung oder Verdunstung vor sich geht. Bei schneller Krystallisation bilden sich kleine Krystalle, die sich zu unregelmässigen Gruppen zusammenhäufen, an denen man oft kaum ein krystallinisches Gefüge erkennen kann.

Jedem Stoffe kömmt eine eigenthümliche Krystallform zu; so ist z. B. die Krystallform des Bergkrystalls eine andere als die des Alauns, und diese wieder eine andere als die des Kupfervitriols.

Die Untersuchung der Symmetriegesetze, welche zwischen den einzelnen Krystallflächen stattfinden, sowie die Beschreibung der Krystallformen überhaupt, ist ein Gegenstand, mit welchem sich die **Krystallographie** zu beschäftigen hat; da jedoch die äussere Gestalt der Krystalle in einem innigen Zusammenhange mit den physikalischen Eigenschaften der Körper steht, so müssen wir hier wenigstens die Grundzüge dieser Symmetriegesetze betrachten.

Wenn man zwei Krystalle desselben Stoffes untersucht, so findet man freilich keine absolute Gleichheit oder Aehnlichkeit der Gestalten im geometrischen Sinne. So haben z. B. Quarzkrystalle häufig die vollkommen regelmässige Gestalt Fig. 80, sehr oft kommen sie aber auch in der Form Fig. 81 vor, und oft weichen sie noch weit mehr von dem normalen Habitus Fig. 80 ab. Wie aber auch die verschiedenen Quarzkrystalle verzerrt erscheinen mögen, so behalten sie doch immer einen selbst dem weniger Geübten leicht erkennbaren Grundtypus, sie bilden eine durch 6seitige Pyramiden zugespitzte 6seitige Säule; diese Pyramidenflächen erscheinen aber nicht immer ganz gleichmässig ausgebildet, sie liegen nicht immer in gleicher Entfernung vom geometrischen Mittelpunkte des Krystalls; aller dieser Unregelmässigkeiten ungeachtet sind die Winkel der entsprechenden Flächen für alle Krystallindividuen desselben Stoffes stets dieselben. So ist z. B. der Winkel, den eine Säulenfläche des Bergkrystalls mit der benachbarten macht, stets 120°, der Winkel zweier neben einander liegenden Pyramidenflächen ist stets 133° 44′ u. s. w.

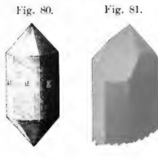


Fig. 80. Fig. 81.

Wenn man die Krystallform eines Körpers beschreibt, wenn man sie

Google

zeichnet, so abstrahirt man von allen Zufälligkeiten, man betrachtet alle entsprechenden Flächen als gleich weit vom Mittelpunkte des Krystalles liegend. Wir wollen eine solche Krystallgestalt den idealen Krystall nennen; die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf diese idealen Formen.

Krystallsysteme. In jedem Krystalle kann man gewisse Richtungen unterscheiden, gegen welche die einzelnen Flächen eine symmetrische Lage haben; diese Richtungen sind die Axen. In dem Krystall Fig. 80 ist offenbar die Linie, welche die Spitzen der beiden 6seitigen Pyramiden verbindet, eine solche Axe. Die mit g bezeichneten Säulenflächen sind dieser Axe parallel, alle Pyramidenflächen sind gleich gegen dieselben geneigt. 41

Die gegenseitige Lage und das Grössenverhältniss dieser Axen ist aber nicht für alle Krystalle dieselbe; man hat in dieser Beziehung 6 verschiedene Krystallsysteme zu unterscheiden.

1) Das reguläre System mit drei zu einander rechtwinkligen und gleichen Axen.

Fig. 82.

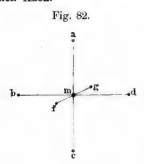
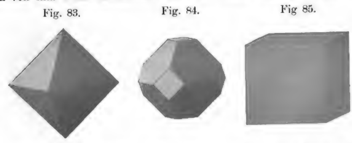


Fig. 82 stellt das Axensystem des regulären Systems dar. Die drei Axen schneiden sich in dem Punkte m, und zwar steht jede derselben rechtwinklig auf der Ebene der beiden anderen. Zwei dieser Axen, ac und bd, erscheinen in unserer Figur unverkürzt, dagegen erscheint die dritte, von vorn nach hinten gerichtete Axe fg verkürzt. In der That ist $mf = ma = mb$.

Denken wir uns in jede der 8 körperlichen Ecken des Axenkreuzes, Fig. 82, eine Fläche gelegt, welche gegen alle drei Axen gleich geneigt ist, also eine Fläche durch die Punkte a, f und d; eine zweite durch f, d und c; eine dritte durch f, b und a u.s.w., so entsteht das Octaëder, Fig. 83, welches man als die Grundgestalt des regulären Systems betrachtet, weil man von ihm leicht alle anderen Gestalten dieses Systems ableiten kann.

Fig. 83. Fig. 84. Fig 85.



Alle Ecken des regulären Octaëders sind unter einander gleich und jede Modification eines Ecks muss an allen übrigen in derselben Weise stattfinden.

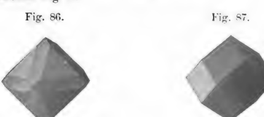
Digitized by Google

Wird jedes Octaëdereck durch eine Fläche abgestumpft, welche auf der entsprechenden Axe rechtwinklig steht, so entsteht der Körper Fig. 84. Denken wir uns die Abstumpfungsflächen bis zur gegenseitigen Durchschneidung ausgedehnt, so erhält man den Würfel Fig. 85.

An dem Würfel sind wieder alle Ecken unter sich gleich; ebenso sind alle Kanten gleichartig, und jede Modifikation eines Ecks oder einer Kante findet sich in derselben Weise auch an den übrigen.

Die 12 Kanten des Octaëders sind ebenfalls einander gleich; denken wir uns jede Octaëderkante durch eine Fläche abgestumpft, welche mit der abgestumpften Kante und einer Axe parallel läuft, so entsteht der Körper Fig. 86. Wenn die Abstumpfungsflächen der Octaëderkanten bis zu ihrer gegenseitigen Durchschneidung wachsen, so entsteht das Rhombendodekaëder Fig. 87.

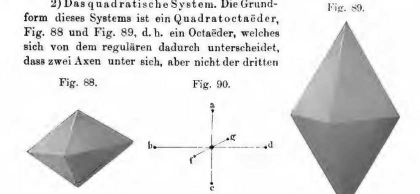
Fig. 86. Fig. 87.



Auf dieselbe Weise lassen sich auch die übrigen Formen des regulären Systems ableiten; doch würde er uns hier zu weit führen, wenn wir alle näher betrachten wollten; das Gesagte wird schon hinreichen, um zu zeigen, dass der Charakter des regulären Systems eben darin besteht, dass alle Formen desselben in Beziehung auf die drei Axen vollkommen symmetrisch sind. Im regulären System krystallisiren Alaun, Kochsalz, Granat, Flussspath u. s. w.

2) Das quadratische System. Die Grundform dieses Systems ist ein Quadratoctaëder, Fig. 88 und Fig. 89, d. h. ein Octaëder, welches sich von dem regulären dadurch unterscheidet, dass zwei Axen unter sich, aber nicht der dritten

Fig. 89. Fig. 88. Fig. 90.



gleich sind. Die letztere ausgezeichnete Axe wollen wir die Hauptaxe nennen und uns dieselbe immer vertical gestellt denken.

Die Hauptaxe steht zu den beiden anderen nicht in einem rationalen Verhältniss; sie ist bald grösser, bald kleiner als die horizontalen Axen; doch ist das Axenverhältniss für Krystalle einer und derselben Substanz stets dasselbe. Fig. 90 stellt z. B. das Axenkreuz dar, wie es den Krystallen des arseniksauren Kalis entspricht; hier sind die Axen *fg* und *bd* einander gleich. Nimmt man die Länge dieser Axen zur Einheit, so ist für dieses Salz die verticale Axe *ac* gleich 0,66. Fig. 89 stellt die Grundform des Blutlaugensalzes dar, bei welchem die Hauptaxe grösser ist als die Nebenaxen; und zwar verhält sich hier die Hauptaxe zu den Nebenaxen wie 1,77 zu 1.

Die 4 horizontalen Kanten des Quadratoctaëders sind einander gleich, aber sie sind von den übrigen Kanten dieses Octaëders verschieden; die 4 horizontalen Kanten können deshalb abgestumpft sein, ohne dass es die anderen sind, und so entsteht die Combination Fig. 91. Liegen die Abstumpfungsflächen der 4 horizontalen Kanten der Hauptaxe verhältnissmässig näher, so dass nur ein kleinerer Theil des Octaëders bleibt, so nimmt diese Combination den Habitus Fig. 92 an, welche die gewöhnliche Gestalt des arseniksauren Kalis darstellt.

Die 4 Abstumpfungsflächen der horizontalen Kanten bilden zusammen eine quadratische Säule, und so sind Fig. 91 und Fig. 92 Combinationen des Quadratoctaëders mit der quadratischen Säule.

Fig. 91. Fig. 92. Fig. 93.

Die 6 Ecken des Quadratoctaëders sind ebenfalls nicht gleichartig; die 4 Ecken, in welchen die Nebenaxen endigen, sind unter sich gleich, aber sie sind verschieden von dem Eck am oberen und unteren Ende der Hauptaxe. Deshalb können das obere und das untere Eck des Quadratoctaëders allein abgestumpft sein, wie es Fig. 93 zeigt, welches die gewöhnliche Form des Blutlaugensalzes darstellt; bei anderen Krystallen dagegen sind die vier horizontalen Ecken abgestumpft, ohne dass es die Ecken der Hauptaxe sind.

Ohne in eine weitere Betrachtung der Gestalten dieses Systems einzugehen, wird aus dem Gesagten schon klar der Grundcharakter desselben hervorgehen, welcher eben darin besteht, dass die verticale Axe von den beiden anderen, unter sich gleichartigen, ausgezeichnet ist.

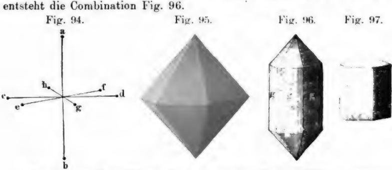
Im quadratischen Systeme krystallisiren unter anderen Vesuvian,

Digitized by Google

Honigstein, Blutlaugensalz, schwefelsaures Nickeloxyd, saures arseniksaures Kali u. s. w.

3) Das hexagonale System mit vier Axen (Fig 94), von denen drei, nämlich *cd*, *ef* und *hg* in einer Ebene liegend, einander gleich sind und einen Winkel von 60 Grad mit einander machen, während die vierte ausgezeichnete Axe, die Hauptaxe, rechtwinklig auf der Ebene der drei anderen steht und ihnen ungleich ist. Bezeichnen wir mit 1 die Länge der horizontalen Nebenaxen, so ist für Bergkrystall die Länge der Hauptaxe 1,1, für Kalkspath aber 0,83. In dieses System gehören die regulären 6seitigen Pyramiden (Fig. 95), welche in gleicher Weise als die Grundgestalt dieses Systems betrachtet werden können, wie die Octaëder der übrigen Systeme. Wenn die horizontalen Kanten dieser Pyramiden durch Flächen abgestumpft werden, welche mit der Hauptaxe parallel sind, so entsteht die Combination Fig. 96.

Fig. 94. Fig. 95. Fig. 96. Fig. 97.



Die Abstumpfungsflächen der horizontalen Kanten bilden zusammen eine reguläre 6seitige Säule, welche in Fig. 97 mit der geraden Endfläche, d. h. mit einer Fläche combinirt ist, welche rechtwinklig auf der Hauptaxe steht.

4) Das rhombische System mit drei zu einander rechtwinkligen aber ungleichen Axen. Denken wir uns eine dieser Axen vertical gestellt, so liegen die beiden anderen in einer horizontalen Ebene; doch sind hier die beiden horizontalen Axen nicht gleich wie beim quadratischen Systeme.

Fig. 98. Fig. 99.

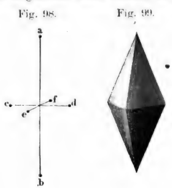


Fig. 98 stellt das Axenkreuz des in dieses System gehörigen natürlichen Schwefels dar. Für dieses Mineral verhalten sich die Axen *cd* : *ef* : *ab* wie 0,8 : 1 : 1,9. Fig. 99 stellt das rhombische Octaëder dar, welches diesen Axenverhältnissen entspricht.

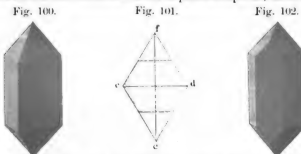
An dem rhombischen Octaëder,

Digitized by Google

Fig 99, sind nur immer je zwei diametral gegenüberliegende Ecken einander gleich, also das obere und untere, das vordere und hintere, das Eck rechts und das Eck links; wir haben also hier drei verschiedene Arten von Octaëderecken zu unterscheiden. Ebenso hat man am rhombischen Octaëder dreierlei Kanten zu unterscheiden: die vier horizontalen Kanten; die vier Kanten, welche in der Ebene der verticalen und der kleineren horizontalen Axe liegen, und endlich die Kanten, welche die verticale Axe mit der grösseren horizontalen verbinden.

Werden die vier horizontalen Kanten des rhombischen Octaëders durch Flächen abgestumpft, welche der Hauptaxe parallel sind, so entsteht eine Combination des rhombischen Octaëders mit der geraden rhombischen Säule, Fig. 100. Die Gestalt des horizontalen Querschnitts, der Basis dieser Säule, hängt von dem Grössenverhältniss der beiden horizontalen Axen ab. In Fig. 101 stellt der Rhombus *cfde* die Basis der rhombischen Säule, wie sie den Axenverhältnissen des Salpeters entspricht, unverkürzt dar.

Fig. 100. Fig. 101. Fig. 102.



Die grössere Diagonale *cf* dieser Basis heisst die Makrodiagonale, die kleinere *cd* ist die Brachydiagonale.

Die verticalen Kanten der rhombischen Säule sind einander nicht alle gleich; die vordere und hintere Kante der Säule, Fig. 100, welche durch die Makrodiagonale verbunden werden, sind spitzwinklig, während die beiden Kanten rechts und links, welche rechtwinklig auf den Enden der Brachydiagonalen aufgesetzt erscheinen, stumpfwinklige Kanten sind.

An einem rhombischen Octaëder kann man nach Belieben jede der drei Axen zur Hauptaxe nehmen; für eine Mineralspecies aber oder für ein Salz, welches in diesem System krystallisirt, wählt man diejenige Axe zur Hauptaxe, parallel welcher die Krystalle vorzugsweise säulenartig ausgedehnt sind.

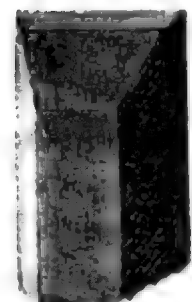
Durch Abstumpfung zweier diametral gegenüber stehenden Kanten der rhombischen Säule entsteht eine 6seitige Säule. So erscheinen an der rhombischen Säule des Salpeters meist die scharfen Kanten abgestumpft, Fig. 102, wodurch eine 6seitige Säule entsteht, deren horizontale Basis in Fig. 101 durch Schraffirung angedeutet ist.

Fig. 103 (a. f. S.) stellt den gewöhnlichen Habitus der Salpeterkrystalle dar; es ist eine Combination der eben besprochenen 6seitigen Säule mit meh-

Digitized by Google

reren Flächen, die parallel mit der Axe *cd* laufen und verschiedene Neigung gegen die Hauptaxe haben. Die Octaëderflächen sind bei den Salpeterkrystallen meist gänzlich verschwunden.

Fig. 103.



Das rhombische System ist also dadurch ausgezeichnet, dass sich in verticaler Richtung andere Symmetrieverhältnisse zeigen als von vorn nach hinten, und in dieser Richtung wieder andere als von der Linken zur Rechten.

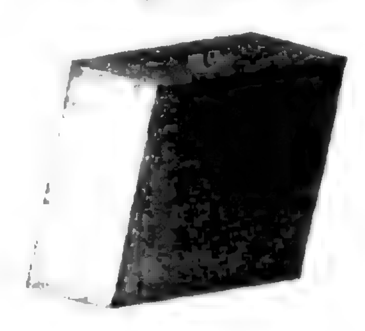
Ausser den schon genannten Körpern krystallisiren unter anderen im rhombischen Systeme Zinkvitriol, schwefelsaures Kali, Arragonit, Schwerspath, Topas u. s. w.

5) Das **monoklinische System**, in welchem unter anderen der Gyps, das Glaubersalz, der Eisenvitriol, das essigsaure Natron, der Zucker u. s. w. krystallisiren, zeichnet sich vor dem rhombischen Systeme dadurch aus, dass zwei Axen sich nicht unter rechtem Winkel schneiden, während die dritte rechtwinklig auf der Ebene der beiden schiefwinkligen steht.

Fig. 104 stellt ein in dieses System gehöriges Axenkreuz dar: die Axe *ef* steht rechtwinklig auf der Ebene der beiden anderen, dagegen schneiden sich die Axen *ab* und *cd* nicht unter rechtem Winkel.

Fig. 104.

Fig. 105.



Die Ebene der beiden Axen *ab* und *cd*, Fig. 104, welche sich nicht unter rechtem Winkel schneiden, heisst die **symmetrische Ebene**, während die rechtwinklig auf der symmetrischen Ebene stehende Axe *ef* die **symmetrische Axe** genannt wird.

Die charakteristischste und am häufigsten theils allein, theils in Combination mit anderen Flächen vorkommende Form dieses Systems ist die **schiefe rhombische Säule**, Fig. 105, welche sich von der geraden rhombischen Säule des vorigen Systems dadurch unterscheidet, dass die Hauptaxe dieser Säule nicht rechtwinklig auf der Basis steht.

Die Säule ist in unserer Figur so gestellt, dass die Ebene der beiden schiefwinkligen Axen unverkürzt, die dritte auf ihrer Ebene rechtwinklig stehende Axe aber, als gegen den Beschauer gerichtet, verkürzt erscheint.

Auch hier haben wir zwei scharfe und zwei stumpfe Säulenkanten zu unterscheiden. Die Abstumpfungsfläche der vorderen und hinteren Säulenkante (die Fläche *a* in Fig. 106) steht rechtwinklig zu der oberen Endfläche *c*; dagegen macht die Abstumpfungsfläche *b*, Fig. 107, der Säulenkanten rechts und links einen schiefen Winkel mit *c*.

Digitized by Google

Die horizontalen Kanten der durch die Fläche *c* begränzten schiefen rhombischen Säule sind nicht gleicher Natur, wie dies bei der geraden rhombischen Säule der Fall war; an der oberen Fläche, Fig. 105, sind die

Fig. 106. Fig. 107. Fig. 108.

beiden Kanten rechts scharfe Kanten, die beiden horizontalen Kanten auf der linken Seite der oberen Fläche sind dagegen stumpfe Kanten. An der unteren Fläche liegen die beiden scharfen Kanten links, die stumpfen rechts.

Die scharfen horizontalen Kanten können für sich allein abgestumpft sein, während bei anderen Krystallen nur die stumpfen horizontalen Kanten abgestumpft sind.

Die schon oben besprochene Gestalt, Fig. 107, zeigt die gewöhnliche Krystallform des Zuckers. Häufig erscheinen aber an den Zuckerkrystallen noch die spitzen Kanten zwischen *c* und *b* und die Ecken abgestumpft, in welchen die Säulenflächen *g* mit den Endflächen *c* zusammentreffen, wie dies Fig. 108 dargestellt ist.

6) Das triklinische System ist durch drei Axen charakterisirt, welche alle drei ungleich sind, und von denen keine mit der anderen einen rechten Winkel macht. Die Krystalle dieses Systems zeigen unter allen am wenigsten Symmetrie. Hier sind nur immer je zwei Flächen, Kanten oder Ecken gleichartig, welche einander diametral gegenüber stehen.

Dem triklinischen Systeme gehören unter anderen die Krystalle des Axinits und des Kupfervitriols an.

Die Hemiëdrie. Es kommt bei Krystallen häufig vor, dass die 42
Hälfte der Flächen einer einfachen Gestalt nach bestimmten Gesetzen in solchem Maasse ausgedehnt ist, dass die andere Hälfte der Flächen vollkommen verschwindet. Solche Krystalle nennt man Halbflächner oder hemiëdrische Krystalle. Wir müssen hier der Hemiëdrie noch kurz erwähnen, weil dieselbe in innigem Zusammenhange mit einigen physikalischen Erscheinungen der Krystalle steht.

Denken wir uns an dem regulären Octaëder, Fig. 109 (a. f. S.), die Fläche *o* und die in unserer Zeichnung nicht sichtbare Fläche der oberen Pyramide hinten rechts nach allen Seiten gewachsen, so schneiden sich diese beiden Flächen in der Kante *ab*. Wenn ferner von den vier unteren Octaëderflächen die Fläche *n* und die Fläche hinten links wächst, so schneiden sich

diese in der Kante cd; die gewachsenen Flächen o und n schneiden sich in der Kante bc u. s. w. Kurz, wenn die Fläche o und die drei Flächen des Octaëders, welche mit o nur in einer Spitze zusammentreffen, wachsen, bis diejenigen Octaëderflächen, welche mit o in einer Kante zusammenstossen, und diejenige Octaëderfläche, welche mit o parallel liegt, ganz verschwunden sind, so entsteht ein nur von 4 Flächen begränzter Körper $abcd$, Fig. 109.

Fig. 109. Fig. 110. Fig. 111 Fig. 112.

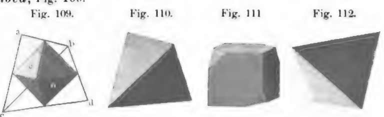


Fig. 110 stellt diesen Körper, welcher das **Tetraëder** genannt wird, für sich allein dar.

Fig. 111 ist eine Combination des regulären Tetraëders mit dem Würfel.

Das **Tetraëder**, Fig. 110, kann man sich also aus dem **Octaëder**, Fig. 109, dadurch entstanden denken, dass die eine Hälfte der Octaëderflächen bis zum Verschwinden der vier übrigen Octaëderflächen gewachsen sind. Denken wir uns dagegen diese vier letzteren Octaëderflächen bis zum Verschwinden der ersteren gewachsen, so entsteht das **Tetraëder**, Fig. 112.

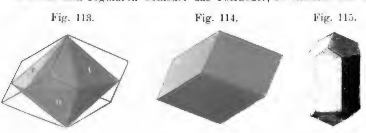
Die 4 Flächen dieser Tetraëder sind gleichseitige Dreiecke, und die 6 Kanten derselben sind unter einander gleich.

Das Tetraëder Fig. 110 unterscheidet sich von dem Tetraëder Fig. 112 nur durch seine Stellung. Dadurch, dass man das letztere Tetraëder um seine verticale Axe um 90° dreht, kommt es in die Stellung des ersteren, und ist nun mit ihm vollkommen **congruent**.

Einen solchen Fall der Hemiëdrie, bei welchem wie hier die beiden aus derselben Grundgestalt abgeleiteten hemiëdrischen Formen einander vollkommen gleich und nur durch die Stellung verschieden sind, nennt man eine **congruente** oder **überdeckbare** Hemiëdrie.

Wie aus dem regulären Octaëder das Tetraëder, so entsteht aus der

Fig. 113. Fig. 114. Fig. 115.



Digitized by Google

doppeltsechsseitige Pyramide des hexagonalen Systems durch Wachsen der einen Hälfte der Flächen das Rhomboëder. Denken wir uns von der

Fig. 116.

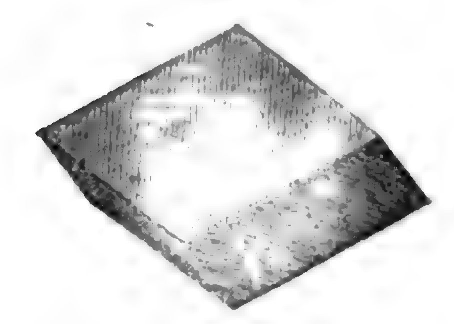
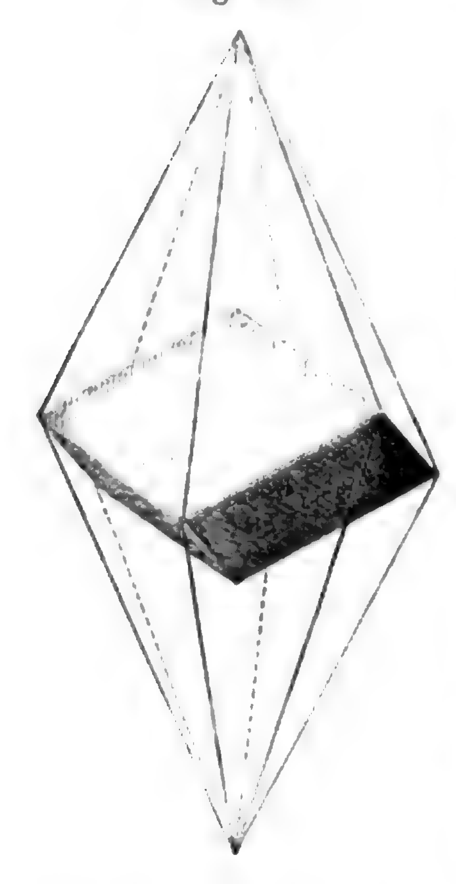


Fig. 117.



oberen Pyramide, Fig. 113, die Flächen *r*, *t* und diejenige auf der hinteren Seite, welche *s* gegenüberliegt, von der unteren Pyramide aber gerade diejenigen Flächen gewachsen, welche in einer Kante mit den ausgefallenen Flächen der oberen Pyramide zusammenstossen, so entsteht das Rhomboëder, wie es in Fig 113 durch die starken Linien angedeutet und welches in Fig. 114 für sich allein dargestellt ist. Es ist dies die Grundgestalt des Kalkspaths.

Fig. 116 zeigt eine Combination dieses Rhomboëders mit der regulären 6seitigen Säule.

Während aus der doppelt 6seitigen Pyramide, Fig. 113, durch Wachsen der einen Hälfte der Flächen das Rhomboëder Fig. 114 entsteht, so entsteht durch Wachsen der anderen Hälfte der Flächen die Grundgestalt des Rhomboëders Fig. 116. Die beiden Rhomboëder Fig. 114 und 116 sind nur durch ihre Stellung verschieden, im Uebrigen aber vollkommen gleich, so dass man jedes durch Drehung auch in die Stellung des anderen bringen kann; wir haben also hier gleichfalls ein Beispiel der überdeckbaren Hemiëdrie.

Eine andere wichtige hemiëdrische Form des hexagonalen Systems ist das Skalenoëder; Fig. 117. Es ist die Hemiëdrie einer symmetrisch 12seitigen Pyramide. Charakteristisch für diese Form ist es, dass ihre Seitenkanten wie die eines Rhomboëders liegen, dass man sich also jedes Skalenoëder leicht so vorstellen kann, als ob durch die Seitenkanten eines Rhomboëders Flächen nach einem Punkt der verlängerten Hauptaxe gelegt wären, welche um die *n*fache Länge der verticalen Halbaxe des Rhomboëders von der Mitte des Krystalles absteht.

Fig. 118 und Fig. 119 (a. f. S.) stellen die unter dem Namen der Sphenoïde bekannten beiden Halbflächner eines rhombischen Octaëders, Fig. 99 (s. S. 92), dar. Die Dreiecke, durch welche diese Tetraëder begränzt werden, sind ungleichseitig und deshalb kann man auch das Tetraëder Fig. 119 durch keinerlei Drehung in die Stellung Fig. 118 bringen. Die beiden Körper Fig. 118 und Fig. 119 sind nicht congruent, sie verhalten sich aber wie Gegenstand und Spiegelbild, wie rechte und linke Hand. Wir

Digitized by Google

haben also hier einen Fall von nicht congruenter oder nicht überdeckbarer Hemiëdrie. Die Sphenoïde kommen nicht isolirt vor, sondern nur in Combination mit anderen Flächen, namentlich mit der rhombischen Säule, bei welcher Combination sich auch die Nicht-Ueberdeckbarkeit leichter übersehen lässt.

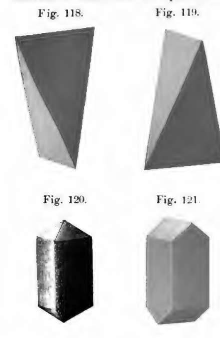


Fig. 118. Fig. 119. Fig. 120. Fig. 121.

Fig. 120 stellt eine Combination der geraden rhombischen Säule mit dem rhombischen Octaëder dar, wie sie den Axenverhältnissen des Zinkvitriols entspricht. Wenn nun hier nach dem oben für das reguläre Octaëder angegebenen Gesetze die Hälfte der Octaëderflächen durch Wachsen der benachbarten Flächen verschwindet, so entsteht die Combination Fig. 121, welche beim Zinkvitriol und beim Bittersalz sehr häufig beobachtet wird.

Bei den Zuckerkrystallen tritt die Hemiëdrie häufig in der Weise auf, dass die Flächen *d*, Fig. 108, an der vorderen Säulenkante fehlen, während sie an der hinteren vorhanden sind.

Drittes Capitel.

Hydrostatik, oder die Lehre vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

Gleichförmige Fortpflanzung des Drucks durch flüssige Körper. 43 Tropfbarflüssige Körper haben in Folge der leichten Verschiebbarkeit ihrer Theilchen die Eigenschaft, dass sie jeden Druck, welcher auf einen Theil ihrer Oberfläche ausgeübt wird, nach allen Seiten gleichmässig fortpflanzen.

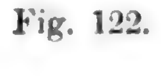
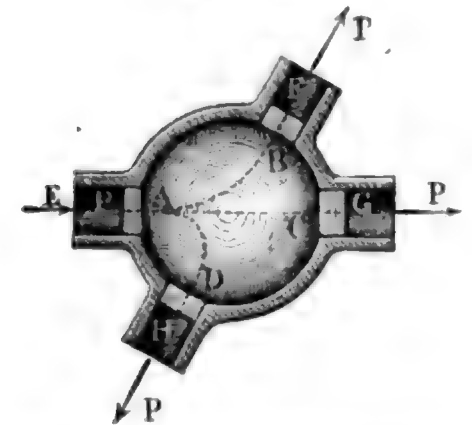


Fig. 122.



Es sei in Fig. 122 der horizontale Durchschnitt eines mit Wasser gefüllten allseitig geschlossenen Gefässes dargestellt, an welchem sich in gleicher Höhe vier vollkommen gleiche Röhren befinden, die durch Kolben verschlossen sind. Da diese Kolben gleichen Durchmesser haben und in gleicher Höhe liegen, so haben sie auch vollkommen gleichen Druck durch die Schwere des Wassers auszuhalten, einen Druck, von welchem wir also vor der Hand ganz absehen können, den wir also als nicht vorhanden betrachten wollen.

Würde nun durch irgend eine Kraft einer der Kolben, etwa A, nach Innen gedrückt, so pflanzt sich dieser Druck durch das Wasser hindurch auf die übrigen Kolben fort, und man müsste, um zu verhindern, dass diese Kolben herausgedrückt werden, auf jeden derselben einen nach Innen gerichteten Gegendruck anbringen, welcher vollkommen dem auf den Kolben A wirkenden Druck gleich ist; das Gleichgewicht kann also nur dann bestehen, wenn alle vier Kolben durch ganz gleiche Kräfte nach Innen gedrückt werden.

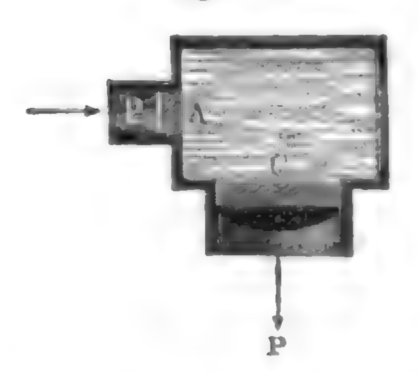
Der Druck pflanzt sich jedoch nicht allein vom Kolben A auf die übrigen Kolben, sondern auf alle Theile der Gefässwand fort, so dass jeder

Digitized by Google

Flächentheil der Gefässwand, welcher eben so gross ist, wie der Querschnitt des Kolbens *A*, auch einen eben so grossen Druck auszuhalten hat.

In Fig. 123 ist der Durchschnitt eines ähnlichen Gefässes mit zwei Röhren dargestellt, welche gleichfalls mit Kolben geschlossen sein sollen, die Röhren und folglich auch der Querschnitt der Kolben sind aber nicht gleich. Es sei z. B. die Oberfläche des Kolbens *C* 10mal so gross, als die des Kolbens *A*, so wird, wenn irgend eine Kraft gegen den Kolben *A* drückt, der Gesammtdruck auf den Kolben *C* auch 10mal so gross sein, als der auf *A* wirkende, weil jedes Flächenstück des Kolbens *C*, welches der Oberfläche des Kolbens *A* gleich ist, einen eben so grossen Druck auszuhalten hat als *A* selbst.

Fig. 123.

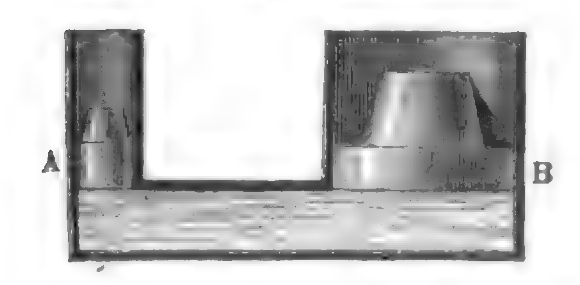


Wenn man also den Kolben *A* mit einer Kraft von 10 Pfund nach Innen drückt, so müsste man zur Erhaltung des Gleichgewichts an dem Kolben *C* einen nach Innen gerichteten Druck von 100 Pfund anbringen.

Der Druck pflanzt sich nicht allein in einer Horizontalebene fort, wie dies in den bisher betrachteten Beispielen der Fall war, sondern nach allen Seiten, also auch nach oben und nach unten.

Fig. 124 stellt den verticalen Durchschnitt zweier unten verbundener Röhren von ungleichem Querschnitt dar. Der die Röhren verbindende Raum sei mit Wasser gefüllt und auf dieses die Kolben *A* und *B* aufgesetzt. Wenn nun auf den Kolben *A*, dessen Querschnitt 10mal kleiner sein mag, als der des Kolbens *B*, ein Gewicht, etwa von 12 Pfund aufgelegt wird, so wird sich der Druck in der Weise bis zum Kolben *B* fortpflanzen, dass gegen jedes Flächenstück von *B*, welches eben so gross ist als der Querschnitt von *A*, ein nach oben gerichteter Druck von 12 Pfund wirkt, man müsste also den Kolben *B* mit 120 Pfund belasten, wenn das Gleichgewicht ungestört bleiben soll.

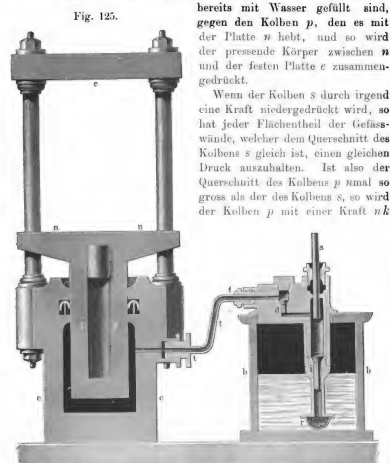
Fig. 124.



Auf der gleichförmigen Fortpflanzung des Drucks durch Flüssigkeiten beruht die **hydraulische Presse**; sie besteht aus zwei Haupttheilen, einer Druckpumpe, mittelst deren der Druck auf das Wasser ausgeübt wird, und einem Kolben mit einer Platte, welcher den Druck empfängt, um ihn auf den zu pressenden Körper zu übertragen. Fig. 125 ist ein Durchschnitt der hydraulischen Presse. Fig. 126 a. S. 102 eine äussere Ansicht der Druckpumpe von der rechten Seite der Fig. 125 gesehen. Durch den Hebel *l* wird der Kolben *s* gehoben, das Wasser des Behälters *b* dringt durch das Sieb *r*, hebt das Ventil *i* und gelangt so unter den Kolben *s*. Wenn man den Hebel niederdrückt, so geht auch der Kolben *s* nieder,

das zurückgetriebene Wasser schliesst das Ventil i, hebt das Ventil d und gelangt durch die Röhre t in den Cylinder c der Presse; hier drückt es nun, vorausgesetzt, dass die ganze Höhlung von c sammt der Röhre t bereits mit Wasser gefüllt sind, gegen den Kolben p, den es mit der Platte n hebt, und so wird der pressende Körper zwischen n und der festen Platte e zusammengedrückt.

Fig. 125.



Wenn der Kolben s durch irgend eine Kraft niedergedrückt wird, so hat jeder Flächentheil der Gefässwände, welcher dem Querschnitt des Kolbens s gleich ist, einen gleichen Druck auszuhalten. Ist also der Querschnitt des Kolbens p $n$mal so gross als der des Kolbens s, so wird der Kolben p mit einer Kraft nk gehoben, wenn der Kolben s mit einer Kraft k niedergedrückt wird.

Bezeichnen wir mit K den Druck, mit welchem der grosse Kolben gehoben wird, so ist:

$$K = k\,\frac{R^2}{r^2},$$

wenn r den Halbmesser des kleinen, R den des grossen Kolbens bezeichnet. Ist nun ferner l der Hebelarm, an welchem der kleine Kolben angehängt ist, L der Hebelarm, an welchem der Arbeiter drückt,

Digitized by Google

so ist:

$$k = D \frac{L}{l},$$

Fig. 126.

wenn D den Druck bezeichnet, welchen der Arbeiter ausübt, mithin haben wir:

$$K = D \frac{L . R^2}{l . r^2}.$$

Ist z. B. $R = 10r$ und $L = 6l$, so ist:

$$K = D \cdot 600.$$

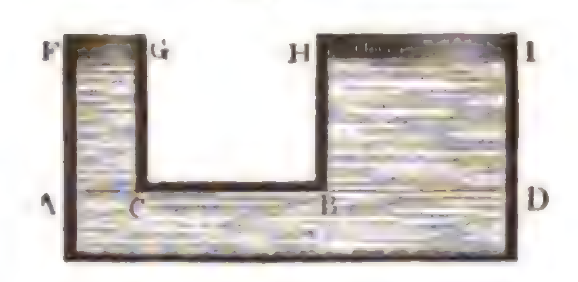
Wenn also der Hebel bei l mit einer Kraft von 100 Pfund niedergedrückt wird, so wird der Kolben p mit einer Kraft von 60000 Pfund gehoben.

Von der Kraft, welche am Hebel l angewandt wird, geht ein Theil durch Reibungswiderstände verloren, bevor sie sich bis zum Kolben p fortpflanzt; deshalb wird der Effect stets geringer sein, als er nach den eben angeführten Betrachtungen sein sollte.

44 **Communicirende Röhren.** Denken wir uns in der Vorrichtung Fig. 127 die Dicke der Kolben A und B auf Null reducirt, oder denken wir uns statt der Kolben nur Wasserschichten, so werden doch die Gleich-

Fig. 127.

Fig. 128.



Digitized by Google

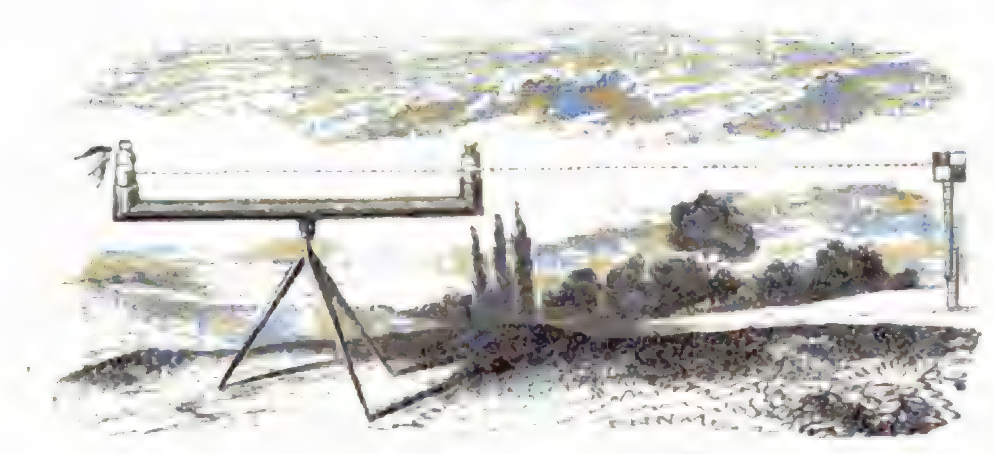
gewichtsbedingungen unverändert dieselben bleiben. Wenn auf die Schicht AC, Fig. 128, irgend ein gleichförmiger Druck ausgeübt wird, so findet das Gleichgewicht nur dann statt, wenn auf die $n$mal grössere Schicht BD ein auch $n$mal grösserer Druck wirkt. Wird auf die Wasserschicht AC eine Wassersäule $ACFG$ aufgeschüttet, so ist es das Gewicht derselben, welches auf AC drückt. Will man diesem Druck durch eine auf BD lastende Wassersäule das Gleichgewicht halten, so muss diese Wassersäule $BDHJ$ nothwendig $n$mal so schwer sein als $ACFG$. Soll aber die Wassersäule $BDHJ$ wirklich $n$mal schwerer sein als $ACFG$, so müssen beide Wassersäulen gleiche Höhe haben, da ja die Grundfläche BD schon $n$mal grösser ist als AC.

Für cylindrische verticale Röhren, die unten auf irgend eine Weise mit einander in Verbindung stehen, gilt also das Gesetz, dass sie mit der gleichen Flüssigkeit bis zu gleicher Höhe gefüllt sein müssen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll, mag nun ihr Durchmesser gleich sein oder nicht.

Auf dies Gesetz gründet sich die Anwendung der Wasserwagen, Fig. 129.

Fig. 130.

Fig. 129.



Nur bei ganz engen Röhren findet eine Abweichung statt, die später besprochen werden wird.

Sind Flüssigkeiten von ungleichem specifischen Gewicht in die beiden Schenkel gegossen, so sind natürlich die Flüssigkeitssäulen, welche sich das Gleichgewicht halten, nicht mehr gleich hoch, sondern ihre Höhen verhalten sich umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte.

In die heberförmig gebogene Röhre, Fig. 130, sei z. B. Quecksilber und dann in den längeren Schenkel Wasser gegossen. Denken wir uns durch die Berührungsstelle von Quecksilber und Wasser eine horizontale Ebene BA gelegt, so wird alles Quecksilber unter BA für sich im Gleichgewicht sein, die Höhe der Quecksilbersäule AE ist aber für den Fall des Gleichgewichts 13,6mal geringer als die Höhe der Wassersäule FB im anderen Schenkel, weil das specifische Gewicht des Quecksilbers 13,6mal so gross ist als das des Wassers.

Was man nun auch für verschiedene Flüssigkeiten anwenden mag,

Digitized by Google

immer müssen sich die Höhen der Säulen umgekehrt wie ihre specifischen Gewichte verhalten. So hält z. B. eine 8 Zoll hohe Säule von concentrirter Schwefelsäure einer Wassersäule von 14,8 Zollen, und eine 8 Zoll hohe Säule von Schwefeläther einer Wassersäule von 5,7 Zollen das Gleichgewicht.

45 **Freie Oberfläche der Flüssigkeiten.** Aus dem Satze, welcher zu Anfang des vorigen Paragraphen bewiesen wurde, geht nun auch hervor, dass die freie Oberfläche einer Flüssigkeit in irgend einem Gefässe nothwendig horizontal sein muss. Wir können uns die ganze Flüssigkeitsmasse in eine beliebige Menge verticaler Säulchen zerlegt denken und diese müssen sich unter einander nach dem Principe der communicirenden Röhren das Gleichgewicht halten. Hätte z. B. die Oberfläche der Flüssigkeit die Gestalt der Fig. 131, so könnten sich unmöglich die Wassersäulen *cd* und *ab*, welche zur Unterscheidung von der übrigen Wassermasse stärker schraffirt sind, das Gleichgewicht halten; es muss nothwendig ein Sinken der höheren und ein Steigen der niedrigeren erfolgen, bis die ganze Oberfläche rechtwinklig ist zur Richtung der Schwere.

Fig. 131.

Wenden wir dies auf die Oberfläche des Meeres an, welches wir als vollkommen ruhig betrachten wollen, so ist klar, dass, wenn die Schwerkraft allein wirkte und wenn sie stets nach dem Mittelpunkt der Erde gerichtet wäre, die Oberfläche aller Meere Theile einer Kugeloberfläche sein müssten.

46 **Bodendruck der Flüssigkeiten.** Wenn flüssige Massen im Gleichgewicht sind, so üben sie in Folge ihrer Schwere einen mehr oder minder bedeutenden Druck auf den Boden und die Seitenwände der Gefässe aus, in denen sie enthalten sind, dessen Werth wir nun bestimmen wollen. Zunächst wollen wir den Druck untersuchen, welcher von oben nach unten, oder von unten nach oben auf horizontale Flächen, alsdann den Druck, welcher auf die Seitenflächen ausgeübt wird.

In Gefässen, die wie in Fig. 132 bis 135 gleiche Grundfläche haben und bis zu gleicher Höhe mit Wasser gefüllt sind, hat der Boden gleichen Druck auszuhalten, mag nun das Gefäss oben weit oder eng, mag es gerade oder schräg sein.

Der Druck, welchen der Boden eines mit Wasser gefüllten Gefässes auszuhalten hat, ist gleich dem Gewicht einer verticalen Wassersäule, deren Basis gleich ist jenem Boden und deren Höhe gleich ist der Tiefe des Bodens unter dem Wasserspiegel.

Der Druck, welchen der Boden der Gefässe Fig. 132 bis 135 auszuhalten hat, ist also gleich dem Gewichte der im Gefäss Fig. 133 enthaltenen Wassersäule.

Digitized by Google

Wenn man allgemein mit s den Flächeninhalt des Bodens, den man betrachtet, mit h die Höhe des Flüssigkeitsspiegels über dem Boden, mit

Fig. 132.

Fig. 133.

Fig. 134.

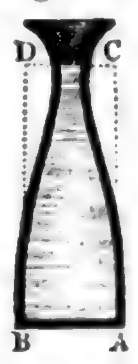
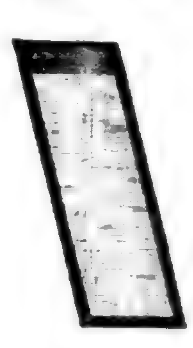


Fig. 135.



P den auf dem Boden lastenden Druck und mit d das Gewicht der Raumeinheit der Flüssigkeit bezeichnet, so ist:

$$P = s \,.\, h \,.\, d.$$

Es sei z. B. der Flächeninhalt des Bodens 3 Quadratfuss, die Höhe des Wasserspiegels über dem Boden 4 Fuss, so ist der Druck auf den Boden 3 . 4 . 66 Pfund, da der Cubikfuss Wasser 66 Pfund wiegt und das Volumen der verticalen Wassersäule 3 . 4 = 12 Cubikfuss beträgt.

Für das neue französische Maasssystem ist $d = 1$, wenn das Gefäss mit Wasser gefüllt ist (1 Cubikcentimeter Wasser wiegt 1 Gramm), der Bodendruck ist also für dieses Maass-System:

$$P = s \,.\, h.$$

Dass der Druck auf den Boden eines geraden cylindrischen Gefässes, wie Fig. 133, gleich ist dem Gewicht des darin enthaltenen Wassers, ist klar; dass aber der Druck auf den Boden der oben erweiterten, verengten und schrägen Gefässe derselbe sein muss, bedarf noch eines Beweises.

Fig. 136.

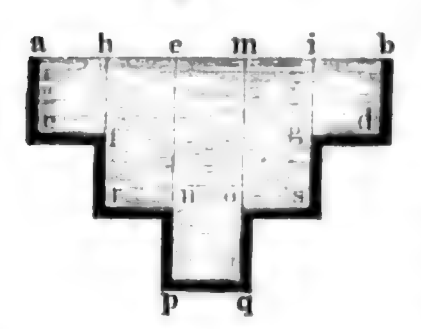


Fig. 136 stellt ein Gefäss vor, welches sich in treppenförmigen Absätzen nach oben erweitert. Die oberste verticale Wassersäule $abcd$ drückt mit ihrem ganzen Gewicht auf die Grundfläche cd; jeder Theil dieser Grundfläche hat natürlich gerade das Gewicht der vertical auf ihm lastenden Wassersäule zu tragen, und somit ist die Wasserschicht fg durch das Gewicht der Wassersäule $fghi$ gedrückt.

Der Druck der Wassersäule $hfgi$ pflanzt sich vertical nach unten fort, so dass die Fläche rs, welche gleich fg ist, nicht nur den Druck der unmittelbar auf ihr lastenden Wassersäule $rfgs$, sondern auch noch den der Wassersäule $fghi$ zu tragen hat. — Die Fläche rs trägt also das Gewicht der Wassersäule $rshi$.

Wenn man auf diese Weise weiter schliesst, so ergiebt sich, dass die Basis pq einen Druck auszuhalten hat, welcher gleich ist dem Gewichte der Wassersäule $pqem$.

Dasselbe gilt auch für ein Gefäss, bei welchem, wie Fig. 137 a. f. S.,

Digitized by Google

die einzelnen treppenförmigen Absätze eine ganz geringe Höhe haben, der Boden *ab* ist durch das Gewicht der Wassersäule *abcd* gedrückt.

Da diese Schlüsse von der Höhe und den Dimensionen dieser Absätze überhaupt ganz unabhängig sind, so gelten sie auch noch für den Fall, dass die einzelnen treppenförmigen Absätze verschwindend klein werden, sie gelten also auch für jedes oben erweiterte Gefäss.

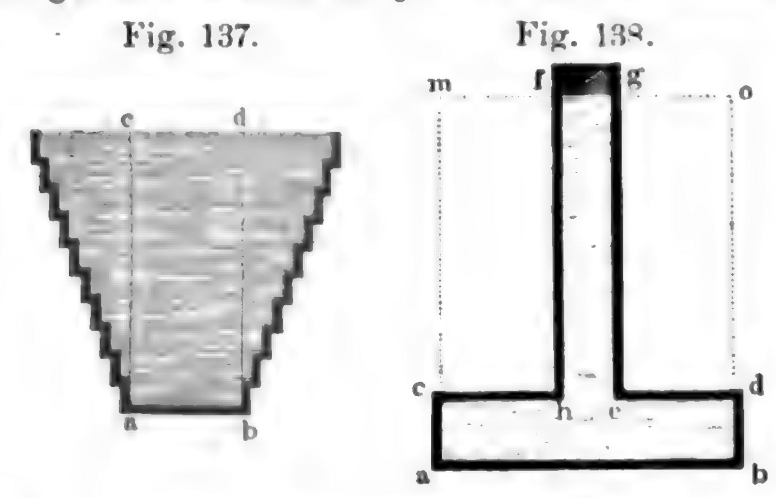


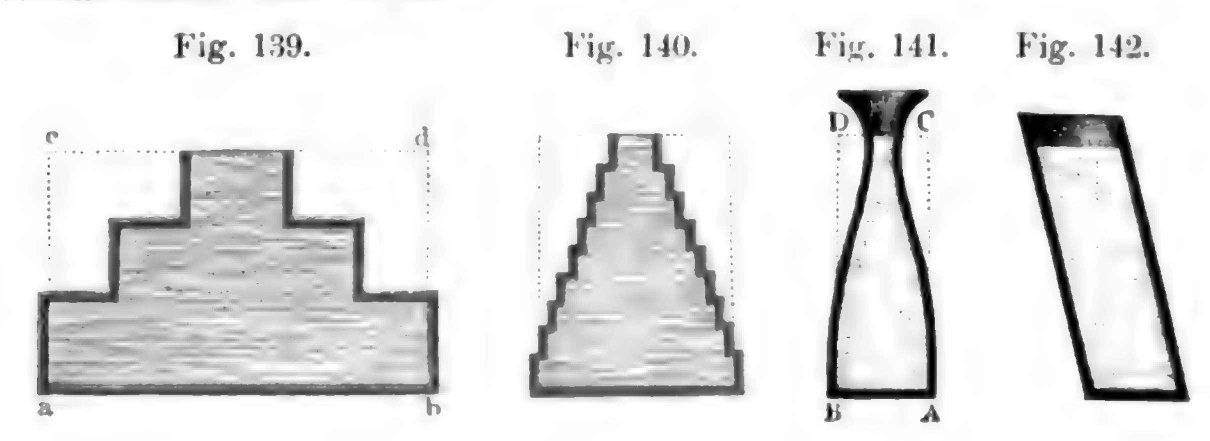
Fig. 137. Fig. 138.

Fig. 138 stelle ein unten weites Gefäss dar, an welches sich oben eine engere Röhre ansetzt. Das Gefäss sei bis *fg* mit Wasser gefüllt. Der Boden *ab* hat zunächst das Gewicht der Wassersäule *abcd* zu tragen. Diese ist aber selbst durch die Wassersäule *hfge* gedrückt, deren Gewicht auf die Wasserschicht *he* presst. Der auf *he* lastende Druck pflanzt sich nun durch das Wasser in *abcd* in der Art gleichförmig fort, dass jeder Theil des Bodens *ab*, welcher eben so gross ist wie *he*, einem dem Gewichte der Wassersäule *fghe* gleichen Druck auszuhalten hat. Jedes Flächenstück des Bodens, welches gleich ist *he*, hat demnach einen Gesammtdruck auszuhalten, welcher gleich ist dem Gewicht einer verticalen Wassersäule, deren Basis gleich *he*, deren Höhe aber gleich $ac + hf$ ist; daraus folgt nun ferner, dass der Gesammtdruck, welchen der Boden *ab* auszuhalten hat, gleich ist dem Gewicht einer geraden Wassersäule, deren Basis *ab* und deren Höhe *am* ist.

Darauf gründet sich die Real'sche Presse.

Wenden wir diese Schlüsse auf das Gefäss Fig. 139 an, welches bis oben hin mit Wasser gefüllt sein soll, so ergiebt sich, dass der Druck auf den Boden *ab* gleich ist dem Gewicht einer verticalen Säule, deren Basis *ab* und deren Höhe *ac* ist.

Fig. 139. Fig. 140. Fig. 141. Fig. 142.



Aus denselben Gründen sind auch die Boden der Gefässe Fig. 140 und Fig. 141 gerade so stark gedrückt, als ob sie eine gerade Wassersäule von gleicher Basis und gleicher Höhe zu tragen hätten, da ja diese Schlüsse

Digitized by Google

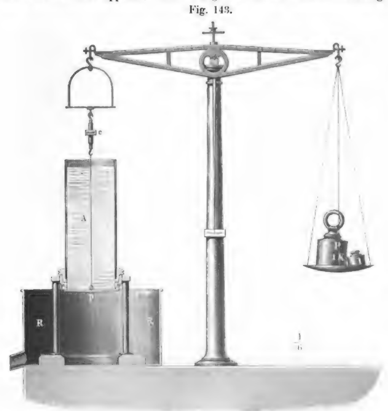
ebenso für kleinere und endlich auch für verschwindend kleine Absätze des Gefässes gültig sind.

Aus dem Gesagten ergiebt sich auch nun leicht die Richtigkeit unseres Satzes für den in Fig. 142 dargestellten Fall, dass das Gefäss schräg ist.

Kurz, der Druck, den der Boden eines mit Wasser gefüllten Gefässes auszuhalten hat, ist von der Form dieses Gefässes ganz unabhängig, er hängt nur von der Grösse des Bodens und seiner Tiefe unter dem Wasserspiegel ab.

Die Behauptung, welche soeben theoretisch begründet wurde, muss auch noch experimentell bewiesen werden, und dazu eignet sich besonders der Pascal'sche Apparat, welchen Fig. 143 in der sehr zweckmässigen

Fig. 143.



Form darstellt, in welcher er in der mechanischen Werkstätte zu Genf construirt wird.

Die untere Oeffnung eines Messingringes *r*, welcher genau 0,798 Decimeter inneren Durchmesser hat, und dessen unterer genau horizontal stehender Rand vollkommen eben abgeschliffen sein muss, wird durch eine

Digitized by Google

Messingplatte p geschlossen, welche mittelst eines Drahtes an dem einen Arm einer Wage angehängt ist. In die Wagschale auf der anderen Seite der Wage wird ein Gewicht l gelegt, welches genau der Platte p das Gleichgewicht hält. Bei c befindet sich eine Vorrichtung, mittelst deren man die Platte p etwas heben oder senken kann, und welche erlaubt ihre Höhe so zu reguliren, dass sie gerade die Oeffnung des Ringes r schliesst, wenn der Wagbalken horizontal steht.

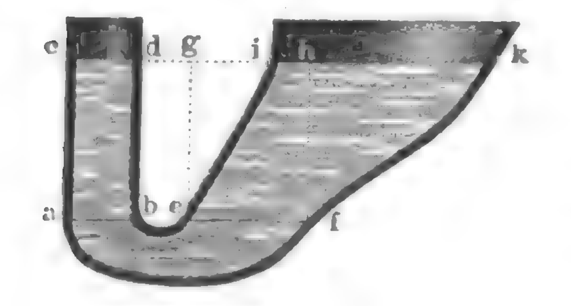
In den Ring r ist nun zunächst ein cylindrisches Gefäss A eingeschraubt, welches gleichen Durchmesser mit dem Ringe hat und dessen Boden durch die Platte p gebildet wird. Der Inhalt dieses Gefässes vom Boden bis zu einer 2 Decimeter über dem Boden befindlichen Marke beträgt, wie sich leicht berechnen lässt, gerade 1 Cubikdecimeter, das diesen Raum ausfüllende Wasser wiegt also 1 Kilogramm. Legt man also ein Kilogrammstück P auf die Wagschale rechts, so wird gerade Gleichgewicht bestehen, wenn das Gefäss A bis zur Marke mit Wasser gefüllt ist; jedes fernere Zuschütten von Wasser bewirkt ein Niederdrücken der Bodenplatte p, in Folge dessen ein Theil des Wassers aus A in das Gefäss R ausfliesst (dessen Durchmesser in unserer Figur der Raumersparniss wegen zu klein gezeichnet ist).

Schraubt man nun in den Ring r statt des cylindrischen Gefässes A das oben verengte Gefäss Fig. 145, oder das oben erweiterte Gefäss Fig. 144, so muss man dieselben wieder genau 2 Decimeter hoch voll Wasser schütten, wenn der Druck auf den Boden 1 Kilogramm betragen, jedes fernere Zuschütten von Wasser also ein Abdrücken der Bodenplatte p bewirken soll.

Fig. 144. Fig. 145.

Aus dem Satze, dass der Bodendruck nicht von der Form des Gefässes, sondern nur von dem Flächeninhalte des Bodens und seiner Tiefe unter dem Wasserspiegel abhängt, folgt ferner, dass der Satz, welcher Paragraph 44 nur für gerade cylindrische Gefässe bewiesen wurde, ganz allgemein wahr ist, dass in communicirenden Gefässen für den Fall des Gleichgewichts der Spiegel der Flüssigkeit in gleicher Höhe sein muss, welches auch übrigens die Gestalt der Gefässe sein mag. Dem Druck der Wassersäule $abcd$, Fig. 146, wird das Gleichgewicht gehalten, wenn auf ef ein Druck wirkt, welcher dem Gewicht der verticalen Wassersäule $efgh$ gleich ist. Nun aber übt ja, wie wir eben gesehen haben, die unregelmässig geformte schräge

Fig. 146.



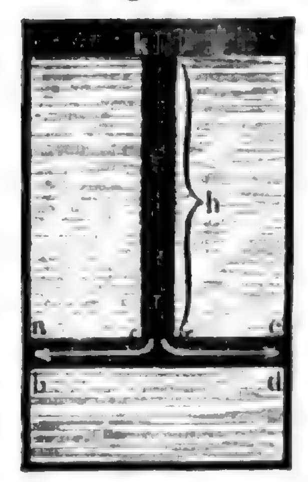
Digitized by Google

Wassersäule *efik* auf ihre Grundfläche *ef* genau denselben Druck aus, wie die gleich hohe gerade Säule *efgh*, folglich muss in der That in beiden Schenkeln unseres Gefässes das Wasser gleich hoch stehen, wenn Gleichgewicht stattfinden soll.

Seitendruck. In Folge der gleichförmigen Fortpflanzung des Drucks durch Flüssigkeiten hat nicht allein der Boden der mit Flüssigkeiten gefüllten Gefässe einen Druck auszuhalten, sondern auch die Seitenwände, und diesen Seitendruck wollen wir jetzt näher betrachten. 47

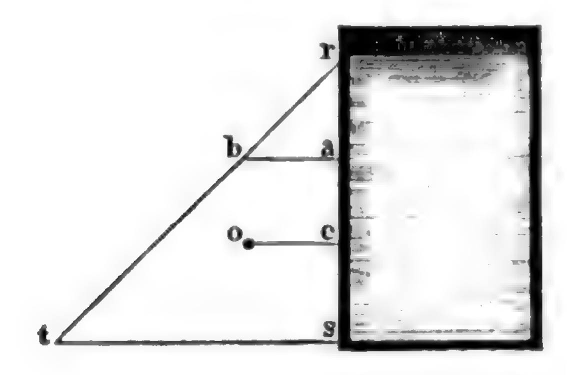
Es sei *ab*, Fig. 147, ein Stück der verticalen Wand eines mit Wasser gefüllten Gefässes, so bildet es ein Stück Gränzfläche der horizontalen Wasserschicht *abcd*, deren Höhe wir so gering annehmen wollen, dass man von dem Druck, welchen diese Wasserschicht selbst gegen ihre Gränzflächen ausübt, abstrahiren kann. Auf der oberen Gränzfläche *ac* dieser Wasserschicht lastet aber das Gewicht der Wassersäule von *ac* bis zum oberen Wasserspiegel, deren Höhe wir mit *h* bezeichnen wollen. Ist nun *fg* ein Flächenstück der Gränzfläche *ac*, welches dem Flächenstück *ab* der Seitenwand gleich ist und dessen Flächeninhalt wir mit *s* bezeichnen wollen, so ist offenbar $p = s . h . d$ der Druck, welchen es auszuhalten hat (wenn *d* das Gewicht der Volumeinheit Wasser bezeichnet) und dieser Druck pflanzt sich durch die Flüssigkeitsschicht *abcd* in der Weise gleichförmig fort, dass auch die Flächenstücke *ab* und *cd* den Druck $p = s . h . d$ auszuhalten haben.

Fig. 147.



Der Druck, welchen ein kleines Stückchen in der Seitenwand eines Gefässes auszuhalten hat, ist also dem Gewicht der Flüssigkeitssäule gleich, welche den Flächeninhalt des fraglichen Wandstückes zur Basis und seine Tiefe unter dem Wasserspiegel zur Höhe hat. In einem 10 Meter hohen Behälter voll Wasser ist z. B. der Druck auf ein Quadratcentimeter der Seitenwand in einer Tiefe von 1 Meter gleich 100 Grammen, in einer Tiefe von 2 Metern gleich 200 Grammen, in einer Tiefe von 10 Metern aber, d. h. am Boden, gleich 1 Kilogramm (2 Pfd.).

Fig. 148.



Der Druck, den irgend ein Punkt *a* der verticalen Wand irgend eines mit Wasser gefüllten Gefässes auszuhalten hat, lässt sich durch Zeichnung, Fig 148, anschaulich machen. Man ziehe in *a* eine wagerechte Linie und mache ihre Länge *ab* gleich der Tiefe des Punktes *a* unter dem Wasserspiegel, so kann die Linie *ab* den Druck repräsentiren, den der Punkt *a* auszuhalten hat.

Digitized by Google

Macht man dieselbe Construction für mehrere Punkte der verticalen Linie *rs*, so werden die Endpunkte aller der horizontalen Drucklinien in die Linie *rt* fallen. Es folgt daraus, dass der Gesammtdruck, welchen die Linie *rs* der verticalen Gefässwand auszuhalten hat, durch das Dreieck *rst* repräsentirt ist.

Der Angriffspunkt der Resultirenden aller elementaren Pressungen, welche ein Wandstück auszuhalten hat, heisst Mittelpunkt des Drucks. Er liegt immer tiefer als der Schwerpunkt des Wandstücks, weil ja die Stärke des Drucks nach unten wächst. Der Mittelpunkt des Drucks für die verticale Linie *rs* ist leicht zu ermitteln; denn es ist offenbar derjenige Punkt *e*, in welchem die Linie *rs* von derjenigen horizontalen Linie getroffen wird, die durch den Schwerpunkt *o* des Dreiecks *rst* geht. Wir haben hier nur die Linie *rs* betrachtet; nehmen wir statt derselben einen beliebig breiten Streifen der verticalen Wand, so liegt der Mittelpunkt des Drucks für denselben auf seiner verticalen Mittellinie, und zwar ist seine Höhe über dem Boden $^1/_3$ der Höhe, in welcher sich der Wasserspiegel über dem Boden befindet.

48 **Druck im Inneren der Flüssigkeiten, Auftrieb.** Jede Schicht einer im Gleichgewicht befindlichen Wassermasse hat von beiden Seiten her einen vollkommen gleichen Druck auszuhalten. Gegen die untere Seite einer horizontalen Wasserschicht wirkt also ein ebenso grosser Druck von unten her, wie der ist, welcher von oben her auf ihr lastet. Auf der horizontalen Wasserschicht *ab*, Fig. 149, lastet z. B. das Gewicht

Fig. 149.

Fig. 150.

der Wassersäule *abfg*, welches durch einen vollkommen gleichen, von unten her gegen *ab* wirkenden, von den benachbarten Wassersäulen herrührenden Druck äquilibrirt wird.

Digitized by Google

Hätte man an die Stelle der Wassersäule *fgab* einen festen Körper in die Wassermasse eingeschoben, so hätte demnach die untere Fläche *ab* desselben einen nach oben gerichteten Druck auszuhalten, welcher dem Gewicht der Wassersäule *abfg* gleich ist. Dass im Inneren der Flüssigkeit ein solcher nach oben wirkender Druck wirklich vorhanden ist, lässt sich leicht durch den Versuch zeigen.

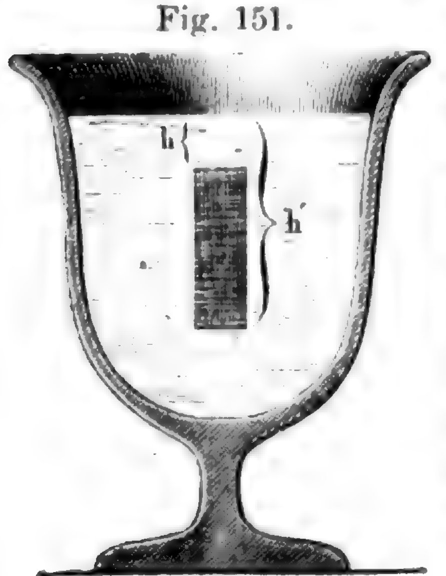
Das untere Ende einer 5 bis 6^{cm} weiten Glasröhre, Fig. 150, ist mit einer Messingfassung versehen, deren Rand genau eben abgeschliffen ist. *ab* ist eine Metallscheibe, welche in ihrer Mitte einen Haken hat, vermittelst dessen man sie an einer durch die Röhre hindurch gehenden Schnur anhängen kann, so dass, wenn man den Faden anzieht, die Scheibe die untere Oeffnung der Röhre vollkommen verschliesst. Auf diese Weise verschlossen, wird die Röhre in Wasser eingetaucht. Nun ist es nicht mehr nöthig, den Faden anzuziehen, um das Herunterfallen der Scheibe zu verhindern, weil sie durch die Flüssigkeit nach oben gedrückt wird. Giesst man Wasser in die Röhre, so wird die Metallscheibe durch ihr eigenes Gewicht fallen, sobald das Niveau des Wassers in der Röhre dem äussern gleich ist, denn nun erleidet die Metallscheibe durch die Flüssigkeit gleichen Druck nach unten und nach oben.

Dieser Druck, welcher gegen die untere Fläche eines jeden in eine Flüssigkeit eingetauchten Körpers wirkt, heisst der Auftrieb.

Das Archimedische Princip. In Folge des im vorigen Paragraphen besprochenen Auftriebs verliert ein jeder Körper, welcher in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, von seinem Gewichte gerade so viel, als die aus der Stelle vertriebene Flüssigkeit wiegt. Oder richtiger gesagt: Wenn ein Körper in eine Flüssigkeit eingetaucht ist, so wird ein Theil seines Gewichts von der Flüssigkeit getragen, welcher dem Gewichte der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit gleich ist. 49

Man kann sich von der Richtigkeit dieses Gesetzes, welches nach seinem Entdecker das Archimedische Princip genannt wird, durch eine einfache Betrachtung überzeugen. Irgend ein gerades Prisma sei vertical in Wasser eingetaucht, wie es Fig. 151 zeigt, so ist jeder Druck auf die Seiten des Prismas durch einen gleichen und entgegengesetzten aufgehoben. Der auf der oberen Fläche lastende Druck ist $g \cdot h$, der nach oben gerichtete, gegen die untere Fläche wirkende Druck ist $g \cdot h'$, wenn g den Querschnitt des Prismas, h die Tiefe seiner oberen und h' die Tiefe seiner unteren Gränzfläche unter dem Wasserspiegel bezeichnet. Der Ueberschuss des gegen die untere Fläche gerichteten Drucks, der Gewichtsverlust A des

Fig. 151.



Digitized by Google

eingetauchten Prismas ist also

$$A = g\,(h' - h) = g\,.\,H,$$

wenn wir mit H die Höhe des Prismas bezeichnen. $g\,.\,H$ ist aber nichts anderes als das Gewicht eines Wasserkörpers, welcher mit dem eingetauchten Prisma gleichen Cubikinhalt hat.

Ist das Prisma nicht in Wasser, sondern in eine Flüssigkeit eingetaucht, deren specifisches Gewicht s ist, so ist

der Druck gegen die untere Fläche . . . . $g\,.\,h'\,.\,s$

der Druck auf die obere Fläche . . . . . $g\,.\,h\,.\,s$

also der Ueberschuss des unteren Drucks . . $g(h' - h)\,s = g\,.\,H\,.\,s.$

Es ist aber $g\,.\,H\,.\,s$ das Gewicht einer Flüssigkeitsmasse vom specifischen Gewicht s, deren Volumen $g\,.\,H$ gleich dem Volumen des eingetauchten Prismas ist.

Nehmen wir statt eines einzelnen Prismas ein Bündel von mehreren, so ist klar, dass jedes einzelne Prisma durch das Eintauchen in eine Flüssigkeit von seinem Gewichte so viel verliert, als ein gleiches Volumen der Flüssigkeit wiegt, folglich ist auch der Gewichtsverlust, welchen der ganze aus mehreren Prismen zusammengesetzte Körper erleidet, gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitsmasse, deren Volumen dem Gesammtvolumen aller Prismen gleich ist. Da man sich aber einen jeden Körper in eine Menge solcher vertical stehender Prismen von sehr kleinem Durchmesser zerlegt denken kann, so lässt sich unser Schluss auf jeden beliebigen Körper ausdehnen.

Fig. 152.

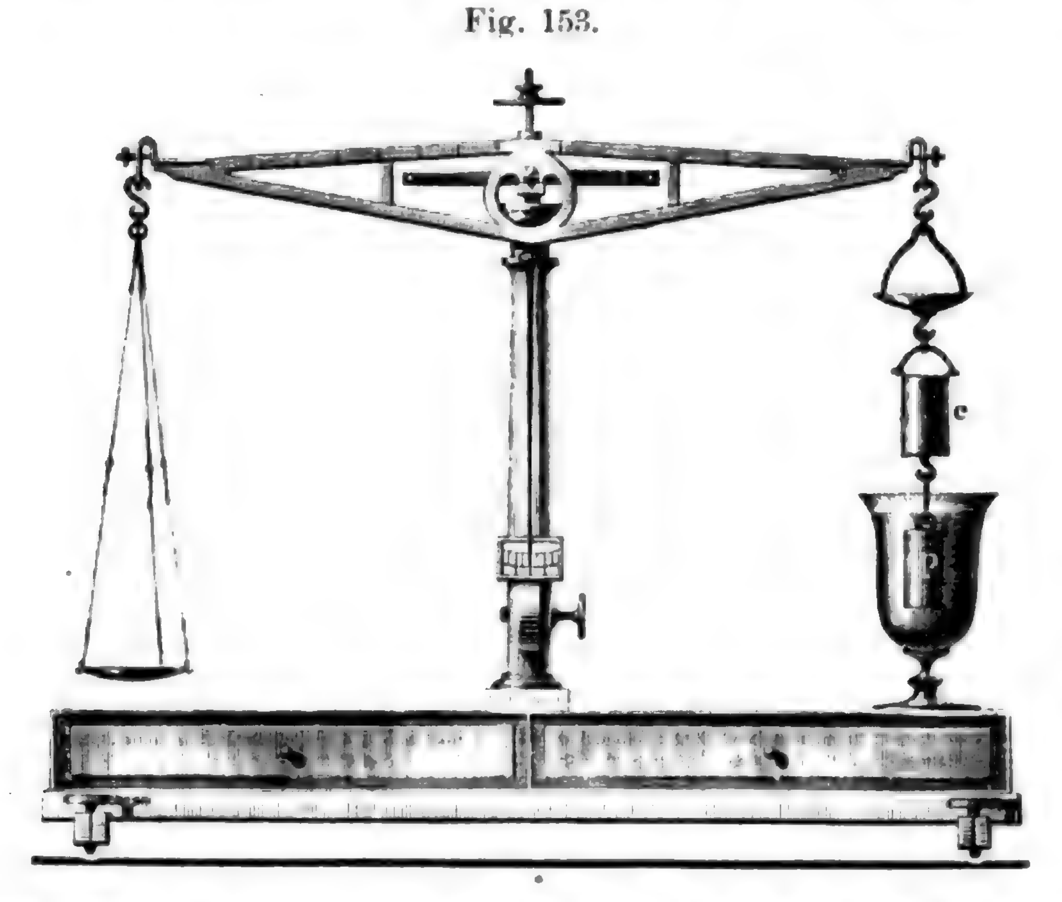
Ein ganz anderes Raisonnement führt uns zu demselben Resultate. Denken wir uns, der Raum, den der in Wasser eingetauchte Körper einnimmt, sei selbst mit Wasser gefüllt, so wird dieser Wasserkörper in der übrigen Wassermasse schweben, er wird nicht steigen und nicht sinken. Denken wir uns nun den Wasserkörper durch einen anderen ersetzt, der bei gleichem Volumen gleiches Gewicht mit dem Wasserkörper hat, so wird auch dieser schweben, sein ganzes Gewicht wird also durch das Wasser, in welchem er eingetaucht ist, getragen, und somit ist klar, dass allgemein von dem Gewichte eines jeden in Wasser getauchten Körpers ein Theil durch das Wasser getragen wird, welcher dem Gewichte des verdrängten Wassers gleich ist.

Von der Wahrheit des Archimedischen Princips kann man sich auch durch den Versuch überzeugen. An der einen Schale einer Wage, Fig. 153, ist ein **hohler** Cylinder c angehängt, an welchem wieder ein massiver Cylinder p hängt, der ganz genau in die Höhlung des oberen hineinpasst, wie man dies Fig. 154 sieht, in welcher der Cylinder p theilweise in c steckend in grösserem Maassstabe dargestellt ist. Auf die andere Wagschale legt man so viele Gewichte, dass das Gleichgewicht hergestellt ist.

Digitized by Google

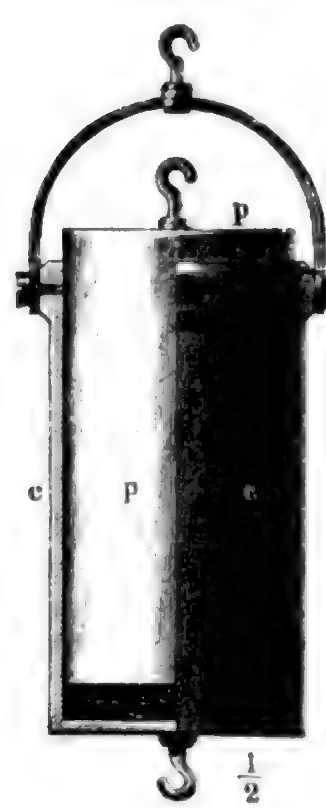
Taucht man nun aber den Cylinder p in Wasser, so verliert er dadurch einen Theil seines Gewichtes, das Gleichgewicht ist also gestört; um es

Fig. 153.



wieder herzustellen, braucht man nur den Cylinder c voll Wasser zu giessen, was offenbar zeigt, dass p durch das Eintauchen in Wasser gerade so viel an Gewicht verloren hat, als das Wasser wiegt, welches den Cylinder c ausfüllt. Das Volumen des in c befindlichen Wassers ist aber dem Volumen des Wassers gleich, welches der Cylinder p aus der Stelle treibt; mithin ist der Gewichtsverlust von p gleich dem Gewichte des aus der Stelle vertriebenen Wassers.

Fig. 154.



Bezeichnen wir mit G das Gewicht eines Körpers, mit W den Gewichtsverlust, welchen er durch Untertauchen unter Wasser erleidet, so ist die Kraft K, welche ihn im Wasser noch niedertreibt:

$$K = G - W.$$

Ist $G > W$, d. h. ist der Körper schwerer als die verdrängte Wassermasse, so hat K einen positiven Werth, der Körper wird, sich selbst überlassen, untersinken.

Ist $G < W$, d. h. ist der Körper leichter als die durch ihn verdrängte Wassermasse, so wird K negativ, der Körper sinkt nicht mehr unter, sondern er steigt in Folge des überwiegenden

Digitized by Google

Auftriebs in die Höhe, bis ein Theil desselben über die Oberfläche des Wassers hervorragt, bis er schwimmt.

Das Gewicht eines schwimmenden Körpers ist gleich dem Gewicht der durch den untergetauchten Theil verdrängten Flüssigkeit.

Wenn $G = W$, so ist $K = 0$; ein Körper, dessen Gewicht genau dem Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ist, wird, in Wasser untergetaucht, weder sinken noch steigen, er wird schweben.

Fig. 155.

Einen in Wasser schwebenden Körper könnte man etwa dadurch herstellen, dass man in eine Kugel von weissem Wachs einige Schrotkörner einknetet. Ein so hergestellter, in Wasser schwebender Körper, wird in Weingeist untersinken, in Salzwasser aber schwimmen.

Ein solches Schweben lässt sich leicht mit Hülfe eines Apparates, Fig. 155, hervorbringen; die hohle Glaskugel l ist zum Theil mit Luft, zum Theil mit Wasser gefüllt und hat unten eine kleine Oeffnung; sie schwimmt auf dem Wasser eines Glascylinders, welcher oben mit einer Blase oder mit Kautschuk verschlossen ist. Drückt man auf die Blase, so wird etwas mehr Wasser in die Kugel l hineingepresst, sie wird schwerer und sinkt nieder; wenn der Druck nachlässt, dehnt sich die Luft in der Kugel l wieder aus und treibt etwas Wasser aus, die Kugel wird leichter und steigt; es ist nun leicht, den Druck so zu modificiren, dass die Kugel gerade im Wasser schwebt, ohne zu sinken oder zu steigen (Cartesianische Taucher).

50 **Bedingungen des Gleichgewichts schwimmender Körper.** Wir haben im vorigen Paragraphen gesehen, dass das Gewicht eines schwimmenden Körpers gerade so gross ist wie das Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmasse; damit ein Körper aber mit Stabilität schwimmen könne, müssen noch weitere Bedingungen erfüllt sein.

Auf einen schwimmenden Körper wirken zwei Kräfte in entgegengesetzter Richtung: sein Gewicht, im Schwerpunkt des Körpers angreifend, zieht ihn nach unten; der Auftrieb, im Schwerpunkt der verdrängten Wassermasse, oder richtiger gesagt, in dem Punkte angreifend, welcher der Schwerpunkt des untergetauchten Körpertheils sein würde, wenn dieses untergetauchte Stück eine vollkommen gleichartige Masse wäre, treibt den Körper nach oben. Den Angriffspunkt des Auftriebs bezeichnet man auch mit dem Namen Mittelpunkt des Wasserdrucks.

Es schwimme z. B. in Wasser eine unten zugeschmolzene Glasröhre, Fig. 156, deren Schwerpunkt s durch Schrotkörner oder Quecksilber sehr

Digitized by Google

tief liegt. Der Angriffspunkt des Auftriebs liegt in m, dem geometrischen Mittelpunkte des untergetauchten Theils.

Fig. 156.

Ein schwimmender Körper ist im Gleichgewichte, wenn sein Schwerpunkt und der Angriffspunkt des Auftriebs in einer und derselben Verticallinie liegen; und dieses Gleichgewicht ist jedenfalls ein stabiles, wenn s vertical unter m liegt.

Für ein stabiles Schwimmen ist es jedoch nicht unbedingt nöthig, dass der Schwerpunkt des Körpers tiefer liegt als der Angriffspunkt des Auftriebs, es genügt, dass der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers tiefer liegt als ein anderer Punkt, welcher den Namen des **Metacentrums** führt.

Die Lage des Metacentrums ist in folgender Weise bestimmt: Denken wir uns den Schwerpunkt s eines Körpers und den Punkt m, welcher den Angriffspunkt des Auftriebs in dem Falle bildet, dass der Körper in seiner Gleichgewichtslage schwimmt, wie Fig. 157, durch eine gerade Linie verbunden, so können wir diese Linie ab als Mittellinie des Körpers bezeichnen, Wird der schwimmende Körper aus seiner Gleichgewichtslage herausgebracht, Fig. 158, so nimmt die Mittellinie ab eine schräge Stellung an, zugleich aber nimmt der Angriffspunkt des Auftriebs eine andere Stelle ein, er rückt in unserem Beispiel in den Punkt m, Fig. 158. Ein durch den neuen Angriffspunkt des Auftriebs gelegtes Perpendikel schneidet nun die Mittellinie ab in einem Punkte q, und dieser Punkt q ist das Metacentrum.

Das Metacentrum q, Fig. 158, bildet den Drehpunkt, um welchen das in s angreifende Gewicht des schwimmenden Körpers denselben zu drehen strebt; und jedenfalls wird er in seine Gleichgewichtslage zurückgedreht, wenn s tiefer als q liegt. Ein Körper schwimmt also stabil, so lange sein Schwerpunkt **unter** dem Metacentrum liegt; er schwimmt nicht stabil, er muss umschlagen, wenn sein Schwerpunkt **über** dem Metacentrum liegt.

Fig. 157.

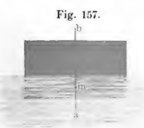
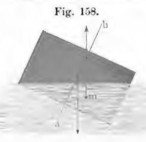


Fig. 158.



Anwendung des Archimedischen Princips zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester und flüssiger Körper. 51

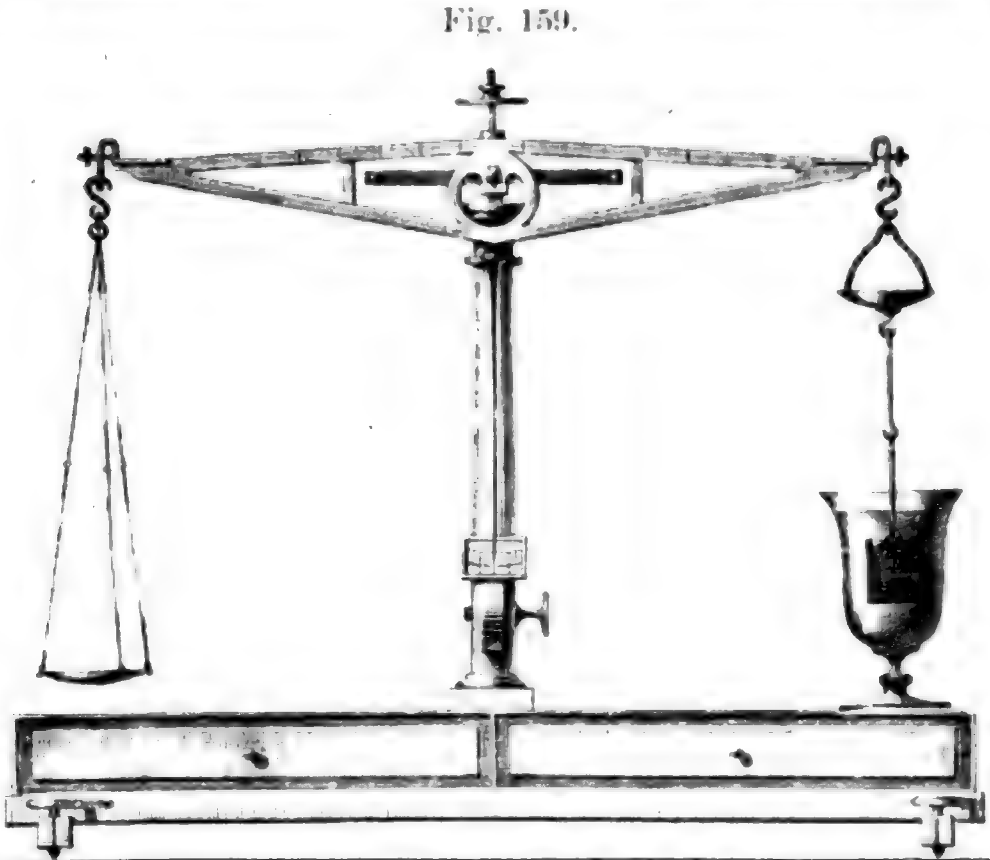
Das Archimedische Princip liefert uns treffliche Mittel, das speci-

Digitized by Google

fische Gewicht fester und flüssiger Körper zu bestimmen. Um das specifische Gewicht eines festen Körpers zu berechnen, muss man sein absolutes Gewicht und das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser kennen. In den meisten Fällen aber lässt sich das Volumen eines Körpers durch Ausmessung seiner Dimensionen entweder nur höchst schwierig oder gar nicht ausmitteln. Nach dem Archimedischen Princip giebt uns ein einziger Versuch ohne Weiteres das Gewicht einer Wassermasse, welche mit dem zu bestimmenden Körper gleiches Volumen hat, wir haben nur seinen Gewichtsverlust beim Eintauchen in Wasser zu bestimmen.

Um diese Bestimmung mittelst einer Wage leicht ausführen zu können, wird an derselben eine kleine Veränderung angebracht, wodurch sie in eine sogenannte hydrostatische Wage umgewandelt wird, Fig. 159.

Fig. 159.



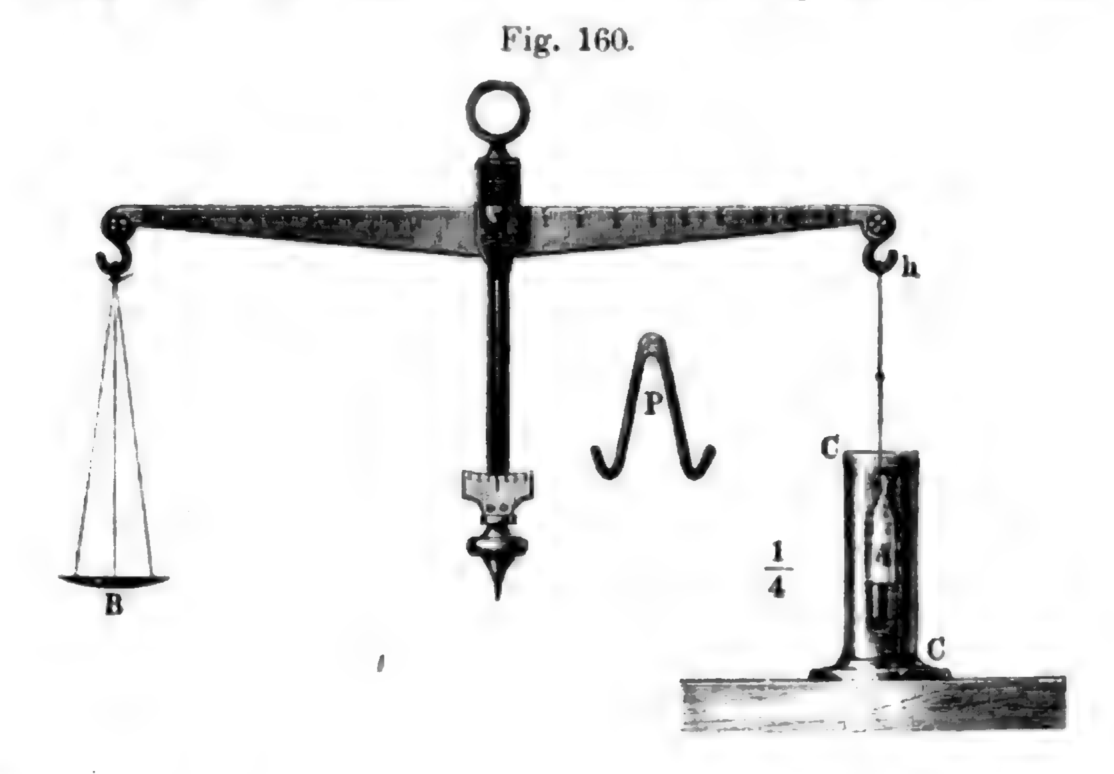
Man hängt nämlich statt der einen Wagschale eine andere an, welche nicht so weit herabreicht und an welcher sich unten ein Häkchen befindet, an welches der zu bestimmende Körper mittelst eines möglichst feinen Drahtes angehängt werden kann. Ist dies geschehen, so kann man durch Auflegen von Gewichten auf die andere Wagschale das absolute Gewicht g des Körpers bestimmen. Taucht man ihn nun in Wasser ein, so muss man auf der kurz herabhängenden Wagschale ein Gewicht a auflegen, um das Gleichgewicht der Wage wieder herzustellen, a ist also der Gewichtsverlust, welchen der Körper beim Eintauchen in das Wasser erleidet, folglich $\frac{g}{a}$ sein specifisches Gewicht.

Der Gewichtsverlust, welchen ein und derselbe Körper in verschiedenen Flüssigkeiten erleidet, ist dem specifischen

Digitized by Google

Gewichte derselben proportional. Darauf gründet sich die Mohr'sche Wage, Fig. 160, mittelst deren sich das specifische Gewicht von

Fig. 160.



Flüssigkeiten sehr schnell und genau bestimmen lässt. — An dem einen Arm der Wage hängt mittelst eines feinen Platindrahtes das Senkgläschen A, ein oben und unten geschlossenes, zum Theil mit Quecksilber gefülltes Glasröhrchen, welches durch die Wagschale B genau äquilibrirt ist. Der Arm der Wage, an welchem A hängt, ist nach der in §. 33 besprochenen Weise in 10 gleiche Theile getheilt. Bei P, Fig. 160, ist die Form der zu dieser Wage gehörigen, aus Messingdraht verfertigten Gewichte dargestellt, nämlich zwei, die wir mit P bezeichnen wollen und deren jedes genau so viel wiegt, wie der Gewichtsverlust v des Senkgläschens A in Wasser beträgt, und zwei kleinere Häkchen p und p', welche $^1/_{10}\, v$ und $^1/_{100}\, v$ wiegen.

Soll nun das specifische Gewicht irgend einer Flüssigkeit ermittelt werden, so wird dieselbe in das Glasgefäss C eingegossen, in welches das Senkgläschen A herabhängt, und dann die Gewichtshaken so angehängt, dass der Wagbalken bei ganz untergetauchtem Senkgläschen vollkommen horizontal steht.

Bei einem derartigen Versuch mit Aether musste man z. B. den grossen Haken P bei 7, den Haken p bei 2 und den Haken p' bei 4 anhängen; das Gewicht des Aethers, welcher durch das Senkgläschen verdrängt wird, beträgt also $0{,}7\, v + 0{,}02\, v + 0{,}004\, v$ oder $0{,}724\, v$; das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ist v, also 0,724 das specifische Gewicht des Aethers.

Als englische Schwefelsäure in das Glas C eingegossen war, musste man zur Herstellung des Gleichgewichts anhängen: eines der Gewichte P bei h, eines bei 8, das Gewicht p bei 4, das Gewicht p' bei 7, das specifische Gewicht der Flüssigkeit war also gleich 1,847.

Digitized by Google

52 **Nicholson's Aräometer.** Zur Bestimmung des specifischen Gewichts fester Körper kann statt der Wage das Nicholson'sche Aräometer angewendet werden, welches in Fig. 160 abgebildet ist.

Fig. 160.

An einem hohlen Körper B von Messingblech ist unten ein Sieb C angehängt, oben aber ein feines Stäbchen angebracht, welches einen Teller trägt, auf den man kleinere Körper und Gewichte legen kann. In Wasser eingetaucht, schwimmt das Instrument, und zwar aufrecht, weil dafür gesorgt ist, dass sein Schwerpunkt möglichst tief liegt. Das Instrument ist so eingerichtet, dass der oberste Theil des Körpers B noch aus dem Wasser herausragt. Legt man nun den Körper, dessen specifisches Gewicht man bestimmen will, etwa einen Krystall, auf den Teller, so sinkt das Instrument weiter ein, und durch ferneres Auflegen von Tarirgewichten kann man es leicht dahin bringen, dass es genau bis zu einem Punkte O eingesenkt ist, welchen man auf irgend eine Weise (gewöhnlich durch einen Feilstrich) auf dem Stäbchen markirt hat. Man nimmt nun den Krystall weg und legt statt dessen so viel Gewichte auf, bis das Instrument wieder genau bis O einsinkt. Auf diese Weise erhält man das absolute Gewicht des Körpers. Es betrage n Milligramme.

Nun werden die n Milligramme wieder weggenommen und der Krystall in das Sieb gelegt. Das Instrument würde nun wieder bis O einsinken, wenn der in das Sieb C gelegte Körper nicht durch das Eintauchen in Wasser an Gewicht verlöre. Man wird also auf den Teller noch Gewichte, m Milligramme, auflegen müssen, damit das Instrument wieder bis zur Marke eingetaucht ist. Man hat auf diese Weise das absolute Gewicht des Körpers n und das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser m ermittelt; das gesuchte specifische Gewicht ist also $\frac{n}{m}$.

Zur Bestimmung des specifischen Gewichtes kleiner Mineralien kann das Nicholson'sche Aräometer mit dem besten Erfolg durch die auf Seite 82 beschriebene Jolly'sche Federwage ersetzt werden. Man hat an derselben nur drei Ablesungen vorzunehmen. Die erste bei unbelasteter Wage, die zweite nach Auflegung des Körpers in der oberen und die dritte nach Auflegung desselben auf die untere unter Wasser befindliche Wagschale. Bezeichnen wir den zuerst abgelesenen Theilstrich mit a, den zweiten mit b, den zuletzt abgelesenen mit c, so ist $a - b$ dem absoluten Gewicht des Minerals, $b - c$ aber dem Gewichtsverlust desselben in Wasser proportional, das gesuchte specifische Gewicht ist also $\frac{a-b}{b-c}$.

Digitized by Google

Auch das specifische Gewicht von Flüssigkeiten kann man mit dem Nicholson'schen Aräometer bestimmen. Da das Instrument stets so weit einsinkt, dass das Gewicht desselben sammt den Gewichten auf dem Teller dem Gewichte der verdrängten Flüssigkeitsmasse gleich ist, so kann man mit Hülfe dieses Instruments ausmitteln, wie viel ein bestimmtes Volumen der Flüssigkeit wiegt. Dazu ist aber nöthig, dass man das Gewicht des Instrumentes selbst kennt; wir wollen es mit n bezeichnen. Wenn es, in Wasser eingetaucht, bis O einsinken soll, so muss noch Gewicht zugelegt werden. Bezeichnen wir dies Zulaggewicht mit a, so ist $n + a$ das Gewicht der verdrängten Wassermasse.

Taucht man nun das Instrument in eine andere Flüssigkeit, so wird man irgend ein anderes Gewicht b anstatt a auflegen müssen, um ein Einsinken bis O zu bewerkstelligen; b wird grösser sein als a, wenn die Flüssigkeit schwerer, kleiner als a, wenn sie leichter ist als Wasser. Das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit ist $n + b$, während $n + a$ das Gewicht eines gleichen Volumens Wasser ist, das specifische Gewicht der fraglichen Flüssigkeit ist also $\frac{n + b}{n + a}$.

Dieses Aräometer ist um so empfindlicher, je dünner das Stäbchen im Vergleich zum Volumen des Körpers B ist.

Mit diesem Aräometer das specifische Gewicht von Flüssigkeiten zu bestimmen, ist immer etwas umständlich. Man könnte eben so schnell mit Hülfe der Wage nach dem oben angegebenen Verfahren mit weit grösserer Genauigkeit zum Ziele kommen. In vielen Fällen des praktischen Lebens aber kommt es darauf an, schnell durch ein möglichst einfaches Verfahren das specifische Gewicht einer Flüssigkeit auszumitteln, um daraus auf die Qualität derselben zu schliessen. In solchen Fällen reicht es aber vollkommen hin, das specifische Gewicht bis auf zwei Decimalstellen genau zu finden; man erreicht dies am schnellsten durch die Scalenaräometer, die wir sogleich näher betrachten wollen.

Scalenaräometer. Mit Hülfe des Nicholson'schen Aräometers 53
kann man das specifische Gewicht einer Flüssigkeit aus der Vergleichung des absoluten Gewichts gleicher Volumina ableiten. Der Gebrauch der Scalenaräometer aber gründet sich darauf, dass bei gleichem Gewichte zweier Flüssigkeitsmassen ihre Volumina sich umgekehrt verhalten wie die specifischen Gewichte.

Es stellt Fig. 162 (a. f. S.) ein Scalenaräometer dar. In der Regel bestehen sie aus einer cylindrischen Glasröhre, welche unten erweitert ist, wie man in der Abbildung sieht. In der unteren Kugel befindet sich etwas Quecksilber, wodurch nur bezweckt wird, dass das Instrument aufrecht schwimmt. Denken wir uns das Instrument in Wasser schwimmend, so ist das Gewicht des verdrängten Wassers dem Gewichte des Instruments gleich. Senken wir es nun in eine andere Flüssigkeit, so wird es

Digitized by Google

tiefer oder weniger tief einsinken, je nachdem die Flüssigkeit leichter oder schwerer ist als Wasser.

Fig. 162.

Man begreift nun wohl, dass, wenn die Röhre zweckmässig getheilt ist, man aus einer einzigen Ablesung das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ermitteln kann. Unter allen Scalen, welche man auf Aräometern angebracht hat, ist unstreitig die von Gay-Lussac angegebene die einfachste und zweckmässigste; wir wollen deshalb diese zuerst betrachten.

Denken wir uns an einem Aräometer denjenigen Punkt x der Röhre bezeichnet, bis zu welchem das Instrument in Wasser einsinkt, alsdann auf der Röhre, von diesem Punkt ausgehend, eine Reihe von Theilstrichen so angebracht, dass das Volumen eines Röhrenstücks, welches zwischen je zwei solcher Theilstriche fällt, $^1/_{100}$ von dem in Wasser einsinkenden Volumen ist. Nehmen wir z. B. an, das Volumen desjenigen Theils des Aräometers, welcher im Wasser untergetaucht ist, betrüge gerade 10 Cubikcentimeter, so müsste das Volumen des Röhrenstücks, welches zwischen je zwei Theilstriche fällt, 0,1 Cubikcentimeter betragen.

Der Wasserpunkt x wird mit 100 bezeichnet und die Theilung von unten nach oben gezählt. Die auf diese Weise getheilten Aräometer werden mit dem besonderen Namen Volumeter bezeichnet.

Gesetzt, das Aräometer sänke in irgend einer Flüssigkeit bis zum Theilstrich 80 der Volumeterscala ein, so weiss man dadurch, dass 80 Volumtheile dieser Flüssigkeit so viel wiegen wie 100 Volumtheile Wasser; das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit ist also $\frac{100}{80}$ oder 1,25.

Wäre das Volumeter in einer anderen Flüssigkeit bis zum Theilstrich 116 der Volumeterscala eingesunken, so finden wir nach derselben Schlussweise, dass das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit $\frac{100}{116} = 0,862$ ist. Kurz, wenn das Volumeter in einer Flüssigkeit bis zu einem bestimmten Punkte y der Scala einsinkt, so findet man das specifische Gewicht s der Flüssigkeit, wenn man die Zahl des beobachteten Scalenpunktes in 100 dividirt, d. h. es ist $s = \frac{100}{y}$.

Die Genauigkeit eines solchen Instrumentes ist um so grösser, je grösser die Entfernung eines Theilstriches von dem anderen, je dünner also die Röhre im Vergleich zu dem Volumen des ganzen Instruments ist.

Digitized by Google

Damit jedoch die Röhre nicht gar zu lang wird, macht man kein Volumeter, welches für alle Flüssigkeiten anwendbar ist, sondern solche, welche entweder nur für leichtere oder nur für schwerere Flüssigkeiten gebraucht werden können. Bei den ersteren befindet sich der mit 100 bezeichnete Wasserpunkt nahe am unteren, bei den letzteren aber nahe am oberen Ende der Röhre.

Bevor man die Theilung aufträgt, hat man erst durch Vermehrung oder Verminderung der Quecksilbermasse in der Kugel das Instrument so zu reguliren, dass es in Wasser bis zu einem entweder nahe am unteren oder oberen Ende der Röhre gelegenen Punkt einsinkt. Ist dies geschehen, so hat man einen zweiten Punkt der Scala zu bestimmen, und dies geschieht auf folgende Art:

Das Instrument sei für schwere Flüssigkeiten bestimmt, also der Wasserpunkt am oberen Ende der Röhre. Man verschafft sich eine Flüssigkeit, deren specifisches Gewicht genau 1,25 ist; eine solche Flüssigkeit lässt sich leicht durch Mischen von Wasser und Schwefelsäure erhalten und ihr specifisches Gewicht mit Hülfe der Wage prüfen. In diese Flüssigkeit taucht man nun das Instrument und merkt sich den Punkt, bis zu welchem es einsinkt. Das specifische Gewicht 1,25 entspricht aber dem Theilstrich 80 der Volumeterscala; dieser zuletzt markirte Punkt ist also mit 80 zu bezeichnen, der Zwischenraum zwischen ihm und dem Wasserpunkt in 20 gleiche Theile zu theilen und diese Theilung auch noch unterhalb des Punktes 80 fortzusetzen.

Ist das Volumeter für leichtere Flüssigkeiten bestimmt, also der Punkt 100 am unteren Ende der Röhre, so findet man einen zweiten Punkt der Scala, indem man das Instrument in eine Mischung von Wasser und Weingeist taucht, deren specifisches Gewicht genau 0,8 ist. Das specifische Gewicht 0,8 entspricht dem Theilstrich 125, man hat also den Raum zwischen diesem Theilstrich und dem Wasserpunkt in 25 gleiche Theile zu theilen.

In der Regel ist die Theilung auf einem Papierstreifen gemacht und in dem Inneren der Röhre befestigt.

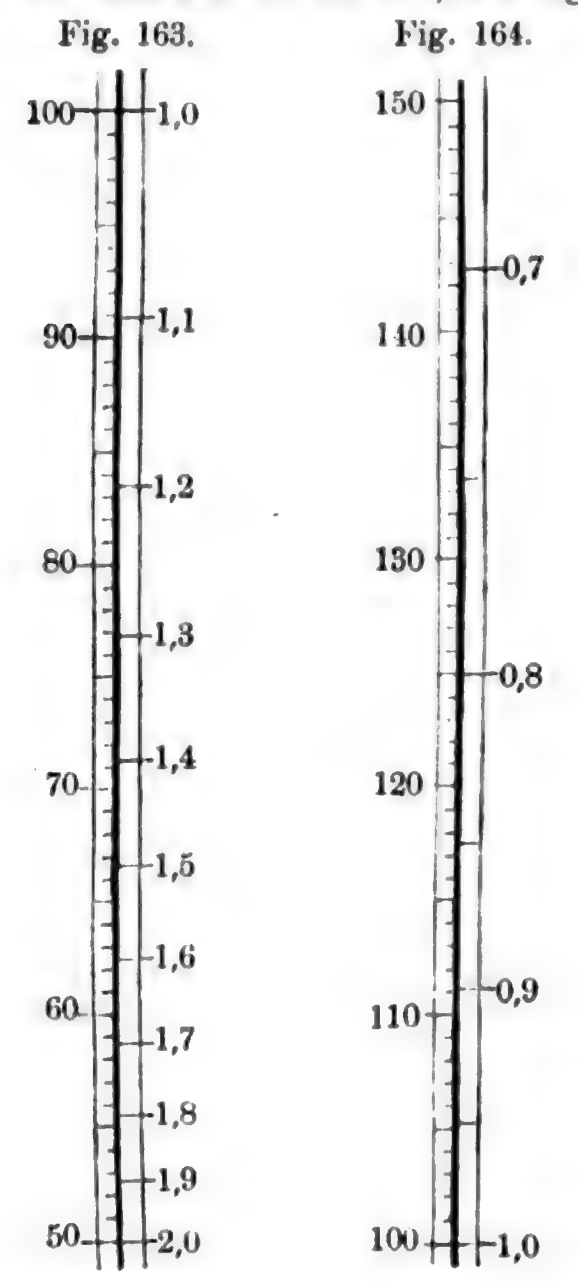
Eine zweite rationelle Theilungsart der Aräometerscala, welche ebenfalls von Gay-Lussac angegeben, früher aber schon von Brisson und G. G. Schmidt ausgeführt wurde, ist diejenige, welche unmittelbar die specifischen Gewichte angiebt. Aräometer, welche mit einer solchen Scala versehen sind, werden Densimeter genannt.

Die folgende Tabelle giebt an, welche Volumetergrade den daneben stehenden specifischen Gewichten entsprechen.

Digitized by Google

Specif. Gewicht.	Entsprechende Volumetergrade.	Specif. Gewicht.	Entsprechende Volumetergrade.
2,0	50,00	1,1	90,90
1,9	52,63	1,0	100
1,8	55,55	0,95	105,26
1,7	58,82	0,90	111,11
1,6	62,50	0,85	117,64
1,5	66,66	0,80	125,00
1,4	71,43	0,75	133,33
1,3	76,92	0,70	142,85
1,2	83,33		

Fig. 163 stellt die Volumeterscale für schwere Flüssigkeiten, also von den Theilstrichen 50 bis 100, die Fig. 164 stellt eine solche für leichtere Flüssigkeiten, also von 100 bis 150 dar. In Fig. 163 findet man aber neben der Volumeterscala noch die Punkte markirt, welche den specifischen Gewichten 2,0 — 1,9 — 1,8 u. s. w. bis 1, und in Fig. 164 diejenigen, welche den specifischen Gewichten 1 — 0,9 — 0,8 und 0,7 entsprechen. In der letzteren Figur findet man ausserdem noch die Punkte für die specifischen Gewichte 0,95 — 0,85 und 0,75 markirt.



Theilt man den Abstand je zweier auf einander folgender Theilstriche auf der rechten Seite der Fig. 163 in 10 gleiche Theile, den Abstand je zweier auf einander folgender Theilstriche auf der rechten Seite der Fig. 164 aber in fünf gleiche Theile, so erhält man eine Densimeterscala, für welche der Abstand je zweier auf einander folgender Theilstriche einer Differenz von $^1/_{100}$ im specifischen Gewicht entspricht, man kann also mit so getheilten Aräometern das spe-

Digitized by Google

cifische Gewicht unmittelbar bis auf die zweite Decimalstelle ablesen. Die obige Tabelle sowohl, wie die beiden Figuren 163 und 164 zeigen, dass für gleiche Differenzen des specifischen Gewichts die Theilstriche am unteren Ende der Scala näher aneinanderrücken als am oberen.

Aräometer für besondere Flüssigkeiten. Im praktischen 54
Leben ist es nicht direct der Zweck, das specifische Gewicht einer Flüssigkeit zu erfahren, sondern man will den Concentrationsgrad einer Salzlösung, die Mischungsverhältnisse einer Flüssigkeit kennen lernen. Diese stehen nun freilich mit dem specifischen Gewicht in genauer Beziehung, so dass, wenn man mit Hülfe des Aräometers das specifische Gewicht einer Flüssigkeit ausgemittelt hat, man daraus auch auf die Natur der Flüssigkeit schliessen kann. Man hat jedoch für solche Flüssigkeiten, welche in der Praxis häufig vorkommen, besondere Aräometer construirt, welche unmittelbar die Mischungsverhältnisse angeben; wir wollen hier nur eines der wichtigsten, nämlich das Alkoholometer, näher betrachten.

Das Alkoholometer dient zur Bestimmung des Alkoholgehaltes einer Mischung von Wasser und Weingeist.

Fig. 165.

Das specifische Gewicht des Alkohols ist 0,794, wenn man das des Wassers als Einheit annimmt; eine Mischung von Wasser und absolutem Alkohol wird also ein specifisches Gewicht haben, welche zwischen 1 und 0,794 fällt und sich mehr der einen oder der anderen Gränze nähert, je nachdem die Mischung mehr Wasser oder mehr Alkohol enthält. Das specifische Gewicht der Mischung weicht jedoch von dem arithmetischen Mittel ab, welches man aus den Mischungsverhältnissen berechnet.

Der Grund dieser Abweichung liegt darin, dass, wenn man Wasser und Weingeist mischt, eine Contraction stattfindet, die wir erst durch einen Versuch anschaulich machen wollen.

Man giesse eine Glasröhre, Fig. 165, welche ungefähr eine Länge von 30 Zoll hat, halb voll Wasser und fülle die andere Hälfte mit Weingeist (für Vorlesungen ist gefärbter Weingeist zu empfehlen), so werden sich die Flüssigkeiten nicht mischen; der Weingeist schwimmt auf dem Wasser. Nachdem das offene Ende durch einen Korkstöpfel fest verschlossen worden ist, so dass durchaus keine Flüssigkeit entweichen kann, kehrt man die Röhre um, und nun wird durch das Sinken des Wassers alsbald eine Mischung der Flüssigkeiten vor sich gehen. Hat die Mischung vollständig stattgefunden, so sieht man, dass die vorher ganz volle Röhre nicht mehr ganz angefüllt ist, es hat sich ein leerer Raum gebildet, der in der Röhre eine Länge von ungefähr $^1/_2$ Zoll einnimmt.

Digitized by Google

100	Maassthle.	Wasser	+ 0	Maassthle.	Alkohol	geben	100	Maassthle.
90	"	"	10	"	"	"	99,4	"
80	"	"	20	"	"	"	98,2	"
70	"	"	30	"	"	"	97,2	"
60	"	"	40	"	"	"	96,6	"
50	"	"	50	"	"	"	96,3	"
40	"	"	60	"	"	"	96,5	"
30	"	"	70	"	"	"	96,9	"
20	"	"	80	"	"	"	97,4	"
10	"	"	90	"	"	"	98,3	"
0	"	"	100	"	"	"	100	"

Aus diesen Angaben folgt, dass das specifische Gewicht einer Mischung von Wasser und Weingeist stets grösser sein muss als das berechnete arithmetische Mittel.

Aus der folgenden Tabelle ersieht man, wieviel Maasstheile Wasser man zu den in der ersten Columne angegebenen Maasstheilen Alkohol schütten muss, um 100 Maasstheile Mischung zu erhalten. Das specifische Gewicht der so erhaltenen Mischungen ist in der letzten Columne angegeben.

Maasstheile Alkohol.	Maasstheile Wasser.	Specif. Gew. der Mischung.
100	0,00	0,794
90	11,94	0,834
80	22,87	0,864
70	33,14	0,891
60	43,73	0,914
50	43,745	0,935
40	63,44	0,952
30	72,72	0,966
20	81,72	0,976
10	90,72	0,987
0	100	1,000

Wenn man nun an einer Aräometerröhre diejenigen Punkte markirt, welche den specifischen Gewichten 0,794, 0,834 . . . 0,976, 0,987 und 1 entsprechen, und sie mit den Zahlen 100, 90, 80 ... 20, 10, 0 bezeichnet, wenn man ferner, was ohne merklichen Fehler geschehen kann, den

Digitized by Google

Raum zwischen je zweien dieser Punkte in 10 gleiche Theile theilt, so erhält man ein Procent-Aräometer für Weingeist, d. h. ein Aräometer, an welchem man unmittelbar ablesen kann, wieviel Volumprocente Alkohol in einer Mischung von Wasser und Weingeist sich befinden. Solche Alkoholometer wurden in Frankreich nach Gay-Lussac's, in Deutschland nach Tralles' Angaben ausgeführt und es ist gesetzlich bestimmt, dass der Alkoholgehalt des der Besteuerung unterworfenen Branntweins, Weingeistes u. s. w. mit Hülfe dieses Instrumentes ermittelt werden soll. Beistehende Scala, Fig. 166, zeigt die Hauptabtheilungen eines solchen Alkoholometers in ihrem richtigen Verhältniss. Man sieht, wie sich erwarten liess, dass die Abtheilungen ungleiche Grösse haben. Die Scala des Alkoholometers von Tralles bezieht sich auf eine Temperatur von 15° C. Da sich nun das specifische Gewicht des Weingeistes mit der Temperatur bedeutend ändert, so bedürfen die Angaben des Alkoholometers einer Correction, wenn der zu untersuchende Weingeist eine andere Temperatur hat. (Ausführliches über Alkoholometrie im Handwörterbuch der Chemie von Liebig und Poggendorff.)

Fig. 166.

100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0

Das Volumeter oder Densimeter kann das Alkoholometer recht gut ersetzen, wenn man nur eine Tabelle zur Hand hat, in welcher der Alkoholgehalt angegeben ist, welcher den verschiedenen specifischen Gewichten entspricht.

Begreiflicher Weise kann man das Alkoholometer einzig und allein zu dem angegebenen Zwecke verwenden, für jede andere Flüssigkeit ist es völlig unbrauchbar. Auf ähnliche Weise, wie das Alkoholometer, hat man auch Aräometer construirt, welche den Gehalt einer Säure, einer Salzlösung u. s. w. angeben sollen. Weil jedoch ein solches Instrument nur für eine einzige specielle Flüssigkeit brauchbar ist, so wendet man besser ein für allemal das Volumeter oder ein Densimeter an und sucht den Gehalt, welcher dem beobachteten specifischen Gewichte entspricht, in Tabellen, welche eigens zu diesem Zwecke berechnet worden sind.

So giebt z. B. die folgende Tabelle an, welches das specifische Gewicht einer Mischung ist, welche die in der ersten Columne angegebene Anzahl von Volumprocenten Schwefelsäurehydrat ($SO_3 + HO$) in 100 Theilen der Mischung enthält.

Digitized by Google

Procent von $SO_3 + HO$.	Specif. Gew.	Gehalt an wasserfreier Säure.
100	1,843	81,63 Proc.
90	1,822	73,47 „
80	1,734	65,30 „
70	1,615	57,14 „
60	1,501	48,98 „
50	1,398	40,81 „
40	1,306	32,65 „
30	1,223	25,49 „
20	1,144	16,32 „
10	1,068	8,16 „
0	1,000	0,00 „

Hat man nun z. B. mit Hülfe des Volumeters oder des Densimeters gefunden, dass das specifische Gewicht eines Gemisches von Wasser und Schwefelsäure 1,223 ist, so ersehen wir aus obiger Tabelle (welche übrigens nur für eine Temperatur von 15° C. genau richtig ist), dass es 30 Proc. Schwefelsäurehydrat und 25,49 Proc. wasserfreie Schwefelsäure enthält.

In die Classe der Procentaräometer gehört auch die sogenannte *Mostwage*, welche dazu dient, den Zuckergehalt des Traubenmostes zu ermitteln. Das specifische Gewicht des Mostes nimmt mit seinem Gehalt an (Trauben-) Zucker zu. Der Punkt der Scala, bis zu welchem das Instrument in einer Lösung einsinkt, welche 20 Gewichtstheile Traubenzucker enthält, ist mit 100, der Punkt, welcher einer Lösung von 12 Proc. Zucker entspricht, ist mit 60 bezeichnet. Der Zwischenraum zwischen diesen beiden Punkten, von welchen der eine nahe am oberen, der andere nahe am unteren Ende der Scala liegt, ist in 40 *Grade* getheilt. Je 5 Grad der Mostwage entsprechen also einem Zuckergehalt von 1 Procent. Ein Most, in welchem das Instrument bis zu 80 Grad einsinkt, enthält also $\frac{80}{5} = 16$ Proc. Traubenzucker.

Die von *Oechsle* in Pforzheim construirten Mostwagen sind von Silberblech verfertigt, und haben die Fig. 167 abgebildete Gestalt. Die Scala ist an einem hohlen quadratischen Silberstäbchen angebracht.

55 **Aräometer mit willkürlicher Scala.** Es bleiben jetzt nur noch die älteren Aräometerscalen zu erwähnen, welche jedoch durchaus keinen wissenschaftlichen Werth haben.

Baumé bestimmte an den für leichtere Flüssigkeiten bestimmten Aräometern ausser dem Wasserpunkte noch einen zweiten fixen Punkt

dadurch, dass er das Instrument in eine Lösung von 1 Gewichtstheil Kochsalz in 9 Gewichtstheilen Wasser tauchte. Den Raum zwischen diesen beiden Punkten theilte er in 10 gleiche Theile, die er Grade nannte; die Theilung ist noch über den Wasserpunkt hinaus um 40 Grade fortgesetzt. Der Wasserpunkt ist mit 10 bezeichnet, und die Grade werden nach oben gezählt.

Fig. 167.

$\frac{2}{3}$

Für schwere Flüssigkeiten wurde der zweite feste Punkt durch Eintauchen in eine Lösung von 15 Thln. Kochsalz in 85 Thln. Wasser bestimmt, der Zwischenraum zwischen diesem und dem Wasserpunkt in 15 Grade getheilt und die Theilung nach unten fortgesetzt. Man sieht wohl, dass man durch ein solches Instrument weder das specifische Gewicht, noch den Gehalt einer Flüssigkeit erfährt.

Cartier brachte an der Baumé'schen Scala eine unwesentliche Veränderung an, er machte nämlich die Grade etwas grösser, so dass 15 seiner Grade gleich 16 Baumé'schen sind. Wenn er dadurch auch nichts genützt hat, so hat er doch wenigstens seinen Namen verewigt, denn so werthlos seine Scala auch ist, so ist sie doch ungemein verbreitet.

Das Aräometer von Beck hat den Wasserpunkt zu seinem Nullpunkt den nach oben gezählten 30sten Grad beim specif. Gewicht 0,85.

Die folgende Tabelle giebt an, welche specifischen Gewichte den in der ersten Columne angegebenen Gradzahlen der Baumé'schen, Cartier'schen und Beck'schen Scala entsprechen.

Aräometer für leichtere Flüssigkeiten.

Grade.	Baumé.	Cartier.	Beck.
0	—	—	1,000
5	—	—	0,971
10	1,000	—	0,944
15	0,965	0,970	0,919
20	0,933	0,934	0,895
25	0,903	0,901	0,872
30	0,875	0,871	0,850
35	0,849	0,842	0,829
40	0.824	0,815	0,809
45	0,800	—	0,791
50	0,778	—	0,773

Digitized by Google

Aräometer für schwerere Flüssigkeiten.

Grade.	Baumé.	Beck.
0	1,000	1,000
5	1,037	1,030
10	1,077	1,062
15	1,120	1,097
20	1,167	1,133
25	1,217	1,172
30	1,273	1,214
35	1,333	1,259
40	1,400	1,308
45	1,473	1,360
50	1,555	1,417
55	1,647	1,478
60	1,750	1,545
65	1,867	1,619
70	2,000	1,700

Digitized by Google

Viertes Capitel.

Molekularwirkungen flüssiger Körper.

Elasticität der Flüssigkeiten. Während die Molekularkräfte 56
bei festen Körpern sich im Zustande eines stabilen Gleichgewichts befinden, können wir den Gleichgewichtszustand der Molekularkräfte bei flüssigen Körpern gewissermaassen als einen indifferenten bezeichnen, denn wie man auch die Theilchen einer Flüssigkeit gegen einander verschieben mag, so kommen sie doch in dieser neuen gegenseitigen Lage alsbald wieder ins Gleichgewicht. Gegen eine Verschiebung der Moleküle einer Flüssigkeit reagirt also keine merkliche Elasticität, wohl aber macht sich eine solche gegen eine Compression derselben geltend.

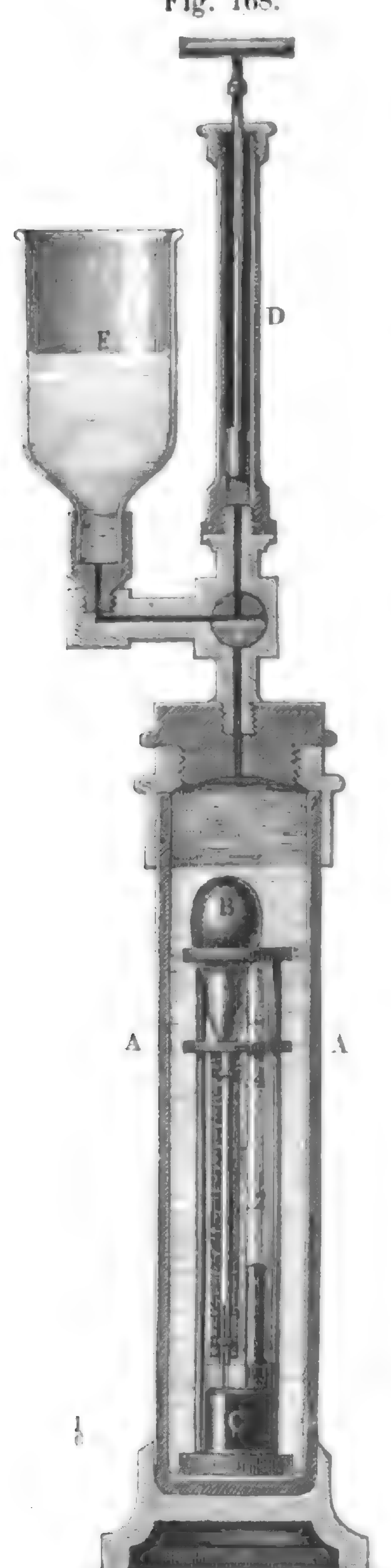
Expansionskraft und Cohäsionskraft stehen bei den Flüssigkeiten in der Art im Gleichgewicht, dass bei einer Annäherung der Theilchen die Expansionskraft, bedeutend stärker wachsend als die Cohäsionskraft, so sehr das Uebergewicht erlangt, dass sie einer Compression kräftigen Widerstand entgegensetzt, während bei wachsender Entfernung der Moleküle der Ueberschuss der Cohäsionskraft nur unbedeutend zunimmt, so dass einer Trennung der Theilchen nur ein geringer Widerstand entgegenwirkt.

Die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten lässt sich mit Hülfe des Fig. 168 (a. f. S.) abgebildeten Apparates nachweisen und messen. Ein birnförmiges Gefäss B, das Piezometer, ist an dem einen Ende einer feinen Thermometerröhre angesetzt, deren unteres Ende, nachdem B mit Wasser gefüllt worden ist, in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäss C gesetzt wird. Dadurch ist nun ein bestimmtes Quantum Wasser im Piezometer abgesperrt. Durch eine geringe Temperaturerhöhung bewirkt man, dass ein wenig Wasser aus dem Piezometer austritt und dass alsdann beim Wiedererkalten das Quecksilber im Piezometerrohre um

Digitized by Google

einige Linien über den Spiegel des Quecksilbers in C steigt. Das Rohr des Piezometers ist mit einer Scala versehen, und es muss zum Voraus mit Genauigkeit ermittelt sein, wie sich der Rauminhalt eines zwischen zwei Theilstrichen befindlichen Röhrenstücks zum Rauminhalte des ganzen Gefässes verhält.

Fig. 168.



Neben das Piezometer wird ein mit Luft gefülltes Rohr, ein Luftmanometer, in das Quecksilbergefäss eingesetzt, welches dient, um die Stärke des Drucks zu messen, welchem das Piezometer ausgesetzt wird.

Um zu verhindern, dass durch Einpressen des Quecksilbers in das Rohr des Piezometers das Gefäss B selbst eine Erweiterung erfährt, muss dasselbe von Aussen dem gleichen Druck ausgesetzt sein wie von Innen. Deshalb wird das Quecksilbergefäss C sammt dem Piezometer B und der Luftröhre in das Glasgefäss A des Compressionsapparates gesetzt, dieses voll Wasser gegossen, welches mit dem Wasser in B gleiche Temperatur haben muss, und dann das Wasser in A mit Hülfe der oben aufgeschraubten Druckpumpe D comprimirt.

Bei der Stellung des Hahns s, wie ihn die Figur zeigt, wird der Kolben der Druckpumpe aufgezogen und dadurch Wasser aus F aufgesaugt; ist der Kolben oben angekommen, so wird der Hahn s um eine Viertelumdrehung nach der Rechten gedreht, so dass nun der Pumpenstiefel mit dem Gefässe A in Verbindung steht, und dann der Kolben wieder niedergedrückt. Dadurch wird die ganze Wassermasse in A, in B und die Luft im Manometerrohre comprimirt; das Quecksilber steigt im Piezometerrohre, und aus der Anzahl der Theilstriche, um welche es steigt, kann man auf die Compression schliessen, welche das Wasser in B erlitten hat; aus dem Steigen des Quecksilbers im Manometerrohre aber ergiebt sich, wie gross der Druck war, dem das Wasser ausgesetzt war.

Digitized by Google

Sobald man den Hahn *s* so stellt, dass das Gefäss *A* mit *F* in Verbindung kommt, dass also der Druck in *A* aufhört, sinkt das Quecksilber in der Röhre des Piezometers wieder auf seinen ursprünglichen Stand, die Flüssigkeit in *B* ist also gegen Compression vollkommen elastisch.

Es versteht sich von selbst, dass das Wasser in *B* vor dem Einfüllen durch Kochen luftfrei gemacht werden muss.

Statt Wasser kann man auch andere Flüssigkeiten in das Piezometer bringen und auf gleiche Weise ihre Zusammendrückbarkeit ermitteln.

Eine ausführliche Darstellung der Versuche, welche Colladon und Sturm über die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten anstellten, findet man im 12ten Bande von Poggendorff's Annalen; Oersted's Abhandlungen über denselben Gegenstand findet man im 9ten, 12ten und 31sten Bande desselben Journals. In der folgenden Tabelle sind die Resultate der genannten Naturforscher zusammengestellt.

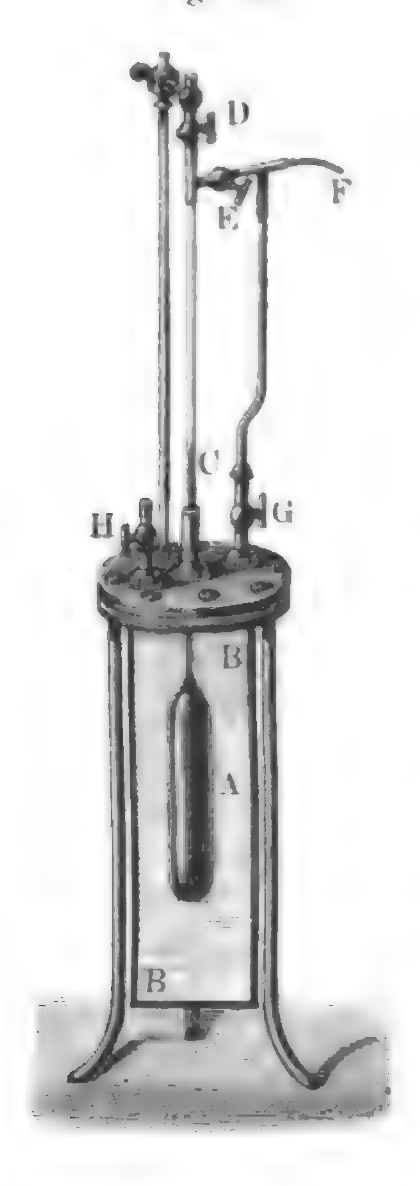
Namen der Flüssigkeiten.	Zusammendrückbarkeit für den Druck einer Atmosphäre in Millionentheilen des ursprünglichen Volumens. Colladon und Sturm.	Oersted.
Quecksilber	3,38	2,65
Schwefelsäure	30,35	
Salpetersäure	30,55	
Schwefelkohlenstoff		31,65
Essigsäure	40,55	
Luftfreies Wasser	49,65	46,65
Salpeteräther	69	
Terpentinöl	71,35	
Salzsäureäther	84,25 für die 1. Atm.	
„	80,60 „ „ 9. „	
Alkohol	94,95 „ „ 1. „	21,65
„	91,85 „ „ 9. „	
„	87,35 „ „ 24. „	
Schwefeläther bei 0°	131,35 „ „ 1. „	61,65
„ „ „	120,45 „ „ 24. „	
„ „ 11°	148,35 „ „ 1. „	
„ „ „	139,35 „ „ 24. „	

Man sieht, dass die Zahlen von Colladon und Sturm immer grösser sind als die von Oersted. Beim Quecksilber und dem Wasser ist der Unterschied gering, beim Schwefeläther und dem Alkohol ist er jedoch sehr bedeutend. Diese beiden letzten Flüssigkeiten und der Salzsäureäther zeigen, dass die Zusammendrückbarkeit mit wachsendem Druck abnimmt. Endlich sieht man auch aus der Tabelle, dass der Schwefeläther bei 11° weit stärker zusammendrückbar ist als bei 0°.

Digitized by Google

Bei genauer Untersuchung ergiebt sich, dass bei gleichem Druck von Innen und Aussen das Volumen des Piezometergefässes B doch nicht vollkommen unveränderlich bleibt; Regnault hat diese Fehlerquellen auf folgende Weise zu eliminiren gesucht (Mémoires de l'Acad. des sciences 1847).

Fig. 169.



Das Piezometer A, Fig. 169, befindet sich in dem Compressionsgefäss B. Das Innere des Gefässes B kann durch Oeffnen des Hahnes H mit der äusseren Luft, durch Oeffnen des Hahnes G mit einem Recipienten verbunden werden, zu welchem das Rohr F führt und welcher mit comprimirter Luft gefüllt ist. Eben so kann das Innere des Piezometers A durch den Hahn D mit der äusseren Luft, durch den Hahn E mit jenem Recipienten in Verbindung gesetzt werden.

Sind H und E geschlossen, D und G offen, so wird das Piezometer nur von Aussen comprimirt, der Gipfel der Flüssigkeitssäule im Piezometerrohr steigt um eine Grösse w. — Sind D und G geschlossen, H und E aber offen, so ist bloss das Innere des Piezometers einem Druck ausgesetzt, der Gipfel der Flüssigkeitssäule im Piezometerrohr sinkt um eine Grösse w' unter seine ursprüngliche Stellung. — Werden endlich H und D geschlossen, E und G aber geöffnet, so ist das Piezometer Innen und Aussen dem gleichen Druck ausgesetzt; der Gipfel der Flüssigkeitssäule erleidet nun eine Depression, die wir mit w'' bezeichnen wollen. — Durch Combination dieser drei Beobachtungen kann man nun ermitteln, wie gross im letzteren Fall die Depression hätte sein müssen, wenn das Gefäss A gar keine Aenderung des Volumens erfahren hätte. Nach dieser Methode fand Grassi (Annal. de chim. et de phys. III. Ser. T. 31) folgende Werthe für die Compression durch den Druck einer Atmosphäre:

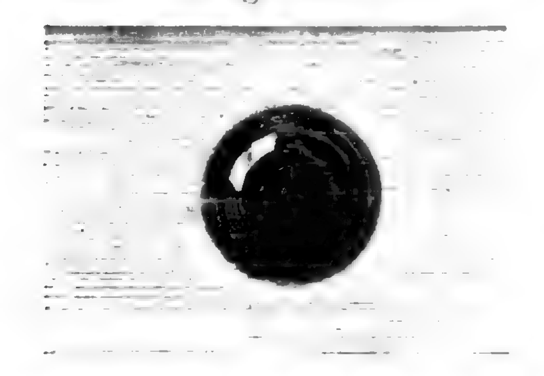
Quecksilber	bei	0	Grad	3
Wasser	„	0	„	50
„	„	53	„	44
Aether	„	0	„	111
„	„	14	„	140
Alkohol	„	7	„	84
„	„	13	„	95
Chloroform	„	12	„	65

Digitized by Google

Cohäsion der Flüssigkeiten. Wenn die Flüssigkeiten auch 57
keine selbstständige Gestalt haben, wenn sich auch die einzelnen Theilchen ungemein leicht an einander verschieben lassen, so hört deshalb doch noch nicht jeder Zusammenhang zwischen ihnen auf, wie dies schon aus der Tropfenbildung hervorgeht. Giesst man etwas Wasser auf eine mit Bärlappsamen (Semen lycopodii) bestäubte Fläche oder etwas Quecksilber in ein Porzellangefäss, so bilden sich fast kugelförmige Tröpfchen. Wenn gar kein Zusammenhang zwischen den einzelnen Theilchen des Wassers, zwischen denen des Quecksilbers bestände, so müssten die Theilchen gleichsam wie Staub auseinanderfallen; bei langsamem Ausgiessen von Flüssigkeiten aus irgend einem Gefässe würden sie nicht in einzelnen Tropfen herabfallen; ein solcher Tropfen fällt erst, wenn sein Gewicht gross genug ist, um gleichsam ein Abreissen von der übrigen Masse der Flüssigkeit zu bewirken.

Ueberhaupt ist die Tropfenbildung nur die Folge der Cohäsion der Flüssigkeiten. Jede sich selbst überlassene, dem Einfluss äusserer Kräfte entzogene Flüssigkeitsmasse muss eine Kugel bilden, wie wir dies z. B. an den herabfallenden Regentropfen beobachten. Selbst grössere Flüssigkeitsmassen runden sich zur Kugel ab, wenn es gelingt, sie dem Einfluss der Schwere zu entziehen. Es geschieht dies dadurch, dass man eine gewisse Menge einer Flüssigkeit mitten in eine andere Flüssigkeit bringt, mit welcher sie sich nicht mischt, mit welcher sie aber vollkommen gleiches specifisches Gewicht hat; z. B. Olivenöl (specif. Gewicht 0,915) in eine entsprechende Mischung von Wasser und Weingeist. Wenn man das Oel mit Hülfe einer Pipette mitten in die Mischung hineinbringt, so kann man wallnussgrosse Oelkugeln erzeugen, welche in der umgebenden Flüssigkeit schweben, wie Fig. 170 andeutet.

Fig. 170.



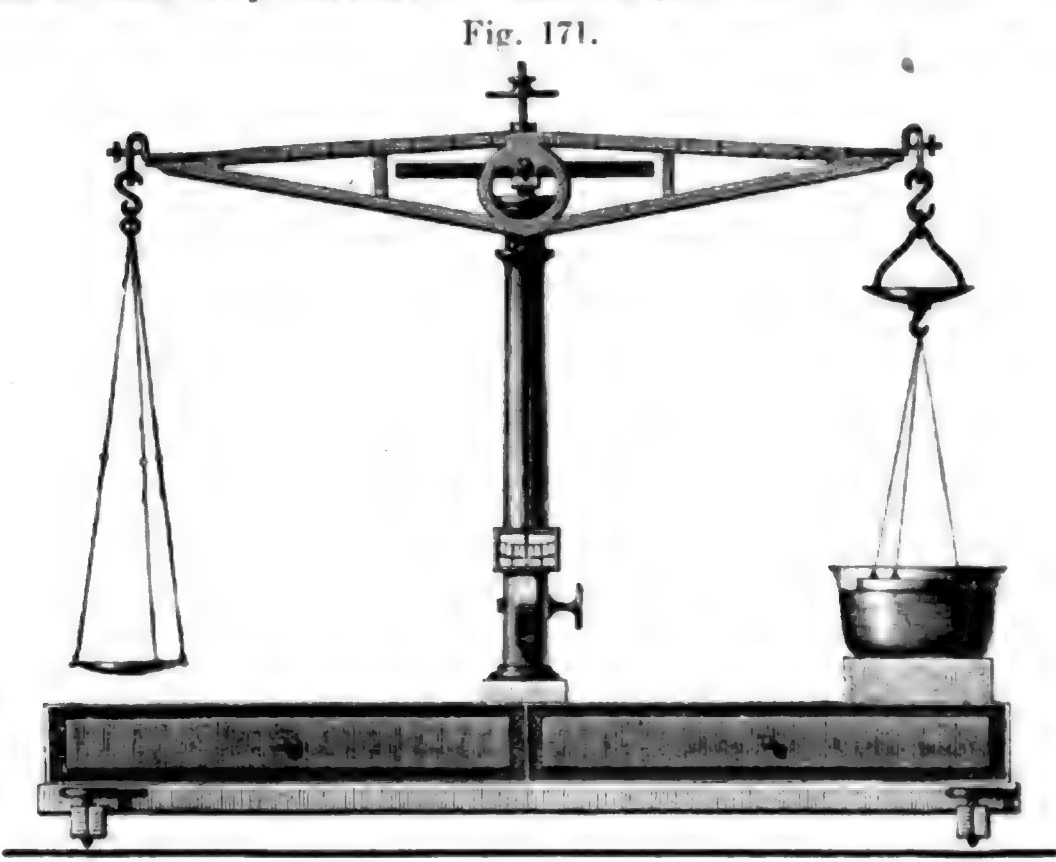
Für die Cohäsion, mit welcher die einzelnen Theilchen einer Flüssigkeit zusammenhalten, lässt sich in folgender Weise ein Maass finden. Wenn eine feste Scheibe auf die Oberfläche einer Flüssigkeit gesetzt wird, so kann man sie in verticaler Richtung nicht mehr in die Höhe ziehen, wie wenn sie frei in der Luft hinge; es ist, um sie in die Höhe zu ziehen, eine mehr oder minder grosse Kraft nöthig. Um die Kraft zu messen, bedient man sich der Wage. An den einen Arm derselben hängt man eine horizontale Scheibe an, auf der anderen Seite legt man ein Gegengewicht auf, welches sie im Gleichgewicht hält. Wenn das Gleichgewicht hergestellt ist, nähert man der Scheibe von unten die Oberfläche einer Flüssigkeit, bis die Flüssigkeit die untere Fläche der Scheibe gerade berührt, Fig. 171 (a. f. S.), legt dann, ohne zu stossen, auf der anderen

Digitized by Google

Seite Gewichte auf und bemerkt, wie viel nöthig ist, um die Scheibe von der Flüssigkeit abzureissen.

Um eine Glasscheibe von 118,366 Millimeter Durchmesser abzureissen, waren nach Gay-Lussac's Versuchen je nach der Natur der Flüs-

Fig. 171.



sigkeiten verschiedene Gewichte nöthig, wie die folgende Tabelle zeigt.

Namen der Substanz.	Specifisches Gewicht.	Temperatur.	Gewicht.
Wasser	1	8,5° C.	59,40 Grm.
Alkohol	0,8196	8	31,08 „
„	0,8595	10	32,87 „
„	0,9415	8	37,15 „
Terpentinöl . . .	0,8695	8	34,10 „

Eine Scheibe von gleichem Durchmesser aus Kupfer oder irgend einer Substanz verfertigt, welche von der Flüssigkeit benetzt wird, giebt genau dieselben Resultate. Die zum Abreissen nöthige Kraft ist also unabhängig von der Natur der festen Körper und hängt nur von der Natur der Flüssigkeit ab. Es ist leicht, den Grund davon einzusehen, denn beim Aufziehen bleibt immer eine Schicht der Flüssigkeit an der Scheibe hängen; man hat also durch das Uebergewicht auf der anderen Seite nicht die Flüssigkeit von der festen Scheibe, sondern die Moleküle der Flüssigkeit von einander getrennt, man hatte also die Cohäsion der Flüssigkeit zu überwinden. Die in Rede stehenden Versuche geben also ein Maass

Digitized by Google

für die Cohäsion der Flüssigkeiten, also für die Attraction, welche zwischen den Theilchen derselben stattfindet; man sieht, dass diese Attraction ziemlich bedeutend ist und dass sie sich mit der Natur der Flüssigkeiten ändert.

Spannung gekrümmter Oberflächen. Die Cohäsion der 58
Flüssigkeitstheilchen erklärt zwar vollkommen das Zusammenhalten der Moleküle, welche einen Tropfen bilden; zur Erklärung der kugelförmigen Abrundung des Tropfens reicht aber die Molekularanziehung nicht hin, weil die molekularen Attractionen, nur auf die nächsten Moleküle wirkend, sich nicht in ähnlicher Weise summiren, dass dadurch dem Gravitationsmittelpunkte der Weltkörper ähnlich ein Anziehungsmittelpunkt gebildet würde.

In einer Flüssigkeit müssen die Moleküle in einer solchen Entfernung verharren, dass Attraction und Repulsion einander neutralisiren. Es ist dies nur dann möglich, wenn die Moleküle in parallelen Schichten gelagert sind, in der Art, dass jedes Molekül von zwölf anderen umgeben ist, ungefähr so wie man die gleich grossen Kanonenkugeln zu lagern pflegt. Diese Anordnung ist dann nicht im mindesten gestört, wenn die Flüssigkeit auch eben endigt. Jedes Molekül ist hier nach allen Seiten hin vollkommen gleichen Einwirkungen unterworfen, alle Moleküle sind hier in vollkommen gleichen Entfernungen von einander. Diese Anordnung mag die normale Lagerung der Moleküle heissen. Wird ein Theil der Gränzfläche gekrümmt, so kann der gegenseitige Abstand der Moleküle nicht mehr nach allen Seiten derselbe bleiben, und eine solche Lagerung mag anomal genannt werden.

Sobald durch irgend eine äussere Kraft die normale Lagerung der Moleküle gestört wird, wird auch das bisher vollständige Gleichgewicht gestört; es entsteht eine Spannung, welche den gestörten Parallelismus der Schichten wieder herzustellen strebt und welche die Flüssigkeitstheilchen sogleich wieder in die normale Lagerung zurückführt, sobald die störende Ursache zu wirken aufhört. Wenn man ein Stäbchen, welches von der Flüssigkeit benetzt wird, in dieselbe eintaucht, so kann man durch langsames Herausziehen einen Hügel bilden, der nach dem Abreissen sogleich wieder in die Ebene zurückeilt. Dies könnte nun freilich bloss Folge der Schwere sein, allein dasselbe findet in der umgekehrten Lage der Ebene statt. Aus einem an der unteren Fläche einer horizontal gehaltenen Glasplatte hängenden und möglichst ausgebreiteten Tropfen kann man wie vorher einen Hügel herausziehen, welcher sich nach dem Abreissen, der Schwere entgegen, in die Ebene zurückzieht.

Eine tropfbare Flüssigkeit strebt also in einer Ebene zu endigen. Nun aber kann eine ringsherum freie Masse nicht durch die einzige Ebene begränzt werden. Wäre sie durch ebene Flächen begränzt, so würden die Kanten durch die Spannung der Moleküle in denselben bald abgeflacht werden; ist aber die Masse durch eine krumme Oberfläche be-

Digitized by Google

gränzt, deren Krümmung nicht an allen Stellen gleich ist, so würde an den stärker gekrümmten Theilen der Oberfläche nothwendig auch eine stärkere Spannung stattfinden, welche die Abrundung zur vollkommenen Kugel zur Folge hat. Auf diese Weise geht auch die Abrundung des Tropfens vor sich.

Die oberflächlichen Moleküle einer ringsum freien tropfbaren Flüssigkeit bilden demnach ein, die innere Masse kräftig zusammendrückendes Netzwerk. Hat man eine Seifenblase gemacht, so behält diese ihre Grösse bei, wenn man die Oeffnung des Röhrchens zuhält; sobald man es aber öffnet, verkleinert sich die Blase mehr und mehr. Wäre die Luft in der Blase nicht durch die umschliessende Flüssigkeitsschicht zusammengedrückt gewesen, wäre sie nicht dichter als die sie umgebende Atmosphäre, so würde sie in der Blase bleiben und nicht dem atmosphärischen Luftdruck entgegen durch das Röhrchen entweichen.

Diesen von einer gekrümmten Flüssigkeitsoberfläche ausgeübten, stets gegen die concave Seite der Wölbung hin gerichteten Druck wollen wir den Cohäsionsdruck nennen. Er wächst mit der Stärke der Krümmung und ist von der Natur der Flüssigkeit abhängig.

Es bezeichne für irgend einen Punkt der krummen Flüssigkeitsoberfläche R den grössten, r den kleinsten Krümmungshalbmesser, so ist nach den Entwickelungen von Laplace und Poisson der Cohäsionsdruck

$$D = a\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{r}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wo a eine von der Natur der Flüssigkeit abhängige Constante ist. Eine allen äusseren Kräften entzogene, nur ihren Molekularkräften überlassene Flüssigkeitsmasse wird nur dann im Gleichgewicht sein können, wenn der Werth von D für einen Punkt der Oberfläche eben so gross ist wie für jeden anderen. Dies ist unbedingt für die Kugel der Fall, da nicht allein für einen bestimmten Punkt ihrer Oberfläche $R = r$, sondern auch der Krümmungshalbmesser für alle Punkte der Oberfläche gleich r wird. Für jeden Punkt der Kugeloberfläche haben wir also

$$D = \frac{2a}{r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

59 **Adhäsion zwischen festen und flüssigen Körpern.** Zwischen festen und flüssigen Körpern finden ähnliche Adhäsionserscheinungen statt, wie zwischen festen Körpern unter einander, d. h. die Flüssigkeiten haften mehr oder weniger stark an den Oberflächen fester Körper. Spritzt man z. B. einige Wassertropfen gegen eine vertical stehende Glasscheibe, so werden sie zum Theil daran hängen bleiben und nicht herunterlaufen, wie es der Fall sein würde, wenn der Schwerkraft der Tropfen nicht durch eine andere Kraft, nämlich durch die Anziehung, welche zwischen den Theilchen der Flüssigkeit und der Oberfläche der Glaswand stattfindet, das Gleichgewicht gehalten würde.

Diese Adhäsion ist auch die Ursache, dass Flüssigkeiten, die man aus

Digitized by Google

einem Gefässe ausgiessen will, so leicht an der äusseren Wand herablaufen. Um dies zu verhüten, bestreicht man den äusseren Rand der Gefässe mit Fett, oder man lässt die ausfliessende Flüssigkeit an einem benetzten Glasstäbchen herablaufen.

Bei den in §. 57 besprochenen Versuchen wurde die feste Scheibe von der Flüssigkeit benetzt; eine Adhäsion ist aber zwischen beiden auch dann noch vorhanden, wenn keine Benetzung stattfindet, wie z. B. zwischen Glas und Quecksilber.

Wiederholt man den in §. 57 beschriebenen Versuch auf die Weise, dass man die Glasscheibe auf Quecksilber setzt, so ist bei den dort angegebenen Dimensionen ein Zulaggewicht von 158 Gramm nöthig, um ein Abreissen zu bewirken. Hier aber bleibt kein Quecksilber an dem Glase hängen, das Gewicht von 158 Gramm war also nöthig, um die Adhäsion des Quecksilbers an die Glasplatte zu überwinden.

Die Adhäsion des Quecksilbers an das Glas erklärt einige Erscheinungen, welche für den ersten Anblick auffallend erscheinen. So bleibt z. B., wenn man wohl gereinigte, vollkommen von aller Luft befreite und etwas enge Röhren zum Toricelli'schen Versuch anwendet, manchmal die ganze Quecksilbersäule bis oben hin suspendirt, und es sind dann einige Stösse nöthig, um zu machen, dass die Quecksilbersäule bis zu der dem Luftdruck entsprechenden Höhe herabfällt.

Die Adhäsion und die Reibung des Quecksilbers am Glase hat bei allen Manometerröhren einen Einfluss, der um so störender wird, je enger die Röhren sind. Daher sind nicht allein für Barometer, sondern auch für alle Manometer weite Röhren vorzuziehen. Bei sehr engen Röhren kann der Einfluss der Wände sehr bedeutende Fehler veranlassen. Man fülle z. B. eine heberförmig gebogene Thermometerröhre halb mit Quecksilber, so dass es in beiden Schenkeln gleich hoch steht. Saugt man nun an dem oberen Ende des einen Schenkels, so wird in diesem Schenkel das Quecksilber steigen. Ueberlässt man nun wieder die Röhre sich selbst, so fällt das Quecksilber nicht wieder zurück, es bleibt in dem einen Schenkel 3, 4 ja 5 Zoll höher stehen als im anderen. Solche Röhren geben also, als Manometerröhren angewendet, immer sehr unzuverlässige Resultate.

Wenn das Quecksilber einer Barometerröhre längere Zeit im Kochen erhalten wird, so zeigt sich nachher der Meniscus weit flacher als sonst. Es rührt dies, wie Dulong gezeigt hat, daher, dass in Folge des langen Kochens sich etwas Quecksilberoxyd bildet, welches im Quecksilber aufgelöst, dessen Dichtigkeit nicht merklich verändert, wohl aber seine Adhäsion an das Glas vermehrt.

Der Randwinkel. Ueberall, wo ein fester Körper mit einer 60
Flüssigkeit in Berührung kommt, tritt eine Störung der freien Oberfläche der letzteren auf. Taucht man z. B. eine Glasplatte in Wasser, so findet ein Aufsteigen des Wassers an der Glasfläche statt, Fig. 173 (a. f. S.),

Digitized by Google

taucht man dagegen die Glasplatte in Quecksilber, so findet eine Depression statt, Fig. 174.

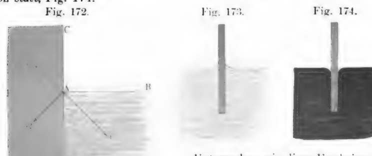


Fig. 172. Fig. 173. Fig. 174.

Untersuchen wir diese Erscheinung etwas näher. In Fig. 172 stelle CD die verticale Wand eines festen Körpers dar, welcher in eine durch die horizontale Oberfläche AB begränzte Flüssigkeit eingetaucht ist. Nehmen wir zunächst an, die horizontale Oberfläche der Flüssigkeit erstrecke sich noch bis an die verticale Wand CD, und A sei ein Punkt der Kante, in welcher die horizontale Oberfläche der Flüssigkeit mit der Wand zusammentrifft.

Betrachten wir nun die Kräfte, welche auf A wirken. Die Molekularanziehungen aller innerhalb des Quadranten BAD liegenden Flüssigkeitspartikelchen, welche auf das Theilchen A wirken, vereinigen sich zu einer Resultirenden, deren Richtung den Winkel BAD halbirt und deren Grösse wir mit P bezeichnen wollen. Eben so vereinigen sich die Molekularanziehungen, welche die innerhalb des Quadranten FAD liegenden Partikelchen der festen Wand auf das Flüssigkeitstheilchen A ausüben, zu einer Resultirenden Q, deren Richtung den Winkel FAD halbirt. Eine den Winkel FAC halbirende Kraft Q endlich ist die Resultirende der Molekularanziehungen, welche von den innerhalb des Quadranten FAC liegenden Partikelchen der festen Wand auf A ausgeübt werden.

Die verticalen Composanten der beiden Kräfte Q heben einander auf, die verticale Composante der Kraft P ist $P \cos 45^0$. Sie ist nach abwärts gerichtet und summirt sich zu der auf A wirkenden Schwerkraft. Wir wollen die Summe aller auf A vertical nach abwärts wirkenden Kräfte mit H bezeichnen.

Die horizontale Composante der Kraft P ist $P \cos 45^0$; sie wirkt in der Richtung von A nach B. Die Summe der horizontalen Composanten der beiden Kräfte Q ist $2\,Q \cos. 45^0$; sie wirkt in der Richtung von A nach F. Bezeichnen wir die Richtung von A nach F als die positive, die von A nach B also als die negative, so ist die Summe aller horizontalen Kräfte, welche auf das Partikelchen A wirken

$$K = (2\,Q - P) \cos 45^0.$$

Wenn $P > 2\,Q$, so wird K negativ, K ist also eine in der Richtung von A nach B wirkende Kraft, welche sich mit der verticalen Kraft H zu

Digitized by Google

einer Resultirenden R verbindet, deren Richtung innerhalb des Quadranten DAB liegt. Auf dieser Resultirenden R, Fig. 175, muss aber die freie Oberfläche der Flüssigkeit in A rechtwinklig stehen, die Oberfläche der Flüssigkeit wird also die in Fig. 175 abgebildete Gestalt annehmen müssen, es wird eine Depression der Flüssigkeit an der Wand stattfinden.

Wenn $P < 2\,Q$, so ist K positiv, also eine von A nach F hin wirkende Kraft, welche sich mit H zu einer Resultirenden R verbindet, deren Richtung innerhalb des Winkels FAD, Fig. 172, liegt. In A muss die Oberfläche der Flüssigkeit rechtwinklig auf dieser Resultirenden R stehen, und da sie mit wachsender Entfernung von der Wand allmälig in die Horizontale übergehen muss, so wird die Oberfläche der Flüssigkeit in der Nähe der Wand die in Fig. 176 dargestellte Form annehmen, es findet ein Aufsteigen der Flüssigkeit an der Wand statt.

Wenn $P < 2\,Q$, wenn ein Ueberwiegen der Adhäsion über die Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen stattfindet, so wird der feste Körper durch die Flüssigkeit benetzt. Eine Benetzung tritt nicht ein, wenn die Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen überwiegt, wenn $P > 2\,Q$.

Da die Resultirende R, Fig. 175 und Fig. 176, einen bestimmten Winkel mit der Wand CD macht, dessen Grösse von dem Verhältniss der

Fig. 175.

Fig. 176.

Kräfte P und Q abhängt, so muss auch die in A an die Oberfläche der Flüssigkeit gelegte, auf R rechtwinklig stehende Tangente stets denselben Winkel mit der Wand CD machen, so oft dieselbe Flüssigkeit mit demselben festen Körper in Berührung tritt. Dieser Winkel, welcher den Namen Randwinkel führt, hat folgende Werthe:

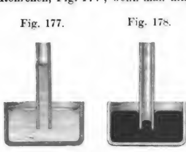
Für Quecksilber und gewöhnliches Glas . . .	45 Grad
„ Quecksilber und Glas, dessen Oberfläche von Luft gereinigt ist	55 „
„ Alkohol und Stahl	90 „
„ Wasser und Glas	150 bis 180 „

wenn der Randwinkel von AC, Fig. 172, aus in der Richtung nach AB hin gezählt wird. Dem Werthe des Randwinkels zufolge ist für Alkokol und Stahl $2\,P = Q$. Die Differenzen im Werth des Randwinkels für Glas und Wasser rühren offenbar von Verschiedenheiten im Oberflächenzustand des Glases her.

Digitized by Google

61 **Haarröhrchen.** Wenn man das eine Ende eines engen Glasröhrchens in eine Flüssigkeit eintaucht, so steht das Niveau der Flüssigkeit im Röhrchen nie in gleicher Höhe mit dem Spiegel der Flüssigkeit ausserhalb. In Wasser z. B. eingetaucht, erhebt sich die Flüssigkeitssäule im Röhrchen, Fig. 177; wenn man hingegen das Glasröhrchen in Quecksilber eintaucht, so steht der Gipfel der Quecksilbersäule im Röhrchen tiefer, Fig. 178. Diese Erscheinungen der Hebung und Senkung werden mit dem Namen der Capillarerscheinungen bezeichnet, die Kraft aber, welche sie hervorbringt und welche das Resultat der Cohäsion der Flüssigkeitstheilchen und ihrer Adhäsion an festen Körpern ist, heisst Capillarattraction, oder auch bloss Capillarität.

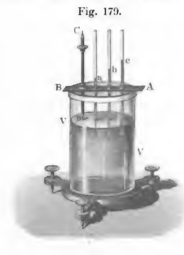
Fig. 177. Fig. 178.



Es ist leicht, sich durch den Versuch davon zu überzeugen, dass die Höhendifferenz der Spiegel der Flüssigkeit in und ausser der Röhre um so grösser ist, je enger die Röhren sind. Taucht man zwei Röhrchen, von denen das eine einen doppelt so grossen Durchmesser hat als das andere, in Wasser, so wird das Wasser im engeren doppelt so hoch steigen; taucht man sie in Quecksilber, so wird im engeren die Flüssigkeit doppelt so viel niedergedrückt.

Um die Höhe genau zu messen, bis zu welcher die Flüssigkeiten im Haarröhrchen aufsteigen, brachte Gay-Lussac folgendes Verfahren in Anwendung. Ein weiteres Gefäss V, Fig. 179, welches die Flüssigkeit enthält, ruht auf einer mit drei Stellschrauben versehenen Platte, mittelst deren man den Rand des Gefässes V genau horizontal stellen kann. Auf diesem Rande liegt der Metallstreifen BA, in welchem mehrere Haarröhrchen von verschiedenem Durchmesser befestigt sind, deren unteres Ende in der Flüssigkeit des Gefässes V eingetaucht ist.

Fig. 179.



Die Höhe der Punkte a, b und c, bis zu welcher die Flüssigkeit in den verschiedenen Röhrchen über dem Spiegel der Flüssigkeit im Gefäss V aufsteigt, lässt sich nun aber deshalb nicht unmittelbar mit Genauigkeit messen, weil die Flüssigkeit

Digitized by Google

nicht allein an der Wand des Gefässes V, sondern auch an der äusseren Wand der eingetauchten Röhrchen etwas über den Flüssigkeitsspiegel sich erhebt. Gay-Lussac hat diese Schwierigkeit dadurch umgangen, dass er in der Metallplatte BA ein Metallstäbchen CD anbrachte, auf welchem ein feines Schraubengewinde eingeschnitten und welches oben und unten mit einer Spitze versehen ist. Dieses Stäbchen wird nun so weit heruntergeschraubt, dass seine untere Spitze D eben den Flüssigkeitsspiegel berührt. — Nachdem diese Einstellung gehörig ausgeführt worden ist, wird der Höhenunterschied zwischen der oberen Spitze C und den Punkten a, b und c mit Hülfe eines Kathetometers (ein Instrument, dessen Beschreibung im zweiten Bande dieses Lehrbuchs zu finden ist) gemessen, und daraus ergiebt sich dann, wie hoch die Punkte a, b und c über D liegen, wenn zum Voraus die Länge des Stäbchens CD mit Genauigkeit gemessen worden ist.

Die Durchmesser der Röhrchen waren vorher dadurch bestimmt worden, dass man das Gewicht der Quecksilbersäule ermittelte, welche eine gemessene Länge des Röhrchens ausfüllt.

Die folgende Tabelle enthält einige auf diesem Wege gefundene Resultate.

Namen der Flüssigkeit.	Specif. Gewicht.	Temperatur.	Erhebung in einer Röhre, deren Durchmesser war		
			1,2944 Millimeter.	1,9038 Millimeter.	10,508 Millimeter.
Wasser . . .	1	8,5° C.	23,1634	15,5861	„
Alkohol . .	0,8196	8	9,1823	6,4012	„
„ . .	0,8595	10	9,301	„	„
„ . .	0,9415	8	9,997	„	„
„ . .	0,8135	16	7,078	„	0,3835
Terpentinöl	0,8695	8	9,8516	„	„

Die specifischen Gewichte sind für die in der dritten Columne angegebenen Temperaturen genommen.

Die Durchmesser der beiden ersten Röhren verhalten sich umgekehrt wie 1,474 zu 1, die entsprechenden beobachteten Höhen aber verhalten sich für Wasser wie 1,486 zu 1, für Weingeist wie 1,434 zu 1. Man kann demnach wohl als durch den Versuch bestätigt annehmen, dass die gehobenen Säulen sich umgekehrt verhalten wie die Durchmesser der Röhren. Berechnet man nach diesen Angaben die Höhe der Säulen von Wasser, Alkohol und Terpentinöl, welche in einer 1 Millimeter weiten Röhre gehoben werden können, so erhält man folgende Zahlen:

Digitized by Google

Namen der Substanz.	Specif. Gewicht.	Temperatur.	Erhebung in einer Röhre von 1 Millimeter (0,459‴) Durchmesser.
Wasser . .	1	8,5° C.	29,79mm = 13,67‴
Alkohol . .	0,8196	8	12,18 = 5,60
„ . .	0,8135	16	9,15 = 4,19
„ . .	0,8595	10	12,01 = 5,51
„ . .	0,9415	8	12,91 = 5,92
Terpentinöl	0,8695	8	12,72 = 5,83

Die Temperaturen und specifischen Gewichte sind mit Sorgfalt angegeben, weil, wie es scheint, die Differenz des Niveaus für eine und dieselbe Flüssigkeit sich gerade wie die specifischen Gewichte derselben verhält.

Die Resultate, welche man nach diesem Verfahren erhält, sind ganz und gar unabhängig von der Dicke der Röhre und der Substanz, aus welcher sie besteht, vorausgesetzt, dass sie von der Flüssigkeit benetzt wird.

Ehe man die Röhrchen zum Versuche anwendet, müssen die inneren Wände vollständig mit der Flüssigkeit benetzt und von allen Unreinigkeiten befreit werden. Es ist auch wesentlich, dass man die flüssige Säule mehrmals oscilliren lässt, damit man die wahre Höhe beobachtet.

Fig. 180.

Fig. 181.

Die Erhebung der Flüssigkeiten in engen Röhrchen so wie die Senkung derselben ist aber auf das Innigste mit der Gestaltung ihrer Oberfläche verknüpft. Eine Erhebung findet statt, wenn der Gipfel der Flüssigkeitssäule in der Röhre einen concaven Meniscus bildet, wie Fig. 180, während sich stets eine Depression einstellt, wenn der Gipfel der Flüssigkeit einen convexen Meniscus bildet, wie Fig. 181.

62 **Verschiedene Höhen, bis zu welchen dieselbe Flüssigkeit in derselben Röhre steigen kann.** Wenn man eine Röhre, welche zum Versuche gedient hat, mit Vorsicht aus der Flüssigkeit herausnimmt, so beobachtet man, dass die flüssige Säule, welche im Inneren der Röhre hängen bleibt, immer grösser ist als sie vorher war, da die Röhre noch in die Flüssigkeit eingetaucht war. Es sei z. B. *ab*, Fig. 182, die Säule, welche in der Röhre aufsteigt, während sie in die Flüssigkeit eingetaucht ist, so kann die Säule, welche in der Röhre hängen bleibt, wenn man sie aus der Flüssigkeit herausnimmt, die Höhe *cd*, Fig. 183, oder gar die Höhe *fg*, Fig. 184, erreichen. Dieser Unterschied hängt von dem Tropfen ab, welcher sich am unteren Ende der Röhre bildet und welcher ein mehr

Digitized by Google

oder minder convexer Meniscus ist. In der That, wenn die Röhrenwände sehr dick sind, so breitet sich der Tropfen aus, und in diesem Falle ist

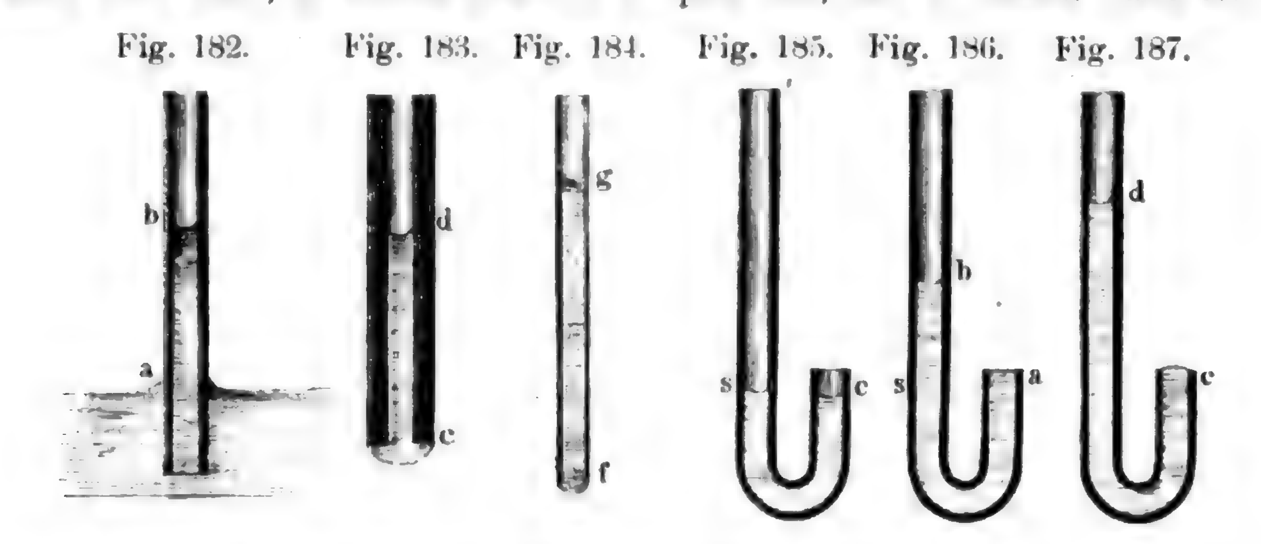


Fig. 182. Fig. 183. Fig. 184. Fig. 185. Fig. 186. Fig. 187.

die Erhebung geringer; wenn aber die Wände dünn sind, so ist der convexe Meniscus des Tropfens fast gleich dem concaven Meniscus am oberen Ende der Säule, und in diesem Falle ist die Höhe der Säule *fg*, Fig. 184, welche in der Röhre hängen bleibt, fast doppelt so gross, als die Höhe *ab*, Fig 182, der Säule, welche man beobachtet, wenn dieselbe Röhre noch in die Flüssigkeit eingetaucht ist.

Heberförmig gekrümmte Röhren bieten ähnliche Erscheinungen dar und sind zugleich für die Versuche bequemer. In einer heberförmigen Röhre, Fig. 185, deren Durchmesser überall gleich weit ist, steht die Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch, so lange die Flüssigkeit noch nicht das Ende des kürzeren Schenkels erreicht. Lässt man ganz allmälig in den längeren Schenkel Flüssigkeit zufliessen, so steigt das Niveau bald bis zum oberen Rande des kürzeren Schenkels. Von nun an steigt bei fernerem Zufliessen im längeren Schenkel die Flüssigkeit in demselben, während der concave Meniscus am oberen Ende des kürzeren Schenkels immer flacher wird. In dem Moment, in welchem der Meniscus ganz verschwunden, in welchem also die Oberfläche der Flüssigkeit im kürzeren Schenkel ganz eben geworden ist, wie Fig. 186, ist die Höhendifferenz von *a* bis *b* gleich der Höhe der Flüssigkeitssäule, welche in demselben Rohre aufgestiegen wäre, wenn man es in die Flüssigkeit eingetaucht hätte. Bei fernerem Zufluss in den längeren Schenkel steigt die flüssige Säule noch höher, während die Oberfläche der Flüssigkeit im kürzeren Schenkel convex wird, wie Fig 187. Das Steigen dauert fort, bis die Höhendifferenz *cd*, Fig. 187, doppelt so gross ist als die Höhendifferenz *ab*, Fig. 186. In diesem Augenblick ist der Meniscus auf dem kürzeren Schenkel eine Halbkugel. Wenn nun noch Flüssigkeit im längeren Schenkel zufliesst, so reisst die gewölbte Oberfläche, und die Säule fällt mehr oder weniger weit herab, je nachdem der abfliessende Tropfen grösser oder kleiner ist.

Diese Erscheinungen können in umgekehrter Ordnung hervorgebracht werden, wenn man in den längeren Schenkel eine Flüssigkeitssäule bringt,

Digitized by Google

welche so hoch ist, als sie eben noch getragen werden kann, und dann nach und nach am Gipfel des kürzeren Schenkels etwas Flüssigkeit wegnimmt.

63 **Haarröhrchen von verschieden gestaltetem Querschnitt.** Wenn der enge Raum nicht cylindrisch ist, wie wir bisher angenommen haben, so sind die Erscheinungen etwas verwickelter, jedoch lassen sie sich oft auf ziemlich einfache Gesetze zurückführen.

Denken wir uns eine Röhre, deren innerer Durchmesser 10 Millimeter beträgt, in diese eine zweite Röhre geschoben, deren äusserer Durchmesser 9 Millimeter ist, und zwar so, dass die Axen beider Röhren zusammenfallen, so bleibt zwischen beiden ein ringförmiger Raum von $^1/_2$ Millimeter Dicke. In diesem Raume nun finden Capillarerscheinungen statt, und zwar hat man durch den Versuch gefunden, dass die Höhendifferenz hier gerade eben so gross ist, wie bei einem Röhrchen, dessen Durchmesser 1 Millimeter beträgt. Dieses Resultat lässt sich allgemein so ausdrücken: in einem ringförmigen Raume von beliebiger Dicke ist die Hebung oder Senkung gerade eben so gross wie in einer cylindrischen Röhre, deren Durchmesser doppelt so gross ist als die Dicke dieses ringförmigen Raumes.

Wenn der innere Cylinder selbst eine hohle Röhre ist, so finden in dieser Röhre und in dem ringförmigen Raume die Capillarerscheinungen gerade so statt, als ob jeder derselben für sich allein da wäre. Wäre also der Durchmesser der Röhre gerade doppelt so gross als die Dicke des Ringes, so würden die Gipfel der Säulen in beiden gleich hoch stehen. Wenn die Röhre enger ist, so ist der Gipfel ihrer Säule höher, wenn es sich um eine Hebung, tiefer, wenn es sich um eine Senkung handelt; das Gegentheil findet statt, wenn die Röhre weiter ist.

Der zwischen zwei parallelen Platten befindliche Raum ist nichts als ein Stück eines ringförmigen Raumes von unendlich grossem Halbmesser, die Höhen der gehobenen oder gesenkten Säulen müssen also denselben Gesetzen folgen, wie dies der Versuch in der That bestätigt. Welches auch die Entfernung zweier parallelen Platten sein mag, sie bringen dieselbe Wirkung hervor, wie eine cylindrische Röhre, deren Durchmesser doppelt so gross ist als die Entfernung der Platten.

Die Fig. 188 stellt zwei Glasplatten dar, die mit ihren verticalen Kanten auf der einen (linken) Seite zusammenstossen und einen Winkel mit einander machen, indem sie auf der entgegengesetzten (rechten) Seite mehr oder weniger von einander entfernt werden. Wenn man nun diese Platten in Wasser taucht, so muss es an der engeren Stelle auf der linken Seite höher steigen, als da wo die Platten weiter von einander abstehen. An allen Stellen zwischen den beiden Platten wird die Flüssigkeit um so höher steigen, je mehr man sich der Kante nähert, in welcher beide Platten zusammenstossen. Die mathematische Betrachtung der Sache zeigt, dass der Gipfel des gehobenen Wassers eine gleichseitige Hyperbel bildet,

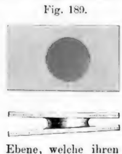
Digitized by Google

deren Asymptoten auf der einen Seite die Durchschnittslinie der Platten, auf der anderen das Niveau der Flüssigkeit ist, in welche sie eingetaucht sind.

Die Fig. 189 stellt ebenfalls zwei gegen einander geneigte Platten dar, die sich aber in einer horizontalen Linie schneiden; die geometrische

Fig. 188.

Fig. 189.



Ebene, welche ihren Winkel halbirt, kann selbst horizontal oder auch mehr oder weniger geneigt sein. Wenn man zwischen die beiden Platten einen Wassertropfen bringt, welcher beide Platten berührt, so sieht man, dass er sich augenblicklich kreisförmig abrundet und gegen den Scheitel des Winkels hineilt. Seine Geschwindigkeit ist grösser oder kleiner, je nachdem der Winkel der Platten grösser oder kleiner ist. Hält man die obere Platte stets wagerecht, so kann man es durch gehöriges Neigen der unteren Platte dahin bringen, dass die Attractivkraft, welche den Tropfen gegen den Scheitel des Winkels zieht, gerade seiner Schwere, die ihn zur schiefen Ebene heruntertreibt, das Gleichgewicht hält.

Die Erscheinungen, von denen wir eben gesprochen haben, wiederholen sich bei konischen Röhren. Die kleine Flüssigkeitssäule bewegt sich gegen die Spitze des Kegels, wie in Fig. 190, oder gegen die weitere Oeffnung, Fig. 191, je nachdem sie durch zwei concave oder durch zwei con-

Fig. 190.

Fig. 191.

vexe Menisken begränzt ist. In allen Fällen kann man den Tropfen an einer bestimmten Stelle der Röhre festhalten, wenn man der Röhre eine entsprechende Neigung giebt.

Das Vorangehende zeigt, dass feste Körper und Flüssigkeiten nicht in Berührung kommen können, ohne dass die Oberfläche der beweglichen Flüssigkeit eine mehr oder weniger merkliche Formveränderung erleidet.

Die Gestalt der Krümmungen hängt von der Gestalt der festen Körper

Digitized by Google

ab. Es findet immer eine Hebung statt, wenn die Flüssigkeit die Oberfläche des festen Körpers benetzt, eine Depression, wenn dies nicht der Fall ist. So wird z. B. eine Nähnadel, wenn man sie mit Alkohol abgewaschen hat, vom Wasser benetzt und geht unter, wenn man sie auch noch so vorsichtig auf die Oberfläche der Flüssigkeit legt; dagegen schwimmt sie, wenn sie etwas fettig ist, so dass sie um sich herum eine Depression veranlasst. Die Insecten, welche, Fig. 192, über die Oberfläche des Wassers dahin laufen, würden bald ganz benetzt in die Flüssigkeit hinabgezogen werden, wenn ihr Körper nicht gegen die Benetzung gesichert wäre. Auch die Federn der Wasservögel sind stets etwas fettig, so dass sie nicht benetzt werden; das Gefieder bleibt trocken, wenn sie auch den Körper untertauchen.

Fig. 192.

64 **Anziehung und Abstossung, durch Capillarität hervorgebracht.** Körper, welche in Flüssigkeiten eingetaucht sind oder auf ihnen schwimmen, bieten so merkwürdige Erscheinungen von Anziehung und Abstossung dar, dass es nöthig ist, hier einige Beispiele anzuführen.

Zwei Korkkugeln, welche auf Wasser schwimmen und von demselben benetzt werden, üben gar keine Einwirkung auf einander aus, wenn sie einigermaassen weit von einander entfernt sind; wenn man sie aber so weit nähert, dass das Wasser zwischen beiden keine Ebene mehr bildet, wie Fig 193, so erfolgt eine lebhafte Anziehung.

Zwei Kugeln, welche nicht benetzt werden, wie Glaskugeln, welche auf Quecksilber schwimmen, üben unter gleichen Umständen gleichfalls eine Anziehung aus (Fig. 194).

Fig. 193.

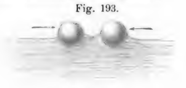
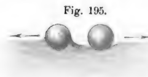


Fig. 194.

Fig. 195.



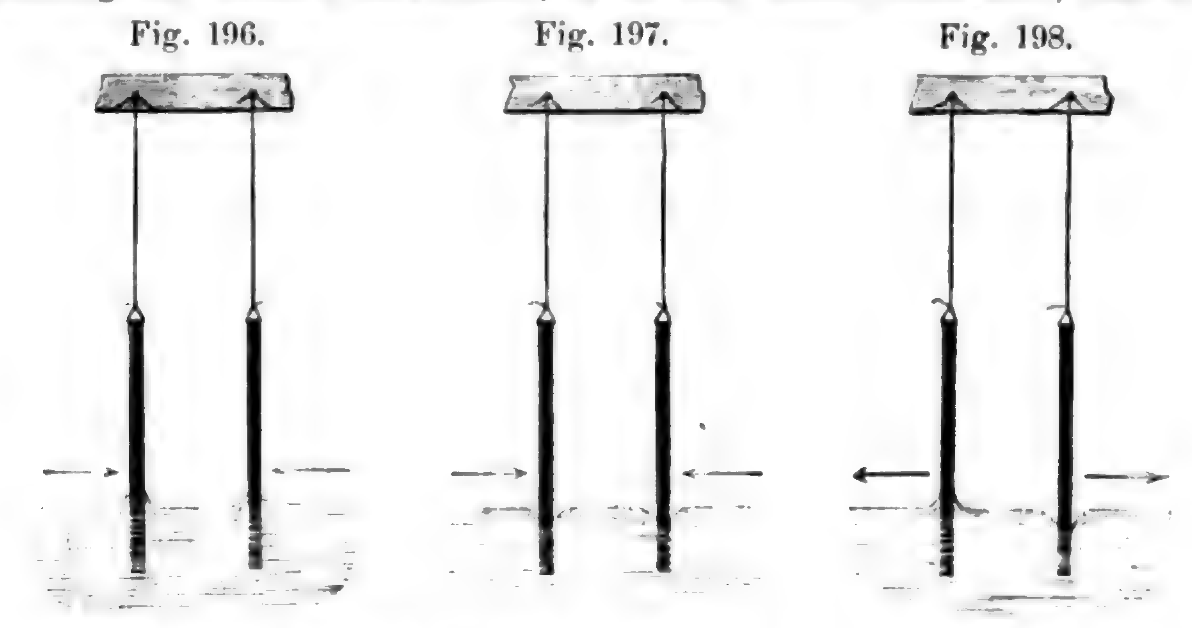
Zwei Kugeln endlich, von denen die eine benetzt wird, die andere nicht, stossen einander ab, wenn sie in die gehörige Nähe gebracht werden (Fig. 195).

Verticale Platten bieten ähnliche Erscheinungen dar (Fig. 196, Fig. 197, Fig. 198).

Digitized by Google

Man glaubte früher, dass diese Bewegungen von einer directen Einwirkung der Materie herrührten; es ist aber leicht einzusehen, dass sie

Fig. 196. Fig. 197. Fig. 198.

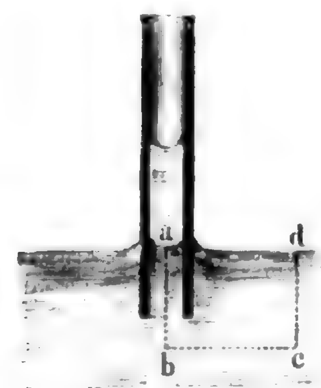


von der Krümmung der Flüssigkeit abhängen, weil dieselben Körper, die sich auf Wasser anziehen oder abstossen, bei gleicher Entfernung im leeren Raume, in Luft oder in irgend einem Mittel, welches sie von allen Seiten umgiebt, gar keine Wirkung auf einander ausüben.

Erklärung der Capillarerscheinungen. Die Hebung oder Senkung von Flüssigkeiten in engen Röhrchen, zwischen nahe gestellten Platten u. s. w., findet nach den im §. 57 entwickelten Gesetzen seine vollständige Erklärung. 65

Wird in die horizontale Oberfläche einer Flüssigkeit ein von ihr benetzbares Röhrchen eingetaucht, Fig. 199 (etwa ein Glasröhrchen in Wasser), so wird sich innerhalb des Röhrchens zunächst ein hohler Meniscus bei a bilden; auf alle Punkte dieses Meniscus wirkt nun der in §. 57 besprochene Cohäsionsdruck, und zwar in der Richtung von unten nach oben, und da diesem Cohäsionsdruck keine andere Kraft entgegenwirkt, so muss die Flüssigkeit im Röhrchen aufsteigen, bis das Gewicht der gehobenen Flüssigkeitssäule diesem Cohäsionsdruck das Gleichgewicht hält. Die Höhe der gehobenen Flüssigkeitssäule ist also der Grösse des Cohäsionsdruckes proportional, es ist $H = n D$.

Fig. 199.



Für den Cohäsionsdruck haben wir aber, da der Meniscus in unserem Falle ein Stück einer Kugeloberfläche vom Krümmungshalbmesser r ist, nach Gleichung 2) auf S. 136

$$D = \frac{2a}{r},$$

also auch

$$H = n \cdot \frac{2a}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Digitized by Google

Für Wasser und Glas bildet der Meniscus eine vollständige Halbkugel (wenn der Randwinkel 180 Grad ist), und in diesem Fall ist der Krümmungshalbmesser r des Meniscus dem Halbmesser des Röhrchens gleich, die Höhe H ist also nach Gleichung 3 dem Halbmesser des Röhrchens umgekehrt proportional.

Aber auch wenn der Randwinkel nicht 180° ist, wenn der Krümmungshalbmesser des Meniscus r grösser ist als der Halbmesser ϱ des Röhrchens, so sind doch beide Grössen proportional. Wir können $r = m\varrho$ setzen, wo m eine von der Natur des festen Körpers und der Flüssigkeit abhängige Constante ist, wir haben also

$$H = \frac{n}{m} \cdot \frac{2a}{\varrho}.$$

Die Höhe der gehobenen Flüssigkeitssäule bleibt also stets dem Halbmesser ϱ des Röhrchens umgekehrt proportional, wie dies auch durch die im §. 61 besprochenen Versuche bestätigt wird.

Zwischen parallelen Platten bildet der Gipfel der gehobenen Flüssigkeit eine Rinne, deren Krümmungshalbmesser r normal zur Ebene der Platten gleich $m\varrho$ ist, wenn ϱ den halben Abstand der Platten bezeichnet, während der Krümmungshalbmesser R in der Richtung der Platten unendlich, also $\frac{1}{R} = 0$ ist. Die Grösse des Cohäsionsdruckes ist in diesem Fall nach Gleichung 1) S. 136

$$D = \frac{a}{r} = \frac{a}{m \cdot \varrho},$$

also die Höhe der gehobenen Wasserschicht:

$$H = \frac{n}{m} \cdot \frac{a}{\varrho}.$$

Die Höhe der gehobenen Wasserschicht ist also nur halb so gross wie die Höhe der in einem Röhrchen gehobenen Wassersäule, wenn der Durchmesser der Säule dem Abstand der Platten gleich ist. Auch hier führt uns also die theoretische Betrachtung zu demselben Resultat wie die in §. 63 besprochenen Versuche.

Für den Fall convexer Menisken ergeben sich dieselben Gesetze für die Depression der Flüssigkeitssäulen.

Auch die in §. 63 besprochenen Bewegungserscheinungen in Capillarröhren finden nun ihre Erklärung. In den konischen Röhrchen Fig. 190 und Fig. 191 ist sowohl für den Wassertropfen als auch für den Quecksilbertropfen derjenige Meniscus am stärksten gekrümmt, welcher dem engeren Ende zugekehrt ist, auf dieser Seite wird also auch der stärkere Cohäsionsdruck wirken, und dieser ist bei dem Wassertropfen Fig. 190 gegen das engere, bei dem Quecksilbertropfen Fig. 191 gegen das weitere Ende der Röhre hin gerichtet.

66 **Die Endosmose.** Wenn man Wasser und Oel in einer Flasche zusammenschüttelt, so werden sich, der Ruhe überlassen, die beiden Flüs-

Digitized by Google

sigkeiten doch alsbald wieder trennen, und nach ihrem specifischen Gewichte über einander lagern. Es rührt dies unstreitig daher, dass die Anziehung zwischen zwei Wassermolekülen eben so wie die Anziehung zwischen zwei Oelmolekülen grösser ist als die Anziehung zwischen einem Wassertheilchen und einem Oeltheilchen.

Ganz anders verhalten sich Weingeist und Wasser. Die Anziehung zwischen einem Weingeist- und einem Wassermolekül ist grösser als die Kraft, mit welcher zwei Wassermoleküle oder zwei Weingeistmoleküle einander anziehen, weshalb sich auch aus Wasser und Weingeist eine Mischung herstellen lässt, in welcher jede der beiden Flüssigkeiten vollkommen gleichförmig verbreitet ist. Ja selbst wenn die beiden Flüssigkeiten anfänglich nach ihrem specifischen Gewichte geschichtet sind, d. h. wenn der Weingeist anfänglich auf dem Wasser schwimmt, so wird durch die erwähnte stärkere Anziehung zwischen Wasser und Weingeist nach einiger Zeit doch eine gleichförmige Mischung der beiden Flüssigkeiten erfolgen. Ganz ähnlich verhalten sich Wasser und Schwefelsäure, Wasser und eine concentrirte Salzlösung u. s. w.

Diese Erscheinung der nach und nach eintretenden gleichförmigen Mischung zweier Flüssigkeiten wird mit dem Namen der Diffusion bezeichnet. Wasser und Weingeist diffundiren in einander, während zwischen Wasser und Oel keine Diffusion stattfindet.

Wenn nun zwei Flüssigkeiten, welche sich in der erwähnten Weise zu mischen, gleichsam gegenseitig zu durchdringen streben, wie Wasser und Weingeist, Wasser und Schwefelsäure u. s. w., nicht in unmittelbarer Berührung, sondern durch irgend einen porösen Körper getrennt sind, so müssen die Flüssigkeiten durch diese Wand zu einander übergehen, und da nun diese poröse Wand meistens die eine Flüssigkeit leichter durchlässt als die andere, so muss die Menge der Flüssigkeit auf der einen oder der anderen Seite zunehmen. Bringt man z. B. in eine unten mit Schweinsblase zugebundene Glasröhre eine concentrirte Lösung von Kupfervitriol, taucht man dann die durch die Blase verschlossene Oeffnung in ein Gefäss mit Wasser, so dringt das Wasser allmälig durch die Blase in die Röhre, so dass in der Röhre die Flüssigkeit steigt, während sie aussen sinkt. Umgekehrt sinkt die Flüssigkeit in der Röhre, wenn das Wasser innen, die Lösung des Kupfervitriols aussen ist. Etwas von der Lösung des Kupfervitriols dringt freilich auch durch die Blase zum Wasser, wie man bald an der Färbung erkennt.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn man in die Röhre Alkohol giesst und sie in Wasser taucht. Nach einiger Zeit sieht man, dass das Niveau der Flüssigkeit in der Röhre gestiegen ist.

Man nennt diesen Austausch von Flüssigkeiten durch eine poröse Scheidewand hindurch Endosmose, oder richtiger Diosmose.

Um die Zunahme der Flüssigkeit auf der einen Seite recht auffallend zu machen, dient das von Dutrochet construirte Endosmometer, Fig. 200 (a. f. S.); *a* ist eine Glasröhre, deren innerer Durchmesser

Digitized by Google

1 bis 2 Millimeter beträgt und die durch einen sehr wohl schliessenden Kork in dem Halse eines weiteren Glasgefässes *b* befestigt ist. Das Gefäss *b* ist unten durch eine Thierblase verschlossen. Dieser mit der einen Flüssigkeit gefüllte Apparat wird nun in ein weiteres Gefäss, welches die andere Flüssigkeit enthält, eingesetzt, ohne dass jedoch die Blase auf dem Boden des äusseren Gefässes aufsitzt.

Fig. 200.

Das Gefäss *b* mit der Röhre *a* sei z. B. mit Weingeist gefüllt, das äussere Gefäss enthalte Wasser. Sobald das Gefäss *b* eingesetzt ist, wird sich alsbald ein mechanisches Gleichgewicht zwischen der inneren und äusseren Flüssigkeit und der Spannung der Blase herstellen. Es sei *nn* das Niveau des äusseren Wassers, und *r* der Gipfel der Weingeistsäule in der Röhre. Nach einer Viertelstunde beobachtet man schon eine bedeutende Veränderung; die Flüssigkeit ist nämlich schon um einige Millimeter über *r* hinaus gestiegen, und dieses Steigen dauert fort. Selbst wenn die Röhre 4 bis 5 Decimeter hoch ist, lässt sich erwarten, dass die Flüssigkeit nach einigen Stunden den Gipfel erreicht hat, um oben auszufliessen. Das Wasser ist also trotz des Druckes, welchen der Alkohol in Folge seiner Schwere auf die Blase ausübt, durch die Poren derselben in das Gefäss *b* eingedrungen; es hat also eine Endosmose des Wassers zum Alkohol durch die Blase hindurch stattgefunden. Macht man den Versuch in umgekehrter Ordnung, indem man das Wasser innen, den Alkohol aussen hinbringt, so sinkt das Niveau in der Röhre, während es von aussen steigt.

Wenn man in ein Gefäss von ungebranntem Thon (etwa eine poröse Thonzelle, wie sie zu Grove's und Bunsen's galvanischen Batterien gebraucht werden) Schwefelsäure giesst und es dann in ein anderes Gefäss mit Wasser stellt, so findet eine ähnliche Erscheinung statt; das Wasser sickert durch den Thon durch, das Niveau der Flüssigkeit im Inneren der Thonzelle steigt, während es aussen sinkt.

Die Wirkung der Endosmose dauert fort, wenn auch allmälig immer schwächer, bis die Flüssigkeiten zu beiden Seiten der Scheidewand ganz gleichartig sind.

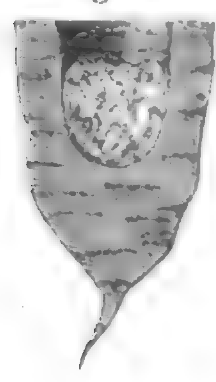
Dass der Spiegel der Flüssigkeit auf der einen Seite so hoch über das Niveau der anderen Seite steigen kann, rührt daher, dass die Poren der Scheidewand zu fein sind, als dass ein hydrostatischer Druck sich durch dieselben fortpflanzen könnte. Wenn man Wasser in eine poröse Thonzelle giesst, so werden die Wände zwar feucht, aber das Wasser tropft nicht durch, und eine Thierblase, welche gleichfalls vom Wasser befeuchtet wird, kann nicht zum Filtriren des Wassers gebraucht werden.

Digitized by Google

Welche der getrennten Flüssigkeiten an Volumen zunimmt, hängt wesentlich von der Natur der trennenden Scheidewand ab; wenn Wasser und Weingeist durch eine Kautschukplatte getrennt sind, so nimmt das Wasser an Volumen zu, indem der Weingeist leichter durch den Kautschuk wandert als Wasser.

Das alltägliche Leben bietet uns mancherlei Beispiele endosmotischer Erscheinungen, wohin unter anderen auch das Aufquellen von Erbsen, Bohnen u. s. w. zu rechnen ist, welche man in Wasser legt. — Wird eine etwas dicke gelbe Rübe oben abgeschnitten und ausgehöhlt, wie Fig. 201 zeigt, so dass noch eine 2 bis 3 Linien dicke Wand übrig bleibt, und dann die Höhlung mit gestossenem Zucker gefüllt, so findet man denselben nach einiger Zeit in eine concentrirte Lösung verwandelt, während die umgebende Wurzelwand sichtlich zusammenschrumpft. Hier wird offenbar durch einen endosmotischen Process das Wasser aus den Zellen der Wurzel ausgezogen.

Fig. 201.



Das endosmotische Aequivalent. Jolly hat gezeigt, dass 67
Dutrochet's Endosmometer kein richtiges Maass für die Grösse des durch die Scheidewand stattfindenden Austausches von Flüssigkeiten sein kann, indem keineswegs bloss die eine Flüssigkeit durch die Scheidewand hindurchgeht. Untersucht man mit einem Aräometer das Wasser und den Weingeist, bevor man sie in den Apparat Fig. 200 einfüllt, und nachher, nachdem man den Versuch abgebrochen hat, so findet man, dass das specifische Gewicht des Wassers abgenommen hat, während das des Weingeistes stieg; es ist also nicht bloss Wasser zum Weingeist, sondern auch umgekehrt Weingeist zum Wasser übergegangen; die Volumenvermehrung des Weingeistes rührt also nur von der Differenz der beiden entgegengesetzten Strömungen her. Es könnte ein sehr bedeutender Austausch der beiden Flüssigkeiten stattfinden, ohne dass das Endosmometer die geringste Anzeige davon giebt, wenn nämlich beide Flüssigkeiten in gleichem Maasse durch die Scheidewand hindurchdringen.

Um zu ermitteln, in welchem Verhältniss die Wanderung der Substanzen nach entgegengesetzter Richtung geht, wandte Jolly folgendes Verfahren an:

Das eine Ende einer Glasröhre wurde mit einem Stück Schweinsblase zugebunden, in dieselbe Substanz gebracht, deren endosmotisches Verhalten gegen Wasser untersucht werden sollte, z. B. Weingeist. — Das untere Ende dieser Röhre wurde nun, nachdem sie gewogen worden war, in ein grösseres Gefäss mit Wasser eingetaucht; nach einiger Zeit, etwa nach einem Tage, wurde die in Folge der Endosmose eingetretene Gewichtszunahme des Inhalts der Glasröhre ermittelt (natürlich mit Beachtung aller nöthigen Vorsichtsmaassregeln, deren Besprechung nicht hierher gehört) und das äussere Wasser durch frisches ersetzt.

Digitized by Google

So wurde nun fortgefahren, bis die Röhre keine Gewichtszunahme mehr zeigte; es ergab sich nun, dass der Röhreninhalt reines Wasser war; die vorher in der Röhre befindlich gewesene Substanz ist allmälig zu dem immer wieder weggegossenen Wasser des äusseren Gefässes übergegangen.

Hier lässt sich nun ausmitteln, wie viel Wasser gegen die ausgetretene Substanz in die Röhre eingetreten ist.

Um den Gang der Untersuchung besser übersehen zu können, wollen wir einen solchen Versuch genauer verfolgen.

Das Gewicht der Röhre, leer, aber mit feuchter Blase, betrug 37,81 Gramme.

In dieselbe wurden 2,4 Gramme trockenen Kochsalzes gebracht und sie in das Wassergefäss eingesetzt. Allmälig ging Wasser durch die Blase zum Kochsalz, welches gelöst wurde; das Volumen dieser Lösung, welche natürlich immer verdünnter wurde, nahm mehr und mehr zu, bis sich endlich nach vier Tagen keine Gewichtszunahme mehr zeigte. Das Gewicht der Röhre betrug nun 48,17 Gramme, der Inhalt derselben, welcher aus reinem Wasser bestand, wog 48,17 — 37,81 = 10,36 Gramme. Während diese 10,36 Gramme Wasser durch die Blase in die Röhre eintraten, sind aber die 2,4 Gramme Kochsalz in entgegengesetzter Richtung hindurchgegangen oder auf 1 Gramm Kochsalz 4,3 Gramme Wasser.

Jolly nennt das endosmotische Aequivalent einer Substanz die Zahl, welche angiebt, wie viel Gewichtstheile Wasser gegen einen Gewichtstheil der fraglichen Substanz durch die Blase hindurchgehen; es ist also 4,3 das endosmotische Aequivalent des Kochsalzes.

Auf diese Weise ermittelte Jolly das endosmotische Aequivalent folgender Substanzen:

Kochsalz	4,3
Glaubersalz	11,6
Schwefelsaures Kali	12
Schwefelsaure Magnesia . .	11,7
Schwefelsaures Kupferoxyd .	9,5
Kalihydrat	215
Schwefelsäurehydrat . . .	0,39
Saures schwefelsaures Kali .	2,3
Alkohol	4,2
Zucker	7,1

Im Allgemeinen nimmt das endosmotische Aequivalent mit der Temperatur zu.

Die Menge der in gleichen Zeiten durch die Blase zum Wasser übertretenden Stoffe ist dem Concentrationsgrad der Lösung proportional.

Ludwig hat durch eine sehr genaue Versuchsreihe dargethan, dass das endosmotische Aequivalent für denselben Stoff keineswegs eine constante, sondern dass es eine von dem Concentrationsgrade der Flüssigkeiten abhängige Grösse ist. (Pogg. Annal. LXXVIII, 307.)

Digitized by Google

Theorie der Endosmose. Alle zu endosmotischen Versuchen brauchbaren Scheidewände sind von unzählig vielen ausnehmend feinen Poren durchzogen, welche zu fein sind, als dass sich durch dieselben ein hydrostatischer Druck fortpflanzen könnte. — Wird eine solche Zwischenwand in eine Flüssigkeit getaucht, so wird, je nach der Molekularanziehung, welche zwischen der Membran und der Flüssigkeit besteht, eine grössere oder kleinere Menge der Flüssigkeit resorbirt und zurückgehalten werden. 68

Ueber die Resorption von Flüssigkeiten durch thierische Blasen hat Liebig Versuche angestellt, welche den Vorgang bei den endosmotischen Erscheinungen sehr schön erläutern.

100 Gewichtstheile trockener Ochsenblase nehmen in 24 Stunden auf:

268	Gewichtstheile	Wasser
133	„	Kochsalzlösung (1,204 specif. Gewicht)
38	„	Weingeist (84 Proc.)
17	„	Knochenöl.

Das Absorptionsvermögen der thierischen Membranen für verschiedenartige Flüssigkeiten ist also sehr ungleich. In Wasser gelegt, quillt die Blase auf und wird weich, in Alkohol bleibt sie hart.

Durch Druck lässt sich die resorbirte Flüssigkeit aus den Poren der Membran nach und nach entfernen, durch Druck kann man die Flüssigkeiten durch die Poren der Membranen hindurchtreiben.

Wenn eine Blase, welche irgend eine Flüssigkeit resorbirt hat, mit einer Substanz in Berührung gebracht wird, welche gleichfalls eine Anziehung auf die Theilchen der resorbirten Flüssigkeit äussert, so wird ein Theil dieser Flüssigkeit der Blase entzogen.

Wenn eine mit Wasser gesättigte Blase mit Kochsalz bestreut wird, so entsteht überall da, wo das Salz mit dem Wasser in Berührung kommt, welches die offenen Poren erfüllt, eine gesättigte Salzlösung, da aber die Resorptionsfähigkeit der Blase für die Salzlösung geringer ist als für reines Wasser, so tritt ein Theil der Flüssigkeit aus und fliesst in Tropfen ab; dabei schrumpft die Blase zusammen.

Wird ein Stück mit Wasser gesättigter Blase in Alkohol gelegt, so verliert sie in 24 Stunden ungefähr die Hälfte ihres Gewichtes, was von einem Zusammenschrumpfen und Hartwerden der Blase begleitet ist.

Diese Thatsachen erläutern nun den Vorgang der Endosmose ganz vortrefflich.

Wenn eine Membran zur Trennung zweier Flüssigkeiten dient, so wird sie von jedem der getrennten Stoffe durch Molekularanziehung, durch Resorption, in sich aufnehmen; die resorbirte Flüssigkeit wird aber nach der anderen Seite der Blase wieder austreten, weil sie von dort her durch eine chemische Anziehung den Poren der Blase entzogen wird. Dieser Process wird fortdauern, bis die auf beiden Seiten befindlichen Flüssigkeiten einander gleich geworden sind.

Digitized by Google

69 **Einfluss der Verdunstung auf die Endosmose.** Durch Verdunstung wird einer Blase in ähnlicher Weise das resorbirte Wasser entzogen, wie wenn man sie mit Salz bestreut oder in Alkohol legt. Wenn also ein Blasenstück fortwährend einerseits mit Wasser, andererseits mit trockener Luft in Berührung ist, so wird für das Wasser, welches auf der einen Seite verdunstet, von der anderen Seite her frisches Wasser in die Poren eintreten.

Füllt man eine Röhre, welche auf einer Seite mit einer Blase zugebunden ist, ganz mit Wasser, stellt man sie mit dem offenen Ende in ein Gefäss mit Quecksilber, wie es Fig. 202 zeigt, so wird in dem Maasse, in welchem das Wasser an der Blase verdunstet, das Quecksilber in der Röhre steigen; für eine einfache Ochsenblase steigt es bis zu einer Höhe von 12 Zoll.

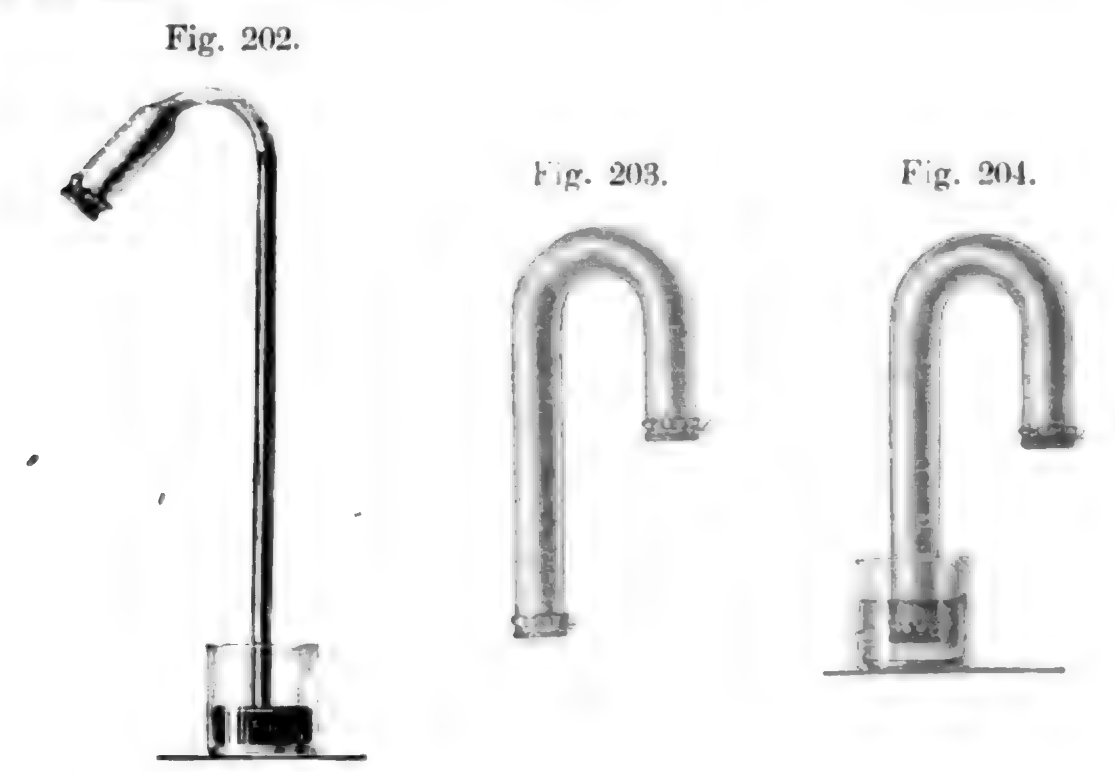


Fig. 202. Fig. 203. Fig. 204.

Wenn die Röhre, Fig. 203, ganz mit Wasser gefüllt und an beiden Enden mit Blase zugebunden ist, so kann in die Röhre keine neue Flüssigkeit als Ersatz für die verdunstete eintreten, wenn kein Röhrenende in eine Flüssigkeit eintaucht; in Folge dessen entsteht aber ein luftverdünnter Raum in der Röhre, welcher sich durch eine concave Wölbung der Blasen zu erkennen giebt; wird aber das eine Ende der Röhre in ein Gefäss mit Salzwasser gestellt, wie Fig. 204 zeigt, während der andere Schenkel der Luftverdunstung freigegeben bleibt, so ist einleuchtend, dass, wenn die Verdunstung bis zu einem gewissen Grade fortgeschritten ist, der atmosphärische Luftdruck das Salzwasser durch die Poren der Blase hindurchdrückt.

Wenn das Salzwasser durch Indigotinctur blau gefärbt worden ist, so sieht man schon nach wenigen Stunden, dass sich innerhalb der Röhre eine blaue Schicht bildet, die sich beständig vermehrt.

Digitized by Google

Wenn man eine mit wasserhaltigem Weingeist gefüllte Schweinsblase in die Luft hängt, so findet eine Exosmose des Wassers durch die Poren der Blase und eine Verdunstung desselben an seiner Oberfläche statt, in Folge deren der zurückbleibende Weingeist mehr und mehr concentrirt wird.

Es ist klar, dass die Endosmose eine grosse Rolle bei der Verbreitung der Säfte im Pflanzen- und Thierkörper spielt, weshalb ihre Kenntniss für die Physiologie von grosser Wichtigkeit ist.

Diffusionsanalyse. Das Diffusionsvermögen verschiedener Sub- 70
stanzen ist, wie sich aus den vergleichenden Versuchen von Graham (Annal. d. Chem. u. Pharm. Bd. CXXI.) ergiebt, sehr verschieden. Unter einer Wassersäule von ungefähr 14^{cm} Höhe, welche sich in einem Glascylinder befand, breitete er mittelst einer dünnen bis auf den Boden reichenden Pipette eine Schicht 10procentiger verdünnter Salzsäure aus, welche gerade 10 Gramme Salzsäure enthielt und deren Höhe ungefähr $^1/_7$ von der Höhe der Wassersäule betrug. Nachdem der Cylinder 3 Tage lang ruhig stehen geblieben war, hatte sich die Salzsäure in der ganzen Flüssigkeitssäule verbreitet. Es wurden nun der Reihe nach Schichten von der Säule abgehoben, deren Höhe jeweils $^1/_{16}$ von der Gesammthöhe der Flüssigkeitssäule betrug, und jede dieser Schichten auf ihren Gehalt an Salzsäure untersucht; es ergab sich

der Salzsäuregehalt der obersten Schicht	0,003	Gramm.
„ „ „ fünften „	0,043	„
„ „ „ zehnten „	0,595	„
„ „ „ beiden untersten Schichten	3,699	„

Als der Versuch ganz in gleicher Weise mit einer 10procentigen Lösung von Chlornatrium wiederholt wurde, ergab sich, dass für diese Substanz die Diffusion nach 7 Tagen ungefähr eben so weit vorgeschritten war, wie für Salzsäure nach 3 Tagen. Chlornatrium diffundirt also 2,33 mal langsamer als Salzsäure.

In diesem Sinne fand Graham ferner, dass

schwefelsaure Magnesia	ungefähr	7	mal
Zucker	„	7	„
Eiweiss	„	49	„
Caramel	„	98	„

langsamer diffundirt als Salzsäure.

Caramel ist ein Zersetzungsproduct des Stärkezuckers, welches erhalten wird, wenn man denselben über 100° erwärmt. Der Stärkezucker wird dadurch unter Bräunung und Wasserverlust in einen Körper verwandelt, welcher nicht mehr süss schmeckt, nicht mehr gährungsfähig ist und die Formel $C_{12} H_9 O_9$ hat.

Der Unterschied im Diffusionsvermögen der beiden zuletzt genannten Substanzen zu den ersteren ist enorm. Andere Substanzen, welche gleichfalls sehr langsam diffundiren, sind: Kieselsäurehydrat, die Hy-

Digitized by Google

drate der **Thonerde** und **analoger Metalloxyde**, wenn sie in der löslichen Form existiren; ferner **Stärkemehl**, **Dextrin**, die **Gummiarten**, **Albumin**, **Leim** u. s. w. Alle diese Substanzen sind durch die Unfähigkeit, den krystallinischen Zustand anzunehmen, und durch den gallertartigen Zustand ihrer Hydrate charakterisirt. — Den Leim als Typus dieser Substanzen betrachtend, schlägt **Graham** vor, sie **Colloïdsubstanzen** zu nennen, im Gegensatz zu den ungleich leichter diffundironden **Krystalloïdsubstanzen**.

Dieses ungleiche Verhalten der genannten Substanzen kann man zur Trennung derselben benutzen. Schichtet man vorsichtig eine Säule von Wasser über einer Schicht, welche aus gelösten Colloïd- und Krystalloïdsubstanzen besteht, so wird sich nach einiger Zeit eine Quantität der letzteren bis in die obersten Wasserschichten verbreiten, während die ersteren zurückbleiben.

Eine solche Trennung wird noch durch den Umstand befördert, dass die durch Stärkemehl, thierischen Schleim u. s. w. gebildeten gallertartigen Massen dem Wasser sowohl wie den gelösten Krystalloïdsubstanzen den Durchgang gestatten, die Colloïdsubstanzen aber zurückhalten. Schon ein dünnes Häutchen einer solchen Gallerte bewirkt eine derartige Trennung, wie folgender Versuch zeigt.

Ein Blatt dünnen gut planirten Briefpapiers, welches keine porösen Stellen hatte, wurde durchgefeuchtet und dann auf die Oberfläche von Wasser gelegt, das sich in einem Gefässe befand, dessen Durchmesser kleiner war als der des Papiers. Das Papier wurde alsdann in der Mitte so herabgedrückt, dass sich eine Vertiefung bildete, in welche eine gemischte Lösung von Rohrzucker und arabischem Gummi gegossen wurde. Die Lösung enthielt 5 Proc. von jeder der beiden Substanzen. Nach 24 Stunden hatte das Volumen der oberen Flüssigkeit in Folge endosmotischer Wirkung bedeutend zugenommen; das Wasser unten aber enthielt nun $^3/_4$ der gesammten Zuckermasse und eine Spur von Gummi.

Das Papier war mit Stärkemehl planirt; das Häutchen von Stärkemehlgallerte in dem befeuchteten Papier liess den Zucker durch, aber nicht das Gummi.

Graham bezeichnet eine solche mittelst Diffusion durch eine Scheidewand von gallertartiger Substanz bewirkte Scheidung als **Dialyse**.

Das zweckmässigste Material zur Herstellung einer dialytischen Scheidewand ist das **vegetabilische Pergament** oder **Pergamentpapier**. Es ist nicht planirtes Papier, welches durch kurzes Eintauchen in Schwefelsäure eine eigenthümliche Metamorphose erlitten hat, indem es bei pergamentähnlicher Consistenz eine grosse Festigkeit besitzt. Solches Pergamentpapier wird bereits fabrikmässig dargestellt, und kann in vielen Fällen die thierische Blase ersetzen. Befeuchtet lässt sich das Pergamentpapier leicht über einen Ring von Guttapercha spannen, welcher ungefähr 2 Zoll hoch ist und 8 bis 10 Zoll im Durchmesser hat, und so ein Gefäss herstellen, dessen Boden durch Pergamentpapier gebildet ist.

Digitized by Google

Die so erhaltene Vorrichtung (den Dialysator) lässt man dann in einem eine beträchtliche Menge Wasser enthaltenen Gefässe schwimmen, nachdem man die gemischte Lösung hineingegossen hat, welche dialysirt werden soll. Ein halbes Liter Urin gab, in den Dialysator gebracht, nach 24stündiger Dialyse die darin enthaltenen Krystalloïdsubstanzen an das Wasser ab; letzteres liess dann bei dem Verdampfen im Wasserbade eine weisse Salzmasse zurück, aus welcher durch Behandlung mit Alkohol Harnstoff in so reinem Zustande ausgezogen werden konnte, dass er sich beim Verdunsten des Alkohols in Krystallbüscheln ausschied.

Man begreift, welchen Vortheil dieses Verfahren gewährt, um die Gegenwart von arseniger Säure in organischen Gemengen, z. B. im Mageninhalt, nachzuweisen.

Ein weiteres Verfolgen dieses interessanten Gegenstandes würde uns zu tief in chemische Details führen.

Digitized by Google

Fünftes Capitel.

Vom Gleichgewicht der Gase und dem atmosphärischen Druck.

---

71 **Schwere Luft.** Die Luft, welche unseren ganzen Erdball als eine leicht bewegliche mit dem Namen Atmosphäre bezeichnete Hülle umgiebt, stellt sich unseren Sinnen nicht so unmittelbar als raumerfüllender Stoff dar wie feste und tropfbar flüssige Körper, aber mittelbar erkennen wir ihre Existenz in zahlreichen Erscheinungen, wie z. B. in dem Druck, welcher auf dem Boden des Luftmeeres lastet, in den mechanischen Wirkungen des Windes u. s. w.

Die chemischen Entdeckungen des vorigen Jahrhunderts lehrten mehrere Körper kennen, welche, obgleich ihrer chemischen Natur nach von der Luft verschieden, doch dieselben physikalischen Eigenschaften besitzen und welche man mit dem gemeinschaftlichen Namen der Gase bezeichnet. Die bekanntesten Gase sind Sauerstoffgas, Stickgas (die atmosphärische Luft ist ein Gemisch dieser beiden), Wasserstoffgas, Kohlensäure, Chlorgas u. s. w.

Fig. 205.

Schon sehr früh, ja selbst schon vor Aristoteles, vermuthete man, dass auch die Luft schwer sei. Diese Wahrheit wurde jedoch erst 1640 durch Galiläi bewiesen und später durch Toricelli's schöne Versuche bestätigt. Durch folgenden Versuch lässt sich die Schwere der Luft direct nachweisen: Auf den Hals eines Glasballons, Fig. 205, ist eine Messingeinfassung gekittet, die auf eine Luftpumpe (deren Einrichtung alsbald besprochen werden wird) aufgeschraubt werden kann. In dieser Fassung befindet sich ein Hahn, mittelst dessen man den Ballon nach Belieben öffnen oder schliessen kann. Ist der Ballon auf die Luftpumpe aufgeschraubt, so kann man ihn evacuiren und, nachdem der Hahn geschlossen worden ist, an den einen Arm einer Wage anhängen. Durch Auflegen von Gewicht

Digitized by Google

auf der anderen Seite wird das Gleichgewicht hergestellt. Oeffnet man nun den Hahn, so füllt sich der Ballon wieder mit Luft, das Gleichgewicht wird gestört, und die Wage neigt sich nach der Seite des Ballons hin. Auf der andern Seite muss man von Neuem Gewichte auflegen, um das Gleichgewicht wieder herzustellen, und zwar gerade so viel, als die Luft im Ballon wiegt. Für einen Ballon von 1 Liter Inhalt beträgt die Differenz der Gewichte mehr als 1 Gramm, woraus als erste Annäherung folgt, dass 1 Liter (1,14 Quart) Luft unter den gewöhnlichen Umständen etwas über 1 Gramm (16 Gran) wiegt, d. h. dass das Wasser nicht ganz 1000mal so schwer ist als gewöhnliche Luft.

Wie die atmosphärische Luft, so sind auch alle anderen Gase der Schwerkraft unterworfen; von der Bestimmung des specifischen Gewichts der verschiedenen Gasarten kann erst weiter unten, bei der Lehre von der Wärme, die Rede sein.

Elasticität der Luft. Bei den gasförmigen Körpern ist die 72
Expansionskraft der Aetherhüllen (§. 19) weit stärker als die Cohäsion der Körpermoleküle, so dass ein Gleichgewichtszustand zwischen den Molekularkräften, die in den Gasen thätig sind, nicht möglich ist. Ein solcher Gleichgewichtszustand kann erst durch Hinzutreten eines äusseren Drucks hergestellt werden, welcher der die Theilchen der Gase auseinandertreibenden Expansionskraft entgegenwirkt, welcher also dem Bestreben der Gase nach einer grösseren Ausdehnung eine Gränze setzt.

Dieses Bestreben der Luft, sich auszudehnen, wird leicht durch folgenden Versuch nachgewiesen. Man legt unter die Glocke der Luftpumpe eine nur wenig Luft enthaltende und deshalb runzlige Thierblase, deren Oeffnung fest zugebunden ist. Nach einigen Kolbenzügen schon bläht sich die Blase auf, und ist endlich gerade so straff angespannt, als ob man mit aller Gewalt Luft hineingeblasen hätte. Lässt man die Luft wieder in den Recipienten hineintreten, so schrumpft die Blase wieder zusammen. Die in der Blase eingeschlossene Luft hat also wirklich ein Bestreben sich auszudehnen, nur wird demselben durch die umgebende Luft Widerstand geleistet. Dieser Druck, welchen die Luft gegen die Wände der sie einschliessenden Gefässe ausübt, wird ihre Spannkraft, ihre Tension oder ihre Expansionskraft genannt.

Eine Spiralfeder zeigt nur dann Elasticität, wenn man sie zusammendrückt, sie verliert ihre Spannkraft, sobald sie in ihren ursprünglichen Zustand zurückgekehrt ist. Die Luft hat aber immer eine Expansionskraft, es giebt für sie kein ursprüngliches Volumen, weil sie immer einen grösseren Raum einzunehmen strebt. Brächte man 1 Liter gewöhnlicher Luft in einen leeren Raum von mehreren Cubikmetern, so würde sie sich in dem ganzen Raume gleichförmig verbreiten, sie würde immer noch ein Bestreben haben, sich auszudehnen, und würde also auch noch einen Druck auf die Wände ausüben.

Digitized by Google

In Folge ihres Expansionsvermögens können die Gase keine freie Oberfläche haben, wie die tropfbar flüssigen Körper. — Selbst die Atmosphäre hat keine scharfe Gränze. Mit der Erhebung über die Erdoberfläche nimmt die Dichtigkeit und mit ihr auch die Expansionskraft der Luft allmälig ab, und die Gränze der Atmosphäre wird da zu suchen sein, wo die Expansionskraft, mit welcher die Lufttheilchen sich gegenseitig abstossen, der Schwerkraft gleich ist, mit welcher sie von der Erde angezogen werden. Bei der ausserordentlichen Verdünnung aber, welche die Luft in jenen Regionen darbietet, kann sie keine so scharfe Gränzfläche darbieten, wie wir sie an den Oberflächen der Gewässer wahrnehmen.

73 **Druck der Luft.** In Folge ihrer Schwere muss die Luft auf alle Körper der Erdoberfläche einen Druck ausüben, wie das Wasser auf den Boden der Gefässe, in denen es enthalten ist. Von der Existenz dieses Druckes kann man sich durch folgenden Versuch überzeugen.

Fig. 206.

Man setze auf den Teller der Luftpumpe einen Glas- oder Metallcylinder mit etwas dicken Wänden, welcher oben mit einer Thierblase verschlossen ist, die stark angespannt und an dem Rande recht festgebunden sein muss. Die Blase erleidet von beiden Seiten gleichen Druck und bildet deshalb eine Ebene. Zieht man nun mittelst der Luftpumpe die Luft aus dem Cylinder heraus, so gewinnt der äussere Luftdruck das Uebergewicht und drückt die Blase nach innen. Je mehr man auspumpt, desto mehr nimmt die Krümmung zu, bis sie endlich in Stücke reisst, wobei ein heftiger Knall gehört wird. Dieser Knall wird durch das rasche Eindringen der Luft hervorgebracht.

Auf den ersten Augenblick scheint dieser Versuch sehr auffallend, weil doch die Luft im Zimmer unmöglich einen so enormen Druck ausüben kann. Von dem Gewichte der Luftsäule, welche auf der Blase ruht und sich von derselben bis zur Decke des Zimmers erstreckt, rührt freilich diese Wirkung nicht her, denn selbst eine Wassersäule von dieser Höhe könnte sie nicht hervorbringen. Hätte man den Versuch unter freiem Himmel angestellt, so hätte die Blase offenbar den Druck einer Luftsäule auszuhalten gehabt, deren Höhe gleich ist der Höhe der ganzen Atmosphäre. Derselbe Druck wirkt aber auch noch im Zimmer, denn die Luft des Zimmers ist ja durch den vollen Atmosphärendruck gepresst.

Wir wollen hier zunächst noch einige Erscheinungen betrachten, welche sich durch die Wirkung des Luftdrucks erklären lassen.

Taucht man das eine Ende einer Röhre in ein mit Wasser gefülltes Gefäss, so wird sich die Flüssigkeit in der Röhre, vorausgesetzt, dass dieselbe nicht zu enge ist, eben so hoch stellen wie ausserhalb, weil der Luftdruck in der Röhre gerade so auf das Niveau der Flüssigkeit wirkt wie ausserhalb. Saugt man aber einen Theil der Luft aus der Röhre, so

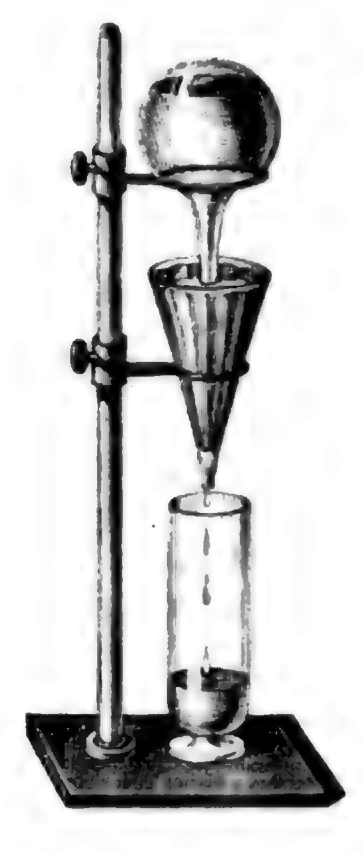
Digitized by Google

steigt die Flüssigkeit in ihr um so mehr, je länger man saugt. Durch dieses Saugen wird nämlich der Luftdruck im Inneren der Röhre vermindert, während der äussere Luftdruck unverändert bleibt. Der Ueberschuss des äusseren Luftdrucks nun presst die Flüssigkeit im Inneren der Röhre in die Höhe, bis das Gewicht der gehobenen Wassersäule diesem Ueberschuss das Gleichgewicht hält.

Wenn man eine mit Wasser gefüllte, mit einem Kork geschlossene Flasche umkehrt und den Hals in ein Becken mit Wasser taucht, so kann man nun unter dem Wasser diesen Kork herausziehen, ohne dass das Wasser aus der Flasche ausfliesst, weil es so zu sagen durch den Luftdruck getragen wird.

Hebt man die Flasche langsam in die Höhe, bis die Mündung des Halses über den Spiegel des Wassers im Becken steht, so beginnt jetzt freilich das Wasser auszulaufen, aber nicht etwa weil der Luftdruck zu wirken aufhörte, sondern weil nun Luftblasen in die Flasche eindringen können. Darauf gründen sich einige Vorrichtungen, um in Gefässen, aus welchen ein gleichförmiger Wasserabfluss stattfindet, stets ein nahezu unveränderliches Niveau zu erhalten, wie dies z. B. bei dem Apparat Fig. 207 der Fall ist. Durch das Filter des Trichters tropft beständig Wasser in das untergesetzte Gefäss, in Folge dessen sinkt der Spiegel der Flüssigkeit im Trichter. Dieses Sinken kann nur fortdauern, bis die untere Oeffnung des in das Wasser des Trichters eingetauchten und gleichfalls mit Wasser gefüllten Ballons frei wird, denn nun dringt eine Luftblase in den Ballon ein, eine ihr entsprechende Quantität Wasser fliesst aus, um die untere Oeffnung des Ballons wieder auf kurze Zeit zu schliessen.

Fig. 207.



So kann aus dem unten offenen **Oelgefäss** *a* **unserer Lampen**, Fig. 208 a. f. S., erst dann Oel ausfliessen, wenn das äussere Niveau *b b* so weit gesunken ist, dass die untere Oeffnung des Oelgefässes *a* für einen Augenblick frei wird. Dahin gehört auch das **Tintenfass**, Fig. 209. Aus dem Hauptgefässe kann nur dann wieder etwas Tinte in das seitliche oben offene Eintauchrohr eintreten, wenn in demselben die Flüssigkeit so weit gesunken ist, dass eine Luftblase in das Hauptgefäss eindringen kann.

Der intermittirende Brunnen ist eine auf demselben Principe beruhende Spielerei.

Wenn man ein Trinkglas, dessen Rand möglichst eben ist (am besten mit abgeschliffenem Rande) ganz mit Wasser füllt, ein Papier darauf deckt

Digitized by Google

und dann das Glas umkehrt, Fig. 210, so läuft das Wasser nicht aus; der gegen die untere Fläche des Papiers wirkende Luftdruck hindert das Herabfallen der Wassermasse. Das Papier ist nur deshalb nöthig, um das Glas umkehren zu können ohne dass das Wasser an den Seiten ausläuft

Fig. 208. Fig. 209.

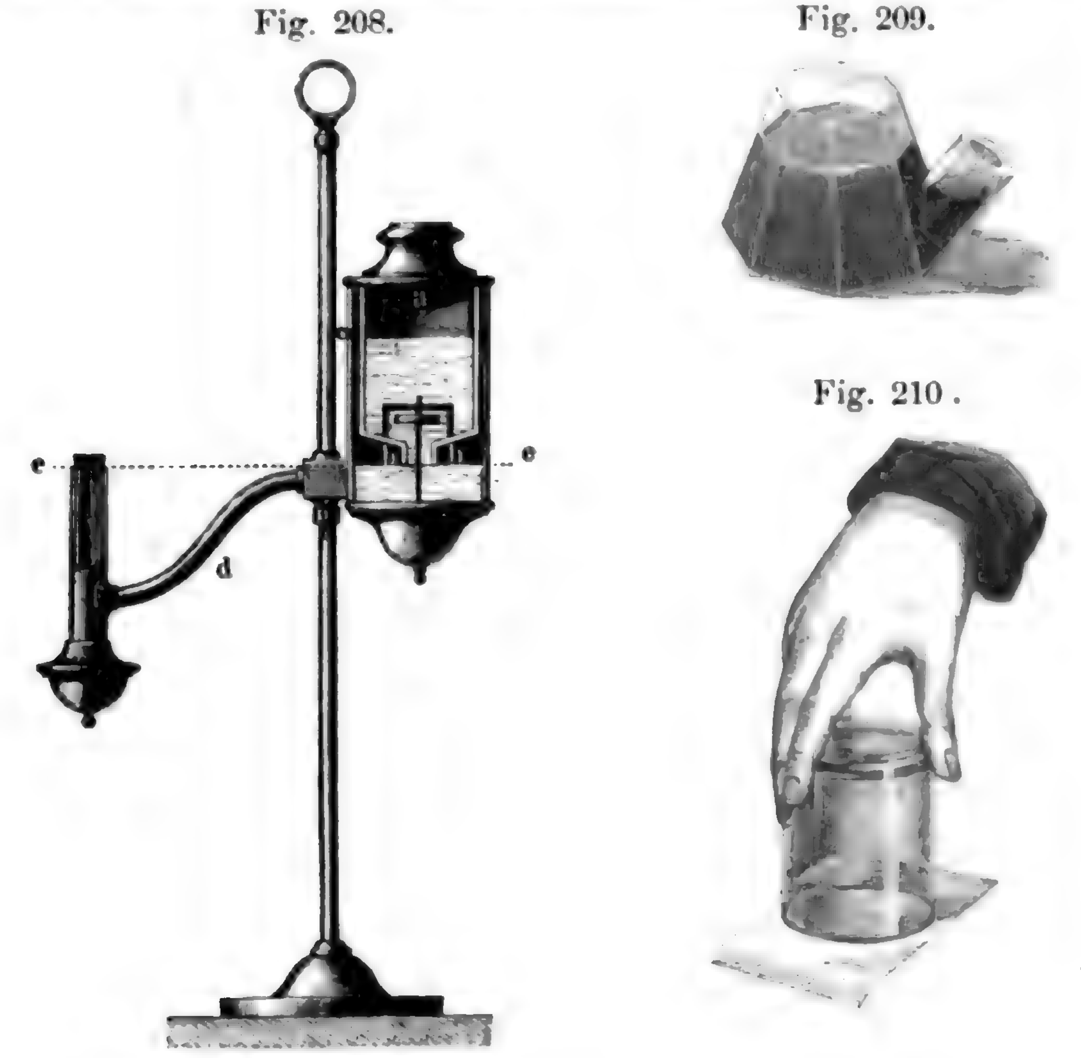
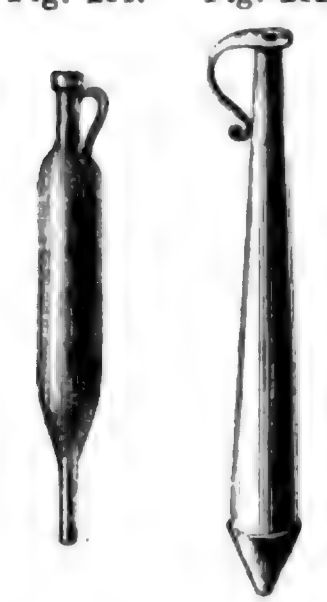


Fig. 210.

Fig. 211. Fig. 212.



und statt dessen Luftblasen in das Gefäss eindringen. Wenn die untere Oeffnung klein genug ist, um ein solches Auslaufen nicht befürchten zu müssen, wie dies beim Stechheber der Fall ist, so ist das Papier nicht mehr nöthig. Der Stechheber ist ein gewöhnlich röhrenförmiges Gefäss, Fig. 211 und 212, welches oben und unten etwas enger und an beiden Enden offen ist. Taucht man es, wenn beide Oeffnungen frei sind, ganz in eine Flüssigkeit, so füllt es sich mit derselben, und wenn man nun die obere Oeffnung mit dem Daumen verschliesst, so kann man den Stechheber in die Höhe ziehen, ohne dass die in demselben enthaltene Flüssigkeit ausläuft.

Der Heber ist eine gekrümmte Röhre *b s a*, Fig. 213, deren Schenkel ungleiche Länge haben. Wenn der kürzere Schenkel in eine Flüssigkeit eingetaucht und die ganze Röhre mit derselben

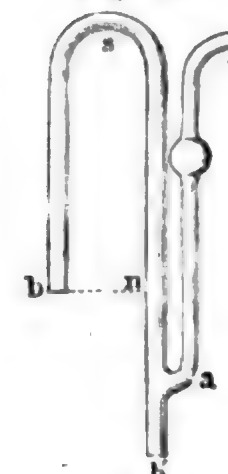
Digitized by Google

gefüllt ist, so läuft sie am Ende *a* des längeren Schenkels, welches tiefer liegt als *b*, fortwährend aus; man kann also mit Hülfe eines Hebers leicht ein Gefäss entleeren. Die Wirkung des Hebers ist leicht zu erklären. Auf der einen Seite hat die Wassersäule *sa*, auf der anderen die Wassersäule von *s* bis zum Spiegel der Flüssigkeit im Gefäss ein Bestreben, vermöge ihrer Schwere herabzufallen; der Schwere der in beiden Schenkeln befindlichen Wassersäulen wirkt aber auf beiden Seiten der Luftdruck entgegen, welcher auf der einen Seite gegen die Oeffnung *a*, auf der anderen Seite aber auf den Spiegel des Wassers im Gefäss wirkt, und dadurch die Bildung eines leeren Raumes im Inneren der Röhre verhindert, welcher sich nothwendigerweise bei *s* bilden würde, wenn die Wassersäulen auf beiden Seiten herabliefen. Da der Luftdruck auf der einen Seite so stark wirkt wie auf der anderen, so würde vollkommenes Gleichgewicht stattfinden, wenn die Wassersäulen in beiden Schenkeln gleich hoch wären, wenn sich also die Oeffnung *a* in der Höhe des Wasserspiegels im Gefässe befände; sobald aber *a* tiefer liegt, erhält die Wassersäule im Schenkel *sa* das Uebergewicht, und in dem Maasse, als hier das Wasser ausläuft, wird auf der anderen Seite durch den Luftdruck von neuem Wasser in die Röhre hineingetrieben, so dass das Ausfliessen bei *a* fortdauert, bis der Spiegel der Flüssigkeit im Gefässe so weit gefallen ist, dass die Oeffnung *b* frei wird.

Fig. 213.

Um den Heber bequem füllen und in Wirksamkeit setzen zu können, wird eine Saugröhre *at*, Fig. 214, angebracht. Einen gewöhnlichen Heber füllt man nämlich dadurch, dass man bei *a*, Fig. 213, saugt; dabei ist aber nicht zu vermeiden, dass man etwas von der Flüssigkeit in den Mund bekommt, was in manchen Fällen unangenehm, oft sogar gefährlich sein kann, wie z. B. wenn man den Heber anwenden will, um ein Gefäss mit Schwefelsäure zu entleeren. In einem solchen Falle ist das Saugrohr unentbehrlich; denn wenn man die Röhre bei *b'*, Fig. 214, verschliesst, so kann man durch Saugen bei *t* den ganzen Schenkel *sb'* füllen, ohne dass die Flüssigkeit an den Mund kommt. Das Auslaufen beginnt alsdann, sobald man das Röhrenende *b'* wieder öffnet.

Fig. 214.

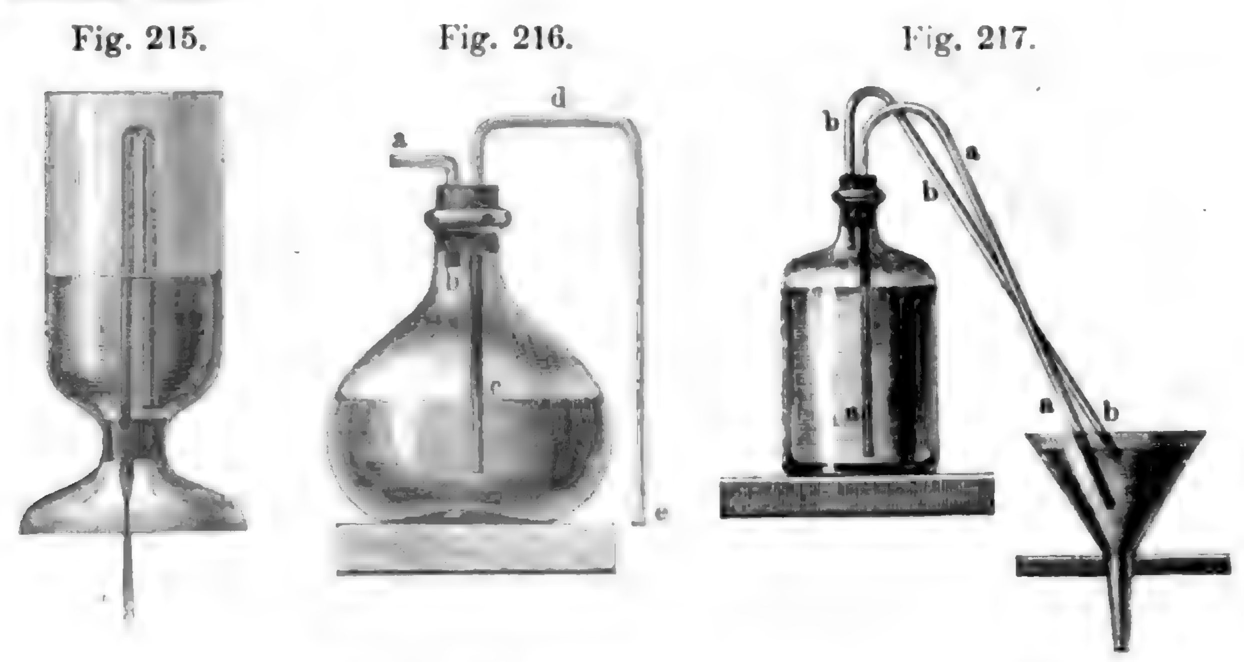


Eine auf die Wirkung des Hebers gegründete Spielerei ist der **Zauberbecher**, Fig. 215 a. f. S.

Dass beim Heber wirklich der Luftdruck die eben bezeichnete Rolle spielt, lässt sich mit Hülfe des einfachen Apparates Fig. 216 zeigen. Der

Hals eines zum Theil mit Wasser gefüllten Glasballons ist mit einem wohlschliessenden Kork verschlossen, welcher doppelt durchbohrt ist. In dem einen Loche steckt das kurze Röhrchen *ab*, im anderen der fast bis auf den Boden reichende Heber *cde*. Wenn man den Heber durch Einblasen bei *a* zum Fliessen gebracht hat, so hört dieses Fliessen alsbald auf, sobald man auf irgend eine Weise die Oeffnung bei *a* verschliesst, weil nun die äussere Luft nicht mehr auf den Spiegel des Wassers im Ballon drücken kann.

Fig. 215. Fig. 216. Fig. 217.



Durch den Heber *a*, Fig. 217, kann nur so lange Wasser aus der Flasche ausfliessen, als der obere Theil derselben durch das Rohr *b* mit der äusseren Luft in Verbindung steht. Wenn das aus *a* ausfliessende Wasser auf ein Filter gelangt, durch welches es nur tropfenweise abfliesst, so wird das Niveau des Wassers im Trichter bald steigen bis die freie Oeffnung von *b* verschlossen ist. Nun hört der Heber *a* zu fliessen auf und fängt erst wieder zu fliessen an, wenn so viel Wasser durch das Filter abgeflossen ist, dass das untere Ende des Rohres *b* nicht mehr in das Wasser des Trichters eintaucht.

74 **Pumpen.** Wir haben bereits in Paragraph 73 gesehen, wie man in einer Röhre, deren unteres Ende in Wasser getaucht ist, dasselbe dadurch in die Höhe steigen macht, dass man an dem oberen Ende saugt. Den luftverdünnten Raum, welcher in diesem Falle durch den Mund erzeugt wurde, kann man aber auch dadurch hervorbringen, dass man in das Rohr einen luftdicht schliessenden Kolben einsetzt. Ist das untere Ende des Rohres in Wasser eingetaucht, so füllt sich das Rohr mit dieser Flüssigkeit, wenn man den Kolben in die Höhe zieht, wie sich dies an den gewöhnlichen Spritzbüchsen zeigen lässt.

Dies Princip wird nun auch bei Pumpen zur Hebung bedeutenderer Wassermengen angewandt. Fig 218 stellt eine Saugpumpe der einfachsten Construction dar. Das hölzerne Saugrohr *a* steht in dem Brunnen-

Digitized by Google

schacht, und zwar geht es bis unter den Spiegel des in der Tiefe sich sammelnden Wassers *B* hinab. Das Wasser kann durch eine seitliche Oeffnung, welche zur Abhaltung von Unreinigkeiten durch ein Sieb verschlossen ist, in das Saugrohr eintreten. Auf das nach den Umständen kürzere oder längere, aus einem oder mehreren Stücken bestehende Saugrohr ist nun das etwas weitere, zwischen 2 und 3 Fuss hohe genau cylindrisch ausgebohrte *Kolbenrohr* *b* aufgesetzt, in welchem ein Kolben luft- und wasserdicht schliessend auf- und abbewegt werden kann.

Fig. 218.

Das obere Ende des Saugrohres *a* ist durch ein Ventil (hier eine in der Mitte mit Metall beschlagene Lederklappe) bedeckt, welches durch einen Druck von unten gehoben, also geöffnet, durch einen Druck von oben aber fest auf die Oeffnung aufgedrückt, also geschlossen wird. Dieses Ventil bildet gewissermaassen den Boden des Kolbenrohres *b*, und wird deshalb das *Bodenventil* genannt.

Der im Kolbenrohre befindliche Kolben ist an einer eisernen Stange

befestigt, welche durch eine passende Hebelvorrichtung bewegt werden kann; dieser Kolben ist selbst wieder hohl, und das obere Ende dieser Höhlung mit einem Ventil in gleicher Weise versehen wie das obere Ende des Saugrohres, so dass es durch einen Druck von oben geschlossen, durch einen Druck von unten geöffnet wird.

Der Umfang dieses Kolbens ist durch eine Lederkappe gebildet, welche unten um den hölzernen Kolben herum festgenagelt ist, oben aber frei von demselben absteht, so dass die Lederkappe, wenn sich einmal Wasser über dem Kolben befindet, fest gegen die Röhrenwände angepresst und dadurch ein guter Schluss erhalten wird.

Wenn der eben am unteren Ende des Kolbenrohres befindliche Kolben in die Höhe gezogen wird, so wirkt er wie ein massiver Kolben, weil sich das Kolbenventil schliesst, und es bildet sich unter demselben ein luftverdünnter Raum; das Bodenventil öffnet sich und das Wasser steigt in dem Saugrohre in die Höhe. Beim Niedergange des Kolbens schliesst sich zunächst das Bodenventil, wodurch das Zurückfallen des im Saugrohr gestiegenen Wassers verhindert wird, das Kolbenventil aber öffnet sich und lässt die noch im Kolbenrohre befindliche Luft durch.

Erst nach mehrmaliger Wiederholung der Operation, wenn das Wasser bis in das Kolbenrohr gestiegen ist, beginnt die Pumpe wirklich Wasser zu fördern. Bei jedem Niedergange wird dann das im Kolbenrohre befindliche Wasser, welchem nun durch das Bodenventil der Rückweg verschlossen ist, durch den Kolben hindurchgehen; bei jedem Aufziehen des Kolbens wird das bereits über demselben befindliche Wasser aus dem Kolbenrohre in das Steigrohr gehoben, aus welchem es dann durch die seitliche Oeffnung r abfliesst, während zugleich eine neue Wassermenge von unten her in das Kolbenrohr aufgesaugt wird.

Bei vollkommen luftdichtem Schluss des Kolbens und der Ventile würde man bei mittlerem Luftdruck das Wasser bis zu 32 Fuss aufsaugen können; bei der geringen Vollkommenheit jedoch, mit welcher solche Pumpen ausgeführt sind, darf das Bodenventil nicht wohl mehr als 20 Fuss über dem Wasserspiegel im Bassin angebracht sein.

Um das Wasser auf grössere Höhen zu heben, um es in Dampfkessel hineinzupressen u. s. w., werden Druckpumpen angewandt, welche sich von den vorigen dadurch unterscheiden, dass der Kolben massiv ist und dass das aufgesaugte Wasser durch ein seitliches Rohr in die Höhe gedrückt wird, dessen unteres Ende durch ein nach oben sich öffnendes Ventil geschlossen wird. Fig. 219 stellt eine Druckpumpe dar; h ist das Saugrohr, r das Kolbenrohr, s das Steigrohr.

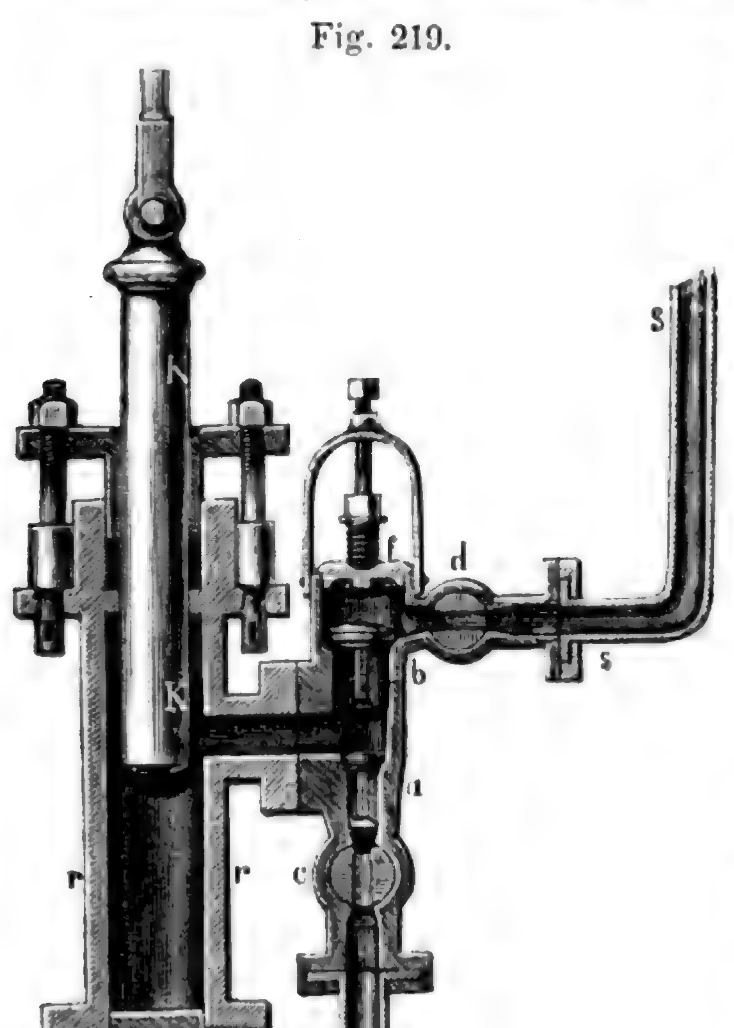
Der Kolben K geht luftdicht durch die Stopfbüchse, welche das obere Ende des Kolbenrohres schliesst. Beim Aufgange des Kolbens hebt sich das Saugventil a, um Wasser aus dem Saugrohr durchzulassen, während das Druckventil b geschlossen bleibt; beim Niedergange des Kolbens schliesst sich a, und das vorher aufgesaugte Wasser wird nun durch das geöffnete Ventil b in das Steigrohr s gepresst.

Digitized by Google

Bei *d* und *c* sind Hähne angebracht, die man abstellen kann, wenn die Pumpe nicht mehr arbeiten soll.

Der Deckel *f* kann entfernt werden, wenn man die Ventile nachsehen will. Er ist durch eine starke Drahtfeder aufgedrückt, so dass er gehoben wird, wenn der Druck zu stark werden sollte, wie es z. B. erfolgen kann, wenn das Steigrohr sich verstopft hat oder der Hahn *d* geschlossen bleibt, während *c* offen ist und die Ventile spielen. Der Deckel *f* dient also in diesem Falle als Sicherheitsventil, indem durch sein Heben das Bersten der Röhrenwände verhindert wird.

Fig. 219.



Messung des Luftdrucks. 75 Als die Pumpenmacher in Florenz in einem Saugrohre das Wasser über 32 Fuss heben wollten, sahen sie zu ihrem grössten Erstaunen, dass es nicht höher stieg. Damals erklärte man das Aufsteigen der Flüssigkeiten, indem man sagte, die Natur habe einen horror vacui. Galiläi genügte eine solche Erklärung nicht, und als ihm die von den Pumpenmeistern gemachte Beobachtung mitgetheilt wurde, kam er sogleich auf die Vermuthung, dass die Schwere der Luft die wahre Ursache dieser Erscheinung sei. Sein Schüler Toricelli gab dafür entscheidende Beweise. Er machte ungefähr folgende Schlussfolge. Wenn zwei verschiedene Flüssigkeitssäulen sich das Gleichgewicht halten sollen, so müssen die Höhen der beiden Säulen sich umgekehrt verhalten wie ihre specifischen Gewichte. Das Quecksilber wiegt nahe 14mal so schwer als Wasser; wenn also der Druck der atmosphärischen Luft eine Wassersäule von 32 Fuss tragen kann, so muss er auch gerade eine Quecksilbersäule von $^{32}/_{14}$ Fuss, d. h. von nahe 28 Zoll tragen können. Der Versuch ist leicht anzustellen. Man füllt eine Glasröhre, welche ungefähr 30 Zoll lang und an dem einen Ende verschlossen ist, mit Quecksilber, hält das offene Ende mit dem Finger zu und kehrt die Röhre um. Taucht man das mit dem Finger verschlossene Ende in ein flaches, mit Quecksilber gefülltes Gefäss *n*, Fig. 220 (a. f. S.), zieht man alsdann den Finger weg, so wird das

Digitized by Google

Quecksilber um einige Zoll fallen, und zwar so weit, dass die Erhebung des Quecksilbers in der Röhre über das Niveau des Quecksilbers in dem Gefässe so gross ist, wie es aus den eben angeführten Betrachtungen folgt. Die in der Röhre getragene Quecksilbersäule ist als Gegengewicht gegen den atmosphärischen Luftdruck zu betrachten. Dieser Apparat ist das **Barometer**. Der leere Raum über der Quecksilbersäule des Barometers ist die **Toricelli'sche Leere**.

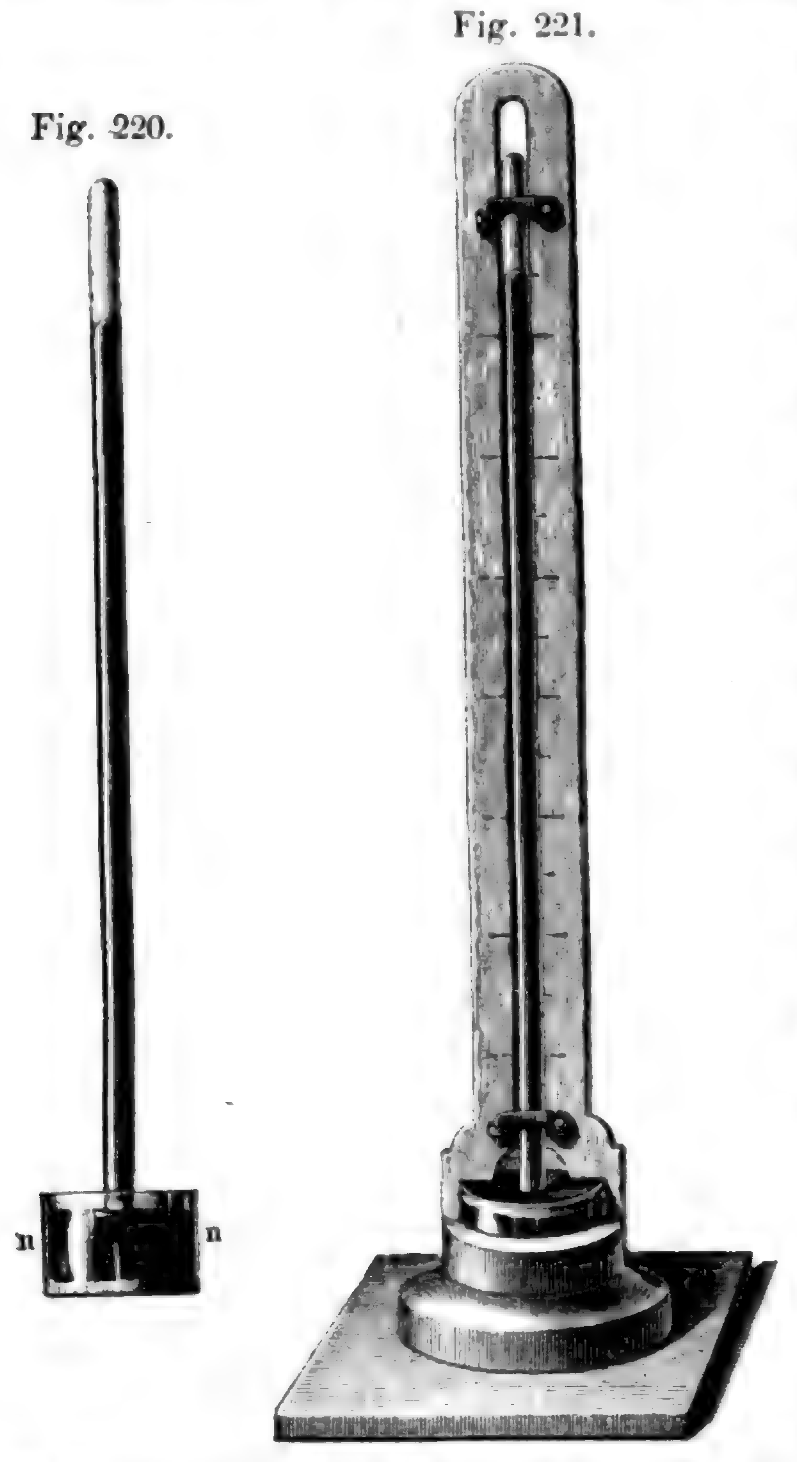


Fig. 220. Fig. 221.

Um das Rohr zu halten und um es zugleich mit einer Scala zu versehen, kann man das Gefäss *n* in einen Fuss von Holz stellen, wie es Fig. 221 zeigt, und in welchem ein getheiltes Brett eingeschoben wird, welches in der Mitte mit einem Schlitze zur Aufnahme der Röhre versehen ist.

Wir können nun die vorher besprochenen Resultate präciser ausdrücken. Die verticale Höhe des Niveaus in der Röhre über dem Niveau im Gefässe heisst die **Barometerhöhe**. Sie ist nicht an allen Orten und nicht zu allen Zeiten dieselbe. Am Ufer des Meeres beträgt sie durchschnittlich 76 Centimeter oder, was sehr nahe dasselbe ist, 28 pariser Zoll. Eine solche Quecksilbersäule von 1 Quadratcentimeter Grundfläche hat einen Cubikinhalt von 76 Cubikcentimetern. Da nun ein Cubikcentimeter Quecksilber 13,59 Gramme wiegt, so ist der Druck dieser Säule auf ihre Basis 76 $\times$ 13,59 Gramme $=$ 1,033 Kilogrammen. Die atmosphärische Luftsäule, welche im Niveau des Meeres auf einem Quadratcentimeter Basis ruht, drückt also auf diese Fläche mit einem Gewichte von 1,033 Kilogrammen.

Ein gleichförmiger Gas- oder Flüssigkeitsdruck, welcher in der Art wirkt, dass jedes Quadratcentimeter der Gefässwand einen Druck von

Digitized by Google

1,033 Kilogramm (oder jeder Quadratzoll einen Druck von ungefähr 15 Pfunden) auszuhalten hat, wird ein Atmosphärendruck genannt. Wenn die Spannkraft des Dampfes in einem Dampfkessel so gross ist, dass jeder Quadratzoll der Kesselwand einen Druck von 90, d. h. 6 . 15 Pfund auszuhalten hat, so sagt man, der Dampf habe eine Spannkraft von 6 Atmosphären.

Construction des Barometers. Man hat dem Barometer sehr verschiedene Formen gegeben, welche in dem nächsten Paragraphen besprochen werden sollen. Welche Form man aber auch wählen mag, so müssen doch stets gewisse Bedingungen erfüllt sein, wenn man Genauigkeit fordert. 76

1) Das Quecksilber muss sehr rein sein, weil sich sein specifisches Gewicht mit seiner Reinheit ändert, und weil das unreine Quecksilber am Glase anhängt. Das Quecksilber des Handels hat in der Regel nicht die erforderliche Reinheit. Man reinigt es am besten dadurch, dass man es mit reiner, aber stark verdünnter Salpetersäure wiederholt schüttelt. Will man auf diesem Wege alle Unreinigkeiten wegschaffen, so muss man das Quecksilber mehrere Wochen lang mit der Säure in Berührung lassen. Nachdem man die Säure vom Quecksilber entfernt hat, muss man dafür sorgen, dass auch keine Spur derselben zurückbleibt, was man durch wiederholtes Auswaschen mit destillirtem Wasser erreicht.

Das destillirte Quecksilber enthält stets aufgelöstes Quecksilberoxyd, welches jedoch durch Schütteln mit verdünntem Schwefelammonium weggeschafft werden kann.

2) Die Höhe der durch den Luftdruck getragenen Quecksilbersäule muss sehr genau gemessen werden können. Dies ist jedoch nur dann möglich, wenn das Barometerrohr eine vollkommen verticale Stellung hat. Zur Messung dieser Höhe ist in der Regel neben der Quecksilbersäule ein Maassstab angebracht. An diesem Maassstabe befindet sich ein beweglicher Zeiger, der mit einem Nonius verbunden ist und einen Theil des Glasrohrs umschliesst. Dieser Zeiger wird in die Höhe der zu beobachtenden Quecksilberkuppe gerückt und dann der Nonius abgelesen. Hat man jedoch während des Einstellens das Auge nicht genau in die Höhe der zu beachtenden Quecksilberkuppe gehalten, so ist auch der Zeiger nothwendig falsch eingestellt worden, nämlich zu hoch oder zu tief, wenn sich das Auge über oder unter der Kuppe befand.

Manchmal ist die Theilung auf dem Barometerrohre selbst eingeätzt, oder man hat die Theilung gerade hinter das Rohr gebracht, so dass das beobachtende Auge die Quecksilberkuppe gerade vor der Theilung erblickt. Auch hier ist ein Beobachtungsfehler möglich wie beim Zeiger, dass man nämlich das Auge nicht genau in die Höhe der Quecksilberkuppe hält und deshalb die Höhe der Säule etwas zu gross oder zu klein schätzt.

Eine äusserst sinnreiche Einrichtung hat Wilhelm Weber angegeben, wodurch dieser Fehler völlig vermieden wird (Pogg. Annal. Bd. XL,

Digitized by Google

S. 28). Die Theilung befindet sich auf der Vorderseite eines Streifens von dickem Spiegelglase, aus dessen Hinterseite die eine Längenhälfte foliirt ist, so dass der Glasstreifen, von vorn betrachtet, zur Hälfte durchsichtig ist, zur Hälfte als Spiegel erscheint, Fig. 222. Das Barometerrohr ist hinter diesem Glasstreifen so angebracht, dass seine Mittellinie gerade hinter der Gränzlinie des Spiegels liegt, dass man also nur die eine Hälfte der Quecksilbersäule sieht. Wenn die Scala vertical steht, so ist der Punkt des Spiegels, an welchem der Beobachter das Bild seines Auges erblickt, genau in der Höhe des Auges selbst; wenn man also das Bild des Auges gerade neben dem der Quecksilberkuppe erblickt, so hat das Auge die richtige Stellung, und die Beobachtung ist somit von dem vorher gerügten Fehler frei.

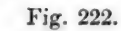


Fig. 222.

Dies ist jedenfalls der wesentlichste Vortheil der Weber'schen Einrichtung, überdies aber ersetzt sie den Nonius vollkommen. Es ist klar, dass man in dem Spiegel das Bild der Theilung erblickt, im Bilde erscheint aber die Entfernung zweier Theilstriche kleiner als auf der Theilung selbst, denn das Bild der Theilung erscheint dem Beobachter gerade so, als ob man die Theilung um die doppelte Dicke des Glases zurückgerückt hätte. Es stehen demnach die Theilung und ihr Bild gerade in einer solchen Beziehung zu einander, wie Hauptheilung eines Maassstabes zu der Noniustheilung. Es gehört jedoch viel Gewandtheit im Beobachten dazu, um von der Weber'schen Scala auch noch diesen Vortheil zu ziehen.

Häufig bringt man bei Barometern auch Mikroskope an, um die Quecksilberkuppe zu beobachten. Bei diesen ist natürlich auch ein vollkommen sicheres Einstellen gesichert.

3) Der Raum über der Quecksilbersäule muss vollkommen luftleer sein, denn wenn Luft in diesem Raum zurückbliebe, so würde ihre Tension die Quecksilbersäule niederdrücken. Um diesen Zweck zu erreichen, wird das Quecksilber in der Röhre auf folgende Weise ausgekocht: Man füllt $1/3$ der Röhrenlänge mit Quecksilber an und kocht es seiner ganzen Ausdehnung nach über einem Kohlenfeuer; alsdann giesst man eine neue Portion Quecksilber zu, welches aber etwas warm sein muss, damit die Röhre nicht springt, und kocht die neu hinzugegossene Quecksilbersäule auf dieselbe Weise, und so fort, bis man fast die ganze Röhre auf diese Weise behandelt hat, und giesst zuletzt noch etwas heisses Quecksilber auf, um die Röhre vollständig zu füllen. Durch diese Operation wird sowohl die Luft, als auch die Feuchtigkeit, welche an den Röhrenwänden anhaftet, entfernt.

Wenn in der Toricelli'schen Leere noch etwas Luft zurückgeblieben ist, so erkennt man dies daran, dass, wenn man das Barometer neigt,

Digitized by Google

das Rohr sich nicht vollkommen mit Quecksilber füllt, sondern dass ein kleines Luftbläschen am Gipfel der Röhre zurückbleibt. Nach und nach dringt fast immer etwas Luft in die leere Kammer der Barometer; der Fehler, der daraus entsteht, ist jedoch um so geringer, je grösser das Volumen der leeren Kammer ist.

Je länger man das Quecksilber in der Röhre kocht, desto flacher wird die Kuppe im Barometerrohre, ja der Quecksilberspiegel erscheint zuletzt fast ganz eben. Man hielt dies früher für einen Beweis, dass alle Luft vollständig aus dem Rohre entfernt sei; Dulong hat jedoch gezeigt, dass das Verschwinden der Quecksilberkuppe daher rühre, dass dem Quecksilber etwas Quecksilberoxyd beigemengt sei, wodurch das Anhaften an das Glas vermehrt wird. Dieses Oxyd bildet sich während des Auskochens.

Die Röhren, welche man zu Barometern anwenden will, dürfen nicht zu eng sein, denn bei weiten Röhren bringt, wie schon erwähnt, ein ganz kleines Luftbläschen, welches etwa in den leeren Raum eingedrungen sein sollte, einen geringen Fehler hervor; man nimmt deshalb zu sehr genauen Barometern mitunter Röhren von 6‴ Durchmesser. Enge Röhren haben aber noch den grossen Nachtheil, dass sie das Barometer unempfindlich machen. Bei engen Röhren ist nämlich der Einfluss des Reibungswiderstandes an den Glaswänden und das Anhaften des Quecksilbers an denselben, namentlich wenn etwas Quecksilberoxyd dem Quecksilber beigemischt ist, so bedeutend, dass geringe Veränderungen im Luftdrucke von einem solchen Barometer gar nicht angegeben werden, d. h. der Luftdruck kann sich etwas ändern, ohne dass die Quecksilberkuppe ihre Stellung ändert; es ist ein Anstossen des Instrumentes, eine Erschütterung nöthig, damit diese Widerstände überwunden werden und die Kuppe ihre richtige Stellung einnimmt. Selbst bei Barometern, welche man nur zu Witterungsbeobachtungen anwenden will, darf das Rohr nicht weniger als $1^1/_2$ Linien Durchmesser haben. Von den Correctionen, welche man an den gemessenen Barometerhöhen in Beziehung auf Capillarität und Temperatur anzubringen hat, wird später die Rede sein.

Gehen wir nun zur näheren Beschreibung der verschiedenen Arten von Barometern über, ohne jedoch die Künsteleien anzuführen, durch welche man die Barometer in zierliche Möbel umgestalten wollte oder sie empfindlicher zu machen suchte, ohne jedoch den Zweck zu erreichen.

Das Gefässbarometer. Die einfachste Form des Gefässbarometers 77
haben wir bereits auf Seite 168 kennen gelernt. Allein ein solcher Apparat, so geeignet er auch zur Demonstration sein mag, ist zu fortgesetztem Gebrauche weder bequem, noch zu genauen Messungen geeignet.

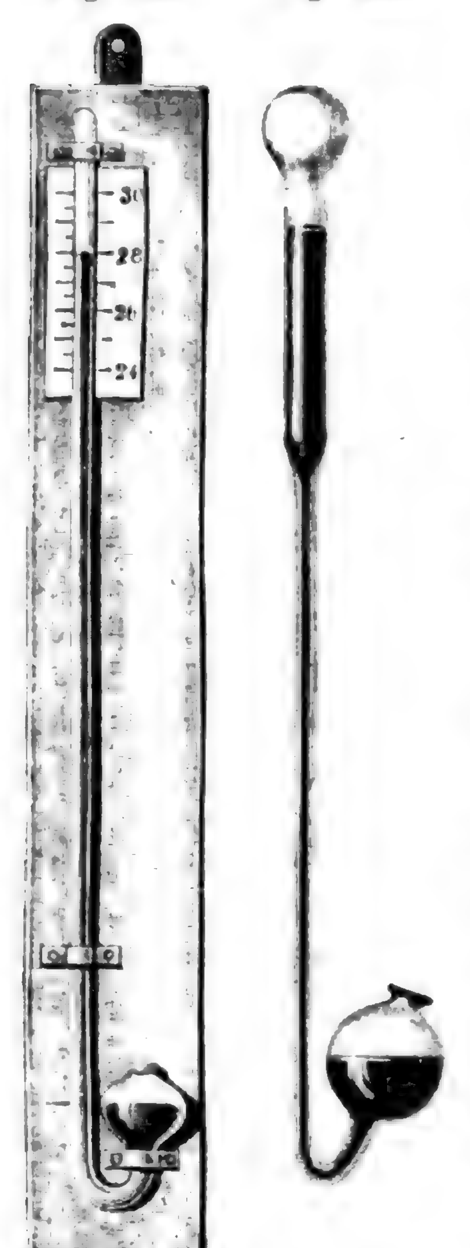
Um aus dem Barometer ein Instrument zu machen, welches stets bequem und sicher zu handhaben ist, muss man vor allen Dingen dafür sorgen, dass das Rohr mit dem Gefäss in fester Verbindung ist, was man z. B. dadurch erreichen kann, dass man ein Gefäss mit engerem Halse anwendet, in welchem man die Röhre mittelst eines Korkes ein-

Digitized by Google

setzt, welcher mit einer eingeschnittenen Rinne versehen sein muss, damit die Luft im oberen Theile des Gefässes mit der äusseren Luft in Verbindung stehe. Wir werden eine derartige Vorrichtung weiter unten kennen lernen.

Bei dem gewöhnlichen Barometer bildet die Röhre und das Gefäss ein Stück; es besteht nämlich aus einer Röhre, Fig. 223, welche unten gekrümmt ist, mit einem weiteren Gefässe endigt und auf einem Brette befestigt ist. Bei diesen Barometern, die zu genauen Untersuchungen weniger geeignet sind, befindet sich die Scala meist auch nur am oberen Theile des Instrumentes.

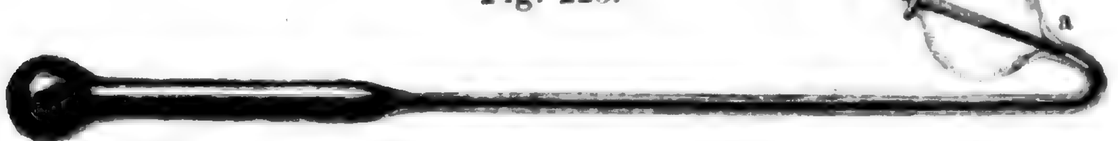
Fig. 223. Fig. 224.



Um das Gefässbarometer zum Transport auf Reisen geeigneter zu machen, hat ihm Lamont die Fig. 224 dargestellte Form gegeben. Will man das Barometer transportiren, so neigt man es langsam, bis die Toricelli'sche Leere ganz mit Quecksilber gefüllt ist, wobei dasselbe vollständig aus dem Gefäss zurücktritt; alsdann wird das unten enge Barometerrohr bei *a* durch ein mit etwas Baumwolle umwickeltes Hölzchen verschlossen, wie man in Fig. 225 sieht.

Die Gefässbarometer leiden an dem Uebelstande, dass der Spiegel des Quecksilbers im Gefäss, welcher doch den Nullpunkt der Theilung bilden soll, keineswegs unverändert bleibt. Wenn der horizontale Querschnitt des Gefässes $n$mal grösser ist als der Querschnitt der Röhre, so werden auch die Höhenschwankungen im Gefäss $n$mal kleiner sein als die in der Röhre, das Steigen und Fallen des Quecksilbers im Gefäss wird also um so unbedeutender sein, je weiter das Gefäss im

Fig. 225.



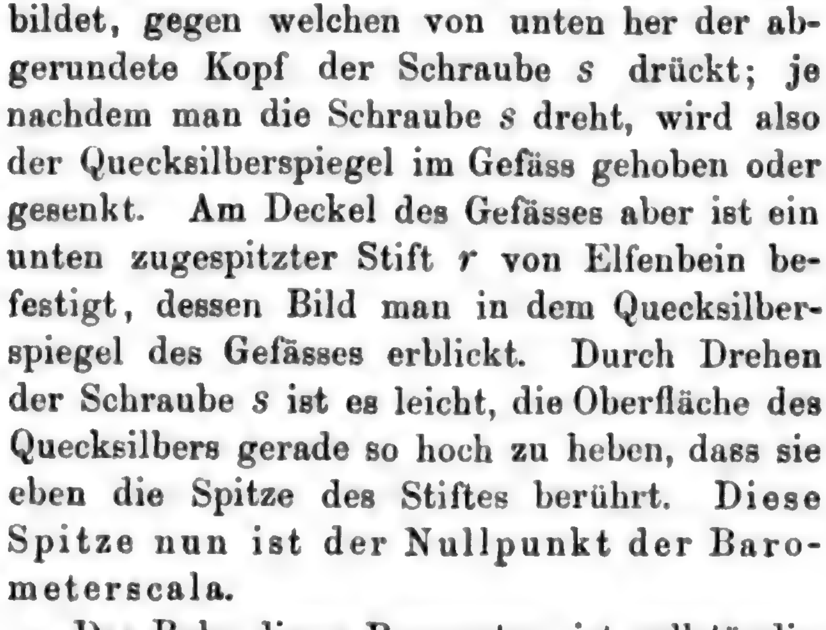
Verhältniss zur Röhre ist. Bei genauen Messungen muss man deshalb an den beobachteten Barometerhöhen noch eine Correction wegen der Schwankungen des Quecksilberspiegels im Gefäss anbringen, deren Grösse natürlich für jedes Instrument besonders ermittelt werden muss.

Bei dem Fortin'schen Barometer ist durch eine eigenthümliche Vorrichtung dafür gesorgt, dass bei jeder Beobachtung der Quecksilberspiegel

Digitized by Google

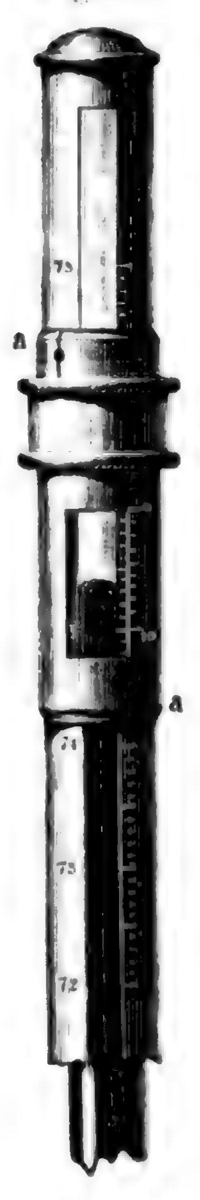
im Gefäss genau in dieselbe Höhe gestellt werden kann. Der Boden des Gefässes, welches Fig. 226 ungefähr in natürlicher Grösse halb in äusserer Ansicht, halb im Durchschnitt dargestellt ist, wird nämlich durch einen Lederbeutel *l* (oder besser durch einen Beutel, dessen innere Seite aus nicht vulcanisirtem Kautschuk und dessen äussere aus Leder besteht) gebildet, gegen welchen von unten her der abgerundete Kopf der Schraube *s* drückt; je nachdem man die Schraube *s* dreht, wird also der Quecksilberspiegel im Gefäss gehoben oder gesenkt. Am Deckel des Gefässes aber ist ein unten zugespitzter Stift *r* von Elfenbein befestigt, dessen Bild man in dem Quecksilberspiegel des Gefässes erblickt. Durch Drehen der Schraube *s* ist es leicht, die Oberfläche des Quecksilbers gerade so hoch zu heben, dass sie eben die Spitze des Stiftes berührt. Diese Spitze nun ist der Nullpunkt der Barometerscala.

Fig. 226.



Das Rohr dieses Barometers ist vollständig von einer Messinghülse eingeschlossen, in welcher, um die Quecksilberkuppe im Rohre beobachten zu können, oben zwei einander gegenüberstehende Schlitze angebracht sind. Diese Messinghülse trägt eine Scala, deren Nullpunkt die bereits erwähnte Elfenbeinspitze ist. Um den Stand der Quecksilberkuppe richtig ablesen zu können, ist auf dem getheilten Messingrohr eine Hülse *a a*, Fig. 227, verschiebbar, in welcher sich ebenfalls zwei diametral gegenüberstehende Schlitze befinden, welche auf die Schlitze des Rohres passen und nur etwas breiter sind als jene, so dass man noch die Theilung des Rohres sehen kann. Die oberen Ränder der beiden Schieberschlitze sind genau in gleicher Höhe, und um eine Beobachtung zu machen, stellt man den Schieber so, dass diese oberen Ränder der Schieberschlitze in gleicher Höhe mit

Fig. 227.



der Quecksilberkuppe stehen. Die eine Seite des vorderen Schieberschlitzes ist mit einem Nonius versehen.

Mittelst cardanischer Aufhängung, d. h. um zwei zu einander rechtwinklige horizontale Axen drehbar, wird nun das Instrument in den Hals eines dreiseitigen Stativs eingesetzt, wie man Fig. 228 sieht, so dass das Barometerrohr durch das bedeutende Gewicht des Gefässes stets in verticaler Richtung erhalten wird. Um das Barometer zu transportiren, wird die Schraube *s*, Fig. 226, so hoch in die Höhe geschraubt, dass das Rohr sowohl wie das Gefäss vollständig mit Quecksilber gefüllt sind. Die zusammengelegten Füsse des Stativs bilden dann das Gehäuse, in welchem das Instrument verpackt wird.

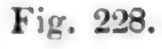
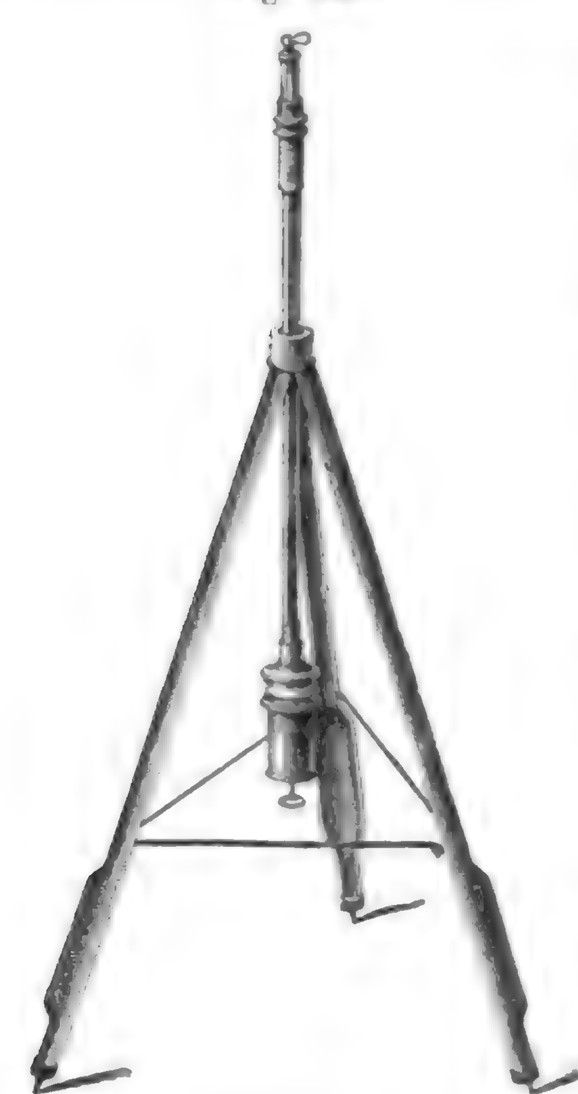


Fig. 228.



Die Anwendung des beweglichen Bodens zur Einstellung des Quecksilberspiegels im Gefäss auf einen bestimmten Punkt rührt von Horner her, welcher übrigens den Boden des Gefässes nicht durch einen Lederbeutel herstellte, sondern dazu einen dicht an die Wände anschliessenden mit Leder überzogenen Kolben gebrauchte, welcher durch eine Schraube auf- und niedergeschoben werden konnte.

Die Aufhängung des Barometers in einem dreibeinigen Stativ wurde zuerst von Engelfield angewandt.

78 **Heberbarometer.** Den bisher besprochenen Gefässbarometern gegenüber bilden die Heberbarometer eine zweite Hauptform dieses wichtigen Instrumentes, welche sich durch mehrfache Vortheile auszeichnet, namentlich sind die Heberbarometer bei grösserer Genauigkeit weit transportabeler als die Gefässbarometer.

Die Heberbarometer, Fig. 229, sind aus einem heberförmig gebogenen Glasrohre verfertigt, welches wenigstens an den Stellen der oberen und unteren Quecksilberkuppe gleichen Durchmesser haben muss.

Bei diesen Barometern hat die Quecksilberkuppe im kürzeren Schenkel durchaus keine feste Stellung. So lange die Temperatur nicht wechselt, muss bei verändertem Luftdruck die Quecksilbersäule in dem einen Schenkel genau so viel steigen, wie sie im anderen fällt, man könnte also aus den Schwankungen im einen Schenkel auf die im anderen schliessen;

Digitized by Google

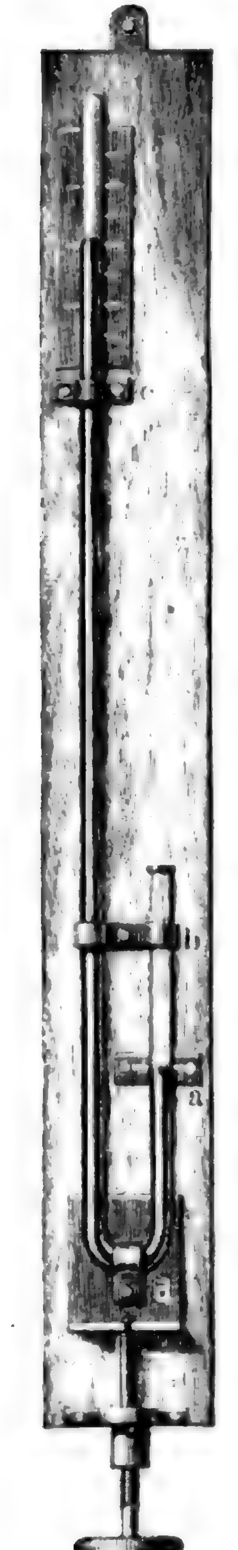
da jedoch bei wechselnder Temperatur auch das Volumen des Quecksilbers im Barometer sich ändert, so ist die Beobachtung beider Kuppen unerlässlich.

Bei den Heberbarometern sind entweder

1) das Rohr und die Scala fest;
2) die Scala fest und das Rohr in verticaler Richtung verschiebbar;
3) das Rohr fest und die Scala verschiebbar.

Im ersten Falle ist es am bequemsten, wenn der Nullpunkt der Scala noch unter der unteren Kuppe liegt. Man hat alsdann abzulesen, wie hoch die obere und wie hoch die untere Kuppe über dem fraglichen Nullpunkte liegt; die Differenz der beiden Ablesungen giebt dann die Barometerhöhe.

Fig. 229.



Bei den besten nach diesem Princip construirten Barometern ist die Theilung oft auf das Glasrohr selbst geätzt.

Die Fig. 229 stellt ein Heberbarometer der zweiten Art dar. Das Rohr ist auf der Messingplatte *d* befestigt, welche mit Hülfe der Schraube *s* auf- und niedergeschoben werden kann, wodurch dann auch das Barometerrohr selbst gehoben oder gesenkt wird, indem die messingenen Halter *b* und *c* dasselbe zwar auf dem Brette halten, aber doch eine Verschiebung in verticalem Sinne gestatten. Soll eine Beobachtung gemacht werden, so wird zunächst die untere Kuppe auf den Nullpunkt der Scala eingestellt und dann der Stand der oberen abgelesen.

Bei den Heberbarometern der dritten Art ist die Scala mittelst eines in eine gezahnte Stange eingreifenden Triebes verschiebbar; sie wird bei jeder Beobachtung so eingestellt, dass der Nullpunkt der Scala in die Höhe der unteren Quecksilberkuppe zu stehen kommt. Barometer dieser Construction werden namentlich von J. G. Greiner jun. in Berlin ganz vortrefflich ausgeführt. — Die Barometerröhre ist ganz in ein Brett eingelassen, welches nur an den beiden Stellen durchbrochen ist, an welchen beobachtet werden soll; die verschiebbare Scala ist auf der Vorderseite dieses Brettes angebracht. Am unteren Ende der getheilten Stange ist ein kleines Mikroskop befestigt, welches so eingerichtet ist, dass man durch dasselbe die untere Kuppe des Barometers scharf sehen kann. Der Kreuzungspunkt des in diesem Mikroskop angebrachten Fadenkreuzes liegt in gleicher Horizontallinie mit dem Nullpunkte der Scala und dieser Kreuzungspunkt wird genau auf den Gipfel der unteren Kuppe eingestellt. Am oberen Ende der getheilten Stange ist gleichfalls aufs Feinste verschiebbar ein Nonius angebracht, dessen Nullpunkt in der Horizontallinie eines von ihm getragenen zweiten Mikroskops liegt, welches auf die

Digitized by Google

obere Kuppe eingestellt wird. Der Nonius ist so getheilt, dass man mit demselben unmittelbar 0,02''' ablesen kann. Ein gleicher Grad von Genauigkeit ist bei dem Fortin'schen Barometer nicht möglich, selbst wenn man die Einstellung auf die obere Kuppe mit dem Mikroskop ausführen wollte, weil die Einstellung auf die Spitze *r* im Gefäss, Fig. 226, nicht mit der Genauigkeit ausgeführt werden kann, wie die Einstellung auf die untere Kuppe des eben beschriebenen Instrumentes.

Dessenungeachtet behält das Fortin'sche Barometer seinen Werth für heisse Länder, für welche eine Befestigung des Barometerrohres auf Holz nicht rathsam sein dürfte.

Besondere Mühe hat man darauf verwandt, die Heberbarometer so zu construiren, dass sie **bequem und sicher** transportirt werden können. Fig. 230 stellt das Rohr des von Gay-Lussac angegebenen Barometers dar. Der offene Schenkel hat nur eine capillare Oeffnung *a*, gross genug, um die Luft frei eintreten zu lassen, aber zu klein, als dass Quecksilber durch dieselbe auslaufen könnte; man darf also das Instrument umkehren, Fig. 231, ohne fürchten zu müssen, dass man

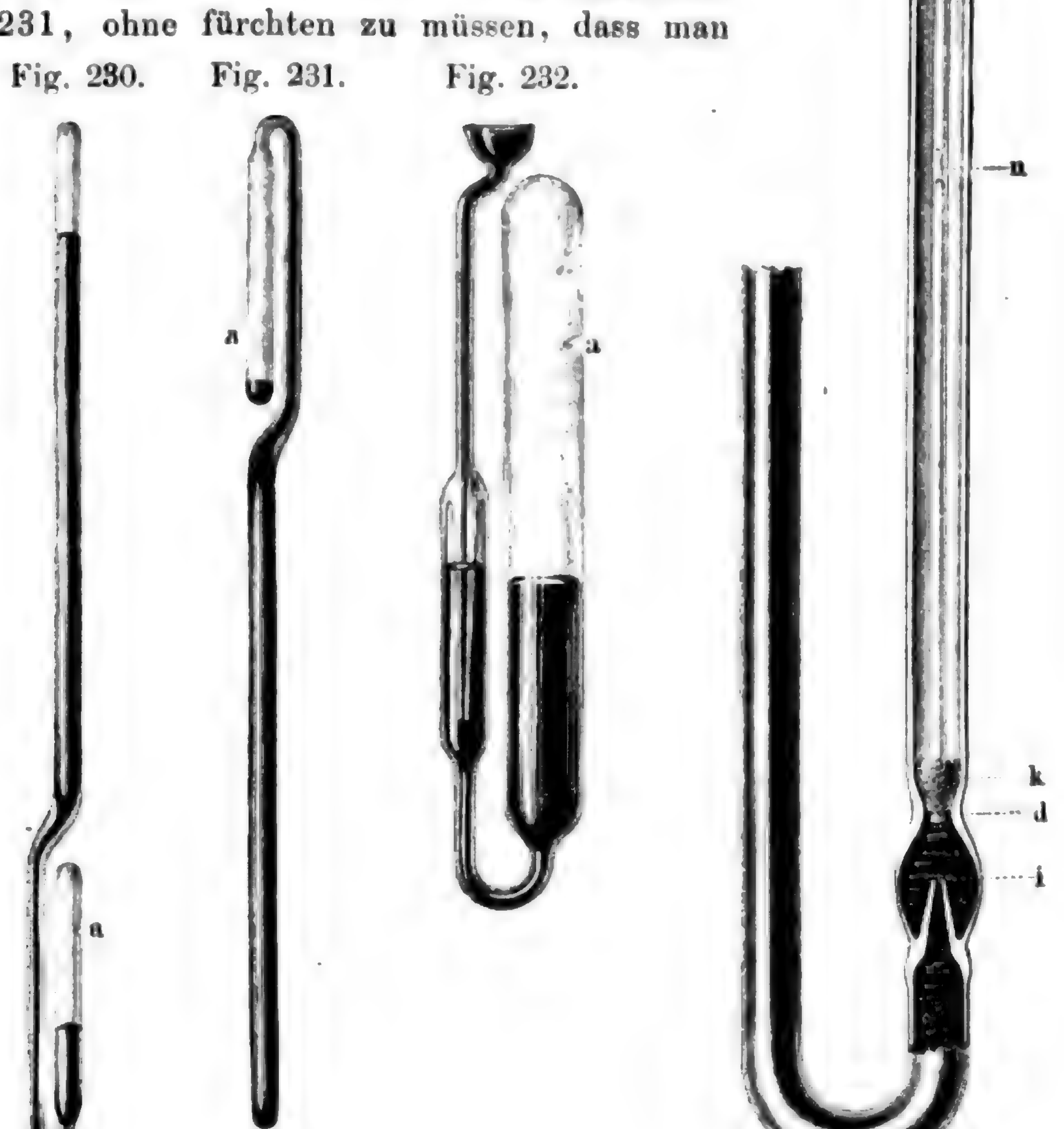


Fig. 230. Fig. 231. Fig. 232. Fig. 233.

Quecksilber verliert. Damit man das Barometer aus der Lage Fig. 231 wieder zur Beobachtung umkehren könne, ohne dass Luft in den längeren Schenkel eintreten kann, hat Bunten an diesen Barometern die Fig. 232 abgebildete Einrichtung getroffen.

Bei den Gay-Lussac'schen Barometern findet man die Theilung meist auf das Glas geätzt.

Fig. 233 stellt den sehr zweckmässigen Verschluss der Greiner'schen Heberbarometer dar. Der offene Schenkel ist nämlich nahe über der Krümmung bei d etwas verengert und unter dieser Einschnürung bauchig erweitert. In diese Erweiterung erhebt sich vom unteren Rande aus eine konisch verjüngte, und oben bei i offene Fortsetzung des unteren Röhrentheils. Das Barometer enthält nun gerade so viel Quecksilber, dass die bauchige Erweiterung noch bis d mit Quecksilber gefüllt bleibt, wenn man durch Neigen des Instrumentes die Toricelli'sche Leere vollständig mit Quecksilber ausgefüllt hat. Zum Verschluss dient alsdann ein genau in die Verengung bei d passender Kork k, welcher am unteren Ende einer im Lichten ungefähr 1^{mm} weiten, bei n zugeschmolzenen Glasröhre befestigt ist. Wenn nun selbst kleine Luftblasen in dem abgesperrten Theile zurückblieben, so können diese doch niemals in der Oeffnung bei i und durch diese in den längeren Schenkel des Barometers eindringen. Wenn bei steigender Temperatur das abgesperrte Quecksilber sich ausdehnt, so kann es in die durch den Kork k gesteckte Glasröhre eintreten. Es ist dafür gesorgt, dass während des Transports die fragliche Glasröhre sammt dem Kork k in der Stellung festgehalten wird, in welcher sie Fig. 233 darstellt. Soll das Instrument gebraucht werden, so wird die enge Glasröhre sammt dem daran steckenden Kork k in die Höhe gezogen.

Wenn ein Heberbarometer einige Jahre lang in der Beobachtungsstellung hängen bleibt, so wird die Stelle des offenen Schenkels, an welcher die untere mit der Luft in Berührung stehende Quecksilberkuppe auf- und abspielt, durch anhaftendes Quecksilberoxyd und Quecksilber verunreinigt, was eine genaue Beobachtung sehr erschwert und endlich ganz unmöglich macht. Um diesen Uebelstand zu vermeiden, thut man wohl, das Barometer so aufzuhängen, dass das Rohr einen Winkel von 20 bis 30 Graden mit der Verticalen macht, und es nur in die verticale Stellung zu bringen, wenn man eine Beobachtung machen will.

Variationen des Barometerstandes. Das Gewicht der atmo- 79
sphärischen Luftsäule, welche sich über uns befindet, ist durch mancherlei Einflüsse bedingt. Der beständige Wechsel der Temperatur, die Winde, die veränderliche Menge der in der Luft verbreiteten Wasserdämpfe führen fortwährende Aenderungen des Luftdrucks mit sich, welcher auf das Barometer wirkt. Man begreift demnach sehr wohl, dass die Barometersäule an einem und demselben Orte nicht stationär bleiben kann, und dass sie mehr oder weniger bedeutende Variationen erleidet. In unseren Gegenden

Digitized by Google

z. B. vergeht fast kein Tag, an welchem der Barometerstand sich nicht um einige Millimeter änderte. Im Allgemeinen unterscheidet man zweierlei Arten von Schwankungen des Barometers, nämlich periodische und zufällige Schwankungen. Die ersteren treten regelmässig zu bestimmten Zeiten ein und haben eine constante Grösse; die letzteren hingegen sind unregelmässig, so dass man weder ihre Zeit noch ihre Grösse voraussehen kann. Wir werden diesen Gegenstand in der Meteorologie weiter besprechen.

Da die Variationen des Barometerstandes an demselben Orte nicht sehr bedeutend sind, so hat man sich viel Mühe gegeben, diese Schwankungen dem Auge merklicher zu machen. Wir wollen hier nur zwei solcher Vorrichtungen betrachten, die ziemlich verbreitet sind.

Fig. 234.

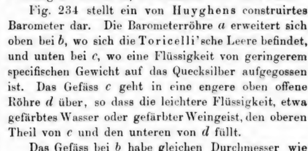


Fig. 234 stellt ein von Huyghens construirtes Barometer dar. Die Barometerröhre *a* erweitert sich oben bei *b*, wo sich die Toricelli'sche Leere befindet, und unten bei *c*, wo eine Flüssigkeit von geringerem specifischen Gewicht auf das Quecksilber aufgegossen ist. Das Gefäss *c* geht in eine engere oben offene Röhre *d* über, so dass die leichtere Flüssigkeit, etwa gefärbtes Wasser oder gefärbter Weingeist, den oberen Theil von *c* und den unteren von *d* füllt.

Das Gefäss bei *b* habe gleichen Durchmesser wie das bei *c*; das Rohr bei *d* habe aber einen $n$mal kleineren Querschnitt. Wenn die Quecksilbersäule in *b* um x Linien sinkt, so steigt der Quecksilberspiegel in *c* um eben so viel, die farbige Flüssigkeit in der Röhre *d* aber um nx Linien, die Höhe der farbigen Flüssigkeit hat also um $(n - 1)x$ Linien zugenommen. Eine $(n - 1)x$ Linien hohe Säule dieser Flüssigkeit drückt ebenso stark, wie eine $\frac{(n-1)x}{s}$ Linien hohe Quecksilbersäule, wenn s die Zahl ist, welche angiebt, um wie vielmal das specifische Gewicht der farbigen Flüssigkeit geringer ist als das des Quecksilbers.

Wenn also das Quecksilber in *b* um x Linien sinkt, so ist

$$y = 2x + \frac{n-1}{s}x$$

die Höhe einer Quecksilbersäule, welche der Abnahme des Luftdrucks entspricht. Aus dieser Gleichung ergiebt sich

$$x = \frac{sy}{2s + n - 1}.$$

Es sei z. B. der Querschnitt der Röhre *d* 20mal kleiner als der von *b* und *c*; ferner sei die farbige Flüssigkeit Wasser, also 13,6mal leichter als Quecksilber, so ist $n = 20$, $s = 13,6$ und also

Digitized by Google

$$x = \frac{13{,}6\,y}{2\,.\,13{,}6 + 20 - 1} = 0{,}294\,y.$$

Fällt ein gewöhnliches Barometer um y Linien, so fällt also das Quecksilber in b um 0,294 y Linien, die farbige Flüssigkeit in d steigt aber um 20 . 0,294 y, also um 5,88 y Linien. So oft also ein gewöhnliches Gefässbarometer um 1 Linie steigt oder fällt, wird die farbige Flüssigkeit unseres Barometers um 5,88 Linien, also fast 6mal so viel, fallen oder steigen.

Ein solches Barometer ist sehr zweckmässig, wenn es sich nur um die Beobachtung der Barometerschwankungen und nicht um genaue Ermittelung der absoluten Barometerhöhe handelt. Die Scala, welche hinter der Röhre d angebracht ist, wird am besten so angefertigt, dass man einen Punkt nahe am oberen und einen nahe am unteren Ende derselben durch Vergleichung mit einem Normalbarometer bestimmt und den Zwischenraum eintheilt.

Hook's Radbarometer hat folgende Einrichtung: Auf dem Quecksilber im offenen Schenkel eines Heberbarometers schwimmt ein eisernes Gewicht; von diesem Gewichte geht eine Schnur über eine Rolle, welche auf der anderen Seite durch ein etwas geringeres Gewicht gespannt ist. An der Axe der Rolle ist ein langer Zeiger befestigt, dessen Endpunkt also einen grossen Weg durchläuft, wenn das Quecksilber nur wenig steigt oder fällt und dadurch die Rolle dreht. — Zu Messungen ist begreiflicher Weise auch ein solches Instrument nicht zu gebrauchen.

Grösse des Luftdrucks bei verschiedenem Barometerstande. 80 Wir haben oben ermittelt, wie gross der Luftdruck ist, welcher dem Barometerstande von 760 Millimeter entspricht. Ganz auf dieselbe Weise lässt sich die Grösse des Luftdrucks für jede Barometerhöhe berechnen. Man wird die Resultate finden, wie sie in folgender Tabelle enthalten sind.

Höhe der Quecksilbersäule.	Druck auf ein Quadratmeter.	Höhe der Quecksilbersäule.	Druck auf ein Quadratmeter.	Höhe der Quecksilbersäule.	Druck auf ein Quadratmeter.
Millimeter.	Kilogramme.	Millimeter.	Kilogramme.	Millimeter.	Kilogramme.
500	6793	600	8152	700	9510
510	6929	610	8287	710	9646
520	7065	620	8423	720	9782
530	7201	630	8559	730	9918
540	7336	640	8695	740	10054
550	7472	650	8831	750	10189
560	7608	660	8967	760	10325
570	7744	670	9105	770	10461
580	7880	680	9238	780	10597
590	8016	690	9374	790	10733

Digitized by Google

81 **Wirkung des Luftdrucks auf den menschlichen Körper.** Der menschliche Körper ist so gut wie jeder andere dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt, und da die Oberfläche eines ausgewachsenen Menschen weit mehr als ein Quadratmeter beträgt, so ist der Totaldruck, der von allen Seiten her gleichförmig vertheilt gegen den Körper wirkt, allerdings sehr bedeutend, er beträgt 30,000 bis 40,000 Pfund.

Das scheint für den ersten Augenblick allerdings unglaublich, und es giebt viele selbst gebildete und geistreiche Leute, welche eine solche Behauptung für baren Unsinn halten, welche die ganze Lehre vom Luftdruck als falsch verwerfen, weil sie zu solchen, ihrer Ansicht nach ganz absurden Folgerungen führt. Drieberg, welcher ein Werkchen gegen den Luftdruck schrieb, sagt in seiner Vorrede: „Nach dem weisen Rathschlusse der Physikbeflissenen müssen wir armen Creaturen uns bekanntlich mit einer Luftlast von 30,000 bis 40,000 Pfund herumschleppen, und selbst die Elsler, wenn sie auf der grossen Zehe steht, trägt ihre 30,000 Pfündchen u. s. w."

Eine solche Ausdrucksweise zeigt schon ein Missverstehen der Lehre vom Luftdrucke, denn da er ja gleichmässig von allen Seiten, also von oben und unten, von vorn und hinten, von der rechten und linken Seite wirkt, so kann hier weder von einem „Schleppen", noch von einem „Tragen" die Rede sein; solche Ausdrücke sind nur auf einen einseitigen Druck anwendbar.

Aber man könnte einwenden, wenn ein so starker Druck auch ganz gleichförmig und von allen Seiten her gegen den Körper wirkt, so müsste er ja den Körper in sich selbst zusammenpressen, er müsste ihn zermalmen!

Was soll also zermalmt werden? Das Knochengerüst? Es könnte noch einen weit stärkeren Druck aushalten. Die mit Flüssigkeiten und Luft gefüllten Gefässe und Höhlungen des Körpers? Die im Körper befindliche Luft ist von gleicher Dichtigkeit mit der äusseren, sie kann also durch den Luftdruck nicht weiter comprimirt werden; dass aber die im Körper enthaltenen Flüssigkeiten nicht zerdrückt werden können, versteht sich von selbst.

Es bleibt demnach nur noch etwa der Zweifel zu heben übrig, ob nicht die zarten Häutchen und Gewebe, welche die Hüllen der einzelnen Gefässchen bilden, durch einen so starken Druck Noth leiden müssten. Von einem Zerreissen der zarten Gewebe kann aber keine Rede sein, weil der Druck gleichmässig von beiden Seiten wirkt; um aber die Häutchen etwa zu zerquetschen, ist der Druck nicht stark genug. Da es sich hier nur um kleine Gefässchen handelt, so kommt auch nur der Druck in Betracht, der auf die kleine Oberfläche derselben wirkt; aus der obigen Tabelle aber kann man entnehmen, dass der Luftdruck auf eine 1 Quadratcentimeter (ungefähr 20 Quadratlinien) grosse Oberfläche nur 1 Kilogramm (2 Pfund), auf 1 Quadratmillimeter (ungefähr $^2/_{10}$ Quadratlinien) aber nur 10 Gramm (ungefähr $^3/_5$ Loth) beträgt.

Digitized by Google

Wenn man die Sache auf diese Weise betrachtet, so fällt alles Auffallende und Unbegreifliche weg. Die Lehre vom Luftdrucke, der auf den menschlichen Körper wirkt, erhält nur dadurch etwas Paradoxes, dass man durch die Summation der Pressungen, welche auf die einzelnen Theilchen wirken, enorme Zahlen erhält, während doch jedes einzelne Theilchen für sich mit dem Luftdrucke im Gleichgewicht steht, und nicht der Totaldruck einseitig gegen eine Stelle des Körpers wirkt.

Wenn man den Luftdruck von irgend einer Stelle des Körpers entweder mit Hülfe eines Schröpfkopfes oder einer Luftpumpe wegnimmt, so wird der Inhalt der Gefässchen ein Bestreben geltend machen, sich auszudehnen.

Wie wichtig der Luftdruck für die Oekonomie der Kräfte des menschlichen Körpers ist, haben die classischen Untersuchungen der Gebrüder Weber gezeigt.

Betrachtet man das Knochengerüst des menschlichen Körpers, so findet man an jeder Seite des Beckens eine spiegelglatte, mit einer schlüpfrigen Flüssigkeit benetzte Vertiefung, die Pfanne, in welche der kugelförmige Kopf des Schenkelknochens genau hineinpasst, wie man dies in Fig. 235 deutlich sehen kann, welche das Becken mit den Schenkelknochen darstellt.

Der vordere Theil des Beckens und der beiden Schenkelköpfe ist in Fig. 235 durch einen senkrechten Schnitt weggenommen, damit man besser sehen kann, wie die Schenkelköpfe in den Pfannen sitzen; da sich nun der Schenkelkopf in der Pfanne nach allen Seiten leicht drehen lässt, so begreift man, dass das Bein nach allen Seiten hin beweglich ist.

Fig. 235.

Das ganze Gelenk ist durch eine Kapselmembran eingehüllt, welche, das Becken mit dem Schenkelkopfe verbindend, an dem knöchernen Pfannenrande und am Halse des Schenkelkopfes angewachsen ist.

Wenn man auf einem Beine steht und das andere nur so viel krümmt, dass es hängt, ohne den Boden zu berühren, so kann man mit ungemein geringer Muskelanstrengung das hängende Bein hin und her schwingen lassen. Während das Bein so schwingt, sind die Muskeln, welche das Becken mit dem Schenkelbeine verbinden, ganz schlaff, und daraus schon geht hervor, dass diese Muskeln es nicht sein können, welche das schwebende Bein tragen. Die Gebrüder Weber haben dies auch durch den Versuch nachgewiesen, indem sie an einem Leichname alle Mus-

Digitized by Google

keln durchschnitten, welche den Schenkel mit dem Becken verbinden. Das frei schwebende Bein fiel nicht herab, wie es der Fall gewesen wäre, wenn es im Leben durch die Muskeln getragen würde.

Auch die Kapselmembran wurde durchschnitten, und das Bein fiel nicht herab.

Der Schenkelkopf wird also in der luftdicht schliessenden Pfanne durch den Druck der atmosphärischen Luft zurückgehalten, oder das Gewicht des Beines wird von dem Drucke, den die atmosphärische Luft auf dasselbe von unten nach oben ausübt, äquilibrirt, es bedarf also keinerlei Kraftanstrengung, um während des Gehens das eben nicht auf dem Boden stehende Bein zu tragen, obgleich das Gewicht desselben nicht unbedeutend ist.

Die Richtigkeit dieses Satzes wurde noch durch folgenden Versuch bestätigt. Es wurde durch das Becken hindurch mitten in die Pfanne ein kleines Loch gebohrt; das Bein fiel in demselben Augenblicke herab, in welchem die Spitze des Bohrers die Pfanne eben durchbrochen hatte und den Schenkelkopf noch nicht berührte. Als der Schenkelkopf nun wieder in die Pfanne hineingeschoben wurde, so dass seine Kugelfläche wieder genau mit der Kugelfläche der Pfanne in Berührung kam, und man dann das Loch im Becken mit dem Finger zuhielt, wurde das Bein auch wieder durch den Luftdruck getragen; es fiel aber sogleich wieder herab, sobald man den Finger wieder von dem Loche wegnahm, so dass die Luft von oben eindringen konnte.

Die Arme werden in derselben Weise durch den Luftdruck getragen wie die Beine.

82 **Das Mariotte'sche Gesetz.** Das Mariotte'sche Gesetz sagt: Das Volumen einer gegebenen Gasmenge verhält sich umgekehrt wie der Druck, dem sie ausgesetzt ist, oder in einer Formel ausgedrückt:

$$V : v = p : P,$$

also auch

$$VP = vp,$$

wenn V das Volumen einer gegebenen Luftmasse unter dem Drucke P, v aber das Volumen derselben Luftmasse unter dem Drucke p bezeichnet.

Um dieses Fundamentalgesetz durch den Versuch zu beweisen, nehme man eine gekrümmte cylindrische Röhre, deren kürzerer Schenkel oben geschlossen ist, während der längere Schenkel offen bleibt, Fig. 236, und welche auf einem Brett befestigt ist. Man giesse zu Anfang nur wenig Quecksilber ein, neige dann den Apparat ein wenig, damit etwas Luft aus dem kürzeren Schenkel entweicht; so kann man es leicht dahin bringen, dass das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch steht, Fig. 237. Alsdann ist die in dem geschlossenen Schenkel abgesperrte Luft genau dem Drucke der Atmosphäre ausgesetzt. Giesst man nun von Neuem Quecksilber in den offenen Schenkel, so wird der Druck, den

Digitized by Google

Fig. 239. Fig. 236. Fig. 237. Fig. 238.

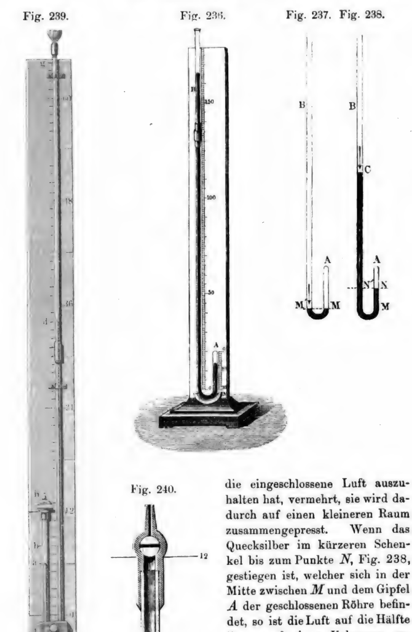


Fig. 240.

die eingeschlossene Luft auszuhalten hat, vermehrt, sie wird dadurch auf einen kleineren Raum zusammengepresst. Wenn das Quecksilber im kürzeren Schenkel bis zum Punkte N, Fig. 238, gestiegen ist, welcher sich in der Mitte zwischen M und dem Gipfel A der geschlossenen Röhre befindet, so ist die Luft auf die Hälfte ihres vorherigen Volumens zusammengepresst; bezeichnet man nun auf dem längeren Schenkel den Punkt N', welcher mit N

Digitized by Google

gleiche Höhe hat, und misst man dann, wie hoch das Quecksilber sich im längeren Schenkel noch über N' erhebt, so findet man, dass die Höhe dieser Quecksilbersäule genau der Barometerhöhe gleich ist; die in dem kurzen Rohre abgeschlossene Luft hat demnach jetzt einen Druck von zwei Atmosphären auszuhalten.

Bequemer und zweckmässiger als der Apparat Fig. 236, ist der für denselben Zweck construirte Apparat Fig. 239 (a. v. S.). Die kürzere Röhre, welche wir die Manometerröhre nennen wollen, ist oben nicht zugeschmolzen, sondern mit einem Hahn versehen, dessen Einrichtung durch Fig. 240 erläutert wird; sie ist etwas über 12, die Druckröhre ist ungefähr 65 Zoll lang. Die beiden Röhren sind in zwei verticale cylindrische Löcher des Eisenstücks i eingekittet, welche unten durch einen horizontalen Canal verbunden sind. — Dieses Eisenstück ist sammt den beiden Röhren auf einem in Zolle getheilten Brette befestigt; der Nullpunkt der Theilung ist etwas über dem Eisenstück i, und der Theilstrich 12 bezeichnet gerade das obere Ende der Compressionsröhre. Die Schraube r, welche auf den horizontalen Verbindungscanal führt, dient, um das Quecksilber aus dem Apparat abzulassen und seinen Stand zu reguliren.

Um den Versuch anzustellen, wird der Hahn h geöffnet und so viel Quecksilber durch den Trichter des langen Rohres eingegossen, dass es in beiden Röhren gerade bis an den Nullpunkt der Theilung reicht, worauf dann der Hahn h geschlossen wird.

Die abgesperrte unter dem Drucke der Atmosphäre stehende Luft nimmt nun im Manometerrohre gerade die Länge von 12 Zollen ein; um sie auf die Hälfte ihres Volumens zusammenzupressen, muss man in dem längeren Druckrohre so viel Quecksilber aufgiessen, dass es in demselben gerade um die Barometerhöhe über a steht, um aber die abgesperrte Luft auf den Raum von 4 Zoll, also auf $^1/_3$ ihres ursprünglichen Volumens zusammenzupressen, müsste man so viel Quecksilber aufgiessen, dass es im Druckrohre um zwei Barometerhöhen über b steht.

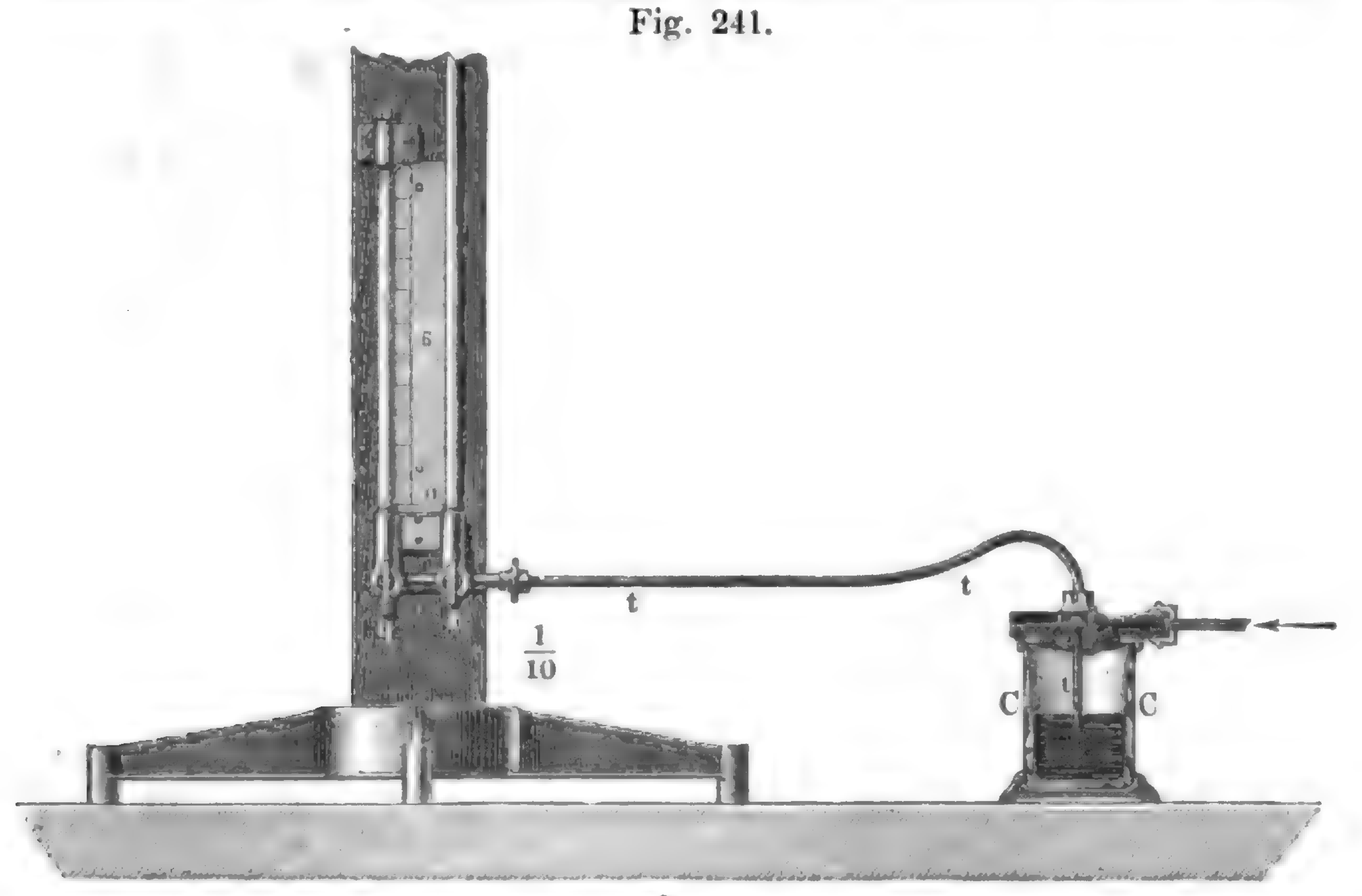
Das Eingiessen des Quecksilbers in die offene Röhre ist eben so unbequem wie unzweckmässig, in der mechanischen Werkstätte zu Genf wird deshalb der Mariotte'sche Apparat so construirt, dass das Quecksilber von unten her in die Druck- und Manometerröhre eingepresst wird, wie man Fig. 241 sieht. CC ist ein starkes Glasgefäss, welches oben luftdicht geschlossen und zur Hälfte mit Quecksilber gefüllt ist. Die Röhre t geht fast auf den Boden des Druckgefässes C, in welchem sich über dem Quecksilber Wasser oder Luft befindet. Wird nun durch die Druckpumpe einer kleinen hydraulischen Presse ferner Wasser oder mit einer Luftcompressionspumpe ferner Luft in C eingepumpt, so wird das Quecksilber durch die Röhre t gleichzeitig in die Manometerröhre und die Druckröhre hinübergepresst, in welcher es auf diese Weise gleichförmig steigt.

Arago und Dulong haben durch eine besondere Versuchsreihe dargethan, dass das Mariotte'sche Gesetz wenigstens für atmosphärische

Digitized by Google

Luft bis zu einem Drucke von 27 **Atmosphären** noch keine Aenderung erleidet. Die aus 13 sechsfüssigen Glasröhren mittelst eiserner Fassun-

Fig. 241.



gen zusammengesetzte Druckröhre ihres Apparates war an einem Mastbaume befestigt, welcher in einem Thurme des Collège Henri IV. aufgerichtet worden war. Die Manometerröhre war 1,7 Meter lang und 5 Millimeter weit. Das Quecksilber wurde durch eine Druckpumpe in die beiden Röhren in ähnlicher Weise eingepresst wie wir es oben beim Genfer Apparat gesehen haben. Eine genaue Beschreibung des Apparates von **Arago** und **Dulong**, sowie der mit demselben angestellten Versuche findet man im 18ten Bande von **Poggendorff's** Annalen.

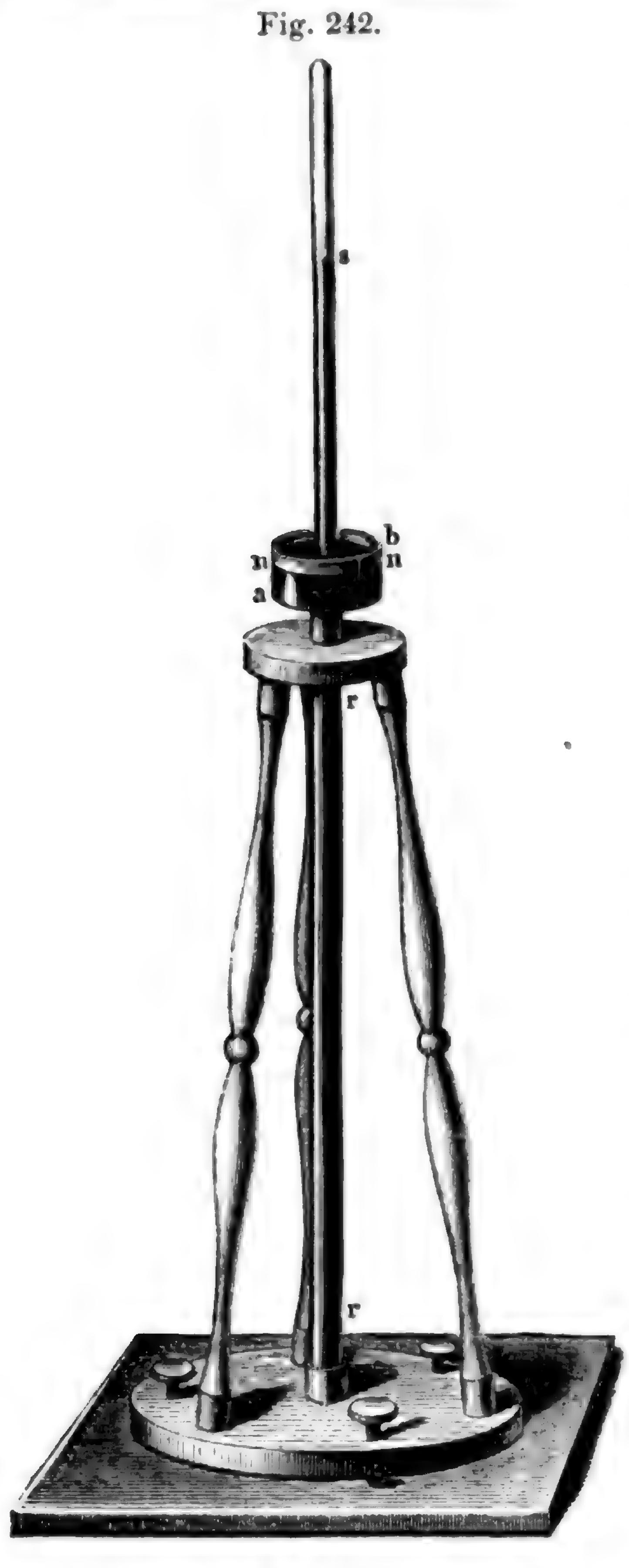
Dass das **Mariotte'sche Gesetz** auch noch gültig bleibt, wenn der Druck, unter welchem die Luft steht, geringer ist als der Druck **einer** Atmosphäre, lässt sich mit Hülfe des Apparates Fig. 242 (a. f. S.) bestätigen.

Eine etwas weite eiserne Röhre r, welche oben in ein weiteres Gefäss ab endet und unten geschlossen ist, wird in einem Gestelle, wie es Fig. 242 zeigt, so angebracht, dass sie vertical steht, und dann ungefähr bis zur Höhe nn mit Quecksilber vollgegossen. Nun füllt man eine Barometerröhre, wie zum **Toricelli'schen** Versuche, mit Quecksilber, jedoch nicht ganz voll, sondern nur so weit, dass noch etwa 2 bis 3 Zoll nicht mit Quecksilber angefüllt sind. Kehrt man die Röhre um, nachdem man die Oeffnung mit dem Finger geschlossen hat, so wird die Luftblase in den oberen Theil der Röhre hinaufsteigen. Wenn man nun, wie bei dem **Toricelli'schen** Versuche, das untere Ende der Röhre in das Quecksilber des Gefässes ab taucht und dann den Finger von der Oeffnung wegzieht, so wird die Quecksilbersäule im Barometerrohre bis auf einen bestimmten Punkt fallen. Man wird aber sogleich bemerken, dass der Gipfel s der

Digitized by Google

Quecksilbersäule nicht so hoch über *nn* steht, als die Barometerhöhe beträgt, weil ja im oberen Theile unserer Röhre sich Luft befindet und kein Vacuum wie beim Barometer.

Fig. 242.



Wenn man die Röhre niederdrückt, so dass sie weiter und weiter in das Quecksilber des Rohres *r* hinabreicht, so wird das Volumen der oben eingeschlossenen Luft immer kleiner. Man drückt nun die Röhre so weit hinab, dass das Quecksilber in derselben genau in der Höhe des Quecksilberspiegels *nn* steht; in diesem Falle steht die abgesperrte Luft genau unter dem Drucke einer Atmosphäre.

Die Länge der abgesperrten Luftsäule, welche dem Drucke einer Atmosphäre ausgesetzt ist, wird nun gemessen; sie sei gleich v.

Zieht man das Glasrohr wieder in die Höhe, so vermehrt sich das Volumen der abgesperrten Luft, zugleich erhebt sich auch die Quecksilberkuppe *s* über den Spiegel *nn*. Gesetzt, man habe das Rohr so weit gehoben, dass die abgesperrte Luft eine Länge $2v$ in der Röhre einnimmt, so wird die Höhe der Quecksilberkuppe über dem Spiegel *nn* gerade die Hälfte des im Augenblicke zu beobachtenden Barometerstandes sein. Stände das Barometer auf 28″, so würde die Quecksilberkuppe *s* gerade 14″ über *nn* stehen.

Die Hälfte des atmosphärischen Druckes ist also durch die Quecksilbersäule, welche sich unter der abgesperrten Luft befindet, aufgehoben, und der Druck, welchen diese abgesperrte Luft auszuhalten hat, ist nur noch dem Drucke einer halben Atmosphäre gleich, ihr Volumen aber ist

Digitized by Google

doppelt so gross, als es war, da sie den Druck der ganzen Atmosphäre auszuhalten hatte.

Hebt man die Röhre so weit, dass die abgesperrte Luft eine Länge $3v$ in der Röhre einnimmt, dass ihr Volumen also 3 mal grösser geworden ist, so beträgt die Höhe der Quecksilbersäule in unserm Rohr $^2/_3$ der Barometerhöhe; die abgesperrte Luft hat also nur noch einen Druck von $^1/_3$ Atmosphäre auszuhalten.

Reduction der Gasvolumina auf den Atmosphärendruck. Da das Volumen der Gase von dem Drucke abhängt, dem sie ausgesetzt sind, so kann man aus dem gemessenen Gasvolumen nur dann einen sicheren Schluss auf die Gasmengen machen, wenn dieser Druck bekannt ist. Verschiedene Gasmengen können nur dann ihrem Volumen proportional sein, wenn sie gleichem Drucke ausgesetzt sind; will man also zwei Gasvolumina vergleichen, welche ungleichem Drucke ausgesetzt sind, so muss man berechnen, wie gross das Volumen der einen Gasmenge sein würde, wenn sie demselben Drucke ausgesetzt wäre wie die andere. In der Regel reducirt man die Gasvolumina auf den Druck von 28 Zoll oder 760 Millimeter Quecksilber, d. h. man berechnet, wie gross das Volumen V einer Gasmenge sein würde, welche unter dem Drucke b das Volumen v einnimmt, wenn sie dem Drucke einer Quecksilbersäule von 760 Millimetern ausgesetzt wäre. Nach dem Mariotte'schen Gesetze haben wir 83

$$\frac{V}{v} = \frac{b}{760},$$

also

$$V = \frac{b}{760} v \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Eine Gasmenge nehme z. B. unter einem Drucke von 500 Millimetern das Volumen von 84 Cubikcentimetern ein, so würde dieselbe Gasmenge unter einem Drucke von 760 Millimetern das Volumen

$$V = \frac{500}{760} \cdot 84 = 55{,}2,$$

also nur ein Volumen von 55,2 Cubikcentimetern einnehmen.

Da das Volumen der Gase auch von ihrer Temperatur abhängig ist, so sind auch in dieser Beziehung Reductionen nöthig, die aber erst später bei der Wärmelehre erörtert werden können.

Stereometer und Volumenometer. Eine sehr sinnreiche Anwendung hat zuerst ein französischer Physiker Say von dem Mariotte'schen Gesetze gemacht, um das Volumen pulverförmiger Körper zu bestimmen. Später sind Apparate, auf dieselbe Methode gestützt, von verschiedenen Physikern, namentlich von Leslie, Kopp und Regnault vorgeschlagen worden. Say's Apparat, Fig. 243 (a. f. S.), welchen derselbe Stereometer nennt, hat folgende Einrichtung. 84

Digitized by Google

An das Glasgefäss A setzt sich eine möglichst genau cylindrische Glasröhre an. Der Rand des Gefässes ist mit Smirgel abgeschliffen, so dass der innere Raum mittelst einer Glasplatte luftdicht abgesperrt werden kann. Das Rohr ist mit einer Längentheilung versehen und genau bestimmt, welches der dem Zwischenraume zweier Theilstriche entsprechende Rauminhalt der Röhre ist.

Fig. 243.

Während der Behälter A offen ist, wird die Röhre in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäss bis zum Nullpunkte o der Theilung eingetaucht. Wird alsdann die Glasplatte auf den Rand von A luftdicht aufgesetzt, so ist ein bestimmtes Luftvolumen V von einer Dichtigkeit abgesperrt, welche dem Barometerstande H entspricht.

Wird nun, während A geschlossen bleibt, das Instrument in die Höhe gezogen, so tritt ein Theil der Luft aus A in die Röhre, während das Quecksilber von unten her in derselben über das äussere Niveau steigt. Es sei v die durch Ablesung an der Röhre ermittelte Zunahme des Luftvolumens, h die Höhe der gehobenen Quecksilbersäule, so haben wir

$$\frac{V + v}{V} = \frac{H}{H - h} \quad \text{. . . . . 1)}$$

woraus V berechnet werden kann, weil H, h und v bekannt sind.

Wiederholt man denselben Versuch, nachdem man den pulverförmigen Körper, dessen Volumen x man bestimmen will, in das Reservoir A gebracht hat, so ist das Volumen der in A abgesperrten Luft, wenn das Instrument bis zum Nullpunkte eingetaucht ist, gleich $V - x$. Erhebt man die Röhre, bis das Volumen der abgesperrten Luft gleichfalls um v zugenommen hat, so haben wir

$$\frac{V - x + v}{V - x} = \frac{H}{H - h'} \quad \text{. . . . . . . 2)}$$

wenn h' die diesem Falle entsprechende Hebung der Quecksilbersäule in der Röhre ist. Aus 2) kann man aber x berechnen, da V schon durch die Gleichung 1) ermittelt worden ist.

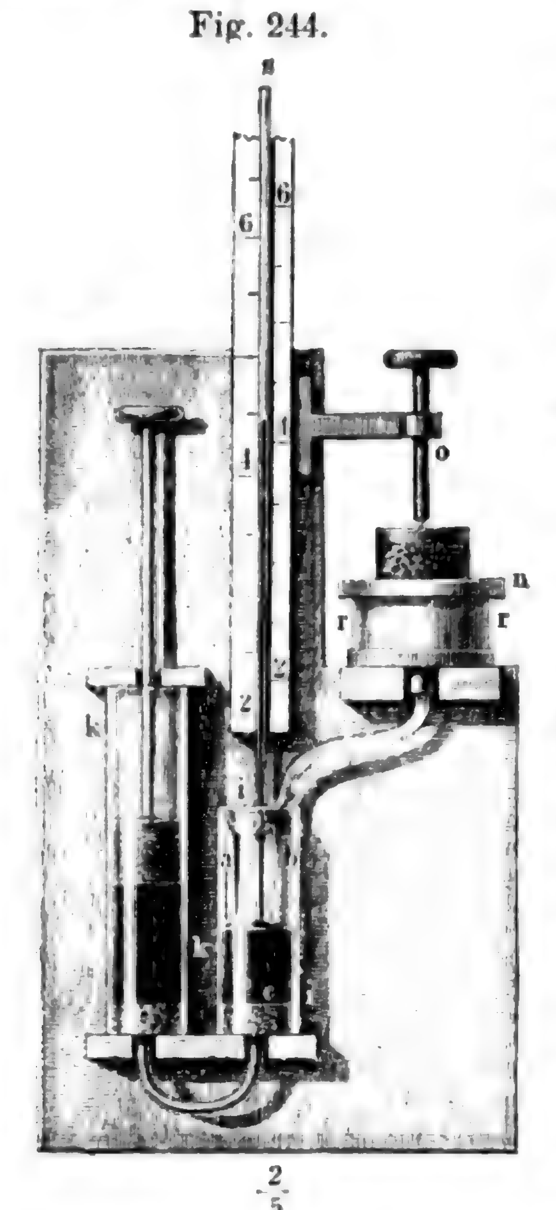
Das Volumenometer von Kopp ist Fig. 244 ungefähr in 0,4 der natürlichen Grösse dargestellt. Die cylindrische Glasröhre ii ist oben und unten durch Kork luftdicht verschlossen; unten aber steht ii durch ein gebogenes engeres Röhrchen mit dem Glascylinder k, oben durch ein Glasrohr mit dem Glasgefäss rr in Verbindung. Durch den oberen Verschluss des Cylinders i geht noch ein verticales engeres Glasrohr s hindurch, welches, unten und oben offen, fast bis auf den Boden des Cylinders i hinabreicht.

Der obere etwas breite Rand des Glascylinders r ist sorgfältig plan abgeschliffen, so dass man mit Hülfe von etwas Fett eine Glasplatte luft-

Digitized by Google

dicht aufsetzen kann, welche dann noch durch eine Schraube o fester aufgedrückt wird. In dem Glascylinder r befindet sich ein zunächst noch leeres Platingefäss.

Fig. 244.



Der untere Theil von i und k ist mit Quecksilber gefüllt, wie es unsere Figur zeigt. In der Röhre k aber sitzt auf dem Quecksilber ein Lederkolben auf, welcher zwar nicht absolut luftdicht, aber doch quecksilberdicht schliesst. Wird dieser Kolben in die Höhe gezogen, so geht das Quecksilber aus i nach k hinüber, das untere Ende c der Steigröhre s wird frei und es wird sich alsdann der obere Theil von i und das mit demselben in Verbindung stehende Gefäss r mit Luft von atmosphärischer Dichtigkeit füllen.

Sobald aber nun der Kolben in k niedergedrückt und dadurch das Quecksilber nach i getrieben wird, kommt auch das untere Ende des Steigrohrs s wieder unter den Quecksilberspiegel, es ist also dadurch ein gewisses Quantum Luft in i und r abgesperrt, welche eben unter atmosphärischem Druck stehend das Volumen V einnahm, welche aber durch ferneres Niederdrücken des Kolbens in k mehr und mehr comprimirt wird. Hat man den Kolben in k niedergedrückt, bis der Quecksilberspiegel in i eben die Spitze a berührt, welche ähnlich wie beim Fortin'schen Barometer von dem oberen Verschluss der Röhre i hinabreicht, so ist die abgesperrte Luft um das Volumen v (den Rauminhalt der Röhre i zwischen c und a) comprimirt, während in Folge ihrer Verdichtung das Quecksilber in dem Steigrohre s um die Höhe h über das Niveau des Quecksilbers in i gestiegen ist.

Hat man den eben herrschenden Barometerstand b und die Höhe h der Quecksilbersäule in s beobachtet, so ergiebt sich die Gleichung:

$$v : V = h : b + h \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Wiederholt man nun denselben Versuch, nachdem man n Grm. Wasser in das vorher erwähnte Platingefäss eingefüllt hat, so wird in s eine Quecksilbersäule h' gehoben sein, wenn das Quecksilber in i bis zur Spitze a hinauf gepresst worden ist und demnach ergiebt sich nun die Gleichung

$$v : V - n = h' : b + h' \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

aus der Combination der Gleichungen 1) und 2) ergeben sich aber die Werthe von v und V, da alle anderen Grössen, nämlich h, h' und b, bekannt sind.

Digitized by Google

Nachdem einmal die Werthe von V und v ermittelt sind, ist es leicht, das Volumen x eines beliebigen und zwar auch eines pulverförmigen Körpers zu bestimmen. Man bringe denselben nur in das in r befindliche Platingefäss und wiederhole den Versuch ganz in der oben angegebenen Weise. Es sei nun B der jetzt herrschende Barometerstand und H die Höhe bis zu welcher die Quecksilbersäule in s über die Spitze a gehoben ist, wenn das Quecksilber in i oben die Spitze a berührt, so haben wir die Gleichung:

$$B + H : B = V - x : V - x - v,$$

aus welcher sich x berechnen lässt.

Eine zweite Drahtspitze b dient zu Controlversuchen. An der Steigröhre sind zwei Scalen angebracht, der Nullpunkt der einen ist a, der der anderen aber b. Die Höhe der Steigröhre beträgt etwa 16 Zoll.

Für solche Substanzen, welche bei höherem Drucke eine grössere Quantität Luft absorbiren, wie dies z. B. bei der Kohle der Fall ist, lässt sich natürlich auch dieses Instrument nicht anwenden.

Hat man mit Hülfe des Kopp'schen Volumenometers das Volumen und durch die Wage das absolute Gewicht des zu untersuchenden Körpers bestimmt, so ist sein specifisches Gewicht leicht zu berechnen.

Die folgende Tabelle enthält das specifische Gewicht einiger Körper, wie es Kopp mit Hülfe seines Instrumentes bestimmte.

Körper.	Specif. Gewicht.	Körper.		Specif. Gewicht.
Bimsstein (gepulvert) . .	2,15	Holzfaser von	Lindenholz	1,13
Asche von Buchenholz . .	2,85		Tannenholz	1,16
Stärkemehl	1,56		Nussbaumholz	1,17
Flachs	1,45		Birnbaumholz	1,23
Seide (rohe Coconfäden) .	1,56		Eichenholz	1,27
Baumwolle	1,27		Buchenholz	1,29

Um das specifische Gewicht der Holzfaser zu erhalten, war das Holz fein geraspelt und gut getrocknet worden. Man sieht hier, dass das specifische Gewicht der Holzfaser weit grösser ist als das eines massiven Holzstücks, dass also das Holzstück ein Aggregat von Holzfaser und Luft ist.

Regnault's Volumenometer ist Fig. 245 bis 249 abgebildet. A ist ein Glasballon von ungefähr 300 Cubikcentimeter Inhalt. Der Hals desselben trägt eine Metallplatte, welche erlaubt, den Ballon mit Hülfe von vier Schrauben durch Zwischenlegen eines gefetteten Leders (noch besser einer Platte von vulcanisirtem Kautschuck) an den manometrischen Apparat luftdicht zu befestigen.

Von A führt nun eine Röhre direct in die Höhe; sie kann durch den

Digitized by Google

Hahn s abgesperrt werden, eine andere führt zu der verticalen 14 Millimeter weiten Röhre ab, welche nahe an ihrem oberen Ende zu einer Ku-

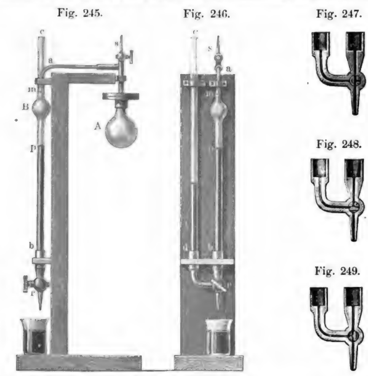


Fig. 245. Fig. 246. Fig. 247. Fig. 248. Fig. 249.

gel B erweitert ist. Auf dieser Röhre ist ein Merkstrich bei m und einer bei p gemacht; unten ist sie in eine eiserne Fassung eingekittet und kann mittelst des Hahnes r entweder nach unten geöffnet, oder mit der Röhre cd in Verbindung gesetzt werden, wie es die Figuren 247 bis 249 erläutern.

Das Volumen v der Röhre ab zwischen m und p wird dadurch ermittelt, dass man bei geöffnetem Hahn s durch die Röhre cd Quecksilber eingiesst, bis es bei m steht, und dann durch den in die Stellung Fig. 247 gebrachten Hahn r ausfliessen lässt, bis es auf p gesunken ist. Die ausgeflossene Quecksilbermenge wird gemessen.

Auf ähnliche Weise wird das Volumen V der Kugel A und der Röhrenverbindung zwischen A und m ermittelt, indem man das Volumen des Quecksilbers misst, welches diesen Raum füllt.

Ist nun V, v und ausserdem noch die Höhendifferenz h zwischen m und p ein- für allemal ermittelt, so ist es leicht, mit diesem Instrumente das Volumen pulverförmiger Körper zu bestimmen.

Erst wird die Kugel A leer und dann ungefähr bis zur Hälfte mit

Digitized by Google

dem zu untersuchenden Pulver gefüllt gewogen, um das absolute Gewicht der Substanz zu erhalten. Nach dieser Wägung wird A angeschraubt; bei geöffnetem Hahne s die Röhre ab bis m mit Quecksilber gefüllt und dann s geschlossen. Die abgesperrte Luft hat jetzt das Volumen $V - x$, wenn x das Volumen des Pulvers bezeichnet; sie steht unter dem Drucke der Atmosphäre, den wir mit H bezeichnen wollen.

Nun bringt man, während s geschlossen bleibt, den Hahn r in die Stellung Fig. 247 und lässt Quecksilber auslaufen, bis es zum Merkstrich p gesunken ist, worauf der Hahn r um 90^0 nach rechts gedreht, also in eine solche Stellung gebracht wird, dass das Rohr ab unten ganz abgesperrt wird, also weder mit dem Schenkel cd, noch mit der Ausflussspitze in Verbindung steht. Jetzt hat die abgesperrte Luft das Volumen $V - x + v$ und sie steht unter dem Drucke $H - h$, wir haben also

$$\frac{V - x + v}{V - x} = \frac{H}{H - h},$$

woraus

$$x = V - \frac{v\,(H - h)}{h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Man kann den Versuch auch dahin abändern, dass man den Hahn r zuerst in die Stellung Fig. 249 bringt, so dass Quecksilber aus beiden Schenkeln des Apparates ausfliesst und nachdem das Quecksilber in ab bis p gesunken ist, dem Hahn r die Stellung Fig. 248 giebt. Zur Berechnung von x dient auch jetzt noch die Gleichung 1), in welcher aber für h die mit dem Kathetometer zu messende Höhendifferenz von p und der Quecksilberkuppe im anderen Schenkel zu setzen ist.

85 **Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetz.** Nachdem schon früher durch mehrere Physiker die allgemeine Gültigkeit des Mariotte'schen Gesetzes für alle Gase sowohl, wie auch seine absolute Genauigkeit für atmosphärische Luft in Zweifel gezogen worden war, nahmen Oersted und Swendsen diesen Gegenstand im Jahre 1826 wieder auf. Nach einer freilich nicht sehr genauen Methode fanden sie das Gesetz für Luft bis zu einem Druck von 68 Atmosphären bestätigt; für nicht permanente Gase dagegen, wie z. B. für schweflige Säure, fanden sie die Compressibilität grösser, als sie nach dem Mariotte'schen Gesetze hätte sein sollen.

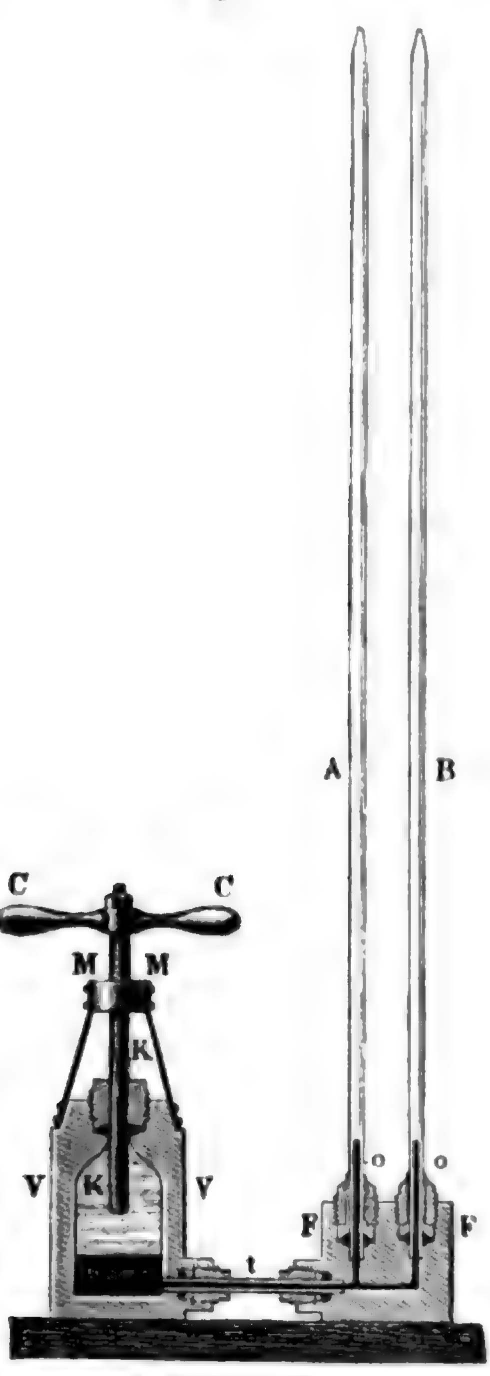
Letzteres fand Despretz vollkommen bestätigt (Annal. de chim. et de phys. T. TXXIV.). Er wandte zu seinen Versuchen einen Apparat an, welcher dem in Fig. 168 S. 130 abgebildeten ähnlich war. Statt des Piezometers B wurden in das mit Quecksilber gefüllte Gefäss C mehrere Manometerröhren eingesetzt, wie in jener Figur eine solche rechts von B steht. Die eine dieser Röhren war mit atmosphärischer Luft, die übrigen waren mit anderen Gasen, und zwar so weit gefüllt, dass das Quecksilber in allen gleich hoch stand. Als nun diese verschiedenen Gase in dem Ap-

Digitized by Google

parat, Fig. 168, einem gleichen Druck ausgesetzt wurden, stieg das Quecksilber in den mit Kohlensäure, Schwefelwasserstoffgas, Ammoniakgas u. s. w. gefüllten Röhren höher als in derjenigen, welche atmosphärische Luft enthielt, die genannten Gase werden also durch gleiche Vermehrung des Drucks weit stärker comprimirt als Luft. Wasserstoffgas zeigte ein entgegengesetztes Verhalten. Bis zu 15 Atmosphären verhielt sich dieses Gas wie die Luft, bei stärkerem Druck aber wurde es weniger stark comprimirt.

Pouillet constatirte diese Thatsache mit Hülfe des Apparates Fig. 250. Der Hals des gusseisernen Gefässes V ist mittelst einer Stopfbüchse geschlossen, durch welche der massive Kolben K hindurchgeht; der obere Theil desselben ist mit einem Schraubengewinde versehen, welches sich in der Schraubenmutter M drehen lässt. Aus dem unteren Theil des Gefässes V führt die eiserne Röhre t zu einem horizontalen Canal des gusseisernen Klotzes F, auf welchen von oben her zwei verticale Canäle münden. Auf diese verticalen Canäle sind die 2 Meter langen, genau getheilten Glasröhren A und B aufgeschraubt. Oben sind diese Glasröhren offen, aber in eine feine Spitze ausgezogen.

Fig. 250.



Der untere Theil des Gefässes V enthält Quecksilber, der obere Theil desselben ist mit Oel gefüllt. Durch Umdrehung des Hebels C wird der Kolben K niedergeschraubt, und dadurch das Quecksilber in die Röhren A und B hineingetrieben, bis es die Spitzen derselben erreicht hat. Sobald dies der Fall ist, setzt man die Spitze der einen Röhre mit einer Glocke in Verbindung, welche mit dem zu prüfenden Gas gefüllt ist, während die Spitze der anderen durch eine Trockenröhre mit der äusseren Luft in Verbindung steht. Schraubt man nun den Kolben in die Höhe, so sinkt das Quecksilber langsam in beiden Röhren; die eine füllt sich mit trockner Luft, die andere mit dem Gas der Glocke, beide aber unter dem Druck der Atmosphäre. Sobald das Quecksilber in beiden

Röhren bis zum Punkte *o* gesunken ist, werden die Spitzen beider Röhren vor dem Löthrohr zugeschmolzen, und somit ist der Versuch vorbereitet.

Wird nun der Kolben *K* abermals niedergeschraubt, so wird in der einen der beiden Glasröhren atmosphärische Luft, in der anderen das zu prüfende Gas comprimirt, und man kann bei dieser Vorrichtung den Druck bis auf 100 Atmosphären steigern. Die folgende kleine Tabelle ist ein Auszug aus den von Pouillet auf diese Weise erhaltenen Resultaten.

V.	*v* : *V*			
	Kohlensäure.	Stickoxydul.	Sumpfgas, $C_2 H_4$.	Oelbildendes Gas, $C_4 H_4$.
1,09	1,000	1,000	1,000	1,000
0,20	0,989	0,983	0,992	0,986
0,10	0,965	0,956	0,981	0,972
0,05	0,9[illegible]9	0,896	0,956	0,955
0,025	0,739	0,732	0,940	0,919
0,012	—	—	—	0,850

Die Tabelle giebt für vier Gase den Werth des Quotienten $\frac{v}{V}$, d. h. den Quotienten, welchen man erhält, wenn man das Volumen v, auf welches das Gas zusammengedrückt wurde, dividirt durch das Volumen V, welches unter gleichem Druck die atmosphärische Luft einnimmt. Die Werthe von V in der ersten Verticalreihe geben an, auf den wievielsten Theil seines ursprünglichen Volumens die Luft in der einen Röhre nach und nach comprimirt wurde.

Stickstoff, Sauerstoff, Wasserstoff, Kohlenoxydgas u. s. w. verhielten sich bis zu einem Druck von 100 Atmosphären nach diesen Versuchen wie Luft.

Sumpfgas und ölbildendes Gas, obgleich sie bei einem Druck von 100 Atmosphären noch nicht flüssig wurden, wurden doch stärker comprimirt als Luft.

Die Gase, welche bei relativ geringem Druck schon tropfbar flüssig werden, wie schweflige Säure, Kohlensäure, Stickoxydulgas, Ammoniakgas u. s. w., sind dagegen merklich stärker compressibel als Luft.

Was nun die Luft selbst anlangt, so deuteten schon die bereits im §. 82 erwähnten Versuche von Dulong und Arago darauf hin, dass bei wachsendem Druck das Volumen derselben rascher abnimmt, als man nach dem Mariotte'schen Gesetz erwarten sollte, wie folgender Auszug aus den von ihnen erhaltenen Resultaten zeigt.

Digitized by Google

Druck.	Beobachtetes Volumen.	Berechnetes Volumen.
Centimeter.		
76,000	501,300	—
500,078	76,095	76,198
999,236	37,851	38,132
1466,736	25,885	25,978
2049,868	18,525	18,588

Wie man sieht, sind die beobachteten Volumina stets kleiner als die nach dem Mariotte'schen Gesetz für den in der ersten Columne angegebenen Druck berechneten. Weil aber die Differenzen gering sind, so nahmen Arago und Dulong an, dass sie von Beobachtungsfehlern herrührten.

Eine definitive Lösung erhielt endlich diese Frage durch eine von Regnault im Jahre 1845 ausgeführte Untersuchung (Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France, T. XXI). Der äusserst zweckmässig und sorgfältig construirte Apparat, dessen er sich bediente, hatte grosse Aehnlichkeit mit dem in §. 82 erwähnten Apparat von Arago und Dulong. Die 3 Meter lange Manometerröhre war im Inneren nahezu 1 Centimeter weit; ihr unteres Ende communicirte mit einer 30 Meter hohen Druckröhre. Durch eine Druckpumpe wurde das Quecksilber von unten her gleichzeitig in die Manometerröhre und in die Druckröhre hineingepresst.

Bei den Arago-Dulong'schen Versuchen wird die nämliche Luftmenge, welche in der Manometerröhre ursprünglich eine Länge von 2 Meter einnahm, durch den Druck einer Quecksilbersäule von 30 Meter Höhe auf die Länge von 0,066... Meter zusammengedrückt, der gleiche Fehler in der Ablesung der Quecksilberkuppe wird deshalb bei hohem Druck auf die Messung des Gasvolumens einen verhältnissmässig viel nachtheiligeren Einfluss ausüben, als bei geringem Druck. Ein Ablesungsfehler von 1^{mm} z. B. würde das ursprüngliche Volumen um $^1/_{2000}$ fehlerhaft angeben, während der gleiche Ablesungsfehler die Bestimmung des Gasvolumens bei einem Druck von 30 Metern um $^1/_{66}$ fehlerhaft macht.

Regnault hat diesen Uebelstand auf folgende Weise vermieden. Statt das Manometerrohr oben zuzuschmelzen, setzt er einen sehr gut gearbeiteten vollkommen sicher schliessenden Hahn auf das obere Ende der Manometerröhre, durch welchen derselbe mit einem kupfernen mit comprimirtem Gas gefüllten Reservoir in Verbindung gesetzt werden kann. Ein Merkzeichen war am unteren Ende der Manometerröhre angebracht und ein zweites in der Mitte derselben, so dass durch dasselbe das Volumen der Röhre vom Hahn bis zum unteren Merkzeichen in zwei gleiche

Digitized by Google

Theile getheilt wurde. Um einen Versuch zu machen, wird der Hahn am oberen Ende des Manometers, den wir h nennen wollen, geöffnet, und aus dem Gasreservoir so viel Gas in die Manometerröhre hinübergetrieben, dass dieselbe bis zum unteren Merkzeichen mit Gas gefüllt ist. Nun wird der Hahn h geschlossen, das im Manometerrohre abgesperrte Gas nimmt nun den Raum V_0 unter dem Druck P_0 ein.

Jetzt lässt man die Druckpumpe spielen bis das Quecksilber im Manometerrohre die zweite Marke erreicht hat; das Volumen des abgesperrten Gases ist dadurch auf V_1 (die Hälfte von V_0) vermindert, der Druck, unter welchem es steht, aber auf P_1 erhöht worden. — Die Versuche werden nun ganz in der gleichen Weise für einen anfänglichen Druck P_0 wiederholt, welcher nach und nach von 739^mm^ bis 9336^mm^ gesteigert wurde; es wurde also bei niederem und hohem Druck mit gleich grossem Gasvolumen operirt.

Die Endresultate der Regnault'schen Untersuchung sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Sie giebt den Druck (in Metern ausgedrückt) an, welcher nöthig ist, ein anfänglich unter 1 Meter Quecksilberdruck stehendes Gas auf $^1/_5$, $^1/_{10}$, $^1/_{15}$ und $^1/_{20}$ seines ursprünglichen Volumens zu comprimiren.

Volumen.	Druck.		
	Luft.	Kohlensäure.	Wasserstoffgas.
	Meter.	Meter.	Meter.
1	1,0000	1,0000	1,0000
$^1/_5$	4,9794	4,8288	5,0116
$^1/_{10}$	9,9162	9,2262	10,0560
$^1/_{15}$	14,8248	13,1869	15,1395
$^1/_{20}$	19,7198	16,7054	20,2687

Das Mariotte'sche Gesetz gilt also für kein Gas mit voller Strenge. Das Wasserstoffgas weicht von demselben in entgegengesetzter Richtung ab als die übrigen Gase.

86 **Die Luftpumpe.** Zu den unentbehrlichsten und wichtigsten Instrumenten des Physikers gehört die Luftpumpe, welche seit ihrer Erfindung (1650) durch Otto von Guericke mancherlei Veränderungen und Verbesserungen erfahren hat. Wir wollen sie zunächst in einer möglichst einfachen Gestalt kennen lernen.

Fig. 251 stellt eine sogenannte Handluftpumpe dar, wie sie gewöhnlich in chemischen Laboratorien gebraucht wird. CC ist der Stie-

Digitized by Google

fel, d. h. ein hohler Messingcylinder, in welchem ein luftdicht schliessender Kolben *A* auf und ab bewegt werden kann.

Von dem Boden des Cylinders führt ein verticaler Canal herab bis zu dem horizontalen Rohre *s*, welches durch ein Glasrohr *t* mit Hülfe von

Fig. 251.

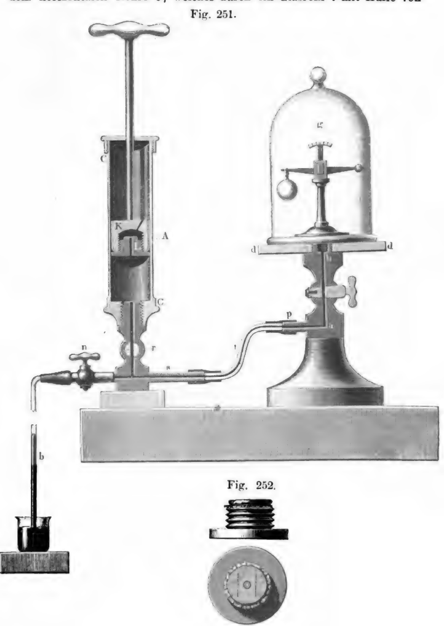


Fig. 252.

Digitized by Google

Kautschukröhrchen mit dem Recipienten *g*, d. h. mit dem Raume in Verbindung gesetzt werden kann, aus welchem man die Luft entfernen will. Die Glasröhre *t* verbindet nämlich die Messingröhren *s* und *p*, von welchen letztere zu dem verticalen Canale *a b* führt, der oben in der Mitte des eben abgeschliffenen Tellers *d d* mündet. Auf diesen Teller wird dann die Glasglocke *g* aufgesetzt, deren unterer Rand ebenfalls eben abgeschliffen ist, und der des besseren Schlusses wegen mit Talg oder Schweinefett bestrichen wird.

Der Kolben *A* besteht aus verschiedenen Stücken, nämlich erstens einem zum Theil hohlen Messingstücke *K*, welches von einer Lederkappe umgeben ist, die fest an die Wände des Cylinders andrückt, und namentlich beim Aufziehen des Kolbens noch durch den von oben her wirkenden Luftdruck an dieselben gepresst wird, und zweitens aus einem von unten her in *K* eingeschraubten Metallstücke *L*, welches in der Mitte durchbohrt ist und die Bodenplatte des Kolbens bildet.

Dieses Metallstück *L* ist nun oben mit einem Ventil versehen, welches dadurch gebildet wird, dass man ein Stück Schweinsblase so über dasselbe bindet, dass es die Oeffnung des verticalen Canals verschliesst, und dann seitlich von dieser Oeffnung zwei Einschnitte anbringt, wie Fig. 252 (a. vor. S.) zeigt, welche das fragliche Stück im Grund- und Aufriss darstellt.

Dieses Ventil wird fest auf die Oeffnung aufgepresst, wenn der Luftdruck von oben her, es wird geöffnet, wenn er von unten her stärker ist.

Wird der eben am unteren Ende des Stiefels *C* aufsitzende Kolben *A* in die Höhe gezogen, so entsteht unter dem Kolben ein luftverdünnter Raum, und in Folge davon tritt ein Theil der in *g* befindlichen Luft in den Cylinder über. Wird dann, wenn der Kolben am oberen Ende des Cylinders *C* angekommen ist, der Hahn *r* geschlossen und so die Communication zwischen dem Stiefel *C* und dem Recipienten *g* unterbrochen, so kann beim Niederdrücken des Kolbens *A* die herübergesaugte Luft nicht wieder in den Recipienten zurückkehren, die Luft unter dem Kolben wird, da ihr kein Ausweg bleibt, allmälig so verdichtet, dass sie einen stärkeren Druck ausübt als die äussere Luft, sie wird also das Kolbenventil heben und durch dasselbe entweichen.

Sobald der Kolben auf dem Boden des Stiefels angekommen ist, wird der Hahn *r* wieder geöffnet und dann durch Wiederholung derselben Operation von Neuem eine Portion Luft aus dem Recipienten *g* fortgeschafft.

Da das beständige Oeffnen und Schliessen des Hahns *r* lästig ist, so hat man die centrale Oeffnung im Boden des Cylinders mit einem ähnlichen Ventil versehen, wie das ist, welches sich im Kolben befindet. Dieses untere Ventil öffnet sich beim Aufziehen und schliesst sich beim Niederdrücken des Kolbens.

In unserer Figur sehen wir unter der Glocke der Luftpumpe einen Apparat stehen, welcher erst später, und zwar in demjenigen Paragraphen besprochen werden wird, welcher vom Luftballon handelt.

Digitized by Google

Den Grad der Luftverdünnung, welchen man durch Auspumpen hervorgebracht hat, kann man durch eine sogenannte Barometerprobe messen. Für die kleinen Handluftpumpen ist die Barometerprobe so eingerichtet, wie Fig. 251 zeigt. Eine etwa 30 Zoll lange Glasröhre *b* taucht mit ihrem unteren Ende in ein Gefäss voll Quecksilber; oben ist sie umgebogen und mittelst eines Kautschukröhrchens an die Pumpe befestigt. Wenn der Hahn *n* geöffnet ist, so steigt das Quecksilber in die Röhre *b*, und zwar um so höher, je weiter die Verdünnung getrieben wird. Wenn es möglich wäre, einen ganz luftleeren Raum durch die Luftpumpe zu erzeugen, so würde die Höhe der im Rohre *b* gehobenen Quecksilbersäule der Barometerhöhe gleich sein.

Man begreift leicht, dass mit einem derartigen Instrumente niemals ein absolut luftleerer Raum hervorgebracht werden kann, wie vollkommen es auch construirt sein mag; denn wie lange man auch fortpumpen mag, so wird durch jeden neuen Kolbenzug die im Recipienten befindliche Luft doch nur von Neuem verdünnt und nie vollständig entfernt. Aber auch durch noch so lange fortgesetztes Pumpen kann man die Verdünnung der Luft im Recipienten nicht über eine gewisse Gränze bringen, welche im nächsten Paragraphen näher bezeichnet werden soll.

Grössere Luftpumpen hat man in sehr verschiedenen Formen construirt, welche der Hauptsache nach in zwei Hauptclassen zerfallen, nämlich in Ventilluftpumpen und Hahnenluftpumpen. Bei den ersteren wird die Unterbrechung und Wiederherstellung der Communication des Stiefels mit dem Recipienten durch ein Ventil bewerkstelligt, bei den letzteren geschieht dieses durch einen Hahn.

Bei grösseren Luftpumpen, seien es nun Hahnen- oder Ventilluftpumpen, sind gewöhnlich zwei Stiefel angebracht, um schneller evacuiren zu können.

Die zweistiefelige Ventilluftpumpe. Fig. 253 (a. f. S.) stellt 87
eine zweistiefelige Ventilluftpumpe von der Seite gesehen, Fig. 254 stellt die vordere Ansicht desselben Instruments dar. Die innere Einrichtung einer solchen Luftpumpe erkennt man aus dem Grundriss, Fig. 255, a. S. 201, und dem Durchschnitte, Fig. 256, a. S. 201, für welchen zu bemerken ist, dass die Durchschnittsebene für den vorderen Theil des Instrumentes durch die Mitte des Stiefels *D*, für den hinteren Theil durch die Mitte des ganzen Instrumentes geht.

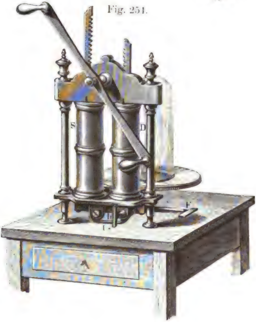
Im Kolben *B*, dessen Einrichtung aus Fig. 257, a. S. 201, deutlicher ersehen werden kann, ist ein Ventil angebracht, welches sich durch einen Druck von unten öffnet, durch einen Druck von oben aber geschlossen wird.

Die Stange *ca*, Fig. 256, bildet das Bodenventil. Wenn der Kolben gehoben wird, so wird die ganze Stange gehoben, bald aber stösst der Absatz *c* an die obere Platte des Cylinders, und der Kolben bewegt sich nun mit einiger Reibung längs der ganzen Stange hin. Sobald der Kol-

Digitized by Google

Fig. 253

Fig. 254.



Digitized by Google

ben niedergeht, wird der abgestumpfte Kegel a in die unter ihm befindliche konische Oeffnung gedrückt, so dass die obere Fläche dieses Kegels mit dem Boden des Cylinders in eine Ebene zusammenfällt und der Kolben sich also vollkommen auf diesen Boden aufsetzen kann.

Dieselbe Einrichtung hat auch der Kolben im anderen Stiefel S.

Die in dem Kolben der eben beschriebenen Luftpumpe angebrach-

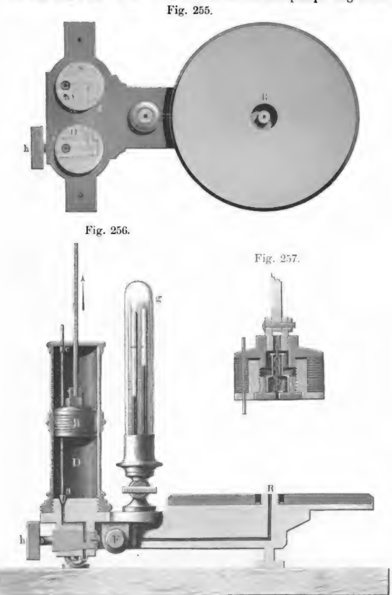


Fig. 255.

Fig. 256.

Fig. 257.

Digitized by Google

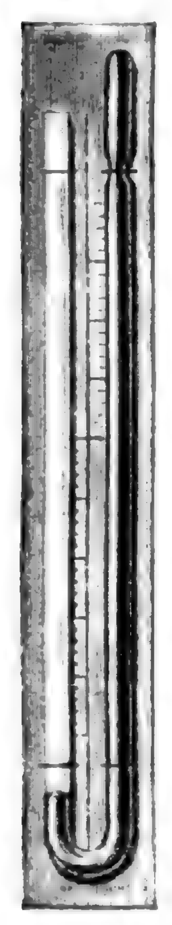
ten Ventile sind allerdings schwer zugänglich, so dass ein Reinigen desselben immer ein theilweises Auseinandernehmen der Luftpumpe erfordert. Ekling in Wien hat diesem Uebelstande auf folgende Weise abzuhelfen gesucht: er lässt den Kolben massiv und bringt dagegen ein Ventil ausserhalb des Stiefels an, zu welchem dann ein Canal von der Bodenplatte aus führt. Dieses Ventil öffnet sich, wenn beim Niedergange des Kolbens die im unteren Theile des Cylinders befindliche Luft comprimirt wird, und nun durch den besprochenen Canal hindurch gegen die untere Fläche des Ventils drückt, um endlich durch dasselbe zu entweichen. Beim Aufziehen des Kolbens schliesst sich dies Ventil natürlich wieder.

Die Mitte des Tellers *R*, Fig. 255 und 256, welcher zum Aufsetzen von Glasglocken dient, wird durch eine Schraube gebildet, auf welche man Ballons u. s. w. aufschrauben kann. Von hier führt ein Canal bis *d*, wo er sich in zwei Arme theilt, von welchen der eine zum Boden des Cylinders *D*, der andere zum Boden des Cylinders *S* führt.

Derjenige Cylinder, in welchem der Kolben gerade aufsteigt, saugt Luft aus dem Recipienten, während in dem anderen Stiefel, in welchem der Kolben gleichzeitig niedergeht, die vorher aus dem Recipienten gesaugte Luft durch das Kolbenventil entweicht.

Bei diesen Luftpumpen ist die Barometerprobe in der Regel von etwas anderer Einrichtung als die vorher erwähnte. Gewöhnlich ist sie ein abgekürztes Barometer, welches in eine lange, enge Glasglocke *g*, Fig. 253 und 256, eingeschlossen ist, die mit dem Canal der Maschine in Verbindung steht. Diese Verbindung kann mittelst eines Hahnes willkürlich unterbrochen und wieder hergestellt werden. Fig. 258 stellt eine isolirte Barometerprobe von 7 Zoll Länge dar. Das Quecksilber füllt den zugeschmolzenen Schenkel ganz aus und beginnt erst zu sinken, wenn der auf den offenen Schenkel wirkende Luftdruck bis auf $^1/_4$ Atmosphärendruck reducirt ist. Ist dieser Grad von Verdünnung erreicht, so giebt die Barometerprobe stets den Druck der Luft im Recipienten an, welcher der Differenz im Stande der beiden Quecksilberkuppen gleich ist. Sobald man wieder Luft zulässt, treibt der Druck derselben das Quecksilber mit Gewalt in die verschlossene Röhre zurück; man muss deshalb das Einströmen mässigen, damit der Gipfel der Glasröhre nicht durchgeschlagen wird.

Fig. 258.



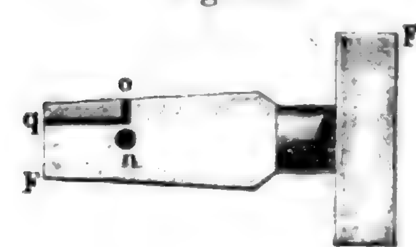
Die Kolbenstangen der beiden Cylinder sind gezahnt und greifen in dasselbe Getriebe ein; wenn die eine steigt, geht die andere nieder, und diese alternirende Bewegung wird durch die Drehung einer Kurbel in alternirender Richtung hervorgebracht.

Der doppelt durchbohrte Senguerd'sche Hahn *F*, welcher Fig. 259 für sich allein dargestellt ist, dient dazu, um den Recipienten nach Belieben mit den Stiefeln oder mit der

Digitized by Google

äusseren Luft in Verbindung zu setzen, oder endlich ihn ganz abzusperren. Während die Luftpumpe arbeitet, wird die Verbindung des Recipienten mit den Stiefeln durch den in Fig. 259 zum Punkt verkürzten Canal *n* des Hahnes hergestellt. Dreht man den Hahn aus dieser Stellung durch eine Viertelumdrehung so, dass die Oeffnung *o* gerade auf den nach dem Recipienten führenden Canal stösst, so ist der Recipient mit der äusseren Luft in Verbindung; wenn aber *o* gegen die Stiefel gekehrt wird, so ist der Recipient vollständig abgesperrt.

Fig. 259.



Wie vollkommen man auch alle Theile der Luftpumpe ausarbeiten mag, so ist es doch nicht möglich, den Kolben so zu machen, dass, wenn er auf dem Boden des Stiefels sitzt, sich nun gar kein Raum mehr zwischen dem Kolben und dem Stiefelboden befände. Ja, selbst wenn der Kolben absolut genau auf den Boden passte, so ist noch ein namhafter Raum unmittelbar unter der unteren Fläche des Kolbenventils. Wenn nun beim Niedergange des Kolbens das Kolbenventil sich hebt, um die zusammengepresste Luft entweichen zu lassen, so bleibt immer noch in dem erwähnten schädlichen Raume etwas Luft von der Dichtigkeit der Atmosphäre zurück. Denken wir uns nun für einen Augenblick während des Aufsteigens des Kolbens den Recipienten abgeschlossen, so wird sich die Luft des schädlichen Raumes in dem ganzen Stiefelraume verbreiten, und ihre Dichtigkeit wird sich nun zur Dichtigkeit der atmosphärischen Luft gerade so verhalten, wie das Volumen des schädlichen Raumes zum Volumen des ganzen Stiefels. Wenn nun die im Recipienten zurückgebliebene Luft auch schon bis zu diesem Grade verdünnt ist, so ist klar, dass durchaus keine Luft mehr aus dem Recipienten in den Stiefel übergehen kann, wenn auch eine Verbindung zwischen beiden besteht, und somit ist denn die Gränze der Luftverdünnung mittelst einer gewöhnlichen Luftpumpe gegeben. Hat man einmal diesen Punkt erreicht, so ist alles fernere Pumpen nutzlos, die Barometerprobe bleibt stationär.

Staudinger in Giessen und Stöhrer in Leipzig haben bei ihren Handluftpumpen dadurch einen weit über die Wirkung gewöhnlicher Instrumente gehenden Effect erzielt, dass sie den Cylinder oben luftdicht schliessen, die Kolbenstange durch eine Stopfbüchse gehen lassen und auf der oberen Endplatte des Stiefels ein Ventil anbringen, welches beim Aufziehen des Kolbens die Luft aus dem oberen Theile des Cylinders entweichen, beim Niedergehen des Kolbens aber keine Luft in den Cylinder eintreten lässt. Bei dieser Einrichtung befindet sich, wenn der Kolben unten ankommt, nur verdünnte Luft über dem Kolbenventil, der schädliche Raum kann sich also auch nur mit verdünnter Luft füllen.

Bei den zweistiefeligen Ventilluftpumpen, wie sie oben beschrieben sind, wird derselbe Vortheil durch den Babinet'schen Hahn erreicht.

Das Wesentliche dieser Einrichtung besteht darin, dass, wenn ein ge-

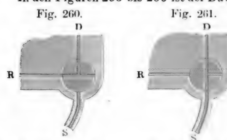
Digitized by Google

wisser Grad von Verdünnung erreicht ist, die Verbindung des Stiefels *D* mit dem Recipienten abgesperrt, dagegen eine Verbindung des Stiefels *S* mit dem Stiefel *D* hergestellt wird. Nun kann nur noch der Stiefel *S* Luft aus dem Recipienten saugen; wenn aber der Kolben in *S* niedergeht und der in *D* steigt, so wird die unter dem Kolben in *S* befindliche Luft nicht verdichtet, sondern sie wird ohne Verdichtung in den Cylinder *D* hinübergeschafft, so dass, wenn der Kolben in *S* auf dem Boden ankommt, sich im schädlichen Raume keine Luft von atmosphärischer Dichtigkeit, sondern nur eine sehr verdünnte Luft befindet.

Wenn nun der Kolben in *S* zu steigen, der in *D* niederzugehen beginnt, so wird die Communication zwischen den beiden Cylindern durch das Bodenventil in *D* unterbrochen und die in *D* unter dem Kolben befindliche Luft durch denselben entfernt.

In den Figuren 253 bis 256 ist der Babinet'sche Hahn mit *h* bezeichnet; seine Einrichtung ist aus Fig. 260 und 261 näher zu ersehen. Auf den Umfang des Hahnes führen drei Canäle; einer nach oben führt zum Cylinder *D*; einer nach unten führt durch ein Rohr *t*, welches in der vorderen Ansicht der Luftpumpe, Fig. 254, deutlich zu sehen ist, zum Boden des Stiefels *S*, wo es mit einer Oeffnung *v*, Fig. 255, mündet; der dritte vom Hahn nach links gehende Canal endlich führt zum Recipienten. So lange der Hahn die Stellung Fig. 260 behält, welcher auch Fig. 254 und 256 entspricht, sind beide Cylinder mit dem Recipienten in Verbindung und jeder Cylinder saugt aus dem Recipienten, wenn sein Kolben aufsteigt. Ist man auf diese Weise so weit gekommen, dass ein ferneres Pumpen die Barometerprobe nicht weiter fallen macht, so wird der Hahn *h* um eine Viertelumdrehung gedreht, so dass er in die Stellung Fig. 261 kommt. Jetzt ist, wie man sieht, die Verbindung zwischen *D* und *S*, d. h. die Verbindung zwischen beiden Stiefeln, hergestellt, aber die Verbindung zwischen dem Stiefel *D* und dem Recipienten *R* unterbrochen. Nun wird bei weiterem Pumpen die Barometerprobe von Neuem sinken, bis eine neue weitere Gränze der Verdünnung erreicht ist. Mit Hülfe des Babinet'schen Hahnes lässt sich die Verdünnung so weit treiben, dass die Barometerprobe nur noch einen Luftdruck von 1 Millimeter anzeigt.

Fig. 260. Fig. 261.

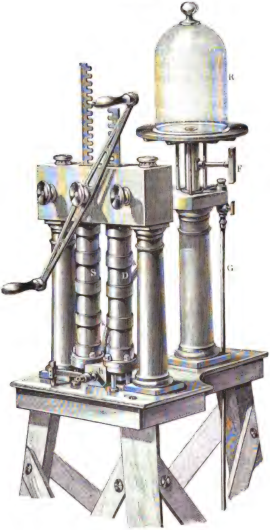


88 **Zweistiefelige Hahnenluftpumpe.** Während die im vorigen Paragraphen beschriebenen zweistiefeligen Ventilluftpumpen vorzugsweise in Paris verfertigt werden, construiren die Berliner Mechaniker Hahnenluftpumpen von der Fig. 262 dargestellten Form, welche wohl auch ohne detaillirte Beschreibung verständlich sein wird, und zwar um so mehr, da

Digitized by Google

alle Theile mit denselben Buchstaben bezeichnet sind, wie die entsprechenden Theile der zweistiefeligen Ventilluftpumpe. Von dem Recipienten führt ein Rohr *k*, welches in unserer Figur nur stellenweise sichtbar ist, zu einem Hahn *h*, welcher sich in der Bodenplatte zwischen den beiden

Fig. 262.



Digitized by Google

Cylindern befindet; je nachdem dieser Hahn gestellt ist, wird durch ihn die Verbindung entweder des einen oder des anderen Stiefels mit dem Recipienten vermittelt, wie dies Fig. 263 und 264 erläutern.

Wenn der Hahn die Stellung Fig. 263 einnimmt, so ist durch ihn der Stiefel rechts (*D*) mit dem Recipienten in Verbindung, von dem Stiefel links (*S*) führt aber ein Canal in die äussere Luft, dies ist also die Stellung des Hahns, wenn der, bei dieser Luftpumpe nicht mit einem Ventil versehene Kolben im Stiefel *D* gerade in die Höhe, der in *S* aber niedergeht.

Ist der Kolben in *D* oben, der in *S* unten angekommen, so wird der Hahn *h* durch eine halbe Umdrehung in die Stellung Fig. 264 gebracht, so dass jetzt *S* mit dem Recipienten und *D* mit der äusseren Luft communicirt.

Bei jedem Umsetzen der Kolbenbewegung muss natürlich der Hahn *h* um eine halbe Umdrehung gedreht werden, was bei vielen derartigen Instrumenten durch eine besondere Vorrichtung bewerkstelligt wird, deren Besprechung nicht hierher gehört.

Grassmann hat bereits im Jahre 1819 diesem Hahn eine Einrichtung gegeben, mittelst deren er tauglich wird, bei der zweistiefeligen Hahnenluftpumpe dasselbe Princip in Anwendung zu bringen, welches dem **Babinet**'schen Hahn bei den zweistiefeligen Ventilluftpumpen zu Grunde liegt. Der Hahn ist nämlich mit einer weiteren Durchbohrung *n* versehen, welche rechtwinklig zu der Ebene der bisher betrachteten Canäle steht. Wird nun der Hahn aus der Stellung Fig. 263 durch eine Viertelumdrehung in die Stellung Fig. 265 gebracht, so sind nun beide Cylinder mit einander verbunden, und beide sowohl vom Recipienten als auch von der äusseren Luft abgesperrt.

Nachdem nun durch die oben beschriebenen Manipulationen, bei welchen der Hahn abwechselnd aus der Stellung Fig. 263 in die Stellung

Fig. 263.

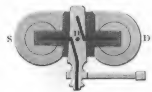


Fig. 264.

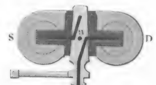


Fig. 265.

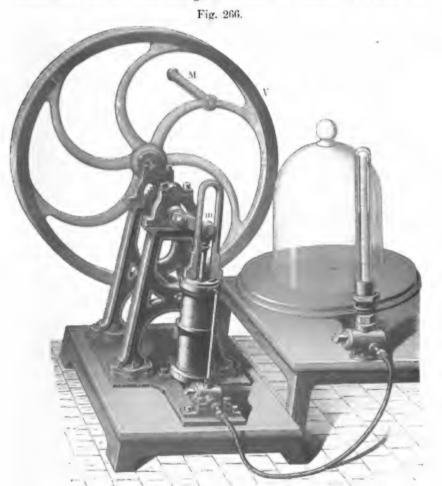
Fig. 264 gebracht wird, die so mögliche Gränze der Verdünnung erreicht ist, wird von nun an, wenn der Cylinder *S* Luft aus dem Recipienten gesaugt hat, der Hahn aus der Stellung Fig. 264 in die Stellung Fig. 265 gebracht, und also beim Niedergange des Kolbens in *S* die unter demselben befindliche Luft in den

Digitized by Google

Cylinder D geschafft, so dass, wenn nun der Kolben in S unten ankommt, sich nur bedeutend verdünnte Luft im schädlichen Raume befindet. Ehe nun das Aufziehen des Kolbens in S wieder beginnt, wird der Hahn wieder in die Stellung Fig. 264 gebracht u. s. w.

Einstiefelig doppelt wirkende Luftpumpen. Gleichen Effect wie die zweistiefeligen geben auch die einstiefeligen doppelt wirkenden Luftpumpen, d. h. solche, bei welchen während der Kolben in die Höhe geht, die Luft aus dem Recipienten in den unteren, während er hinabgeht aber in den oberen Theil des Stiefels gesaugt wird. An solchen doppelt wirkenden Luftpumpen, welche übrigens weit weniger verbreitet sind als die zweistiefeligen, hat man in neuerer Zeit noch die 89

Fig. 266.

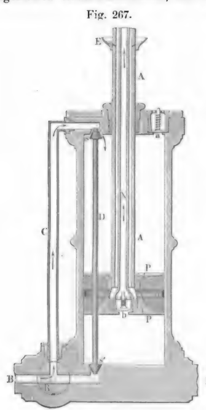


Digitized by Google

Verbesserung angebracht, dass die auf- und abgehende Bewegung des Kolbens durch eine Kurbel vermittelt wird, deren mit einem Schwungrad versehene Axe stets in gleicher Richtung gedreht wird. Ausgezeichnete Instrumente dieser Art werden von Staudinger in Giessen verfertigt.

Sehr einfach und zweckmässig ist die Construction der doppelt wirkenden Luftpumpe von Bianchi, Fig. 266 (a. vor. S.), deren Spiel durch die Durchschnittsfigur 267 erläutert wird. Durch einen vor *B* angesetzten Kautschukschlauch, der über eine Drahtspirale gezogen ist, wird der zu evacuirende Recipient mit dem Stiefel verbunden. Beim Niedergange des Kolbens strömt die vom Recipienten kommende Luft durch das Rohr *C* bei *s* in den oberen Theil des Cylinders ein, während die im unteren Theile des Cylinders comprimirte Luft durch das Ventil *b* und die Höhlung *X* der Kolbenstange entweicht.

Fig. 267.



Beim Aufgange des Kolbens strömt die vom Recipienten kommende Luft bei *s'* in den unteren Theil des Cylinders ein, während die in dem oberen Theile desselben befindliche Luft durch das Ventil *a* entweicht.

Die auf- und niedergehende Bewegung des Kolbens wird bei der Bianchi'schen Luftpumpe dadurch bewerkstelligt, dass das obere Ende der Kolbenstange mit dem Kurbelarme *m*, Fig 266, verbunden ist.

Durch Umdrehung des Kurbelarmes *m* wird aber die Kolbenstange nicht allein aufgezogen und dann wieder hinuntergeschoben, sondern ihr oberes Ende wird auch bald nach rechts bald nach links bewegt. Damit aber die Kolbenstange nach dieser letzteren Bewegung folgen könne, ist der Cylinder um eine mit der Bodenplatte zusammenhängende horizontale Axe *B N* drehbar, in deren vorderem Theile bei *B* sich der Canal befindet, durch welchen die vom Recipienten kommende Luft in den Stiefel eintritt, und welche in zwei Zapfenlagern ruht, von welchen in Fig. 266 nur das vordere sichtbar ist. Wenn also die Kurbel

Digitized by Google

umgedreht wird, so muss der Cylinder um diese Axe ganz so oscilliren, wie es bei oscillirenden Dampfmaschinen der Fall ist.

Da die Maschine durch ein gleichförmiges Umdrehen des Schwungrades V in Gang gesetzt wird, so bedarf sie nur einer sehr geringen Kraftanstrengung und da der gusseiserne Cylinder derselben ziemlich bedeutende Dimensionen hat, so evacuirt sie sehr rasch.

Bei R ist ein dem Babinet'schen (S. 204) entsprechender Hahn angebracht, auf dessen nähere Beschreibung wir hier nicht eingehen können.

Um die Nachtheile zu vermeiden, welche die Einfettung des Kolbens mit sich bringt, hat Deleuil in Paris eine einstiefelige doppelt wirkende Luftpumpe mit freiem Kolben, d. h. mit einem Kolben construirt, der nicht fest an die Cylinderwände anschliesst. Der Stiefel ist von Glas, der Kolben von Metall. Der Durchmesser des Kolbens (6 Centimeter) ist $\frac{1}{20}$ Millimeter kleiner als der des Stiefels. Die Länge des Kolbens, auf dessen Umfang ein Centimeter von einander abstehend parallel mit der Basis kleine Rinnen eingedreht sind, ist ungefähr doppelt so gross als der Durchmesser.

Die Wirksamkeit dieser Pumpe erklärt sich einerseits durch den Umstand, dass sich Luft in capillaren Räumen nur schwer bewegt, andererseits aber dadurch, dass in doppelt wirkenden Luftpumpen die Druckdifferenz zu beiden Seiten des Kolbens stets unbedeutend ist.

Die Vortheile, welche die Deleuil'sche Pumpe bietet, beruhen vorzugsweise darin, dass keine Kolbenreibung stattfindet und dass alle Verunreinigung der Ventile durch Fett wegfällt. Deleuil brachte mit diesem Instrument unter Anwendung eines Babinet'schen Hahns in einem Recipienten von 1 Liter Inhalt eine Luftverdünnung bis zu 4 Millimeter Quecksilberdruck hervor.

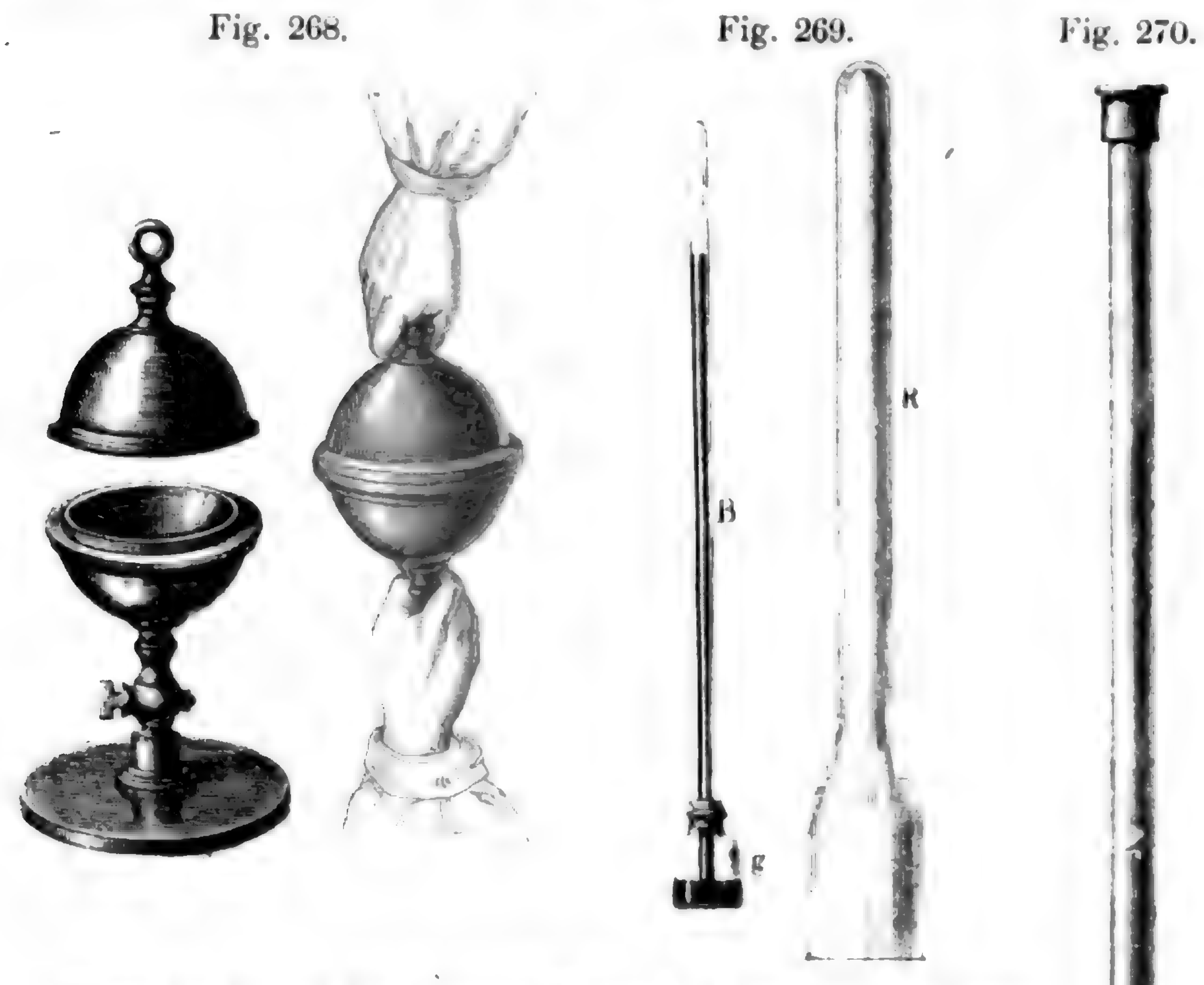
Hochgesang in Ohrdruf bei Gotha hat eine zweistiefelige doppeltwirkende Luftpumpe construirt, welche natürlich sehr rasch evacuirt.

Die wichtigsten Luftpumpenversuche. Otto von Guericke machte mit seiner Maschine den merkwürdigen Versuch mit den Magdeburger Halbkugeln, welcher darin bestand, eine Hohlkugel von Metall, deren Hälften, Fig. 268 (a. f. S.), nur einfach auf einander gesetzt waren, luftleer zu machen. Ehe die Luft ausgepumpt ist, sind die beiden Hälften leicht zu trennen, wenn aber im Inneren keine Luft mehr vorhanden ist, um dem äusseren Luftdrucke das Gleichgewicht zu halten, so halten sie ausserordentlich stark zusammen. Mag z. B. der Radius der Kugel nur 1 Decimeter sein, so beträgt der Querschnitt der Kugel 314 Quadratcentimeter, und demnach ist der äussere Druck, welcher die Hälften zusammenpresst, mehr als 314^k. Um den Contact vollständiger zu machen, beschmiert man die Ränder der Halbkugeln, welche auf einander gesetzt werden, mit Fett, wie eine auf den Teller der Luftpumpe zu setzende Glocke; ein Hahn, welcher während des Auspumpens geöffnet ist, 90

Digitized by Google

wird, bevor man die zusammengedrückten Halbkugeln von der Luftpumpe abschraubt, geschlossen, um den Wiedereintritt der Luft zu verhindern.

Fig. 268. Fig. 269. Fig. 270.



Dass der Druck der Atmosphäre es ist, welcher das Quecksilber ins Barometerrohr hinaufdrückt, lässt sich sehr schön mittelst der Luftpumpe zeigen. Ein Barometer *B*, Fig. 269, welches aus einer Toricelli'schen Röhre besteht, die in dem als Gefäss dienenden Gläschen *g* mittelst eines Korkes eingesteckt ist, der, um den Zutritt der Luft zu gestatten, mit einer Rinne versehen sein muss, wird unter dem langen und engen Recipienten *R* auf den Teller der Luftpumpe gebracht. Wird nun evacuirt, so wird der Druck vermindert, welcher auf dem Quecksilberspiegel im Gefäss *g* lastet, das Quecksilber in der Röhre sinkt; es steigt wieder, sobald die Luft wieder zugelassen wird.

Unter den vielen Luftpumpenversuchen wollen wir nur noch einige andeuten. Man zeigt z. B. mit Hülfe der Luftpumpe, dass brennende Körper im luftleeren Raume verlöschen; dass der Rauch wie ein schwerer Körper zu Boden fällt; dass Luft im Wasser absorbirt enthalten ist; dass sich eine Luftschicht zwischen den Flüssigkeiten und den Wänden der Gefässe befindet, in welchen sie enthalten sind, denn diese Luftschicht zeigt sich durch eine Menge kleiner Bläschen, welche in dem Verhältniss wachsen, als der Luftdruck

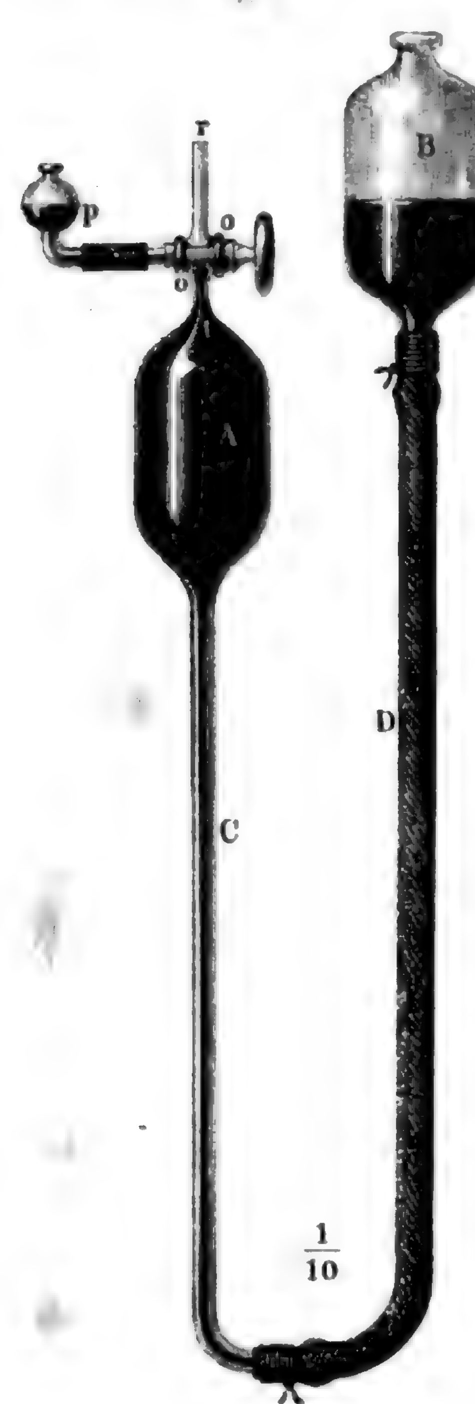
Digitized by Google

abnimmt. Mit Hülfe der Luftpumpe kann man laues Wasser zum Kochen bringen u. s. w.

Von einigen Versuchen mit der Luftpumpe war schon früher die Rede, von anderen wird noch später die Rede sein; es bleibt hier nur noch der Fallversuch im leeren Raume zu betrachten übrig, welcher schon oben erwähnt wurde.

Am bequemsten lässt sich der Fallversuch im leeren Raume mit der Fallröhre, Fig. 270, anstellen. Eine Glasröhre von ungefähr 1 Zoll Durchmesser und 6 Fuss Länge ist oben und unten mit einer Messingfassung luftdicht zugekittet; die untere enthält einen Hahn und kann auf die Luftpumpe aufgeschraubt werden. In der Röhre befindet sich ein etwas grosses Schrotkorn und eine Papierscheibe von ungefähr 4 Linien Durchmesser. Wenn nun die Röhre, nachdem sie luftleer gemacht worden ist, vertical gehalten und dann rasch umgekehrt wird, so fällt das Bleikügelchen und das Papierstück gleich schnell, was bei der lufterfüllten Röhre nicht der Fall ist. Man hat hier einen ziemlich langen Fallraum und kann den Versuch beliebig oft wiederholen, weil nur ein abermaliges Umkehren der Röhre nöthig ist, um ein abermaliges Fallen zu bewirken.

Fig. 271.



Quecksilber - Luftpumpen. 91

Schon frühe hat man versucht, das Toricelli'sche Vacuum zum Auspumpen der Luft zu benutzen, aber erst Geissler ist es gelungen, Quecksilberluftpumpen in solchem Grade von Vollkommenheit herzustellen, dass sie ein werthvolles Stück physikalischer Cabinette bilden.

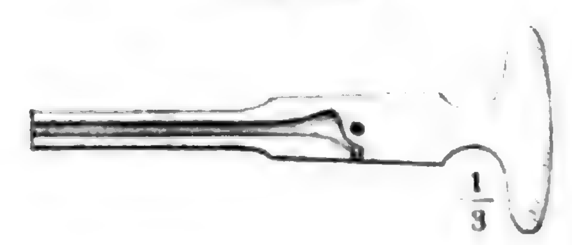
Fig. 271 stellt eine Geissler'sche Pumpe dar. Das Glasrohr C, dessen Länge ungefähr der Höhe der Quecksilbersäule im Barometer gleich ist, endet oben mit einem Glasgefäss A, während sein unteres Ende durch einen sehr starken Gummischlauch mit dem oben offenen Glasgefäss B in Verbindung steht.

An das Gefäss A ist oben ein Glasrohr tr angesetzt, in dessen Erweiterung bei o ein nach dem Princip des Senguerd'schen durchbohrter

Digitized by Google

Glashahn eingeschliffen ist. Des besseren Verständnisses wegen ist dieser Hahn in Fig. 272 für sich allein im Durchschnitt dargestellt. Je nach der Stellung des Hahnes ist durch ihn die Verbindung zwischen *t* und *r* oder zwischen *t* und der Glaskugel *p* hergestellt, welche mittelst eines kurzen Kautschukröhrchens an die verlängerte Axe des Hahnes angesteckt ist.

Fig. 272.



Bei *r* wird mittelst luftdichten Verschlusses eine Glasröhre angesteckt, welche zunächst zu einer Barometerprobe und zu einem Trockenraume führt, welcher englische Schwefelsäure enthält und welcher dann mit dem kleinen Recipienten in Verbindung steht, um dessen Evacuirung es sich handelt.

Das Spiel des Apparates ist nun folgendes: Wenn der Hahn bei *o* so gestellt ist, dass Verbindung zwischen *A* und *p* besteht, wird das mit Quecksilber gefüllte Gefäss *B* langsam gehoben, so dass sich zuerst *A* und dann auch *p* ungefähr so weit füllt, wie es die Figur zeigt. Alsdann wird der Hahn um 45^0 gedreht (an welcher Drehung auch die Kugel *p* Theil nimmt) und dadurch alle Verbindung von *A* nach oben abgesperrt. Wird nun *B* allmälig gesenkt, so sinkt auch das Quecksilber in *A* und es entsteht hier eine Toricelli'sche Leere, mit welcher man den Recipienten durch eine abermalige Drehung des Hahnes um 45^0 (durch welche nun die Kugel *p* in eine solche Lage gebracht wird, dass ihr Mittelpunkt in gleicher Höhe mit der Axe des Hahns sich befindet) in Verbindung setzt.

Ist dann ein Theil der Luft aus dem Recipienten nach *A* übergegangen, so wird der Hahn zunächst wieder um 45^0 zurückgedreht und durch Hebung von *B* die Luft in *A* comprimirt, welche dann nach abermaliger Rückdrehung des Hahns um 45^0 (also nachdem er wieder in seine Anfangsstellung gebracht worden ist) durch das Quecksilber in *p* ausgetrieben wird, worauf dann dieselbe Reihe von Operationen wiederholt wird.

Da nun die Darstellung eines solchen Hahnes sehr schwierig ist und wohl nur Wenige solche Geschicklichkeit in der Behandlung des Glases haben wie Geissler, so haben verschiedene Physiker den Glashahn durch einen Stahlhahn zu ersetzen gesucht, wie dies bei der Quecksilberluftpumpe von Morren und bei der von Jolly der Fall ist. Das Jolly'sche Instrument ist auf einem sehr soliden Stativ befestigt, das Heben und Senken des Gefässes aber, welches dem Gefäss *B* der Fig. 271 entspricht, wird durch eine Winde vermittelt. v. Babo hat den Hahn der Geissler'schen Pumpe durch Ventile ersetzt. Fig. 273 zeigt, wie das Gefäss *A* etwa nach dem Babo'schen Systeme einzurichten wäre. Oben ist es mit einer eisernen Fassung versehen, von welcher die Röhre *c* fast bis auf den Boden des Gefässes hinabgeht. Unten ist sie durch ein Ventil *d*

Digitized by Google

geschlossen, welches sich nach unten öffnet, durch einen Druck von unten aber geschlossen wird. Am oberen Ende von *c* werden die Röhren angesetzt, welche *A* mit dem Recipienten verbinden.

Poggendorff (Annal. CXXV) hat das mühsame und heiklige Heben und Senken des durch seinen Quecksilbergehalt sehr schweren Gefässes *B*, Fig. 271, durch Anwendung einer gewöhnlichen Luftpumpe vermieden. Der Körper des Poggendorff'schen Instrumentes, Fig. 274, besteht aus zwei Theilen, einer Glasflasche *B* und einem eiförmigen Glasgefäss *A* mit

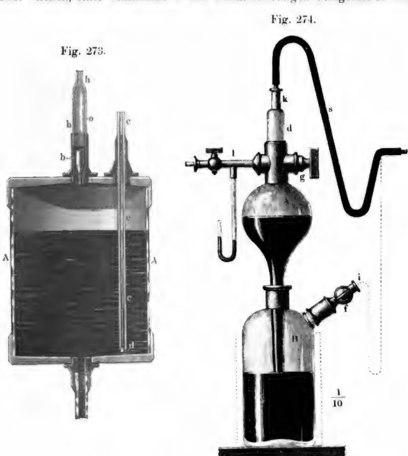


Fig. 273.

Fig. 274.

einem kurzen Hals nach oben und einem langen nach unten, welche in den Hals der Flasche *B* eingeschliffen fast auf den Boden derselben hinabreicht.

Auf dem oberen Hals von *A* ist eine eiserne Fassung aufgekittet, welche durch einen Hahn geschlossen werden kann, dessen Bohrung ähn-

Digitized by Google

lich der des Geissler'schen ist. Je nach seiner Stellung vermittelt er die Verbindung zwischen A und dem Glasfläschchen d, oder zwischen A und der Röhre l, welche jedoch so befestigt ist, dass sie an der Drehung des Hahnes g nicht Theil nimmt. An dem freien Ende der Röhre l werden die zu evacuirenden Räume sammt Zugehör befestigt.

In die obere Fassung der kleinen Flasche d kann ein hohler Metallzapfen luftdicht eingesteckt werden, welcher das eine Ende des zur Luftpumpe führenden Gummischlauches s bildet.

Auf die Tubulatur der Flasche B ist eine durch den Hahn f verschliessbare Fassung aufgekittet, in welche dasselbe Ende des Kautschukrohres s eingesteckt werden kann, welches jetzt in k steckt.

Zunächst wird der Hahn g so gestellt, dass A und d verbunden sind, und der Schlauch s bei k eingesteckt. Wird nun, während der Hahn f geöffnet bleibt, die Luftpumpe in Bewegung gesetzt, so steigt das Quecksilber aus B nach A. Man fährt mit Pumpen fort, bis auch d mit Quecksilber gefüllt ist.

Nun wird durch eine Drehung des Hahnes g um 45° alle Verbindung von A nach oben abgesperrt, der Schlauch s bei i eingesteckt und die Luftpumpe abermals in Thätigkeit gesetzt. Das Quecksilber geht von A nach B herab und in A entsteht ein Toricelli'sches Vacuum, mit welchem der Recipient durch eine abermalige Drehung des Hahnes g um 45° in Verbindung gebracht wird u. s. w.

Der Sicherheit halber ist das Gefäss B in ein weiteres Holzgefäss eingestellt, welches in unserer Figur durch Punktirung angedeutet ist.

Kravogl hat eine Quecksilberpumpe construirt, bei welcher die Hebung und Senkung des Quecksilbers direct durch einen eisernen Stempel bewirkt wird.

Geissler hat seinen Apparat zur Herstellung der nach ihm benannten Röhren construirt, in welchen der elektrische Strom zwischen zwei Metallelektroden durch sehr verdünnte Gase gehend die herrlichen Lichtphänomene zeigt, welche wir im zweiten Bande näher betrachten werden. Er hat aber die Evacuirung solcher Röhren so weit getrieben, dass der elektrische Strom zwischen den Metallelektroden gar nicht mehr übergehen konnte. Wie er mir brieflich mittheilte, hat er dies Resultat selbst in Röhren erzielt, in welchen die Elektroden nur 1 Millimeter von einander abstanden. Der Strom ging aussen um die Röhre herum, wenn die Schlagweite des Inductionsapparates grösser war, als die Länge der Röhre.

92 **Compressionspumpen.** Um die Luft in einem Recipienten zu verdichten, kann man jede Hahnenluftpumpe gebrauchen, nur muss der Hahn entgegengesetzt gestellt werden, wie beim Verdünnen, d. h. derjenige Stiefel, in welchem der Kolben gerade in die Höhe geht, muss mit der äusseren Luft, derjenige, in welchem der Kolben niedergeht, muss mit dem Recipienten in Verbindung stehen.

Digitized by Google

Ballons, in welchen die Luft comprimirt werden soll, werden auf der Schraube in der Mitte des Luftpumpentellers aufgeschraubt; Recipienten aber, welche auf den Teller aufgesetzt werden, müssen in der Fig. 275 dargestellten Weise auf den Teller der Luftpumpe aufgedrückt und auf ihm festgehalten werden.

Fig. 276.

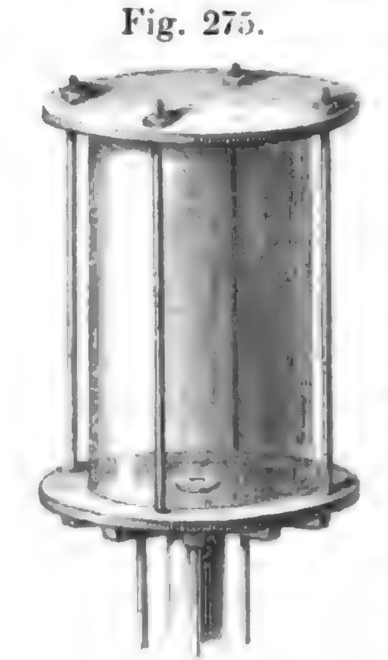


Fig. 275.

Bei Ventilapparaten, welche zum Verdichten der Luft dienen sollen, müssen sich die Ventile nach der entgegengesetzten Seite öffnen, wie bei der Luftpumpe.

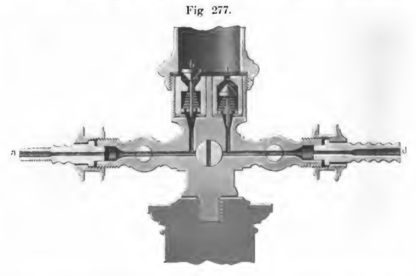
Eine der bekanntesten Formen der Compressionspumpe ist die, welche man zum Laden der Windbüchse anwendet. Der Recipient der Windbüchse ist aus Schmiedeeisen verfertigt; ein Ventil, welches sich nach innen öffnet, lässt die Luft zwar eintreten, hindert aber ihren Austritt. An diesen Recipienten wird ein Rohr angeschraubt, wie man in Fig. 276 sieht, in welchem ein Kolben luftdicht auf- und abgeschoben werden kann. Wenn sich der Kolben am unteren Ende des Laderohrs befindet, so kann Luft durch zwei seitliche Löcher *a* eintreten; diese Luft wird nun beim Hinauftreiben des Kolbens in das Reservoir hineingepresst. Zieht man den Kolben wieder nieder, so kann die Luft aus dem Reservoir nicht zurücktreten, die Röhre aber füllt sich mit einer neuen Portion Luft, die nun auch in das Reservoir gepresst wird, u. s. w.

Wenn man mit Hülfe der Compressionspumpe die Luft im Recipienten der Windbüchse bis auf 8 oder 10 Atmosphären comprimirt hat, wird ein Lauf angeschraubt, welcher der Kugel die Richtung geben soll. Das Ventil, welches den Recipienten verschliesst, wird durch den Drücker momentan geöffnet, so dass ein Theil der eingeschlossenen Luft mit grosser Gewalt entweicht und die Kugel forttreibt; das Ventil schliesst aber augenblicklich wieder. Mit einer guten Windbüchse kann man eine Kugel mit eben so grosser Geschwindigkeit fortschiessen, wie mit einem Feuergewehr. Man kann, ohne von Neuem zu laden, mehrere Schüsse nach einander thun, und zwar um so mehr, je grösser der Recipient ist.

Digitized by Google

Fig. 277 zeigt die Einrichtung einer kleinen von Silbermann jun. construirten Compressionspumpe, welche dazu dient, Gas aus einem Raume

Fig 277.



in einen anderen zu bringen. Das zu entleerende Reservoir wird bei a, der zu füllende Recipient wird bei d angeschraubt. Beim Aufziehen des massiven Kolbens öffnet sich das Ventil b, um das Gas in den Cylinder zu saugen, von welchem unsere Figur nur den untersten Theil zeigt. Beim Niederdrücken des Kolbens wird b geschlossen, das Ventil c aber geöffnet und das Gas durch d in den Recipienten getrieben.

93 **Messung des Druckes eingeschlossener Gase.** Solche Apparate, welche dazu dienen, den Druck zu messen, unter welchem in irgend einem abgesperrten Raume befindliche Gase stehen, werden mit dem gemeinschaftlichen Namen der Manometer bezeichnet. Die Barometerproben der Luftpumpen sind also auch Manometer.

In Fällen, wo der zu messende Druck sehr gering ist, wendet man für den fraglichen Zweck Flüssigkeitssäulen an, welche in doppelt gebogenen Röhren, Fig. 278, enthalten sind. Das eine Ende a des Manometerrohres wird mittelst eines Korkes in eine entsprechende Oeffnung des Gasbehälters eingesetzt, oder mittelst einer Messingfassung auf dieselbe aufgeschraubt. Ist nun der Druck des Gases auf den Gipfel der Flüssigkeitssäule im Schenkel bc grösser als der Druck der atmosphärischen Luft, welcher auf der Flüssigkeitssäule in dc wirkt, so muss die Flüssigkeit im äusseren Schenkel cd höher stehen als im inneren.

Solche Manometer wendet man zur Messung des Druckes an, unter welchem das Gas in den Gasometern und Leitungsröhren der Gasbeleuchtungsanstalten steht. Als Sperrungsflüssigkeit dient in diesem Falle ge-

Digitized by Google

färbtes Wasser. Fig. 279 zeigt eine etwas andere Form des offenen Hebermanometers.

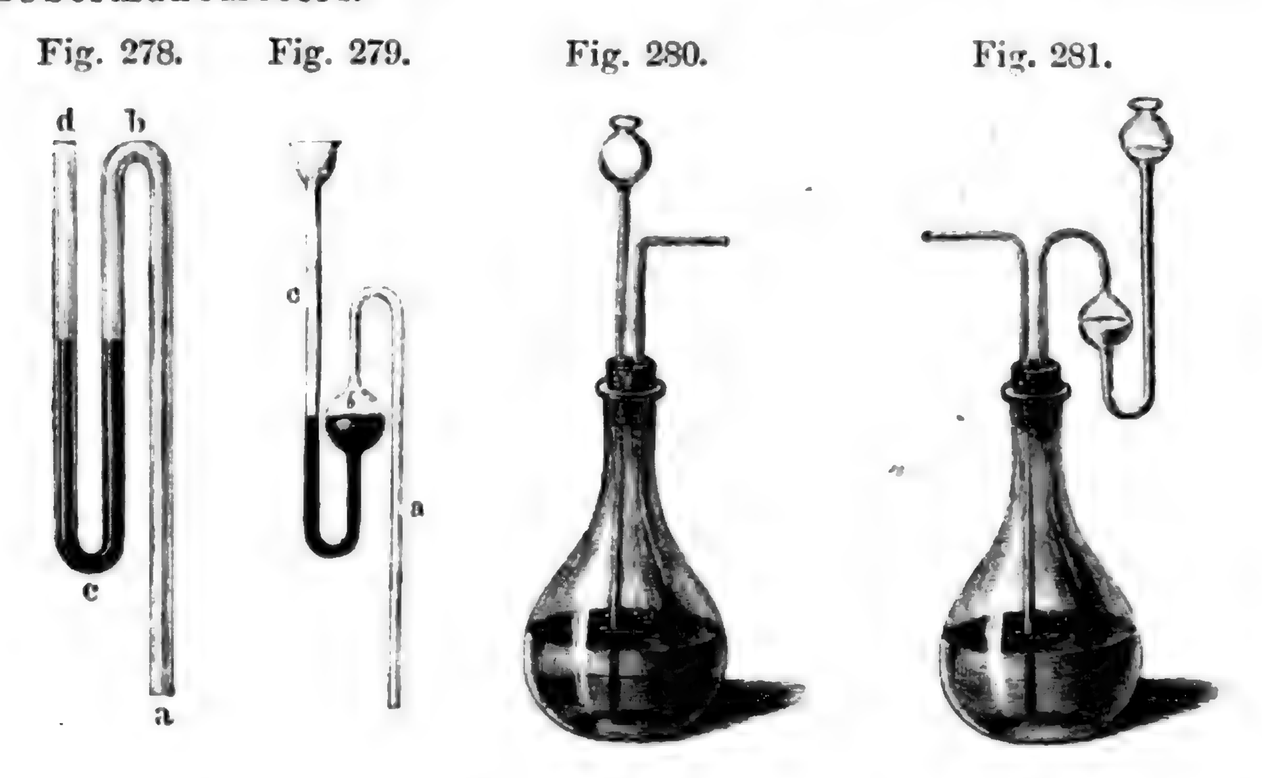


Fig. 278. Fig. 279. Fig. 280. Fig. 281.

Ganz ähnlich sind die Manometer construirt, durch welche der Luftdruck in Gebläsen gemessen wird und welche den Namen der Windmesser führen.

Zu diesen Manometern können wir auch die Welter'schen Sicherheitsröhren rechnen, welche Fig. 280 und Fig. 281, in zwei verschiedenen Formen dargestellt sind. Durch den Kork, welcher das Glasgefäss, Fig. 280, verschliesst, in welchem ein Gas entwickelt werden soll, gehen zwei Röhren hindurch. Die eine, nicht weiter in das Gefäss hinunterführend, ist die Abzugsröhre für das entwickelte Gas, die andere, bis in die Flüssigkeit hinunterreichend, ist die Sicherheitsröhre. Soll das Gas ausströmen, so muss der Gasdruck im Inneren des Glasgefässes grösser sein als der Druck der äusseren Luft, die Flüssigkeit wird also in der Sicherheitsröhre in die Höhe getrieben, und aus der Höhe der in derselben stehenden Flüssigkeitssäule erkennt man die Grösse des Ueberdruckes im Inneren des Gefässes. In gleicher Weise kann man die Grösse des Gasdruckes im Gefäss Fig. 281 aus der Niveaudifferenz der Sperrflüssigkeit in der doppelt gebogenen Röhre erkennen.

Wenn der Druck des eingeschlossenen Gases oder Dampfes stärker wird, als in den bisher betrachteten Fällen, so muss man Quecksilber statt des Wassers als Sperrungsflüssigkeit anwenden; für bedeutend stärkeren Druck aber muss man die Dimensionen des Apparates vergrössern. Fig. 282 (S. 219) stellt ein grösseres Manometer dar. Der untere Theil eines überall luftdicht verschlossenen gusseisernen Gefässes *g* ist mit Quecksilber gefüllt, und in dieses taucht eine ungefähr 120 Zoll hohe eiserne Röhre *m* von 1 Zoll äusserem Durchmesser. Der obere Theil von *g* communicirt durch das Rohr *r* mit dem Dampfkessel, so dass der Druck des Dampfes, auf

Digitized by Google

die Oberfläche des Quecksilbers in g wirkend, dasselbe in der Röhre m in die Höhe treibt. Da man wegen der Undurchsichtigkeit des Rohrs den Stand des Quecksilbers nicht direct sehen kann, so ist auf der Oberfläche des Quecksilbers in m ein eiserner Schwimmer angebracht, der an einer über die Rolle t geschlungenen Schnur hängt. Auf der anderen Seite hängt an dieser Schnur ein als Zeiger dienendes Gewicht z, welches etwas kleiner ist als das Gewicht des Schwimmers, so dass z auf- und niedergeht, wenn das Quecksilber in m sinkt oder steigt. Auf der Scala, vor welcher z sich bewegt, ist der Druck des Dampfes entweder in Atmosphären (wie in unserer Figur) oder in Pfunden (auf den Quadratzoll) ausgedrückt.

Fig. 283 erläutert die Einrichtung des Gefässes g.

Statt des Gefässmanometers, Fig. 282, wird auch das Hebermanometer, Fig. 284, angewandt.

Solch lange Röhren, die bei höherem Dampfdrucke nicht einmal ausreichen, kann man natürlich nur bei stehenden Dampfmaschinen anbringen. In Fällen, wo es darauf ankommt, den Manometerapparat auf einen kleineren Raum zusammenzubringen, werden oft solche gebraucht, welche nach dem durch Fig. 285 erläuterten Princip construirt sind.

Eine ganze Reihe heberförmig gebogener Röhren ist mit einander verbunden; die untere Hälfte derselben bis zum Strich oo ist mit Quecksilber, die obere Hälfte ist mit Wasser gefüllt. Nur in der äussersten Röhre a steht kein Wasser auf dem Quecksilber. Hier drückt die atmosphärische Luft auf das Quecksilber, während von b her der Dampfdruck wirkt; durch diesen Dampfdruck wird nun das Quecksilber in der ersten Röhre niedergedrückt, es muss also in der zweiten steigen; das Gleiche wird nun bei den folgenden Röhrenpaaren stattfinden, das Quecksilber wird niedergedrückt in der ersten, dritten, fünften und siebenten Röhre; gehoben in der zweiten, vierten, sechsten und achten.

Ist in der letzten Röhre Nr. 8 das Quecksilber um x Zoll über sein ursprüngliches Niveau gehoben, so ist es in 7 um eben so viel niedergedrückt; durch das Wasser in dem oberen Theile der Röhren 7 und 6 pflanzt sich also ein Druck $B + 2x$ auf die Oberfläche des Quecksilbers in 6 fort, wenn man mit B den Druck der bei a in die Röhre 8 eindringenden Atmosphäre bezeichnet. Da das Quecksilber in 6 aber gleichzeitig um $2x$ höher steht als in 5, so pflanzt sich auf die Oberfläche des Quecksilbers in 4 der Druck $B + 2x + 2x$ fort. In derselben Weise fortschliessend findet man, dass in der Röhre 1 der Dampf mit einer Kraft $D = B + 4 . 2x = B + 8x$ drücken muss, wenn in 8 das Quecksilber um x Zoll über sein ursprüngliches Niveau gehoben werden soll.

Bei dieser Betrachtung ist das Gewicht des Wassers gegen das des Quecksilbers ganz vernachlässigt worden; bedenkt man aber, dass in Summa eine Wassersäule von $8x$ Zoll Höhe dem Quecksilberdrucke entgegen wirkt, und dass das Wasser 14mal leichter ist als Quecksilber, so ist der genaue Werth von $D = B + 8x - {}^{8}/_{14}\,x = B + 7{,}43\,x$.

Digitized by Google

Hat der Apparat im Allgemeinen n Röhrenpaare, so ist

$$D = B + 2nx - \frac{2n}{14}x = B + 2nx(1 - {}^1/_{14})$$
$$= B + 1{,}857 \,.\, n \,.\, x.$$

Für 16 Röhren, also 8 Röhrenpaare, hätte man also $D = B + 14{,}8 x$.

Fig. 282.

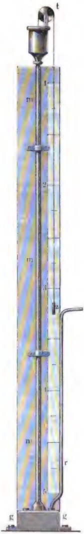


Fig. 283.

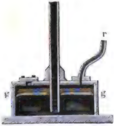


Fig. 284.

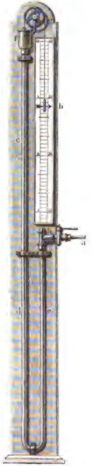


Fig. 285.

Wäre in diesem Falle das Quecksilber in der offenen Röhre um 10 Zoll über seinen ursprünglichen Stand gestiegen, also $x = 10$, so ergäbe sich demnach D gleich 6 Atmosphären.

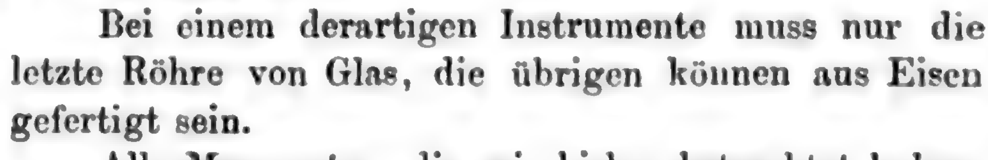


Fig. 286.

Bei einem derartigen Instrumente muss nur die letzte Röhre von Glas, die übrigen können aus Eisen gefertigt sein.

Alle Manometer, die wir bisher betrachtet haben, sind auf der einen Seite offen, so dass hier der Druck der Atmosphäre wirken kann. Man hat aber auch noch andere Manometer, bei denen das Quecksilber nicht in eine oben offene, sondern in eine oben verschlossene Röhre hineingetrieben wird, so dass der hervorgebrachte Druck vorzugsweise durch die Compression der in der Röhre abgesperrten Luft gemessen wird. Einen derartigen Apparat haben wir schon Seite 130 kennen gelernt. Fig. 286 zeigt einen auf demselben Principe beruhenden Apparat, wie er auf Dampfkesseln oder Dampfleitungen aufgeschraubt werden kann. Durch den Canal *a* verbreitet sich der Dampfdruck in den von allen Seiten luftdicht verschlossenen Raum *b*. In demselben steht, auf dem Boden befestigt, ein eisernes zum Theil mit Quecksilber gefülltes Gefäss und in dieses taucht eine mit Luft gefüllte Glasröhre ein. Der Druck des Dampfes treibt das Quecksilber in das Rohr, wodurch die eingeschlossene Luft comprimirt wird. Wenn sie $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$ u. s. w. ihres ursprünglichen Volumens comprimirt ist, so übt sie einen Druck von 2, 4, 8 u. s. w. Atmosphären auf den Gipfel der Quecksilbersäule aus.

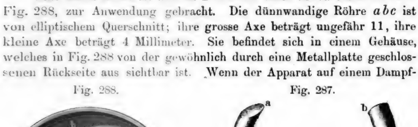
Um das Compressionsrohr besser zu schützen, ist es meist von einem mit zwei diametral gegenüberliegenden 4 bis 5 Millimeter breiten Schlitzen versehenen Metallrohr umgeben, auf welchem auch die Scala angebracht ist.

Wenn die Röhren solcher Compressionsmanometer cylindrisch sind, so werden natürlich die Abtheilungen der Scala, welche gleichen Druckdifferenzen entsprechen, nach oben hin sehr rasch abnehmen. Um dies zu verhindern, macht man die Röhren oft von unten nach oben verjüngt, ganz oben aber in eine kugelförmige Erweiterung auslaufend.

94 **Metallmanometer.** Wenn eine aus dünnem Metallblech gebildete Röhre von abgeplattetem Querschnitt und ungefähr so gebogen, wie es Fig. 287 darstellt, überall hermetisch verschlossen ist und nur durch das Röhrchen *r* mit der äusseren Luft in Verbindung steht, so wird sich das Rohr stärker krümmen, wenn man durch das Ansatzröhrchen *r* die Luft aus dem Inneren herauszieht, es wird sich dagegen mehr strecken, wenn man die Luft im Inneren comprimirt.

Digitized by Google

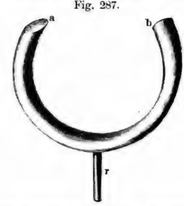
Es lässt sich dies leicht zeigen, wenn man die Vorrichtung Fig. 287 durch das Röhrchen *r* mit einer Luftpumpe in Verbindung setzt; sobald man evacuirt, nähern sich die Hörner *a* und *b*. Setzt man dagegen die Vorrichtung auf eine Compressionspumpe, so entfernen sich die Hörner von einander, wenn die Luft im Inneren verdichtet wird.



Eine solche Röhre ist nun im **Bourdon'schen Metallmanometer** Fig. 288, zur Anwendung gebracht. Die dünnwandige Röhre *abc* ist von elliptischem Querschnitt; ihre grosse Axe beträgt ungefähr 11, ihre kleine Axe beträgt 4 Millimeter. Sie befindet sich in einem Gehäuse, welches in Fig. 288 von der gewöhnlich durch eine Metallplatte geschlossenen Rückseite aus sichtbar ist. Wenn der Apparat auf einem Dampf-

Fig. 288.

Fig. 287.



kessel aufgeschraubt ist und der Dampf durch den geöffneten Hahn *h* in das Rohr *abc* eindringt, so wird es durch den Druck des Dampfes mehr gestreckt, das Ende *c* wird nach der rechten Seite hin bewegt und dadurch mittelst des Eisenstäbchens *f* ein um den Zapfen *d* drehbarer Hebel in Bewegung gesetzt. Das Stäbchen *f* greift an dem kürzeren Arme dieses Hebels an, während der längere Arm desselben durch einen Zeiger gebildet wird, welcher sich auf der dem Beschauer der Figur abgewendeten Seite des Gehäuses befindet. Je mehr das Ende *c* der Röhre *abc* durch den Druck des eingeschlossenen Dampfes nach der rechten Seite hin bewegt wird, desto weiter bewegt sich die Spitze dieses Zeigers über eine empirische Scala hin nach der entgegengesetzten Seite.

Dieses Manometer hat den grossen Vorzug, dass es nicht zerbrechlich und dabei leicht transportabel ist. In der That wird es auf Locomotiven vielfach angewandt.

Digitized by Google

Auf demselben Principe beruht auch das sogenannte Aneroid-Barometer. Wenn das Rohr Fig. 287 luftleer gemacht ist, so wird seine Krümmung doch noch variiren, je nachdem der äussere Luftdruck grösser oder kleiner wird; bei wachsendem Luftdrucke nimmt die Krümmung des Rohres zu, bei abnehmendem Luftdrucke hingegen nimmt sie ab.

Fig. 290 stellt ein möglichst einfach construirtes Aneroid-Barometer dar. Die nahezu kreisförmige, luftleer gemachte Röhre ist in ihrer Mitte bei B auf die Bodenplatte des Gehäuses befestigt, im Uebrigen aber ist sie frei. Wenn der Luftdruck abnimmt, so entfernen sich die freien Enden A und C des Rohres von einander und bewirken dadurch mittelst der Metallstäbchen CD und AE die Drehung eines Hebels, dessen längerer Arm mit einem gezahnten Bogen ik endet. Dieser bei abnehmendem Luftdruck nach rechts gehende gezahnte Bogen greift aber in einen Trieb ein, auf dessen Axe ein Zeiger befestigt ist, der sich nun nach der entgegengesetzten Richtung drehen muss wie ik. Wenn dagegen der Luftdruck zunimmt, so krümmt sich die Röhre stärker und die Spiralfeder h kann die Axe des Zeigers wieder zurückdrehen, so dass also die Spitze desselben sich bei wachsendem Luftdrucke nach der Rechten bewegt.

Fig. 290.

Die Scala dieses Instrumentes kann natürlich auch nur durch Vergleichung mit einem anderen Barometer graduirt werden.

Um das Rohr luftleer zu machen, verfährt man auf folgende Weise:

In der Art, wie es Fig. 287 zeigt, mit einem Röhrchen r von Zinn versehen, wird das gekrümmte Rohr mittelst der Luftpumpe evacuirt, und alsdann das Röhrchen r nahe an seiner Ansatzstelle fest zugedrückt, abgeschnitten und dann verlöthet.

Fig. 290 stellt die Form dar, welche Bourdon dem Aneroid-Barometer gegeben hat. Das ursprünglich von Vidi construirte Aneroid-Barometer besteht aus einer luftleer gemachten hermetisch verschlossenen Dose von dünnem Kupferblech, deren cannelirter Deckel bei wechselndem Luftdruck bald mehr, bald weniger stark eingedrückt wird. Die Bewegungen, welche auf diese Weise der Mittelpunkt des Deckels macht, werden durch ein Hebelwerk vergrössert und auf einen Zeiger übertragen. Der Mechanismus dieser Instrumente ist weit schwerer zu übersehen, als der in Fig. 290 dargestellte.

Digitized by Google

Heronsball und Heronsbrunnen. Der Heronsball ist ein Gefäss, aus welchem ein Wasserstrahl durch den Druck comprimirter Luft hervorgetrieben wird. Ein Heronsball einfachster Form ist die Spritzflasche der Chemiker, Fig. 291. Eine Glasröhre *acb*, welche bei 95

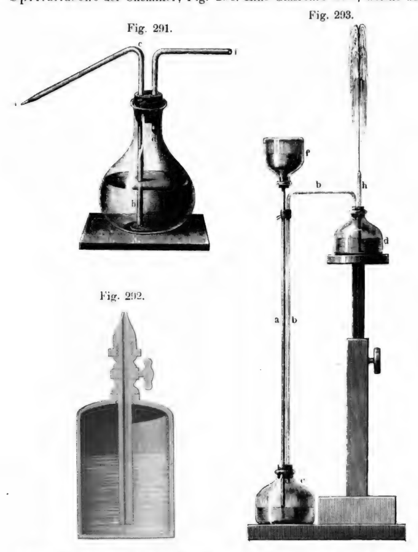


Fig. 291. Fig. 292. Fig. 293.

a zu einer feinen Spitze ausgezogen ist, geht luftdicht durch den Kork, welcher den Hals eines Glasballons verschliesst, und zwar geht sie fast bis auf den Boden des zum Theil mit Wasser gefüllten Gefässes herab. Wenn nun durch ein zweites Rohr *df*, welches dicht unter dem Korke mündet, Luft eingeblasen wird, so wird dadurch die Luft im oberen Theil

Digitized by Google

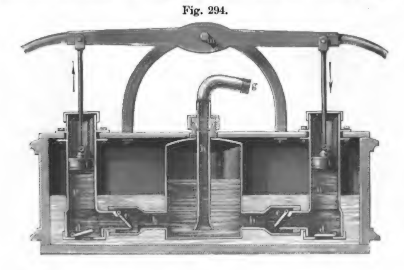
des Ballons comprimirt und durch ihren Druck ein Wasserstrahl aus der Oeffnung der Röhre *bca* hervorgetrieben.

Durch Blasen mit dem Munde kann man natürlich keine starke Compression im Ballon bewirken und also nur einen schwachen Wasserstrahl hervortreiben. Wenn es sich um die Erzeugung eines kräftigeren Wasserstrahls auf diesem Wege handelt, muss man der grösseren Festigkeit wegen Metallgefässe anwenden und die Zusammendrückung der Luft durch eine Compressionspumpe besorgen. Einen derartigen Heronsball stellt Fig. 292 a. v. S. dar. Nachdem das Gefäss etwas über die Hälfte mit Wasser gefüllt und das Spritzrohr aufgeschraubt ist, wird die Ausflussspitze entfernt und dann der Apparat auf eine Compressionspumpe aufgeschraubt, mit Hülfe derer man so viel Luft einpumpt, dass der Druck derselben 2 bis 4 Atmosphären beträgt. Nun wird der Hahn, welcher in dem Spritzrohre angebracht ist, geschlossen, und nachdem der Apparat von der Compressionspumpe entfernt ist, die Ausflussspitze wieder auf das Spritzrohr aufgeschraubt. Ein kräftiger Wasserstrahl entsteigt dem Spritzrohr, sobald man den Hahn öffnet.

Wenn man die Einrichtung trifft, dass die Luft im Heronsball durch den Druck einer Wassersäule comprimirt wird, so erhält man einen Heronsbrunnen. Fig. 293 stellt einen möglichst einfach construirten Heronsbrunnen dar. Wenn man in den Trichter *f* Wasser eingiesst, so wird es durch das Rohr *a* in das Gefäss *c* herabfliessen und die Luft in demselben absperren, welche nun durch die Wassersäule in der Röhre *a* comprimirt ist. Dieser Druck pflanzt sich durch das Rohr *b* zum Heronsball *d* fort und bewirkt so das Springen desselben.

96 **Die Feuerspritze**, Fig. 294, ist eine Verbindung der Druckpumpe mit dem Heronsball. Die Pumpenstiefel, von denen wir vor der Hand nur

Fig. 294.



Digitized by Google

den einen rechts betrachten wollen, stehen in einem mit Wasser gefüllten Kasten. Wenn der Kolben f aufgezogen wird, so hebt sich die Klappe d und das Wasser dringt in den Stiefel. Beim Niedergange des Kolbens schliesst sich das Ventil d, die Klappe c wird geöffnet und das Wasser wird durch das Gurgelrohr b in den Windkessel a gepresst. Dieser Windkessel ist nichts Anderes als ein grosser Heronsball; je mehr Wasser in den Windkessel gepumpt wird, desto mehr wird die Luft im oberen Theile desselben comprimirt. Das Rohr h reicht fast bis auf den Boden des Windkessels, bei g wird eine Röhre mit enger Oeffnung, der Schwanenhals, angeschraubt. Durch den Druck, welchen die im Windkessel comprimirte Luft auf das Wasser in demselben fortwährend ausübt, wird ein starker Wasserstrahl aus der Oeffnung des Schwanenhalses hervorgetrieben. An einer Oeffnung, welche sich in der Wand des Windkessels nahe am Boden befindet, kann ein Schlauch mit einer metallenen Spitze angeschraubt werden, welche eine Oeffnung wie der Schwanenhals hat; auch dieser Schlauch liefert einen Wasserstrahl, den man leichter lenken und der Feuerstelle näher bringen kann als den Wasserstrahl des Schwanenhalses.

Der Auf- und Niedergang der Kolben wird durch einen zweiarmigen Hebel bewerkstelligt. An diesem Hebel sind die beiden Kolbenstangen so befestigt, dass der eine Kolben steigt, wenn der andere niedergeht, dass also ohne Unterbrechung dem Windkessel neues Wasser zugeführt wird.

In unserer Figur ist die Spritze in einem Momente dargestellt, in welchem der Kolben rechts niedergeht, während der Kolben auf der linken Seite steigt; auf der linken Seite wird also gerade Wasser in den Stiefel eingesaugt, während auf der rechten Seite eben Wasser in den Windkessel eingepresst wird.

Es ist nicht gerade nothwendig, dass eine Feuerspritze zwei Cylinder habe, und in der That werden kleinere Feuerspritzen nur mit einem Cylinder construirt; in diesem Falle ist freilich der Wasserzugang in den Kessel alternirend, dessen ungeachtet aber wird aus dem Rohre des Windkessels ein continuirlicher Wasserstrahl hinausgetrieben, weil die comprimirte Luft auch noch wirkt, während der Kolben aufgezogen wird. Es finden dabei allerdings Schwankungen in der Kraft statt, mit welcher der Wasserstrahl hervordringt, denn diese nimmt allmälig ab, während der Kolben aufgezogen wird, und sie wächst dann wieder, während der Kolben niedergedrückt, also eine neue Quantität Wasser in den Windkessel hineingepresst wird.

Der Luftballon. Das Gesetz des Archimedes gilt für Gase eben- 97
so wie für Flüssigkeiten. Ein Körper, welcher in ein Gas eingetaucht ist, verliert einen Theil seines Gewichtes, welcher dem Gewichte des verdrängten Gases gleich ist. Es lässt sich dies mit Hülfe des Baroskops darthun, welches in Fig. 295 a. f. S. als unter der Glocke der Luftpumpe ste-

Digitized by Google

hend dargestellt ist. Es besteht aus einem Wagbalken, an welchem auf der einen Seite eine hohle Glaskugel angehängt ist, während der andere Arm eine weit kleinere massive Metallkugel trägt, die an einem Schraubengewinde etwas nach rechts oder links geschoben werden kann, um dadurch das Gleichgewicht mit der hohlen Glaskugel herzustellen.

Ist das Gleichgewicht in der Art hergestellt, dass der Wagbalken horizontal steht, wenn der ganze Apparat von Luft umgeben ist, so wird er unter die Glocke der Luftpumpe gebracht. Sobald man evacuirt, hört das Gleichgewicht auf; der Arm, an welchem die hohle Glaskugel hängt, sinkt um so tiefer, je verdünnter die Luft unter der Glocke wird.

Es lässt sich davon leicht Rechenschaft geben. Es sei

G das Gewicht der Glaskugel } im leeren Raume,
M das Gewicht der Metallkugel }
L der Gewichtsverlust der Glaskugel } wenn sie in Luft eingetaucht sind,
l der Gewichtsverlust der Metallkugel }

so ist, wie uns das ursprüngliche Gleichgewicht am Wagbalken lehrt:

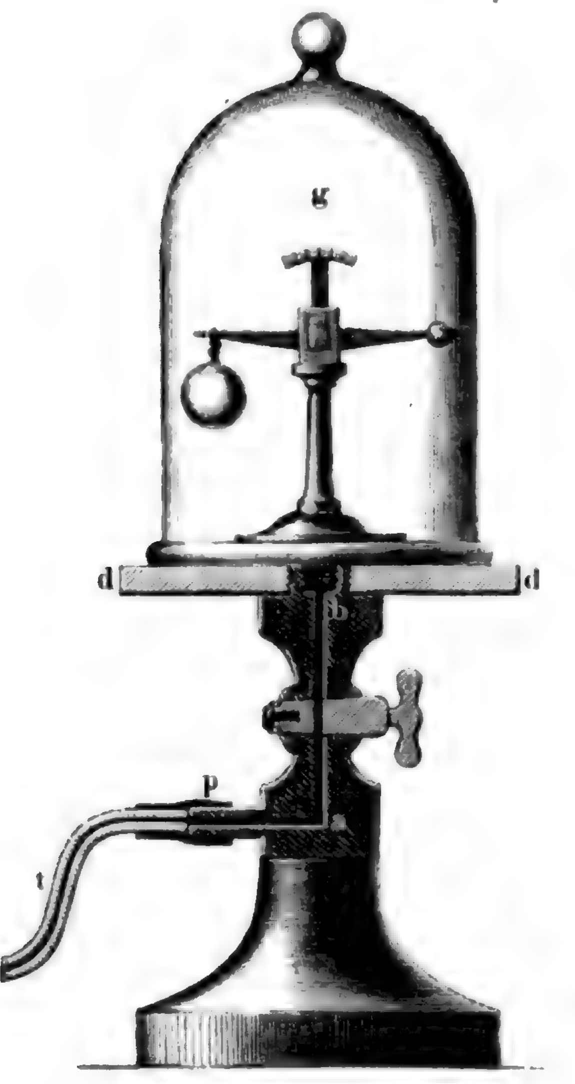
$$G - L = M - l$$

also

$$G = M + L - l,$$

da nun aber jedenfalls $L > l$, weil das Volumen der hohlen Glaskugel grösser ist als das der Metallkugel, so ist auch $G > M$, im luftleeren Raume ist also die Glaskugel schwerer als die Metallkugel, obgleich sie sich im lufterfüllten Raume in der Wage das Gleichgewicht hielten.

Fig. 295.



Auf dem Gewichtsverlust der rings von Luft umgebenen Körper beruht auch das Steigen des Luftballons. Ein Körper muss nämlich in der Luft aufsteigen, sobald sein Gesammtgewicht kleiner ist als das Gewicht eines gleichen Volumens atmosphärischer Luft.

Einen solchen Körper kann man aber herstellen, wenn man eine entsprechende Hülle mit einem Gase füllt, welches leichter ist als die Luft. Eine solche Vorrichtung wird ein **Luftballon** genannt.

Die Brüder **Montgolfier** construirten einen grossen Ballon

Digitized by Google

von gefirnisstem Papier oder Taffet, welcher unten eine Oeffnung von einigen Quadratfussen hatte. In einiger Entfernung unter dieser Oeffnung war ein Korb von Metalldraht angehängt, welcher mit brennenden Stoffen gefüllt war. Durch die Verbrennung derselben wird eine Menge warmer, leichter Luft gebildet, welche aufsteigt und bald den ganzen Ballon anfüllt. Sobald die warme Luft im Ballon sammt der Hülle und Allem, was daran hängt, leichter ist als die verdrängte Luftmenge, muss der Ballon steigen; er nimmt den brennenden Körper, der ihm die Steigkraft verleiht, mit in die Höhe. Der Ballon muss so lange steigen, bis er in eine Höhe kommt, in welcher die Luft schon so verdünnt ist, dass das Gewicht des Ballons dem der verdrängten Luftmenge gleich ist. Der erste Luftballon dieser Art, welche man Montgolfieren nennt, stieg zu Anonay den 5. Juni 1783.

Am 19. September desselben Jahres liess Montgolfier in Gegenwart des Königs zu Versailles einen Luftballon steigen, an welchem ein Käfig mit einem Schaf, einem Hahn und einer Ente angehängt war. Pilatre de Rozier und der Marquis von Arlandes unternahmen mit einer Montgolfiere, welche Fig. 296 abgebildet ist, am 21. November 1783 die erste Luftfahrt.

Der Physiker Charles zu Paris hatte den glücklichen Gedanken,

Fig. 296.

Digitized by Google

zur Füllung des Luftballons Wasserstoffgas statt der erwärmten Luft anzuwenden, von welchem Cavendish bereits im Jahre 1766 nachgewiesen hatte, dass sein specifisches Gewicht beinahe 14mal geringer ist als das der atmosphärischen Luft.

Den ersten mit Wasserstoffgas gefüllten Ballon liess Charles am 27. August 1783 steigen und am 1. December 1783 stieg er mit einem solchen 500 Cubikmeter Wasserstoffgas haltenden, von Robert begleitet, in die Luft. In wenigen Minuten hatten sie eine Höhe von 3000 Fuss erreicht und legten in diesen Regionen einen Weg von 5 Meilen in 2 Stunden zurück. Charles stieg in den Tuilerien auf. Die ganze Bevölkerung von Paris war in Bewegung. Alle öffentlichen Plätze, alle hochliegenden Orte waren mit Zuschauern bedeckt. Ein Kanonenschuss gab das Signal der Abfahrt, und man sah den Ballon sich wie ein Meteor am Horizont erheben. Hoch in den Lüften sah man noch die flatternden Fähnchen, von der Sonne beleuchtet, und die Schiffer, welche ruhig die Erde grüssten. Nie hat wohl ein physikalisches Experiment solche allgemeine Bewunderung erregt.

In der Schlacht bei Fleurus am 26. Juni 1794 bedienten sich die Franzosen eines Luftballons, um die Bewegungen der Oesterreicher zu beobachten. Im Jahre 1804 unternahmen Gay-Lussac und Biot eine Luftfahrt zu wissenschaftlichen Zwecken, bei welcher sie eine Höhe von 4000 Meter erreichten. Eine zweite Fahrt unternahm Gay-Lussac allein und erreichte eine Höhe von 7000 Metern, die grösste Höhe, zu der je ein Mensch gelangt war. (Humboldt und Bonpland sind am Chimborasso bis zu einer Höhe von 6100 Metern aufgestiegen.) In einer solchen Höhe fühlte man eine empfindliche Kälte: Gay-Lussac's Thermometer zeigte — 10° C., während am Boden eine Hitze von 30°C. war. Die Luft war so trocken, dass die hygroskopischen Körper rasch ihre Feuchtigkeit verloren, der Himmel erschien sehr dunkelblau. Nach einer Fahrt von 6 Stunden hatte Gay-Lussac in horizontaler Richtung einen Weg von 15 Meilen zurückgelegt und sank in der Nähe von Rouen langsam nieder.

Fig. 297 stellt einen Luftballon dar, welcher eben mit Wasserstoffgas gefüllt wird.

In neuerer Zeit werden die Luftballons häufig mit Leuchtgas gefüllt. Sie müssen in diesem Falle grösser sein als die für Wasserstoff construirten, weil das Leuchtgas schwerer ist als Wasserstoffgas.

Kleine Luftballons zu Experimenten bei Vorlesungen werden aus Goldschlägerhaut oder aus Collodium verfertigt.

Seifenblasen, welche mit Wasserstoffgas gefüllt sind, steigen gleichfalls in die Höhe. Es sind dies ohne Zweifel die kleinsten Luftballons, welche man zu machen im Stande ist.

98 **Steigkraft des Luftballons.** Ein Cubikmeter Luft im Normalzustande (Temperatur 0°C., Luftdruck 760 Millimeter) wiegt nahezu 1,3 (genauer 1,299) Kilogramm. Das Wasserstoffgas ist unter übrigens glei-

Digitized by Google

chen Umständen 0,07 (genauer 0,0688) mal leichter als atmosphärische Luft, 1 Cubikmeter Wasserstoffgas im Normalzustande wiegt also 1,3 × 0,07 oder in runder Zahl 0,09 Kilogramm. Die Differenz dieser Gewichte, 1,3 — 0,09 = 1,21 Kilogramm, repräsentirt also die Steigkraft von 1 Cubikmeter Wasserstoffgas.

Der Luftballon, in welchem Charles und Robert aufstiegen, hatte einen Rauminhalt von 500 Cubikmetern. Bei 0° C Temperatur und 760 Millimeter Barometerstand würde also die Steigkraft des Wasserstoffgases im Ballon 500 . 1,21 oder 605 Kilogramm betragen.

Fig. 297.

Das Leuchtgas, welches in neuerer Zeit häufig zur Füllung von Luftballons angewandt wird, ist weit schwerer als Wasserstoffgas, sein specifisches Gewicht ist ungefähr 0,63 von dem der atmosphärischen Luft, 1 Cubikmeter Leuchtgas wiegt also im Normalzustande ungefähr 0,82 Kilogramm; es bleibt also für jedes Cubikmeter Leuchtgas noch eine Steigkraft von 1,3 — 0,82 = 0,48 Kilogramm. 500 Meter Leuchtgas haben demnach nur eine Steigkraft von 240 Kilogramm, sie ist also weit geringer als die Steigkraft eines gleichen Volumens Wasserstoffgas.

Für die Montgolfiere ist die Steigkraft noch weit geringer. In einem grossen Ballon steigt die Temperatur der heissen Luft höchstens auf 60 bis 70° C., so dass die Dichtigkeit der im Ballon eingeschlossenen Luft ungefähr 0,8 der Luft von 0° C., woraus sich für das Cubikmeter der erwärmten Luft nur eine Steigkraft von 0,26 Kilogramm, für 500 Cubik-

Digitized by Google

meter also nur eine Steigkraft von 130 Kilogramm ergiebt. Man muss also einer Montgolfiere schon sehr grosse Dimensionen geben, wenn sie einigermaassen bedeutende Lasten mit in die Höhe nehmen soll.

Bezeichnen wir allgemein mit s das Gewicht von 1 Cubikmeter atmosphärischer Luft, mit s' das Gewicht von 1 Cubikmeter eines anderen Gases, so ist die Steigkraft für 1 Cubikmeter dieses ringsum von atmosphärischer Luft umgebenen Gases

$$s - s'$$

und für V Cubikmeter ist alsdann die Steigkraft

$$V\,(s - s').$$

Bezeichnen wir mit G das Gewicht des Ballons, d. h. das Gewicht der Hülle mit Allem was daran hängt, so ist die Steigkraft, mit welcher die ganze Vorrichtung aufsteigt,

$$K = V\,(s - s') - G.$$

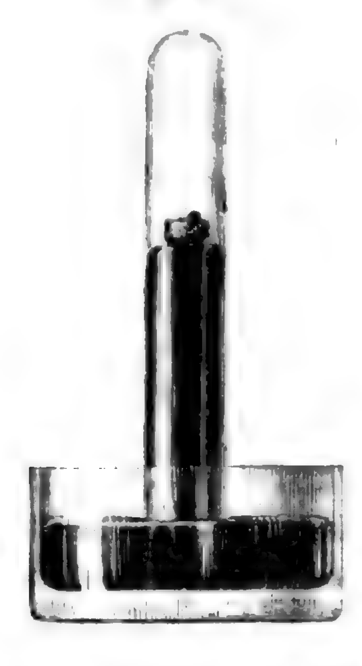
Digitized by Google

Sechstes Capitel.

Molekularwirkungen gasförmiger Körper.

Absorption der Gase durch feste Körper. Dass zwischen 99 den Theilchen fester und gasförmiger Körper eine bedeutende Anziehung stattfindet, geht am augenscheinlichsten aus folgendem Versuche hervor. Löscht man eine glühende Kohle unter Quecksilber ab, lässt man sie dann in einem Glascylinder, Fig. 298, in die Höhe steigen, dessen oberer Theil mit Kohlensäure gefüllt ist, welche durch Quecksilber von der Verbindung mit der äusseren Luft abgesperrt wird, und deren Volumen ungefähr 20 mal so gross ist als das der Kohle, so wird in kurzer Zeit die Kohlensäure von der Kohle dermaassen verdichtet, dass das Quecksilber im Cylinder bis obenhin steigt. Die ganze Masse der Kohlensäure, welche vorher den ganzen oberen Theil des Cylinders erfüllte, ist jetzt durch die zwischen der Kohle und dem Gase stattfindende Anziehung in den Poren der Kohle verdichtet, das Gas ist absorbirt worden. Derselbe Versuch gelingt auch mit vielen anderen Gasen.

Fig. 298.



Wenn die Kohle längere Zeit an der Luft gelegen hat, so gelingt der Versuch weniger gut, was sehr begreiflich ist, wenn man bedenkt, dass die Kohle atmosphärische Luft und den in der Luft verbreiteten Wasserdampf absorbirt, und dass dadurch natürlich ihre Absorptionsfähigkeit für andere Gase vermindert wird.

Wenn man eine Kohle, welche Gase absorbirt hat, unter die Luftpumpe bringt oder glüht, so entweichen die absorbirten Gase wieder.

Nach den Versuchen von Saussure absorbirt 1 Volumen luftfreie

Digitized by Google

Buchsbaumkohle bei 12° C. und einem Barometerstande von 723 Millimeter folgende Gasvolumina:

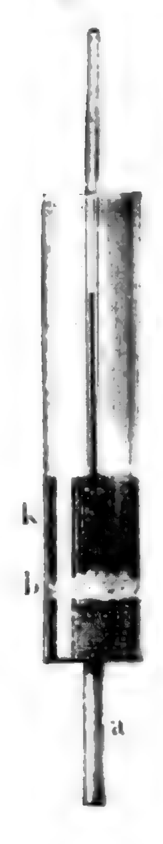
Ammoniak	90
Schweflige Säure	65
Schwefelwasserstoffgas	55
Kohlensäure	35
Sauerstoff	9,4
Stickstoff	7,5
Wasserstoff	1,75

Die leicht condensirbaren Gase werden also stärker absorbirt als die permanenten.

Die Absorptionsfähigkeit verschiedener Kohlenarten ist nicht dieselbe; so absorbirt z. B. ein Volumen Buchsbaumkohle 7,5, ein Volumen Tannenkohle nur 4,5 Volumina atmosphärischer Luft.

Die Absorption der Gase ist jederzeit von einer Wärmeentwickelung begleitet, die um so bedeutender ist, je heftiger die Absorption vor sich geht. Die Wärmeentwickelung, welche eine jede Gasabsorption begleitet, lässt sich auf folgende Weise anschaulich machen. Das untere Ende einer $1/2$ bis 1 Zoll weiten Glasröhre wird durch einen Kork geschlossen und in diesen ein Glasröhrchen *a*, Fig. 299, gesteckt, dessen oberes Ende ohngefähr bis zur oberen Fläche des Korkes reicht. Ueber dem Kork wird zunächst eine Schicht Baumwolle *b* ausgebreitet und darauf eine Partie Kohlenpulver *k* geschüttet, welches eine Zeit lang unter der Glocke der Luftpumpe gestanden hat und dadurch von Luft befreit worden ist. In dieses Kohlenpulver wird das Gefäss eines Thermometers eingesenkt. Lässt man nun durch das Röhrchen *a* einen Strom von Kohlensäuregas eintreten, so steigt alsbald das Thermometer. Bei einem derartigen Versuche, bei welchem das Kohlenpulver nicht luftfrei gemacht worden war, stieg das Thermometer von 15 auf 20° C.

Fig. 299.



Die durch Condensation von Gasen entwickelte Wärme kann unter Umständen bis zur Entzündung steigen, wie z. B., wenn grössere Mengen von Kohlen, welche zum Behuf der Pulverfabrikation durch Destillation in geschlossenen Gefässen hergestellt, alsbald in Mahlfässern zu Pulver verrieben und zu grossen Haufen aufgeschüttet werden.

Sauerstoffgas wird von Platinschwamm (fein vertheiltes Platin) sehr stark absorbirt. Wenn Wasserstoffgas auf einen mit verdichtetem Sauerstoffgase gesättigten Platinschwamm strömt, so verdichten sich die Gase unter solcher Wärmeentwickelung, dass das Platin glühend wird und den

Strom von Wasserstoffgas entzündet. Darauf gründet sich die Döbereiner'sche Zündmaschine.

Dadurch, dass sich der feste Körper in einem fein vertheilten Zustande befindet, wie dies beim Kohlenpulver und dem Platinschwamm der Fall ist, wird die Absorption bedeutend befördert, weil alsdann viele Berührungspunkte zwischen dem festen Körper und dem Gase vorhanden sind; doch ist dieser fein vertheilte poröse Zustand nicht durchaus nothwendig, um die Verdichtung der Gase zu bewirken, sie findet auch statt, wenn der feste Körper eine vollkommen glatte, ja wenn er eine metallische Oberfläche hat, nur ist in diesem Falle die Verdichtung nicht so bedeutend. Wenn man ein Stück Platin mit vollkommen metallischer Oberfläche in ein Gemenge von Sauerstoffgas und Wasserstoffgas bringt, so werden die beiden Gase so sehr verdichtet, dass sie sich allmälig zu Wasser verbinden.

Nicht Platin und Kohle allein zeigen dieses merkwürdige Verhalten gegen Gase, sondern mehr oder weniger alle festen Körper. Jeder feste Körper ist daher gleichsam mit einer verdichteten Atmosphäre von irgend einem Gase umgeben, welche sich oft nur sehr schwer von ihm trennen lässt, und mit welcher er sich, wenn man seine Oberfläche davon auch vollkommen befreit, nach einiger Zeit doch wieder umgiebt, wenn er in Berührung mit Gasen bleibt. So ist z. B. das Glas stets mit einer Hülle von verdichteter Luft umgeben, die man bei der Anfertigung von Barometern nur durch das Kochen des Quecksilbers in der Röhre entfernen kann. Giesst man Wasser in einen Glaskolben und bringt man dann denselben über Feuer, so sieht man bald, wie sich an dem Boden eine Menge kleiner Bläschen bilden, noch lange ehe das Kochen des Wassers beginnt. Es ist dies die vorher wegen ihrer grossen Verdichtung gar nicht wahrgenommene Luftschicht, die nun, durch die Wärme ausgedehnt, Bläschen bildet. Aehnliche Bläschen sieht man auch, wenn man das Gefäss mit Wasser unter den Recipienten der Luftpumpe bringt und dann auspumpt.

Solche gasförmige Körper, welche leicht in den flüssigen Zustand übergehen (Dämpfe), werden durch die Anziehung, welche feste Körper auf sie ausüben, flüssig gemacht. So zieht z. B. Chlorcalcium den Wasserdampf mit grosser Begierde an, verdichtet ihn zu Wasser und zerfliesst endlich in dem Wasser. Auch das Kochsalz, namentlich wenn es viel Chlormagnesium enthält, zieht den Wasserdampf aus der Luft an und wird feucht; ebenso verhält sich die Pottasche und viele andere Körper.

Solche Körper, welche den Wasserdampf aus der Luft anziehen, heissen hygroskopische Körper; ausser den schon angeführten sind auch Holz, Haare, Fischbein u. s. w. hygroskopisch.

Hauchbilder. Eine Reihe höchst interessanter, von Moser entdeckter Erscheinungen findet durch die Molekularwirkungen zwischen festen und gasförmigen Körpern ihre Erklärung. 100

Wenn man auf eine Glastafel mit einem Holzstäbchen oder irgend

Digitized by Google

einem anderen Körper schreibt, so werden durch Behauchen die Charaktere deutlich hervortreten. Jeder polirte Körper, Metalle, Harz, Holz u. s. w., zeigt dasselbe wie die Glastafel.

Auf eine jodirte Silberplatte wurde ein gravirter Metallstempel, eine vertieft geschnittene Achatplatte und ein Hornring gelegt. Als nachher die jodirte Platte den Quecksilberdämpfen ausgesetzt wurde, zeigte sich ein deutliches Bild aller Figuren des Steins, der Buchstaben des Metallstempels und des Ringes.

Eine jodirte Silberplatte ist zu diesen Versuchen nicht nöthig; wenn man einen Stempel auf irgend einer Metallplatte einige Zeit stehen lässt, so zeigt sich nachher beim Behauchen der Platte, oder noch besser, wenn man sie den Quecksilberdämpfen aussetzt, ein Bild des Stempels. Die Dämpfe schlagen sich vorzugsweise bald an denjenigen Stellen nieder, an welchen eine Berührung stattfand, bald an den nicht berührten Stellen.

Eine unmittelbare Berührung ist nicht einmal nöthig; wenn der Stempel in ganz geringer Entfernung über die Platte gehalten wird, so tritt das Bild gleichfalls hervor, sobald man die Platte behaucht oder den Quecksilberdämpfen aussetzt.

Diese Wirkungen haben allerdings viel Aehnlichkeit mit den Wirkungen des Lichts auf Daguerre'sche Platten, und Moser sucht sie deshalb durch die Annahme zu erklären, dass jeder Körper gewissermaassen selbstleuchtend sei, dass er also Strahlen aussendet, welche auf andere Körper gerade so wirken wie die Lichtstrahlen, obgleich sie die Netzhaut im Auge nicht afficiren. Waidele erklärt dagegen diese Erscheinungen folgendermaassen:

Im Allgemeinen ist jeder Körper von einer verdichteten Gasschicht eingehüllt; das absorbirte Gas bildet um seine Oberfläche eine Atmosphäre, wie die Luft um den Erdball. Wenn man einen Körper ausglüht, so wird er dadurch von den bereits absorbirten Gasen befreit; eine Silberplatte, welche mit frisch ausgeglühtem Trippel geputzt wird, erhält dadurch den höchsten Grad von Reinheit. Ein Körper, welcher frisch gereinigt ist, wird natürlich Dämpfe weit stärker an seiner Oberfläche verdichten können als ein solcher, welcher schon in eine Gasschicht eingehüllt ist.

Wenn nun ein Stempel auf eine Platte gesetzt wird, so werden sich im Allgemeinen die Oberflächen beider Körper nicht in einem gleichen Zustande der Reinheit befinden; an den Berührungsstellen geht also gewissermaassen ein Austausch der Atmosphären vor sich. Die Platte wird an der Stelle, wo der Stempel lag, je nach den Umständen mehr oder weniger Gase verdichtet haben als an anderen Stellen, hier werden also auch die Dämpfe schwächer oder stärker condensirt werden.

Diese Erklärungsweise begründet Waidele durch viele Versuche, von denen wir nur die wichtigsten anführen wollen.

Auf die eine Hälfte einer mit frisch geglühtem Trippel geputzten Silberplatte wurde frisch ausgeglühtes Kohlenpulver gestreut, auf die andere Hälfte solches Kohlenpulver, über welches ein Strom von Kohlensäure

Digitized by Google

geleitet worden war. Nach 1 bis 2 Minuten wurde alles Kohlenpulver mit reiner Baumwolle von der Platte abgekehrt. Wenn man sie nun behauchte, so condensirte sich der Wasserdampf auf der Hälfte, auf welcher das kohlensäurehaltige Kohlenpulver gelegen hatte, mit bräunlicher, auf der anderen Hälfte mit bläulicher Färbung. Den Quecksilberdämpfen ausgesetzt, condensirten sich dieselben nur auf der Hälfte der Platte, auf welcher das frisch ausgeglühte Kohlenpulver gelegen hatte.

Da, wo das frisch ausgeglühte Pulver gelegen hatte, ist die Oberfläche der Platte fast noch ganz rein, hier werden also die Wasserdämpfe sowohl als die Quecksilberdämpfe stärker verdichtet als da, wo die Platte durch die Berührung mit dem kohlensäurehaltigen Kohlenpulver schon mit einer dichten Atmosphäre von Kohlensäure bedeckt ist.

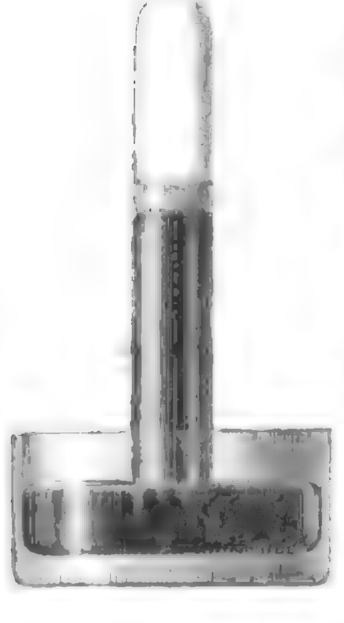
Wenn man auf eine frisch präparirte, also ganz reine Platte einen Stahlstempel aufsetzt, der durch längeres Liegen in Kohlenpulver, welches mit Kohlensäure gesättigt war, mit einer dichten Atmosphäre von Kohlensäure überzogen ist und ihn nach 10 Minuten wegnimmt, so erscheint sein Bild, wenn man die Platte den Quecksilberdämpfen aussetzt, die sich vorzugsweise da condensiren, wo Platte und Stempel nicht in unmittelbarer Berührung waren, denn hier konnte sich die Platte nicht so schnell mit einer Gasatmosphäre bedecken, als da, wo sie mit einer dichten Atmosphäre des Stempels in Berührung war.

Wenn dagegen die Platte mit einer Gasatmosphäre versehen ist, und man einen frisch gereinigten Stempel aufsetzt, so werden nach Wegnahme desselben die Quecksilberdämpfe umgekehrt da condensirt, wo der Stempel und die Platte in Berührung waren.

Wenn Platte und Stempel ganz rein sind, oder wenn Platte und Stempel in Kohlenpulver gelegen haben, welches mit Kohlensäure gesättigt war, so erhält man gar kein Bild des Stempels.

Absorption der Gase durch Flüssigkeiten. Flüssigkeiten zeigen gegen Gase ein ganz ähnliches Verhalten wie das, welches wir soeben bei den festen Körpern betrachtet haben. Man kann dies recht anschaulich machen, wenn man den oben (S. 231) angeführten Versuch in der Weise abändert, dass man die Kohlensäure durch Ammoniakgas ersetzt und statt der Kohle Wasser in dem Glascylinder aufsteigen lässt. Das Ammoniakgas wird von dem Wasser mit solcher Begierde absorbirt, dass alsbald alles Gas verschwunden ist und sich die ganze Röhre mit Flüssigkeit füllt. 101

Fig. 300.

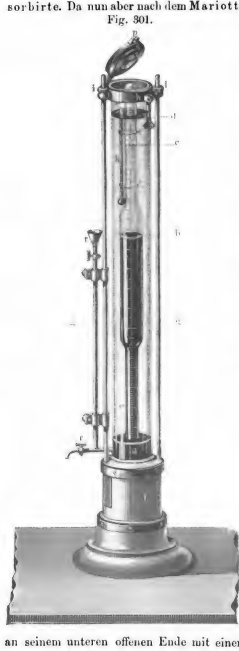


Priestley hat zuerst die Absorption der Gase durch Flüssigkeiten näher untersucht; er fand, dass ein gegebenes Volum Wasser ungefähr ein gleiches Volum Kohlensäure zu absorbiren im Stande sei. W. Henry (Gilbert's Annal.. XX.) aber hat zuerst

Digitized by Google

nachgewiesen, dass eine gegebene Wassermenge unter verschiedenem Druck doch stets das gleiche Volumen Kohlensäure absorbirte. Da nun aber nach dem Mariotte'schen Gesetz bei dem doppelten, dreifachen, ... *n* fachen Druck in dem gleichen Volumen die doppelte, dreifache, *n* fache Gasmenge enthalten ist, so folgt aus dem Henry'schen Satz: dass unter sonst gleichen Umständen die von einer Flüssigkeit absorbirten Gasmengen dem Drucke proportional sind.

Fig. 301.



Die Angaben verschiedener Physiker für ein und dasselbe Gas sind sehr abweichend, was daher rührt, dass ihre Beobachtungsmethoden mehr oder weniger mangelhaft waren. In neuerer Zeit hat Bunsen eine sehr genaue Methode zur Messung der Absorption der Gase in Wasser angegeben und nach derselben von den früheren oft sehr abweichende Resultate gefunden.

Fig. 302.

Der zu diesen Versuchen angewandte Apparat hat folgende Einrichtung: Das in Millimeter getheilte und kalibrirte Absorptionsrohr *e*, Fig. 301, ist an seinem unteren offenen Ende mit einer aufgekitteten, in die Schraubenmutter des kleinen Stuhles *aa*, Fig. 302, passenden Schraubenspindel *b*

Digitized by Google

versehen, vermittelst deren man das offene Ende des Absorptionsrohres gegen die mit vulcanisirtem Kautschuk überzogene Bodenplatte des kleinen Stuhles *a a* schrauben und dadurch verschliessen kann. An dem Stuhle befinden sich die beiden Stahlfedern *c c*, welche in zwei perpendiculär laufende Falze der inneren Höhlung des Fusses *f*, Fig. 301, passen, so dass sich der Stuhl, wenn er in die Höhlung des Fusses gesenkt ist, auf und nieder bewegen, aber nicht um seine Axe drehen lässt. Es wird dadurch bewirkt, dass die Absorptionsröhre, welche gegen die Kautschukplatte des in den Falzen festgehaltenen Stuhles geschraubt ist, durch eine geringe Axendrehung nach links oder rechts geöffnet oder wieder verschlossen werden kann.

In dieses mit Quecksilber gefüllte, in einer Quecksilberwanne stehende Absorptionsrohr lässt man nun zunächst eine Portion des zu untersuchenden Gases eintreten, und nachdem man die zur Bestimmung seines Volumens v, seiner Temperatur und des Druckes b, unter dem es steht, nöthigen Ablesungen vorgenommen hat, wird eine angemessene Quantität luftfreien Wassers zugelassen, das Absorptionsrohr durch Aufschrauben des oben besprochenen kleinen Stuhles unter Quecksilber geschlossen und dann in den unten mit Quecksilber, oben mit Wasser gefüllten Glascylinder *g g*, Fig. 301, eingetaucht. — Die Temperatur dieses Wassers wird an dem Thermometer k abgelesen.

Hierauf wird das Absorptionsrohr durch Drehen auf die oben angegebene Weise geöffnet, der Druck, unter welchem das eingeschlossene Gas steht, durch Eingiessen von Quecksilber in den Trichter r bis zu einem beliebigen Grade vermehrt, das Absorptionsrohr unten wieder zugeschraubt und dann das Glasrohr *g g* oben durch Aufschrauben eines Deckels vollkommen geschlossen. Dieser Deckel ist in der Mitte mit einer Kautschukplatte versehen, welche, auf den Gipfel des Absorptionsrohres aufgedrückt, dasselbe so fest hält, dass man nun den ganzen Apparat tüchtig schütteln kann. Nachdem nun diese Operation so lange wiederholt worden ist, bis sich nach dem Oeffnen des Absorptionsrohres keine Verminderung des Gasvolumens mehr zeigt, werden abermals die nöthigen Ablesungen vorgenommen, um das Volumen v' des übrigen Gases, das Volumen des Wassers im Absorptionsrohre, den Druck b', unter welchem das eingeschlossene Gas steht, u. s. w. zu erfahren.

Da nun v das Volumen des in das Absorptiometer gebrachten Gases unter dem Druck b vor der Absorption ist, so ist das auf den Normaldruck 760mm reducirte Volumen dieser Gasmenge $V = \frac{b \cdot v}{760}$ (§. 83). Das nach der Absorption bei unveränderter Temperatur unter dem Druck b' übrig bleibende Volumen v' würde unter dem Normaldruck das Volumen $V' = \frac{b' v'}{760}$ eingenommen haben; mithin ist das auf den Normaldruck reducirte Volumen g des absorbirten Gases

$$g = V - V' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Digitized by Google

Die von der gleichen Wassermenge bei der gleichen Temperatur einmal unter dem Druck 523^{mm} und dann unter dem Druck 725^{mm} absorbirten in der eben angedeuteten Weise auf den Normaldruck reducirten Volumina von Kohlensäure waren nach einem Versuche von Bunsen 27,3 und 38,6.

Da nun 38,6 : 27,3 in der That sehr nahe gleich 725 : 523 ist, so ergiebt sich aus diesem wie aus einer Reihe von anderen Versuchen die Richtigkeit des bereits oben ausgesprochenen Henry'schen Gesetzes.

Mit dem Namen des Absorptionscoëfficienten einer Gasart bezeichnet man nach Bunsen das (auf 0° C. reducirte) Gasvolumen, welches von der Volumeneinheit der Flüssigkeit unter dem Quecksilberdruck von 760^{mm} absorbirt wird.

Dieser Absorptionscoëfficient lässt sich leicht berechnen, wenn man das Gasvolumen g ermittelt hat, welches unter dem Druck b' von dem Flüssigkeitsvolumen h absorbirt wird.

Nach dem oben angeführten Gesetz würde nämlich von demselben Flüssigkeitsvolumen h unter dem Normaldruck von 760^{mm} das Gasvolumen

$$g \frac{760}{b'}$$

absorbirt werden. Das von der Volumeinheit der Flüssigkeit unter dem Normaldruck absorbirte Gasvolumen ist demnach

$$\alpha = \frac{g}{h} \frac{760}{b'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Setzen wir in Gleichung 2) für g seinen Werth bei 1), so kommt

$$\alpha = \frac{1}{h} (V - V') \frac{760}{b'}$$

und wenn wir für V und V' ihre obigen Werthe setzen

$$\alpha = \frac{1}{h} \left(\frac{v \,.\, b}{760} - \frac{v' \,.\, b'}{760} \right) \frac{760}{b'}$$

$$\alpha = \frac{1}{h} \left(\frac{v\, b}{b'} - v' \right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Die Grösse α ist aber nichts anderes als der Absorptionscoëfficient.

Bei einem mit Stickstoffgas und Wasser bei einer Temperatur von 18° C. angestellten Versuch ergaben sich aus den Beobachtungen am Absorptiometer

$$v = 32{,}608 \qquad b = 429{,}3$$
$$v' = 16{,}52 \qquad b' = 730{,}5$$
$$h = 182{,}37$$

Setzt man diese Werthe in Gleichung 3), so ergiebt sich

$$\alpha = 0{,}01448$$

als Absorptionscoëfficient des Stickstoffs in Wasser bei einer Temperatur von 18° C.

Digitized by Google

Für dieselben Substanzen ändert sich der Absorptionscoëfficient mit der Temperatur.

Für Kohlensäure und Wasser fand **Bunsen** folgende zusammengehörige Werthe der Temperatur und des Absorptionscoëfficienten:

t	α	t	α
4,4° C.	1,4698	16,6° C.	0.9692
8,4	1,2426	19,1	0,8963
13,8	1,0652	22,4	0,8642

woraus er die Interpolationsformel

$$\alpha = 1{,}7967 - 0{,}07761\,t + 0{,}0016424\,t^2$$

ableitet, welche das empirische Gesetz darstellt, nach welchem der Absorptionscoëfficient der Kohlensäure in Wasser von der Temperatur abhängt.

In ähnlicher Weise fand **Bunsen** für die Absorptionscoëfficienten verschiedener Gase folgende Interpolationsformeln:

Stickstoff in Wasser . . .	0,020346	$-$ 0,00053887t	$+$ 0,000011156t^2
„ in Alkohol . . .	0,126338	$-$ 0,000418t	$+$ 0,000006t^2
Wasserstoff in Wasser . .	0,0193		
„ in Alkohol . .	0,06925	$-$ 0,0001487t	$+$ 0,000001t^2
Kohlenoxyd in Wasser . .	0,032874	$-$ 0,00081632t	$+$ 0,0000164t^2
„ in Alkohol . .	0,20443		
Grubengas in Wasser . .	0,05449	$-$ 0,0011807t	$+$ 0,000010278t^2
„ in Alkohol . .	0,522586	$-$ 0,0028655t	$+$ 0,0000142t^2
Methylgas in Wasser . .	0,0871	$-$ 0,0033242t	$+$ 0,0000603t^2
Oelbildendes Gas in Wasser	0,25629	$-$ 0,00913631t	$+$ 0,000188108t^2
„ „ in Alkohol	3,59498	$-$ 0,057716t	$+$ 0,0006812t^2
Kohlensäure in Wasser . .	1,7967	$-$ 0,07761t	$+$ 0,0016424t^2
„ in Alkohol . .	4,32955	$-$ 0,09395t	$+$ 0,00124t^2
Sauerstoff in Wasser . . .	0,04115	$-$ 0,000109t	$+$ 0,00002256t^2
„ in Alkohol . .	0,2825		

Der Absorptionscoëfficient von Wasserstoff in Wasser bleibt zwischen 0° und 20° C., der von Kohlenoxyd in Alkohol und von Sauerstoff in Alkohol bleiben zwischen 0° und 24° ungeändert.

Zur Bestimmung der Absorptionscoëfficienten solcher Gase, welche das Quecksilber angreifen oder welche vom Wasser in unverhältnissmässiger Menge verschluckt werden, lässt sich das Absorptiometer nicht mehr anwenden. Was die in diesen Fällen von **Bunsen** angewandten experimentellen Methoden betrifft, so müssen wir auf dessen „**gasometrische Methoden**“ (Braunschweig 1857) verweisen, und begnügen uns die wichtigsten seiner hierhergehörigen Resultate anzuführen:

Schwefelwasserstoff in Wasser	4,3706	$-$ 0,083687t	$+$ 0,0005213t^2
„ in Alkohol	17,891	$-$ 0,65598t	$+$ 0,00661t^2
Schweflige Säure in Wasser .	79,789	$-$ 2,6077t	$+$ 0,02935t^2
„ „ in Alkohol .	328,62	$-$ 16,95t	$+$ 0,312t^2
Ammoniak in Wasser . . .	1049,63	$-$ 29,496t	$+$ 0,6769t^2

Digitized by Google

102 **Absorption von Gasgemengen.** Wenn zwei oder mehrere Gase mit einander gemischt sind, so erfolgt die Absorption propotional dem Drucke, welchen jeder der Gemengtheile ausüben würde, wenn er sich allein in dem vom Gasgemenge erfüllten Raum befände. Diesen, die Absorption des Gemengtheils bedingenden Druck nennt Bunsen den partiären Druck. Die atmosphärische Luft besteht z. B. aus

0,2096 Volumtheilen Sauerstoff und
0,7904 Volumtheilen Stickstoff.

Steht nun eine bestimmte Menge atmosphärischer Luft unter dem Druck P, so ist der partiäre Druck, unter welchem das Sauerstoffgas absorbirt wird, $0{,}2096\ P$, während die Absorption des Stickstoffs unter dem Druck $0{,}7904\ P$ vor sich geht.

Bezeichnen α und β die Absorptionscoëfficienten des Sauerstoffs und des Stickstoffs, so werden demnach von der Einheit des Wasservolumens aus einer unter dem Normaldruck stehenden Luftmasse absorbirt

$0{,}2096\,\alpha$ Volumina Sauerstoff und
$0{,}7904\beta$ Volumina Stickstoff;

demnach ergiebt sich für atmosphärische Luft der Absorptionscoëfficient

$$\gamma = 0{,}2096\,\alpha + 0{,}7904\,\beta.$$

Setzt man für α und β die Werthe der Absorptionscoëfficienten von Sauerstoff und Stickstoff bei 0° C, so kommt

$$\gamma = 0{,}008625 + 0{,}016151 = 0{,}024776.$$

Das bei 0° C. von der Einheit des Wasservolumens aus der atmosphärischen Luft absorbirte Gasvolumen 0,024776 besteht aber aus 0,008625 Volumtheilen Sauerstoff und 0,016151 Volumtheilen Stickstoff, es enthält also 34 Proc. Sauerstoff und 66 Proc. Stickstoff. Das von Wasser aus der Atmosphäre absorbirte Gasgemenge ist also an Sauerstoff reicher als die atmosphärische Luft selbst.

In der angegebenen Weise geht jedoch die Absorption von Sauerstoff und Stickstoff aus der atmosphärischen Luft nur dann vor sich, wenn die procentische Zusammensetzung des Rückstandes unverändert bleibt, wenn also das Volumen des absorbirenden Wassers verschwindend klein ist gegen das Luftvolumen, welches mit demselben in Berührung ist. Wenn diese Bedingung nicht erfüllt ist, so wird in Folge der ungleichen Absorption der Bestandtheile die procentische Zusammensetzung des unabsorbirt zurückbleibenden Gases, also auch der partiäre Druck verändert und dadurch die Berechnung der absorbirten Gasmengen verwickelter. Aus diesem Grunde würde man auch aus directen Versuchen mit dem Absorptiometer einen anderen Werth für den Absorptionscoëfficienten der atmosphärischen Luft finden.

103 **Diffusion der Gase.** Flüssigkeiten, welche sich nicht gegenseitig lösen oder chemisch mit einander verbinden, können wohl auf einige Augenblicke gemengt sein; bald aber trennen sie sich, sie lagern sich nach der Ordnung ihrer specifischen Gewichte, wie z. B. das Oel auf dem Wasser schwimmt. Bei Gasen findet stets eine ganz gleichförmige Mengung statt.

Digitized by Google

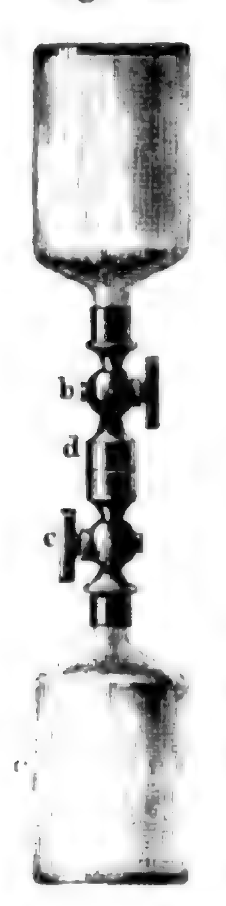
Diese Fundamentalwahrheit ist durch einen directen Versuch ausser Zweifel gesetzt worden. Berthollet verband zwei Ballons, von denen der eine *a*, Fig. 303, mit Wasserstoffgas, der andere *e* mit Kohlensäuregas gefüllt war, durch eine Röhre, die durch Hähne gesperrt werden konnte. Nachdem der Apparat so aufgestellt war, dass der mit dem leichteren Wasserstoffgas gefüllte Ballon über dem anderen stand, wurden die Hähne geöffnet. Nach einiger Zeit hatte sich die Hälfte des Wasserstoffgases trotz seiner Leichtigkeit in dem unteren Ballon verbreitet, während die Hälfte des Kohlensäuregases in den oberen Ballon hinaufgestiegen war.

Jedes der beiden Gase verbreitet sich also gleichförmig in dem ganzen Raume gerade so, als ob das andere gar nicht da wäre.

Diese Erscheinung der gleichförmigen Mengung der Gase wird mit dem Namen der Diffusion bezeichnet.

Was für die Mischung zweier Gase gilt, gilt auch für mehrere. Das allgemeine Princip, nach welchem die Mischung gasförmiger Körper vor sich geht, ist folgendes: Wenn man in einen und denselben Raum verschiedene Gase bringt, welche keine chemische Wirkung auf einander ausüben, so verbreitet sich jedes gleichförmig durch den ganzen Raum.

Fig. 303.



Wenn zwei verschiedenartige Gase durch eine poröse Scheidewand getrennt sind, so geht der Austausch der Gase durch diese Scheidewand hindurch vor sich, und zwar bemerkt man hier eine ähn-

Fig. 304.

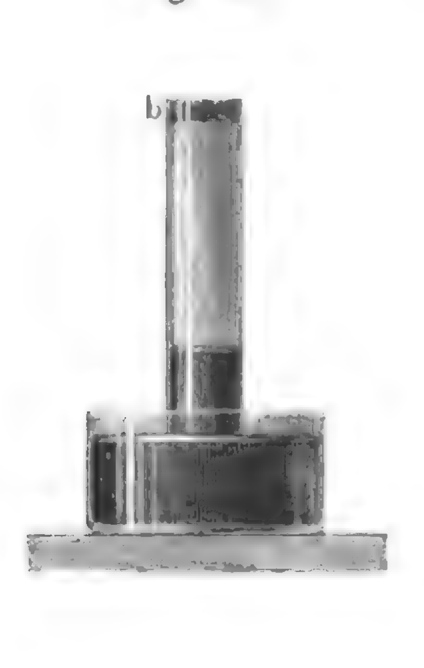
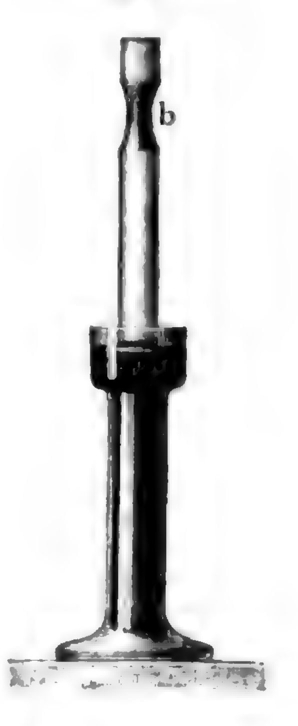


Fig. 305.



liche Erscheinung wie diejenige, welche wir bei den Flüssigkeiten unter dem Namen Endosmose kennen gelernt haben; man findet nämlich, dass verschiedene Gase nicht mit gleicher Geschwindigkeit durch die poröse Scheidewand hindurchdringen, so dass die Gasmenge auf der einen Seite ab- oder zunimmt.

Digitized by Google

Um dies durch den Versuch anschaulich zu machen, kann man in folgender Weise verfahren: Eine ungefähr 1 Zoll weite, oben durch einen 1 bis 2 Linien dicken vollkommen trockenen Gypspfropf *b*, Fig. 304, geschlossene Glasröhre wird mit Wasserstoffgas oder mit Leuchtgas gefüllt, und dann rasch ihr unteres Ende in Quecksilber oder Wasser eingetaucht, wie die Figur andeutet. Ueberlässt man nun die Vorrichtung sich selbst, so sieht man alsbald die Flüssigkeit in die Röhre steigen und schon nach einigen Minuten steht sie um eine namhafte Höhe über dem äusseren Flüssigkeitsspiegel. Das Gasvolumen in der Röhre hat also abgenommen, weil Wasserstoffgas durch den Gypspfropf hindurch in die Atmosphäre diffundirt ist. Freilich ist auch in umgekehrter Richtung durch den Pfropf atmosphärische Luft in den Cylinder eingedrungen, allein das Volumen der eingetretenen Luft ist weit geringer als das Volumen des ausgetretenen Wasserstoffs.

Um das Gesetz der Diffusion durch poröse Scheidewände hindurch zu ermitteln, muss man dadurch, dass man die Röhre allmälig tiefer und tiefer einsenkt, dafür sorgen, dass das Niveau des Quecksilbers in der Röhre stets dem äusseren gleich bleibt, weil ohne diese Vorsichtsmaassregel mehr atmosphärische Luft eindringt, als wenn bloss eine Diffusionswirkung stattgefunden hätte. Um aber das Diffusionsrohr nach und nach tiefer einsenken zu können, wählt man zur Aufnahme der Sperrflüssigkeit einen Glascylinder von der Fig. 305 dargestellten Form.

Graham hat diese Erscheinung zuerst näher untersucht. Nach dem von ihm aufgestellten Gesetz verhalten sich die Geschwindigkeiten, mit welchen die Gase in entgegengesetzter Richtung die Scheidewand durchziehen, umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus ihren specifischen Gewichten. Setzen wir das specifische Gewicht der Luft gleich 1, so ist das des Wasserstoffgases 0,06926; gegen 1 Volumen Wasserstoff, welches austritt, werden also $\sqrt{0{,}06926}$ Volumina Luft eintreten; das Volumen des austretenden Wasserstoffgases soll also $\frac{1}{\sqrt{0{,}06926}} = 3{,}80$ mal grösser sein als das der eintretenden Luft.

Zwischen Endosmose und der Diffusion der Gase findet also ein wesentlicher Unterschied statt. Während die Ungleichheit der entgegengesetzten Strömungen bei der Endosmose lediglich durch die ungleiche Molekularanziehung bedingt wird, welche die Scheidewand auf die Flüssigkeiten ausübt, kommt bei der Diffusion der Gase die Natur der Scheidewand gar nicht in Betracht; das Verhältniss der Strömungen hängt von dem Verhältniss der specifischen Gewichte der Gase ab.

Nach höchst sorgfältig angestellten Versuchen von Bunsen ist Graham's Diffusionsgesetz nicht genau. Ein mit Wasserstoffgas angestellter Versuch, bei welchem Wasser als Sperrflüssigkeit angewendet wurde, gab z. B. folgende Resultate: Das Anfangsvolumen des Wasserstoffs im Diffusionsrohr war 645, als das Wasserniveau in der Röhre 1 Milli-

Digitized by Google

meter höher stand als aussen. Während nun das Wasserstoffgas durch den Gypspfropf diffundirte, also das Gasvolumen in der Röhre abnahm, wurde das Diffusionsrohr immer in der Weise niedergesenkt, dass der Höhenunterschied zwischen dem inneren und äusseren Wasserspiegel stets 1 Millimeter betrug.

Nachdem das Gasvolumen im Diffusionsrohr auf 193 abgenommen hatte, fand keine weitere Aenderung des Volumens mehr statt, die Diffusion des Wasserstoffs war also beendigt, es waren also 193 Volumtheile atmosphärischer Luft gegen 645 Volumtheile Wasserstoffgas eingetreten. Der Quotient $\frac{645}{193} = 3{,}34$ ist aber merklich geringer als 3,80, wie er nach dem Graham'schen Gesetze hätte sein müssen.

Diese Abweichung vom Graham'schen Gesetz hängt mit den Ausströmungsgesetzen der Gase zusammen, wir werden deshalb am Schlusse des neunten Capitels auf diesen Gegenstand zurückkommen.

Digitized by Google

Siebentes Capitel.

Bewegung fester Körper unter dem Einfluss beschleunigender Kräfte.

---

104 **Einleitung.** Ein Körper, welcher seine Stellung gegen andere ändert, ist in Bewegung; er ist in Ruhe, wenn keine solche Veränderung mit ihm vorgeht. Alle Ruhe, alle Bewegung, welche wir beobachten, ist nur relativ, nicht absolut. Die Bäume sind in Ruhe in Beziehung auf die benachbarten Berge, die Bäume haben eine unveränderliche Stellung auf dem Erdboden, aber Bäume und Berge sind deshalb nicht in absoluter Ruhe. Sie durchlaufen mit dem ganzen Erdballe, auf welchem sie fest stehen, die ungeheure Bahn unseres Planeten.

Wir haben bei jeder Bewegung zwei wesentliche Dinge zu betrachten, die Richtung und die Geschwindigkeit.

Wenn ein Körper sich stets nach derselben Richtung bewegt, so ist seine Bahn geradlinig, wenn sich aber die Richtung seiner Bewegung stetig ändert, so ist seine Bewegung krummlinig. Wenn man sich in dem Punkte der Curve, welchen der Körper in einem bestimmten Momente einnimmt, eine Tangente an die Curve gezogen denkt, so zeigt uns diese Tangente die Richtung, welche in diesem Augenblicke die Bewegung des Körpers hat.

Die Bewegung eines Körpers ist gleichförmig, wenn er in gleichen Zeiten gleiche Wege durchläuft, wenn also der durchlaufene Weg der dazu gebrauchten Zeit proportional ist. Bezeichnen wir also mit s den durchlaufenen Weg, mit t die dazu gebrauchte Zeit, so haben wir für eine gleichförmige Bewegung

$$s = vt \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Digitized by Google

wenn v eine constante Grösse ist, die man als Geschwindigkeit bezeichnet.

Da $s = v$ wird, wenn man in Gleichung 1) $t = 1$ setzt, so ist die Geschwindigkeit einer gleichförmigen Bewegung der Weg, welcher in der Zeiteinheit zurückgelegt wird.

Der Zahlenwerth der Geschwindigkeit für einen speciellen Fall hängt davon ab, welche Einheiten man für Zeit und Raum zu Grunde legt. Meist wählt man die Secunde zur Zeiteinheit, den Fuss oder das Meter zur Längeneinheit. Ein ausgewachsener Mensch geht z. B. mit einer Geschwindigkeit von $2^1/_2$ Fuss, ein Schnellzug fährt auf der Eisenbahn mit einer Geschwindigkeit von 45 Fuss in der Secunde.

Ungleichförmig nennt man eine Bewegung, wenn in jedem folgenden Zeittheilchen ein grösserer oder ein kleinerer Weg zurückgelegt wird als in dem nächst vorhergehenden. Im ersteren Falle nennt man die Bewegung eine beschleunigte, im letzteren eine verzögerte.

Die Geschwindigkeit einer ungleichförmigen Bewegung in einem bestimmten Zeitpunkte ist der Weg, welcher von diesem Moment an in der nächsten Secunde zurückgelegt werden würde, wenn während dieser Secunde weder eine Beschleunigung noch eine Verzögerung der Bewegung stattfände.

Die wahren Gesetze der Bewegung waren den Alten unbekannt, indem sich ihre mechanischen Kenntnisse auf die wenigen von Archimedes erkannten und bewiesenen Sätze der Statik (Hebel, Schwerpunkt und Gewichtsverlust von Körpern, welche in Flüssigkeiten untergetaucht sind) beschränkten. Was Aristoteles über Bewegung gelehrt hat, ist theils nichtssagend, theils unrichtig. So unterschied er z. B. zwischen natürlicher Bewegung (freier Fall) und gewaltsamer Bewegung (Bewegung geworfener Körper). Er behauptete, dass ein Körper um so schneller fallen müsse, je schwerer er sei. — Dass ein geworfener Stein fortfährt, sich zu bewegen, nachdem ihn die werfende Hand verlassen hat, sollte daher rühren, dass die Luft ihn treibt u. s. w.

So lange überhaupt das Gesetz der Trägheit nicht erkannt worden war, suchte man die krummlinige Bewegung durch die Annahme einer Kraft zu erklären, welche den Körper gleichsam in der Curve fortführt, wie denn auch Kepler noch der Meinung war, dass die Richtung der Kräfte, welche die Planeten in Bewegung setzen, nach der Tangente ihrer Bahn wirken müssten.

Erst Galiläi kann als Begründer der Bewegungslehre bezeichnet werden. Das erste Gesetz der Bewegung, welches er aufstellte, ist dasjenige, welches gewöhnlich als Gesetz der Trägheit bezeichnet wird. Nach diesem Gesetz muss sich ein Körper, welcher einmal in Bewegung ist, in gerader Linie mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegen, so lange keinerlei Kräfte auf ihn einwirken.

Die richtige Erkenntniss dieses Gesetzes war in der That nicht leicht, weil in der Natur eine geradlinige und gleichförmige Bewegung nicht

Digitized by Google

vorkommt und wir nicht im Stande sind, einen bewegten Körper längere Zeit hindurch dem Einflusse von beschleunigenden Kräften und Bewegungswiderständen zu entziehen. Bei allen Bewegungen, welche man zu beobachten Gelegenheit hatte, trat also nie die Wirkung der Trägheit rein für sich, sondern stets modificirt durch beschleunigende Kräfte und Bewegungswiderstände auf, es galt also, die Wirkung der Trägheit in diesen Combinationen zu erkennen und sie bei allen in der Wirklichkeit vorkommenden Bewegungen nachzuweisen, wie dies Galiläi in der That beim freien Fall, bei der Wurfbewegung u. s. w. gethan hat.

Das zweite von Galiläi aufgestellte Gesetz der Bewegung heisst: Die Bahn eines unter dem Einfluss einer beschleunigenden Kraft sich bewegenden Körpers ist in jedem kleinen Zeittheilchen die Resultirende derjenigen Bahnen, welche den Körper einerseits vermöge der bereits erlangten Geschwindigkeit nach dem Gesetz der Trägheit und andererseits unter dem alleinigen Einfluss der beschleunigenden Kraft in diesem Zeittheilchen zurücklegen würde.

In den folgenden Paragraphen werden wir die Anwendung dieser beiden Hauptgesetze auf verschiedene Bewegungsformen näher betrachten.

105 **Das Fallgesetz.** — Eine stetige Veränderung der Bewegung eines Körpers kann nur durch eine continuirlich wirkende Kraft bewirkt werden, welche man als eine beschleunigende Kraft bezeichnet, weil unter ihrem alleinigen Einfluss ein Körper sich rascher und rascher, also mit beschleunigter Geschwindigkeit bewegen muss.

Wenn die beschleunigende Kraft, unter deren Einfluss sich ein Körper bewegt, stets in gleicher Stärke wirkt, so nennt man sie eine gleichförmig beschleunigende Kraft und die unter ihrem alleinigen Einfluss stattfindende Bewegung eine gleichförmig beschleunigte Bewegung. Ein ausgezeichnetes Beispiel gleichförmig beschleunigter Bewegung bietet uns der freie Fall schwerer Körper.

Denken wir uns, dass die Schwerkraft, unter deren Einfluss ein Körper eine Zeit lang frei herabgefallen ist, in einem bestimmten Moment auf ihn zu wirken aufhöre, so würde deshalb der Körper nicht stillstehen, er würde sich vielmehr vermöge seiner Trägheit von nun an mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegen.

Die Geschwindigkeit eines fallenden Körpers in einem bestimmten Moment ist der Weg, welchen er in der nächsten Secunde zurücklegen würde, wenn von diesem Augenblicke an die Schwerkraft auf ihn zu wirken aufhörte.

Ein schwerer Körper sei 3 Secunden (oder allgemein t Secunden) lang frei herabgefallen, so ist die Endgeschwindigkeit, welche er in dieser Zeit erlangt hat der Weg, den er in der 4ten Secunde (oder allgemein in der (t + 1sten Secunde) zurücklegen würde, wenn von dem Ende

Digitized by Google

der 3ten ($t$ten) Secunde an die Schwerkraft nicht mehr wirkte und der Körper sich nur vermöge seiner Trägheit fortbewegte.

Da die Schwere in jedem Moment des Falles auf dieselbe Weise wirkt, so muss sie die Geschwindigkeit des fallenden Körpers in gleichen Zeiten auch gleichviel vermehren, d. h. die Bewegung muss eine gleichförmig beschleunigte sein. Wenn der fallende Körper während der ersten Fallsecunde eine Geschwindigkeit g erlangt, so muss er also auch nach 2, 3, 4 . . . t Secunden eine Geschwindigkeit $2g$, $3g$, $4g$ . . . tg erlangt haben. Es lässt sich dies in Worten allgemein so ausdrücken: die Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers ist stets der verflossenen Fallzeit proportional, oder es ist

$$v = g \,.\, t \qquad 1)$$

wenn v die Geschwindigkeit bezeichnet, welche der Körper während einer Fallzeit von t Secunden erlangt hat, g aber seine Geschwindigkeit am Ende der ersten Secunde darstellt.

Welchen Raum wird demnach ein Körper in 1, in 2, 3, 4 . . . t Secunden durchlaufen? Zu Anfang der ersten Secunde ist seine Geschwindigkeit $= 0$, zu Ende derselben ist sie g. Da nun die Geschwindigkeit gleichförmig zunimmt, so muss der in der ersten Secunde durchfallene Raum offenbar ebenso gross sein, als ob sich der Körper während dieser Secunde mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit bewegt hätte, welche zwischen der Anfangs- und Endgeschwindigkeit, also zwischen 0 und g in der Mitte liegt. Diese mittlere Geschwindigkeit aber ist $\frac{1}{2}g$, und ein Körper, der sich eine Secunde lang mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}g$ bewegt, durchläuft den Weg $\frac{1}{2}g$.

Ebenso können wir den Fallraum finden, welchen der Körper in zwei Secunden durchfällt. Die Anfangsgeschwindigkeit ist 0, die Endgeschwindigkeit $2g$, also ist die mittlere Geschwindigkeit $\frac{2g}{2}$, und ein Körper, welcher sich zwei Secunden lang mit dieser Geschwindigkeit bewegt, durchläuft einen Raum $2 \,.\, 2\frac{g}{2}$.

In drei Secunden durchfällt der Körper einen Raum $3 \,.\, 3\frac{g}{2}$, denn die Anfangsgeschwindigkeit ist 0, die Endgeschwindigkeit $3g$, also die mittlere Geschwindigkeit $3\frac{g}{2}$, und mit dieser Geschwindigkeit muss ein Körper sich drei Secunden lang gleichförmig bewegen, wenn er denselben Weg zurücklegen soll, den ein schwerer Körper in drei Secunden durchfällt.

Wir wollen diesen Schluss allgemein machen. Wenn ein Körper t Secunden lang fällt, so muss er einen Weg zurücklegen, welcher demjenigen gleich ist, den er während derselben Zeit bei gleichförmiger Bewegung zurückgelegt hätte, wenn seine Geschwindigkeit das Mittel zwi-

Digitized by Google

schen der Anfangsgeschwindigkeit 0 und der Endgeschwindigkeit $g \cdot t$, also $\frac{g}{2} t$ gewesen wäre. Ein Körper aber, welcher sich t Secunden lang mit der Geschwindigkeit $\frac{g}{2} t$ bewegt, durchläuft einen Raum

$$s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

das heisst in Worten: die Fallräume verhalten sich wie die Quadrate der Fallzeiten.

Beim freien Fall sind (den Luftwiderstand abgerechnet) folgende die zusammengehörigen Werthe von t, v und s.

t	v	s
1. Secunde	30 Fuss	15 Fuss
2. „	60 „	60 „
3. „	90 „	135 „
4. „	120 „	240 „
5. „	150 „	375 „

Der Werth von g ist also gleich 30′ oder genauer

$$g = 30{,}16 \text{ Pariser Fuss}$$

oder

$$g = 9{,}809 \text{ Meter.}$$

Dieser genaue Werth von g ergiebt sich aus der Beobachtung von Pendelschwingungen, wie wir weiter unten sehen werden.

Aus der obigen kleinen Tabelle ergiebt sich, dass der Weg, welchen der freifallende Körper in der 2ten Secunde zurücklegt, 45′ ist; von diesem Wege kommen 30′ auf Rechnung der am Ende der ersten Secunde erlangten Endgeschwindigkeit und 15′ auf Rechnung der Wirkung, welche die Schwere während der zweiten Secunde ausgeübt hat.

Der in der dritten Secunde zurückgelegte Weg von 75′ ist die Summe der Endgeschwindigkeit der zweiten Secunde, 60′, und der neuen Wirkung der Schwere, 15 u. s. w.

Es ist häufig von Wichtigkeit, aus den gegebenen Fallhöhen unmittelbar die entsprechende Geschwindigkeit berechnen zu können. Eine Formel, nach welcher diese Rechnung auszuführen ist, ergiebt sich durch die Combination der Gleichungen 1) und 2). Durch Elimination von t findet man

$$v = \sqrt{2gs} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Die Geschwindigkeiten verhalten sich also wie die Quadratwurzeln

Digitized by Google

aus den Fallräumen. Ist z. B. ein Körper 100 Fuss hoch herabgefallen, so ist nach dieser Formel seine Geschwindigkeit

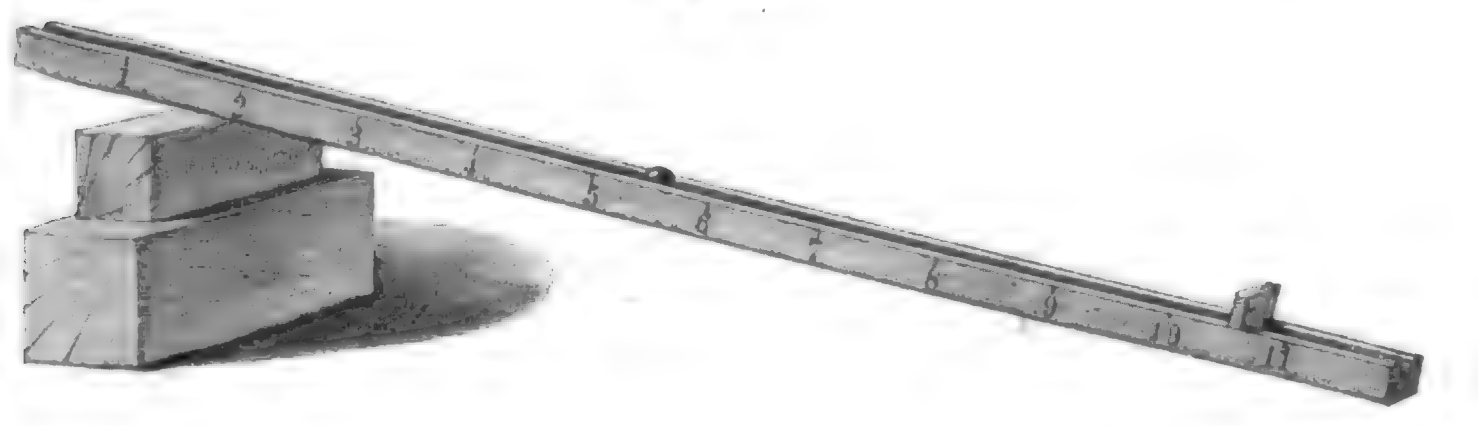
$$v = \sqrt{2 \,.\, 30 \,.\, 100} = 77{,}4 \ldots \text{Fuss}$$

(natürlich ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes).

Versuche über das Fallgesetz. Beim freien Fall sind die in 106 wenig Secunden durchfallenen Räume und die erlangten Geschwindigkeiten viel zu gross, als dass man sie zur Bestätigung des Fallgesetzes gebrauchen könnte, und zwar ist dies um so weniger möglich, als eben der grossen Geschwindigkeit wegen der Widerstand der Luft bedeutende Störungen veranlasst.

Galiläi studirte zuerst die Fallgesetze, indem er Kugeln auf einer schiefen Ebene herunterrollen liess. Zur Anstellung der Galiläi'schen Fallversuche bedient man sich am besten einer, etwa 10 bis 12 Fuss langen Fallrinne von Holz, Fig. 306, welche im Inneren möglichst glatt polirt sein muss, und welche in Fuss und Zoll eingetheilt ist. Ist g die beschleunigende Kraft der Schwere, d. h. ist g die Geschwindig-

Fig. 306.



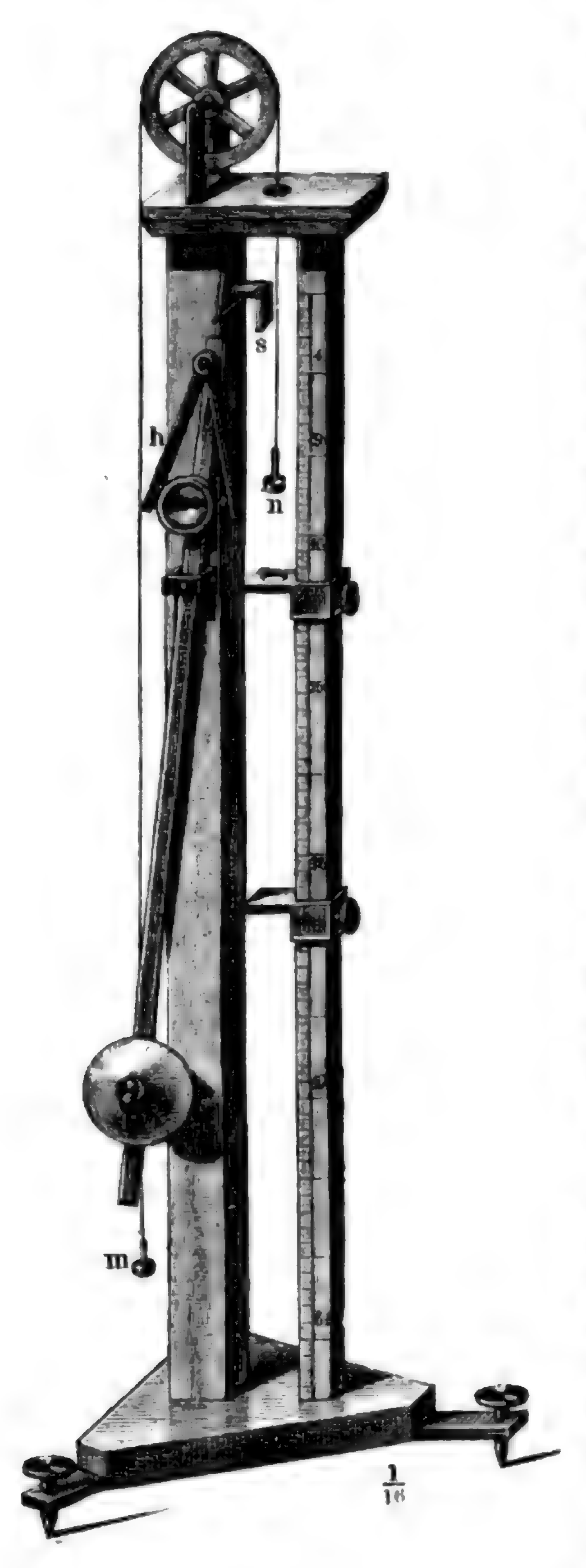
keit, welche ein frei fallender Körper am Ende der ersten Secunde erlangt hat, so ist nach §. 28 $g \,.\, sin\, x$ die beschleunigende Kraft, welche die Kugel in der Fallrinne heruntertreibt, wenn x den Winkel bezeichnet, welchen sie mit der Horizontalen macht; durch Verkleinerung des Winkels x hat man es also in der Gewalt, den Fall auf der schiefen Ebene so langsam zu machen, als man will. Ist die Fallrinne so gestellt, dass $g \,.\, sin x = 2'$, dass also der Fallraum der ersten Secunde 1 Fuss ist, so wird man finden, dass die Kugel in 2, 3 u. s. w. Secunden einen Weg von 4, 9 u. s. w. Fuss in der Fallrinne durchläuft, dass sich also die Fallräume wirklich wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten.

Weit präciser als mit der Fallrinne lassen sich die Fallgesetze mittelst der Atwood'schen Fallmaschine nachweisen. Sie besteht im Wesentlichen aus einer um eine horizontale Axe leicht drehbaren Rolle, Fig. 307 a. f. S., welche auf dem Gipfel einer ungefähr 6 Fuss hohen verticalen Säule befestigt ist. Ueber die Rolle ist eine Schnur geschlungen, an deren Enden gleiche Gewichte m und n hängen. Legt man auf der einen Seite

Digitized by Google

ein Uebergewicht *r* auf, so wird das Gleichgewicht gestört; die Gewichte $n + r$ auf der einen Seite fallen, das Gewicht *m* auf der anderen Seite wird gehoben. Die Geschwindigkeit, mit welcher die Bewegung vor sich geht, ist weit geringer als beim freien Falle, weil die bewegende Kraft, die Schwerkraft des Uebergewichtes *r*, nicht allein die Masse *r*, sondern die Masse $m + n + r$ in Bewegung zu setzen hat.

Fig. 307.



Wäre z. B. jedes der Gewichte *m* und *n* 7 Loth, *r* aber 1 Loth, so hätte das Uebergewicht von 1 Loth (abgesehen von der Masse der Rolle) eine Masse von 15 Loth in Bewegung zu setzen; die Bewegung wird nach denselben Gesetzen vor sich gehen, wie beim freien Falle, nur mit dem einzigen Unterschiede, dass die Intensität der beschleunigenden Kraft hier 15mal kleiner ist. Wenn also ein frei fallender Körper in der ersten Secunde 15 Fuss durchfällt, so würde hier der Fallraum der ersten Secunde nur 1 Fuss sein.

Man sieht wohl ein, dass die Bewegung um so langsamer werden wird, je kleiner das Uebergewicht *r* im Verhältniss zu $m + n$ ist, und man kann also durch zweckmässige Veränderung von *r* die Bewegung so langsam machen als man will.

Um die Fallräume bequem messen zu können, ist an einer zweiten verticalen Säule eine Theilung angebracht, deren oberster Punkt der Nullpunkt der Scala ist. Zwei Schieber, von denen der obere durchbrochen ist, können an jeder Stelle der Scala festgestellt werden.

Soweit ist die Kenntniss des Apparates nöthig, um den Zusammenhang der Versuche zu verstehen.

Zunächst lässt sich mit der Fallmaschine leicht darthun:

1) D a s s s i c h d i e F a l l r ä u m e v e r h a l t e n w i e d i e Q u a d r a t e d e r F a l l z e i t e n. Hat man das Uebergewicht, dessen zweckmässigste Ge-

Digitized by Google

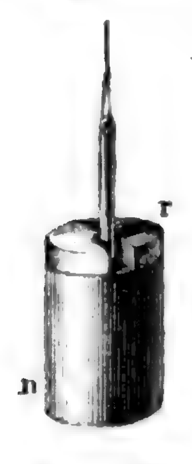
stalt man Fig. 308 sieht, so regulirt, dass der Fallraum der ersten Secunde 1 Zoll ist, so werden

in 2 Secunden 4 Zoll,
„ 3 „ 9 „
„ 4 „ 16 „
„ 5 „ 25 „ u. s. w.

durchlaufen.

Befindet sich also das untere Ende des fallenden Gewichtes *n* zu Anfang der Bewegung am Nullpunkte der Scala, so hat man den undurchbrochenen Schieber bei den Theilstrichen 4, 9, 16, 25 u. s. w. festzustellen, wenn *n* am Ende der zweiten, dritten, vierten u. s. w. Secunde aufschlagen soll.

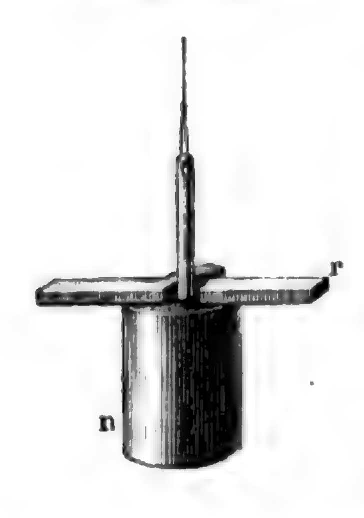
Fig. 308.



Sodann lässt sich mit Hülfe der Fallmaschine nachweisen:

2) Dass die Endgeschwindigkeit der zweiten, dritten, vierten u. s. w. Fallsecunde 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. so gross ist als die Endgeschwindigkeit der ersten, dass also die Geschwindigkeit des fallenden Körpers der Fallzeit proportional ist.

Fig. 309.



Zu diesem Zwecke hat das Uebergewicht *r* die Gestalt Fig. 309, so dass es auf dem durchbrochenen Schieber liegen bleibt, wenn das Gewicht *n* hindurchgegangen ist. Es ist nun klar, dass von dem Augenblicke an, in welchem das Uebergewicht abgehoben wird, keine beschleunigende Kraft mehr auf die Massen *m* und *n* wirkt, sie werden sich also von dem Augenblicke an, in welchem das Uebergewicht weggenommen wird, mit gleichförmiger Geschwindigkeit fortbewegen, und zwar in derjenigen Geschwindigkeit, welche sie in dem Momente hatten, in welchem das Uebergewicht auf den durchbrochenen Schieber aufschlug.

Nehmen wir an, das Uebergewicht sei wieder so regulirt, dass der Fallraum der ersten Secunde 1 Zoll ist, so ist nach den obigen Auseinandersetzungen die Endgeschwindigkeit der ersten Secunde 2 Zoll, d. h. wenn das Uebergewicht am Ende der ersten Fallsecunde abgenommen würde, so würde *n* in jeder folgenden Secunde 2 Zoll zurücklegen.

Wird unter sonst gleichen Verhältnissen das Uebergewicht *r* erst am Ende der zweiten, dritten, vierten u. s. w. Fallsecunde abgenommen, so wird also die erlangte Endgeschwindigkeit 4 Zoll, 6 Zoll, 8 Zoll u. s. w. sein.

Bezeichnen wir nun die Höhe des Gewichtes *n* mit *h*, so wird das Uebergewicht am Ende der zweiten Fallsecunde (wenn also ein Weg von

Digitized by Google

4 Zoll durchfallen ist) abgenommen, wenn der durchbrochene Schieber so gestellt ist, dass die obere Fläche desselben sich (4 — h) Zoll unter dem Nullpunkte befindet. Das Gewicht n wird alsdann am Ende der dritten, der vierten, der fünften Secunde aufschlagen, wenn der zweite Schieber bei 4 + 4, bei 4 + 8, bei 4 + 12 u. s. w. steht.

Soll das Uebergewicht am Ende der dritten Fallsecunde abgenommen werden, so muss der obere Schieber (9 — h) Zoll unter den Nullpunkt gestellt werden, der untere Schieber aber 6, 12, 18 Zoll unter 9″, wenn das Gewicht n am Ende der vierten, fünften, sechsten u. s. w. Secunde auf denselben aufschlagen soll.

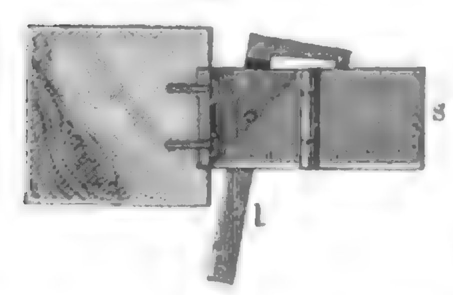
Ebenso kann man es einrichten, dass das Uebergewicht am Ende der vierten, fünften u. s. w. Secunde abgenommen wird, und man findet dann, dass die erlangte Geschwindigkeit 8, 10 u. s. w. Zoll ist.

Wir haben bisher die Reibung ganz unberücksichtigt gelassen und den Hergang der Sache betrachtet, wie er sein würde, wenn keine Reibung stattfände. Um den Einfluss der Reibung so gering als möglich zu machen, wendet man sogenannte Frictionsrollen an; aber selbst in diesem Falle ist es nöthig, auf das Gewicht n noch ein kleines, etwa aus einem ganz dünnen Metallblech herzustellendes Gewicht q aufzulegen (unter r), welches so justirt werden muss, dass es gerade der Reibung das Gleichgewicht hält.

Es sind jetzt nur noch einige Erläuterungen in Betreff der Fallmaschine beizufügen. In der Regel ist mit der Fallmaschine ein Pendel in Verbindung gebracht, welches zum Zählen der Fallsecunden dient, und mit dessen erstem Schlage die Fallbewegung beginnen muss. Die sehr einfache Pendelvorrichtung unserer Fallmaschine ist aus Fig. 310 deutlicher zu ersehen.

Gerade dem Nullpunkte der Theilung gegenüber befindet sich eine um ein Scharnier drehbare Messingplatte s, Fig. 307, welche entweder in Folge ihrer Schwere vertical herabhängt, wie es Fig. 311 zeigt, oder in horizontale Stellung gebracht, durch einen Haken unterstützt werden kann, wie man in Fig. 310 sieht. Auf dieser horizontal gehaltenen Platte steht nun das Gewicht n vor dem Beginn der Bewegung. Der Haken, welcher die Platte s unterstützt, bildet aber das eine Ende eines Hebels l, welcher, wenn man das Pendel in Bewegung setzt, bei dem ersten Schlage desselben etwas auf die Seite geschoben wird, so dass die Platte s, nun ihrer Unterstützung beraubt, herabfällt, dass also auch mit dem ersten Pendelschlage das Fallen des Gewichtes n beginnt.

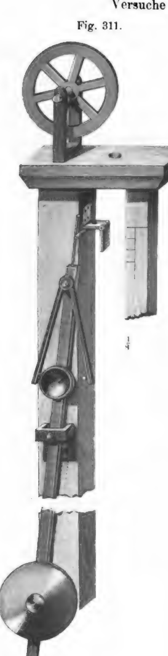
Fig. 310.



Die Schwingungen des Pendels werden dadurch hörbar gemacht, dass der gabelförmige Doppelhammer h, Fig. 307 und 311, bei jedem Hin-

Digitized by Google

Fig. 311.



und bei jedem Hergange des Pendels auf ein auf der Vorderseite desselben befestigtes Glöckchen schlägt.

Die Galiläi'sche Fallrinne sowohl wie die Atwood'sche Fallmaschine gründen sich darauf, dass der Werth von g bedeutend kleiner gemacht wird, als er für den freien Fall ist. Man kann aber auch den freien Fall zur Bestätigung des Fallgesetzes anwenden, wenn man zur Zeiteinheit nicht die Secunde, sondern ein viel kleineres Zeittheilchen wählt und dafür sorgt, dass diese kleinen Zeittheilchen sowohl wie die in ihnen frei durchfallenen Räume genau gemessen werden können, eine Aufgabe, welche v. Babo sehr sinnreich durch die Anwendung von Stimmgabelschwingungen gelöst hat.

Der Apparat, wie ihn Babo ursprünglich mit sehr einfachen Mitteln zusammenstellte, war mehr bestimmt, das Princip zu erläutern als genaue Resultate zu erzielen. Um auch letzteres möglichst zu erreichen, muss der Apparat etwas solider gebaut werden, als es ursprünglich der Fall war, und so habe ich ihm denn die in Fig. 312 (a. f. S.) dargestellte Form und Einrichtung gegeben.

Auf einem starken Brett sind zwei eiserne Schienen r und s aufgeschraubt und durch mehrere eiserne Stangen einander parallel festgehalten. Diese Schienen dienen dem vertical herabfallenden gusseisernen Klotze A, dessen Gestalt aus Fig. 312 a. besser zu erkennen ist, zur Führung. Um diese Führung noch sicherer zu machen, ist eine ganz gleichgestaltete, nur weniger hohe gusseiserne Platte B durch zwei eiserne Stäbchen mit A verbunden,

Digitized by Google

wie man Fig. 312 a. sieht. An der Vorderseite von A und B ist ein ungefähr 5mm dickes Brett b aufgeschraubt, auf welches ein Papierstreifen p mit Stiften aufgesteckt werden kann.

Vor dem mit A und B fallenden Brett b befindet sich nun ein elatischer Stahlstab T, welcher ungefähr 13mm breit und 4mm dick an das obere Ende eines feststehenden hölzernen Pfeilers so angepresst ist, dass der obere ungefähr 52cm lange Theil des Stabes frei oscilliren kann. An seinem oberen Ende trägt dieser Stahlstab eine Messinghülse, in welcher ein Stückchen Bleistift eingelegt ist, dessen Spitze durch eine schwache Spiralfeder leicht gegen den Papierstreifen p angedrückt wird.

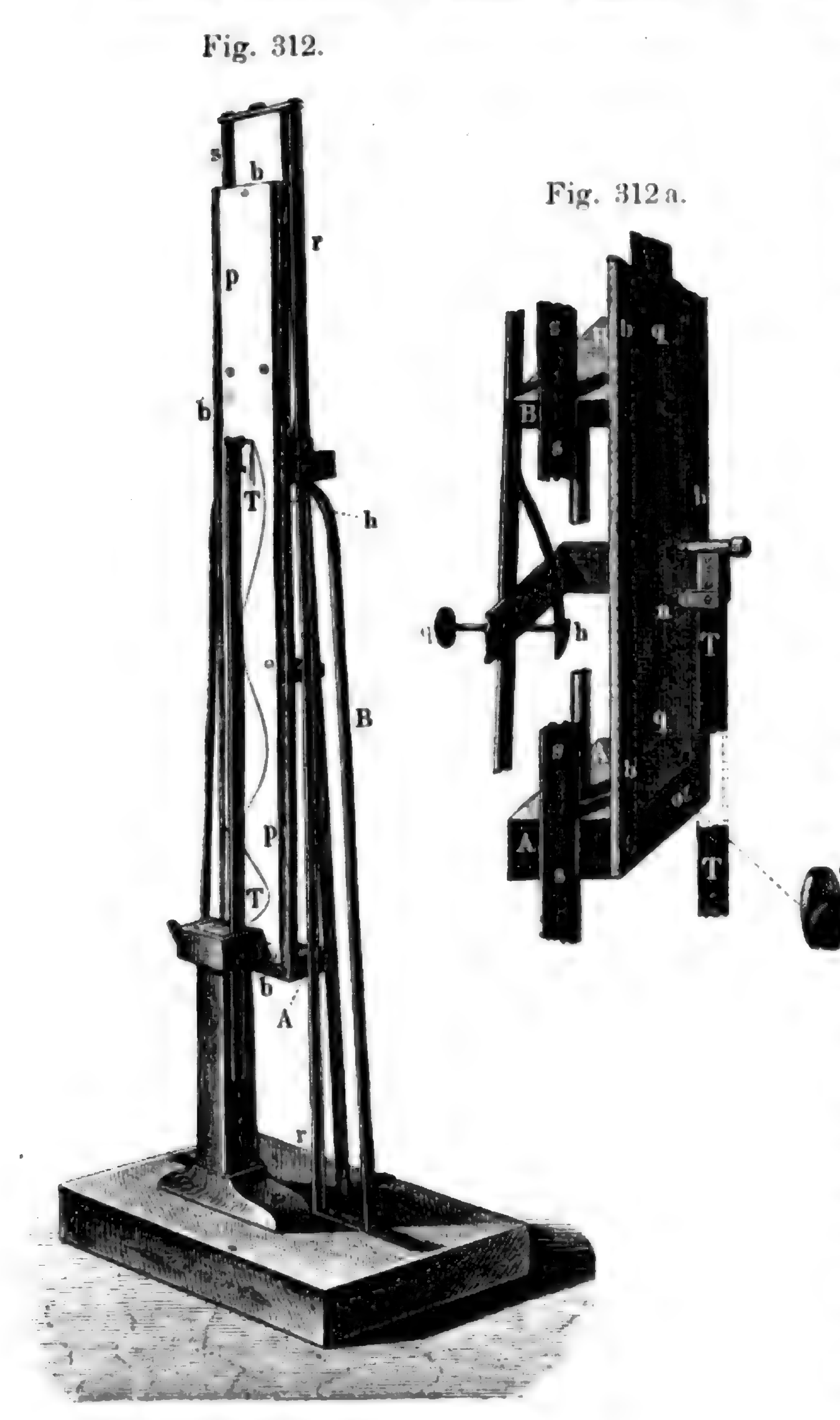


Fig. 312. Fig. 312 a.

Um den Versuch zu machen, muss die Stellung des Apparates so justirt werden, dass die Schienen r und s genau vertical stehen. Alsdann wird A so hoch gehoben, dass seine untere Fläche auf dem Haken h ruht, welcher an dem unteren Ende einer Stahlfeder angebracht ist.

Bevor aber A in dieser Stellung festgestellt wird, muss der Stab T so weit auf die Seite gebogen werden, dass ein an ihm befestigtes Stahlstiftchen n in eine Vertiefung des auf das Brett b und den eisernen Klotz A aufgeschraubten Eisenstückchens o eingreift.

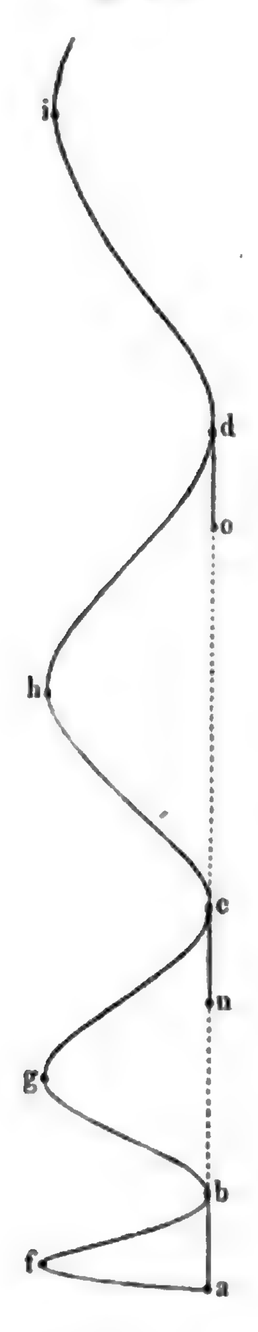
Nachdem nun Alles gehörig eingestellt worden ist, wird der Haken h mittelst des Stäbchens q zurückgezogen. In Folge dessen beginnt A zu fallen, während T gleichzeitig zu oscilliren beginnt und der Bleistift

Digitized by Google

am oberen Ende von T auf den mitfallenden Papierstreifen p seine Schwingungscurve schreibt.

Durch diese Schwingungscurve, Fig. 313, wird nun das Fallgesetz sehr anschaulich dargestellt. Während der ersten, zweiten, dritten Oscillation des Stabes T werden die Räume ab, bc, cd durchfallen und die Messung dieser Fallräume zeigt, dass $ac = 4\,ab$, $ad = 9\,ab$, dass sich also die Fallräume wirklich wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten.

Fig. 313.



Zieht man von bc und cd die Längen $cn = do = ba$, also Längen ab, welche dem Fallraum während der ersten Vibration gleich sind, so bleiben die Längen bn und co, welche die Wege darstellen, welche während der zweiten und dritten Vibration vermöge der Endgeschwindigkeiten durchlaufen werden, mit welchen der fallende Körper in b und c ankommt.

In gleichen Zeiten nehmen die Fallräume um gleichviel zu, und zwar während jeder Vibration um die Länge $bn = bc - ab$. Es ist also auch $cd - cb = cb - ab$. Ferner ist $ih - hg = hg - gf = bn$ u. s. w.

Nach einer später zu besprechenden Methode wurde ermittelt, dass der Stab T meines Apparates 9,3 Schwingungen in jeder Secunde macht. Der während drei solcher Vibrationen durchlaufene Weg ad betrug 0,485, der Fallraum ab der ersten Vibration also $\frac{0{,}485}{9} = 0{,}054$ Meter. Demnach wäre der Fallraum der ersten Secunde:

$$0.054 \,.\, 9{,}3^2 = 0{,}054 \,.\, 86{,}5 = 4{,}67 \text{ Meter},$$

während man 4,9 Meter hätte finden müssen, wenn der Apparat dem Fall des Klotzes A gar keine Widerstände böte.

Jedenfalls ist die Construction dieses Apparates, namentlich aber die Auslösungsvorrichtung noch bedeutender Verbesserungen fähig und ich möchte ihn in dieser Beziehung der Aufmerksamkeit mechanischer Werkstätten empfohlen haben *).

---

*) Das Manuscript zur obigen Stelle war bereits seit einiger Zeit abgegangen, als mir das 4. Heft des LII. Bandes der Sitzungsberichte der Wiener Akademie zu Gesicht kam, in welchem Lippich einen auf dasselbe Princip gegründeten Fallapparat beschreibt. In einem Nachtrag zu seinem Aufsatz bemerkt Lippich, dass Laborde bereits in Cosmos von 1860 einen Apparat beschrieben habe, dem dieselbe Idee zu Grunde liegt, der ihm aber bei Ausführung des seinigen vollkommen unbekannt gewesen sei. Dass in der That diese drei Fallapparate unabhängig von einander construirt wurden, geht schon aus der grossen Verschiedenheit der Form hervor, in welcher dieselbe Grundidee zur Ausführung gebracht wurde.

Digitized by Google

107 **Gleichförmig verzögerte Bewegung.** Wenn ein Körper durch irgend einen Stoss vertical in die Höhe geworfen wird, so wird er mit abnehmender Geschwindigkeit steigen; nach einiger Zeit hört seine nach aufwärts gerichtete Bewegung auf und er beginnt zu fallen. Die Gesetze dieser Bewegung folgen unmittelbar aus dem Vorhergehenden.

Gesetzt, der Körper sei mit einer Geschwindigkeit von 150′ in die Höhe geworfen worden, so würde er, wenn die Schwere nicht wirkte, in jeder Secunde 150′ steigen. Da die Schwere einem fallenden Körper in 1, 2, 3, 4, 5 u. s. w. Secunden eine Geschwindigkeit von 30′, 60′, 90′, 120′, 150′ u. s. w. ertheilt, welche der Richtung unserer Bewegung entgegengesetzt ist, so ist klar, dass die Geschwindigkeit des steigenden Körpers am Ende der ersten Secunde 150 — 30 = 120′ ist; am Ende der zweiten Secunde ist diese Geschwindigkeit 150 — 60 = 90′; am Ende der dritten 150 — 90 = 60′; am Ende der vierten 150 — 120 = 30; am Ende der fünften endlich 150 — 150 = 0, und nun beginnt also der Körper zu fallen. Wir haben hier das Beispiel einer gleichförmig verzögerten Bewegung, denn die Geschwindigkeit des steigenden Körpers nimmt in jeder Secunde um gleich viel, nämlich um 30′ ab.

Stellen wir dies allgemeiner dar. Es sei n die Geschwindigkeit im Beginn des Steigens, so ist die Geschwindigkeit des Körpers nach t Secunden

$$v = n - gt.$$

Das Steigen hört auf, wenn $v = 0$, wenn also $n = gt$, d. h. wenn die in t Secunden erlangte Fallgeschwindigkeit der Geschwindigkeit gleich ist, mit welcher der Körper zu steigen begonnen hat.

Die Zeit T, welche der Körper braucht, um den Gipfel seiner Bahn zu erreichen, ist demnach

$$T = \frac{n}{g}.$$

Eine Kanonenkugel, welche mit 1200 Fuss Geschwindigkeit vertical in die Höhe geschossen wird, würde also den höchsten Punkt ihres Weges nach $\frac{1200}{30} = 40$ Secunden erreichen.

Suchen wir nun die Höhe zu bestimmen, welche der steigende Körper nach einer gegebenen Zeit erreicht hat. Bei dem oben zu Anfange dieses Paragraphen gewählten Beispiele würde der Körper nach 1, 2, 3 u. s. w. Secunden die Höhe von 150, 300, 450 u. s. w. Fuss erreicht haben, wenn die Schwere ihn nicht herabzöge. Wie wir aber gesehen haben, zieht ihn die Schwere in der ersten Secunde 15 Fuss herab, in 2 Secunden 4 . 15 oder 60′, in 3 Secunden 9 . 15 oder 135′. Seine Höhe am Ende der ersten Secunde ist also 150 — 15 = 135′; am Ende der zweiten, dritten Secunde ist seine Höhe 300 — 60 = 240′, 450 — 135 = 315′ u. s. w. Nach 5 Secunden hätte er die Höhe von 750′ erreicht, ist aber durch die Wirkung der Schwere $15 \times 5^2 = 375'$ herabgezogen, er befindet sich also wirklich in einer Höhe von 750 — 375 = 375 Fuss, und nun beginnt er wieder zu fallen.

Digitized by Google

Betrachten wir die Sache allgemeiner. In t Secunden würde der Körper vermöge seiner ursprünglichen Geschwindigkeit n zu der Höhe nt steigen, er ist aber durch die Schwere von dieser Höhe um $\frac{g}{2} t^2$ herabgezogen worden, seine wirkliche Höhe ist demnach:

$$h = nt - \frac{g}{2} t^2.$$

Da der Gipfel der Bahn erreicht wird, wenn $t = \frac{n}{g}$, so findet man die Höhe H des Körpers für diesen Moment, wenn man in obiger Formel statt t diesen Werth setzt; es ergiebt sich:

$$H = \frac{n^2}{g} - \frac{g\,n^2}{2\,g^2} = \frac{n^2}{g} - \frac{n^2}{2\,g} = \frac{n^2}{2\,g}.$$

Die mit der Geschwindigkeit von 1200 Fuss vertical in die Höhe geschossene Kanonenkugel erreicht also eine Höhe $H = \frac{1200^2}{2\,.\,30} = \frac{1440000}{60}$ $= 24000$ Fuss.

Nach Gleichung 2) auf Seite 248 haben wir für die Zeit t, welche ein Körper braucht, um den Raum s zu durchfallen, den Werth

$$t = \sqrt{\frac{2}{g} s},$$

die Zeit T', welche ein Körper braucht, um die Höhe $H = \frac{n^2}{2g}$ zu durchfallen, ist demnach

$$T' = \sqrt{\frac{2}{g} \cdot \frac{n^2}{2\,g}} = \sqrt{\frac{n^2}{g^2}} = \frac{n}{g},$$

d. h. zum Herabfallen braucht der Körper eben so viel Zeit wie zum Steigen.

Die Geschwindigkeit V, welche durch das Herabfallen von der Höhe H erlangt wird, ist nach Gleichung 3) Seite 248

$$V = \sqrt{2\,g\,H} = \sqrt{2g\,.\,\frac{n^2}{2\,g}} = n,$$

d. h. der Körper kommt mit derselben Geschwindigkeit unten wieder an, mit der er zuerst zu steigen begann; oder um einen Körper bis zu einer Höhe H vertical in die Höhe zu treiben, muss man ihm eine Anfangsgeschwindigkeit ertheilen, die gerade so gross ist als diejenige, welche er durch den freien Fall von der Höhe H herab erlangt.

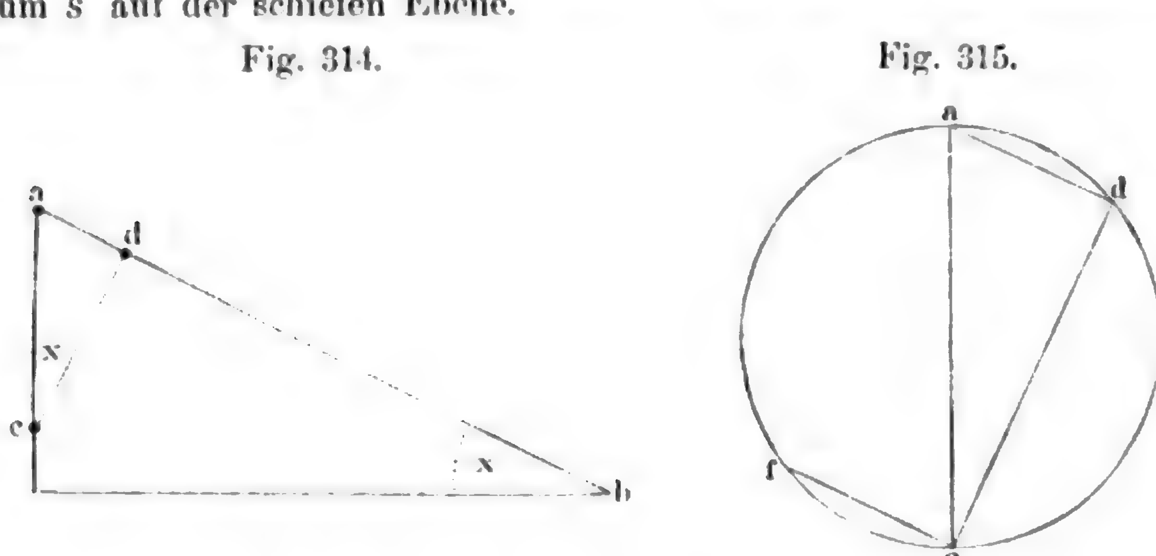
Fall auf der schiefen Ebene. Bezeichnet g wie bisher die beschleunigende Kraft der Schwere, x den Winkel, welchen die schiefe Ebene mit der Horizontalen macht, so ist $g\,.\sin x$ die beschleunigende Kraft, welche den Körper zur schiefen Ebene herabtreibt. (Siehe §. 28). 108

Der Weg s, welchen der frei fallende Körper in t Secunden zurück-

Digitized by Google

legt, ist $s = \frac{g}{2} t^2$; auf der schiefen Ebene durchläuft er in derselben Zeit den Weg $s' = \frac{g}{2} (sin\, x) t^2 = s . sin\, x$. — In Fig. 314 sei nun ab die schiefe Ebene, ac der Raum s, welchen der frei fallende Körper in t Secunden durchfällt, so findet man den Weg s', welchen ein Körper in derselben Zeit auf der schiefen Ebene durchläuft, durch Construction, wenn man von c ein Perpendikel cd auf ab fällt. Es ist hier offenbar $ad = ac . sin\, x$, oder $ad = s . sin\, x$, es ist also ad der gesuchte Fallraum s' auf der schiefen Ebene.

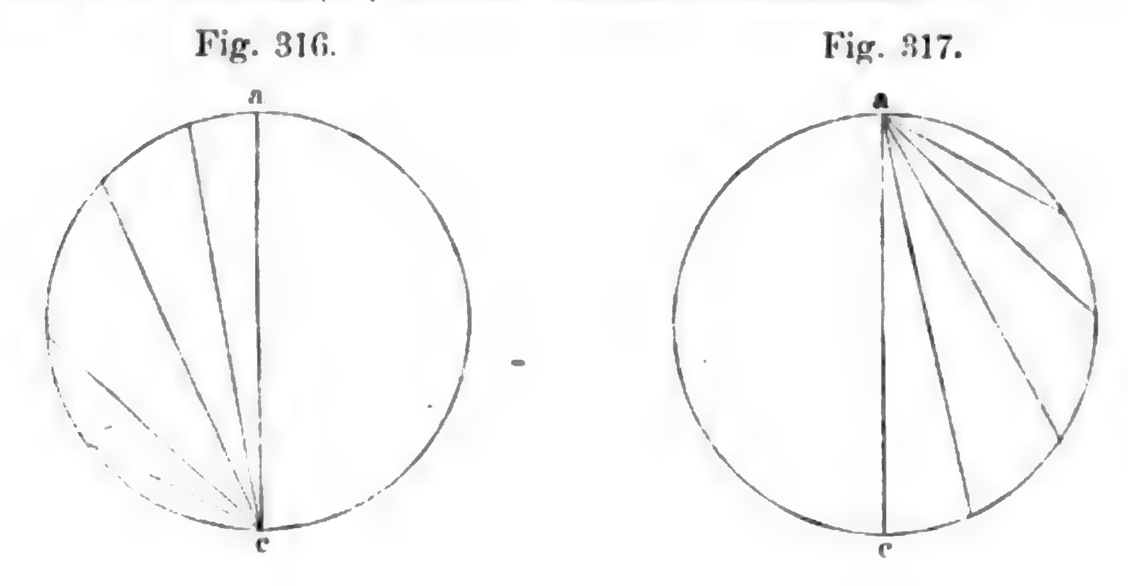
Fig. 314. Fig. 315.



Denken wir uns in einem Kreise, dessen Ebene vertical steht, den verticalen Durchmesser ac, Fig. 315, ferner von irgend einem Punkte d des Umfanges aus die Sehnen da und dc gezogen, so ist bekanntlich dac ein rechtwinkliges Dreieck, und wenn man mit x den Winkel bezeichnet, welchen dc mit der Verticalen macht, so ist x auch der Winkel zwischen ad und der Horizontalen; ferner ist $ad = ac . sin\, x$, es wird also die Sehne ad in derselben Zeit durchlaufen, welche ein frei fallender Körper braucht, um den verticalen Durchmesser ac zu durchfallen.

Dies gilt, welche Stellung der Punkt d auch auf dem Kreisumfange einnehmen mag; alle von a, Fig. 316, ausgehenden Sehnen werden in gleicher Zeit durchlaufen, wie der verticale Durchmesser ac.

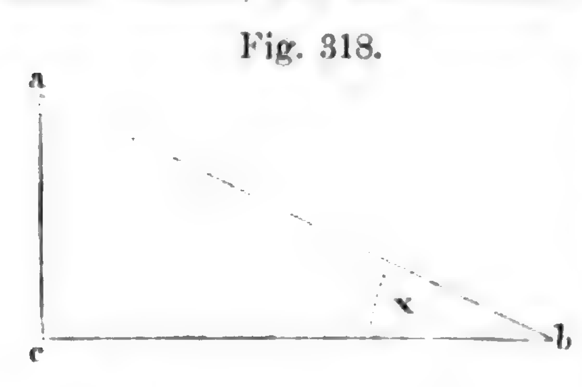
Fig. 316. Fig. 317.



Digitized by Google

Denken wir uns durch c in Fig. 315 eine Sehne cf parallel mit ad gezogen, so hat cf nicht allein gleiche Neigung gegen die Horizontale, wie ad, sondern auch gleiche Länge, woraus dann folgt, dass alle in c, Fig. 317, zusammenlaufenden Sehnen des Kreises in gleicher Zeit durchlaufen werden, wie der verticale Durchmesser ac.

Fig. 318.



In Fig. 318 sei ab eine schiefe Ebene, deren Länge wir mit l und deren verticale Höhe wir mit h bezeichnen wollen. Die Geschwindigkeit, mit welcher ein von a aus auf der schiefen Ebene herabrollender Körper in b ankommt, ist

$$V = \sqrt{2g(\sin x)l} \quad . \quad . \quad 1)$$

Die Geschwindigkeit, mit welcher ein von a vertical herabfallender Körper in c ankommt, ist aber

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Es ist aber $h = l.\sin x$ oder $l = \frac{h}{\sin x}$. Setzen wir diesen Werth von l in Gleichung 1), so kommt

$$V = \sqrt{2gh},$$

es ist also $V = v$, d. h., **wenn ein Körper auf einer schiefen Ebene den Weg ab zurückgelegt hat, so erlangt er stets dieselbe Geschwindigkeit, als ob er die Höhendifferenz zwischen a und b, also die Länge ac frei durchfallen hätte.**

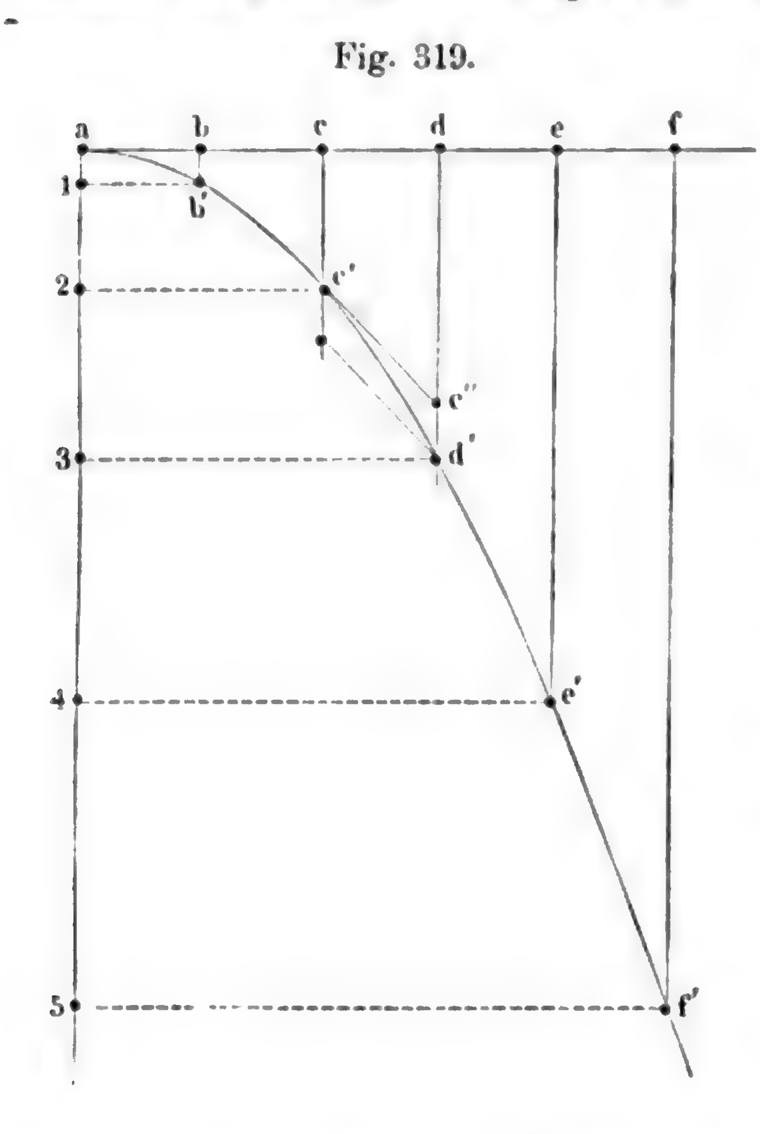
Wurfbewegung. In den bisher betrachteten Fällen war die Bewegung eine geradlinige, und die beschleunigende oder verzögernde Kraft wirkte in der Richtung eben dieser Bewegung. Sobald dies nicht mehr der Fall ist, sobald eine beschleunigende Kraft in einer Richtung auf den Körper wirkt, welche nicht mit der Richtung seiner Bewegung zusammenfällt, so muss die Bahn nothwendig eine krummlinige sein. Wir können hier zwei Fälle unterscheiden. Entweder ist die Richtung der beschleunigenden Kraft für alle Punkte der durchlaufenen Bahn dieselbe, wie man dies ohne merklichen Fehler bei der **Wurfbewegung** annehmen kann, oder die Richtung der beschleunigenden Kraft ist an verschiedenen Punkten der Bahn nicht mehr dieselbe, sondern stets nach einem Centralpunkte convergirend, wie bei der **Centralbewegung**. 109

Wenn ein Körper in einer anderen als in der verticalen Richtung geworfen wird, so beschreibt er eine krumme Linie, deren Gestalt sich aus den Gesetzen des Falles leicht ableiten lässt. Nehmen wir den einfachsten Fall, nämlich den, dass der Körper durch irgend eine Kraft in **horizontaler** Richtung fortgestossen worden sei. Wenn die Schwere nicht wäre, so würde er sich fortwährend in horizontaler Richtung bewegen, und zwar mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Vermöge dieses

Digitized by Google

Stosses würde er in der ersten Secunde den Weg ab, Fig. 319, in der zweiten den gleich grossen Weg bc u. s. w. zurücklegen, er müsste sich also am Ende der ersten, zweiten, dritten u. s. w. Secunde in den Punkten b, c, d u. s. w. befinden. Durch die Schwere aber ist er gesunken. In der ersten Secunde ist er um 15 Fuss gefallen, er wird sich also am Ende derselben nicht in b, sondern 15 Fuss unter b befinden. Am Ende der zweiten Secunde ist er 60 Fuss unter c, am Ende der dritten 135 Fuss unter d u. s. w. Die krumme Linie, welche der Körper auf diese Weise beschreibt, ist ein Parabel.

Fig. 319.



Wenn der Stoss in irgend einer anderen Richtung stattfindet, so lässt sich die gleichfalls parabolische Bahn auf dieselbe Weise durch Construction ermitteln.

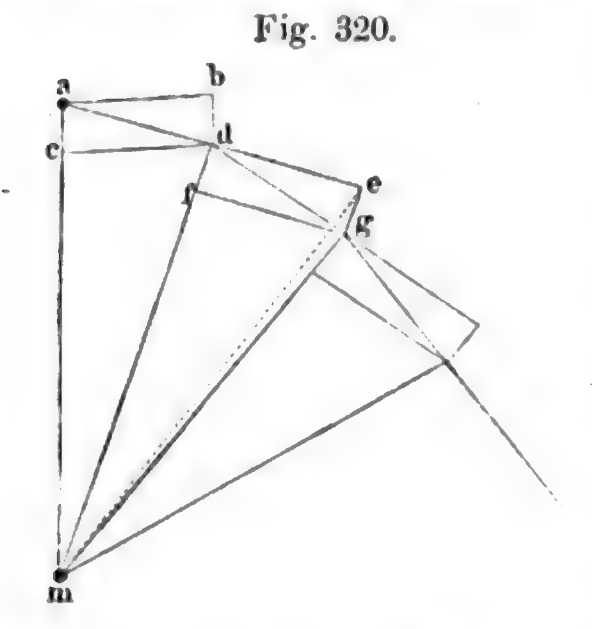
Die Bahn, welche ein geworfener Körper wirklich beschreibt, weicht wegen des Widerstandes der Luft von der rein parabolischen Gestalt ab.

110 **Centralbewegung.** Dass wir die Richtung der Schwerkraft an verschiedenen Stellen der Bahn eines geworfenen Körpers als parallel betrachten konnten, liegt nur daran, dass die Länge der durchlaufenen Bahn verschwindend klein ist gegen die Entfernung des Erdmittelpunktes, gegen welchen der geworfene Körper doch stets hingetrieben wird. Sobald aber die Bahn des Körpers eine namhafte Länge im Vergleich zur Entfernung des Anziehungsmittelpunktes hat, haben wir es mit einer Centralbewegung zu thun. In diese Kategorie gehört die Bewegung des Mondes um die Erde, der Erde und der übrigen Planeten um die Sonne. Denken wir uns, dass der Punkt a, Fig. 320, welcher durch eine stetig wirkende Anziehungskraft nach dem Punkte m hingetrieben wird, beim Beginne seiner Bewegung durch irgend eine momentan wirkende Kraft einen Stoss in der Richtung ab erhalten hätte, so wird er sich weder in der Richtung ab, noch in der Richtung ac bewegen, sondern in einer anderen ad, die sich nach dem Gesetze des Parallelogramms der Kräfte ausmitteln lässt. Um die Betrachtung einfacher zu machen, wollen

Digitized by Google

wir annehmen, dass die stets nach m gerichtete anziehende Kraft stossweise in kleinen Intervallen wirke. Man wird sich bei dieser Betrachtungsweise um so weniger von der Wahrheit entfernen, je kleiner man sich die Intervalle denkt.

Fig. 320.



Wenn der seitwärts gerichtete Stoss für sich allein den materiellen Punkt in einem kleinen Zeittheilchen t von a nach b, die anziehende Kraft, für sich allein wirkend, ihn in derselben Zeit nach c führen würde, so bewegt er sich unter Einwirkung beider Kräfte in dem Zeittheilchen t von a nach d. In d angekommen, würde er sich in der Richtung de weiter bewegen, und zwar würde in der Zeit t der Weg gerade so gross sein wie ad, wenn nicht die anziehende Kraft von Neuem wirkte, und zwar so, als ob der Körper in d einen Stoss erhalten hätte, der ihn, für sich allein wirkend, in der Zeit t von d nach f geführt haben würde. Durch diese abermalige Einwirkung der anziehenden Kraft wird also der Körper wieder von der Richtung de abgelenkt und nach g geführt. Man begreift daraus leicht, dass, wenn der Körper in a einmal einen seitwärts gerichteten Stoss empfangen hat, die anziehende Kraft aber stossweise in kleinen Intervallen wirkt, dass alsdann der Körper ein Polygon beschreiben muss, welches sich einer krummen Linie um so mehr nähert, je kleiner jene Intervalle sind. Wenn die anziehende Kraft stetig wirkt, wie dies in der Natur wirklich der Fall ist, so ist die Bahn eine krumme Linie, deren Natur von dem Verhältniss der sie bedingenden Kräfte abhängt.

Die Kraft, welche den Körper stets nach dem Anziehungsmittelpunkte hintreibt, wird mit dem Namen Centripetalkraft bezeichnet. Wenn in irgend einem Momente der Centralbewegung die Centripetalkraft zu wirken aufhörte, so würde von dem Augenblicke an der Körper sich in der Richtung der Tangente fortbewegen, und zwar mit einer lebendigen Kraft, welche den Namen Tangentialkraft führt.

Je nach dem Verhältniss zwischen Tangentialkraft und Centripetalkraft kann die Bahn ein Kreis, eine Ellipse u. s. w. sein.

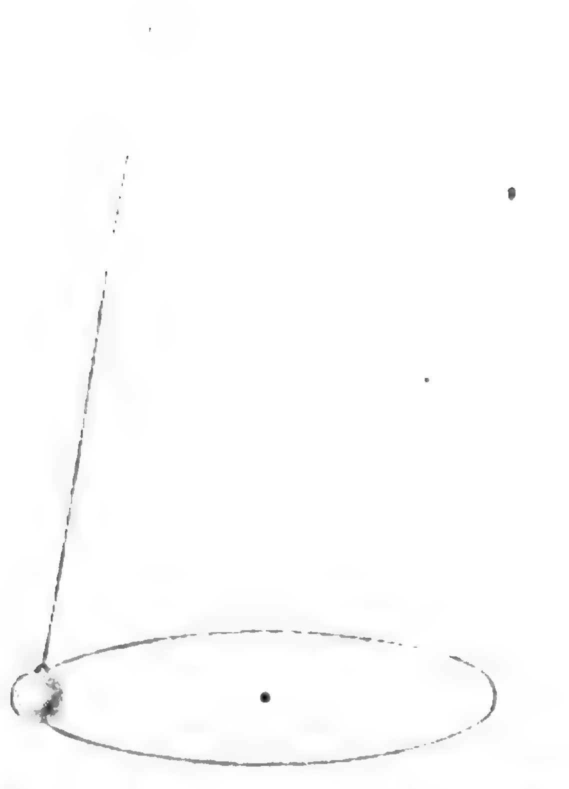
Die Art und Weise, wie durch Zusammenwirken einer beständig gegen einen festen Mittelpunkt hin wirkenden Kraft und eines einmaligen seitlichen Stosses eine Centralbewegung zu Stande kommt, lässt sich durch folgenden Versuch, Fig. 321 (a. f. S.), sehr anschaulich machen.

Von der Decke eines Zimmers herab hängt an einer dünnen Schnur eine metallische Kugel. Zieht man sie aus ihrer Gleichgewichtslage heraus, so wird sie stets durch eine gegen ihre frühere Gleichgewichtslage gerichtete Kraft afficirt sein. Lässt man die Kugel einfach los, so geräth

Digitized by Google

sie in eine einfache Pendelbewegung, deren Gesetze wir später betrachten werden; theilt man ihr aber einen seitlichen Stoss mit, wenn sie sich eben an der Stelle ihrer grössten Ausweichung befindet, so wird sie von nun an eine krumme Linie um den Punkt der Gleichgewichtslage herum beschreiben, welche bei gehörig abgemessener Stärke des seitlichen Stosses sehr nahe kreisförmig sein wird.

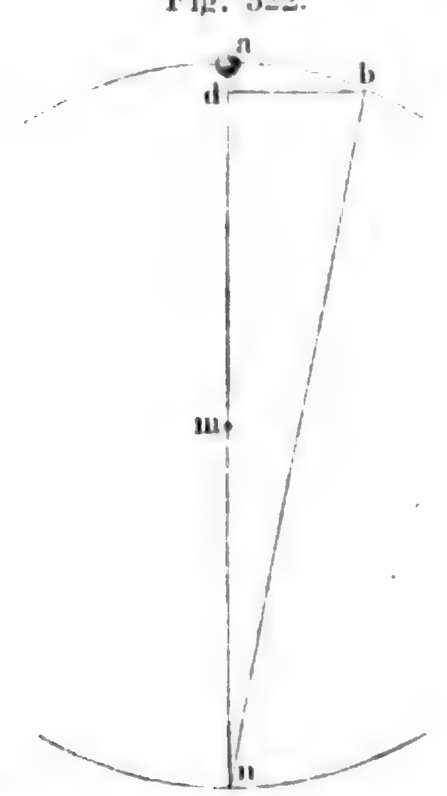
Fig. 321.



Hier haben wir also die kreisförmige Bewegung eines Körpers, der durch eine beständig wirkende Kraft gegen den Mittelpunkt seiner Bahn getrieben wird, ähnlich wie der Mond nach der Erde, die Erde nach der Sonne hin angezogen wird. Bei unserem Versuche werden freilich die Kreise allmälig kleiner und kleiner, bis endlich die Kugel in dem Mittelpunkte zur Ruhe kommt; allein dies ist nur die Folge des Luftwiderstandes und der Reibung am Aufhängepunkte der Schnur.

Wir können uns hier nur mit der kreisförmigen Centralbewegung beschäftigen, und zwar wollen wir zunächst die Beziehung ausmitteln, welche zwischen der Grösse der Centripetalkraft, dem Halbmesser des Kreises und der Umlaufszeit stattfindet.

Fig. 322.



In Fig. 322 sei m der Mittelpunkt des Kreises, welchen der Körper a beschreibt; ab sei der Weg, welchen er in der Zeiteinheit, etwa in einer Secunde zurücklegt. Fällt man nun von b ein Perpendikel bd auf

Digitized by Google

den von a ausgezogenen Durchmesser des Kreises, so ist offenbar ad der Weg, um welchen der Körper a in der Zeiteinheit gegen m hin sich bewegen würde, wenn der Körper in a nicht schon eine Tangentialgeschwindigkeit hätte, sondern lediglich durch die Centripetalkraft gegen m hin getrieben würde.

Einem bekannten Satze der Geometrie zufolge ist nun ab (wenn wir den Bogen als geradlinig betrachten, was ohne merklichen Fehler geschehen kann, wenn ab nur ein kleiner Theil des Kreisumfanges ist) die mittlere Proportionale zwischen ad und an, es ist also

$$ab^2 = ad \times an$$

und daraus

$$ad = \frac{ab^2}{an}.$$

Es ist aber an der Durchmesser des Kreises, also $2r$, wenn wir mit r den Halbmesser desselben bezeichnen; ferner ist der in der Zeiteinheit zurückgelegte Bogen ab gleich dem Kreisumfange, dividirt durch die Umlaufszeit, also $ab = \frac{2\pi r}{t}$. Bezeichnen wir nun den Weg ad, um welchen sich der Körper a unter alleinigem Einfluss der Centralkraft dem Mittelpunkte m in der Zeiteinheit nähern würde, durch p, so haben wir also

$$p = \frac{2\pi^2 r}{t^2}.$$

Die Endgeschwindigkeit v, welche der Körper unter dem Einfluss der Centripetalkraft am Ende der ersten Secunde erlangen würde, wenn er von a aus gegen m fiele, ist aber gleich $2p$, also

$$v = \frac{4\pi^2 r}{t^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

und diese Grösse nimmt man gewöhnlich als Maass für die Centripetalkraft.

Bei einer kreisförmigen Centralbewegung ist also die Centripetalkraft dem Halbmesser des Kreises direct und dem Quadrate der Umlaufszeit umgekehrt proportional.

Die Schwungkraft. Wenn eine schwere Kugel am Ende einer 111
Schnur in m, Fig. 323, befestigt um den Punkt c umgedreht wird, so dass die Kugel einen Kreis um den Mittelpunkt c beschreibt, so wird die Schnur fortwährend eine Spannung auszuhalten haben, welche mit der Schnelligkeit der Umdrehung wächst. Wenn in irgend einem Momente die Schnur durchschnitten würde, so würde die Kugel nicht mehr im Kreise sich fortbewegen, sondern sich vermöge ihrer Trägheit in tangentialer Richtung von ihrer früheren Bahn entfernen.

Fig. 323.

Die Ursache der Spannung, welche die Schnur erleidet, nennt man Centrifugalkraft, Fliehkraft, Schwungkraft. Da aber hier der Widerstand der Schnur denselben Effect hervorbringt, wie die oben bei der freien Centralbewegung betrachtete Centripetalkraft, so ist klar, dass die Centrifugalkraft ihr gleich und entgegengesetzt ist, und dass von der Centrifugalkraft Alles gilt, was von der Centripetalkraft gesagt wurde, d. h. die Schwungkraft wächst im Verhältniss der Halbmesser der Bahnen und im umgekehrten der Quadrate der Umlaufszeiten. Dass die Spannung der Schnur, dass also die Schwungkraft auch der rotirenden Masse proportional sei, versteht sich von selbst.

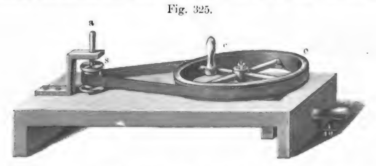
Fig. 324.

Schwungkraft tritt überall da auf, wo eine Rotation um eine feste Axe stattfindet und die einzelnen Theilchen auf irgend eine Weise verhindert sind, sich von jener Axe zu entfernen, also z. B. bei einem Schwungrad, einem Mühlstein u. s. w. Bei einer Schleuder, wie sie Fig. 324 dargestellt ist, sieht man in der That den Stein in tangentialer Richtung fortfliegen, sobald die Hand das eine Schnurende fahren lässt, der Stein also nicht mehr zurückgehalten wird. Bei einem rasch umgedrehten Schleifsteine fahren die Wassertropfen in tangentialer Richtung weg, sobald die Schwungkraft grösser wird als die Adhäsion des Wassers zum Stein.

Um Versuche über die Schwungkraft anzustellen, wird die sogenannte Schwung- oder Centrifugalmaschine angewandt. Fig. 325 stellt eine solche Schwungmaschine ungefähr in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse dar.

Die Umdrehung des gusseisernen Schwungrades c, welches um eine verticale Axe drehbar ist, wird durch einen Riemen auf die hölzerne Spule

Fig. 325.



s übertragen, welche, gleichfalls um eine verticale eiserne Axe drehbar, einen weit geringeren Durchmesser besitzt als das Schwungrad. Wäre

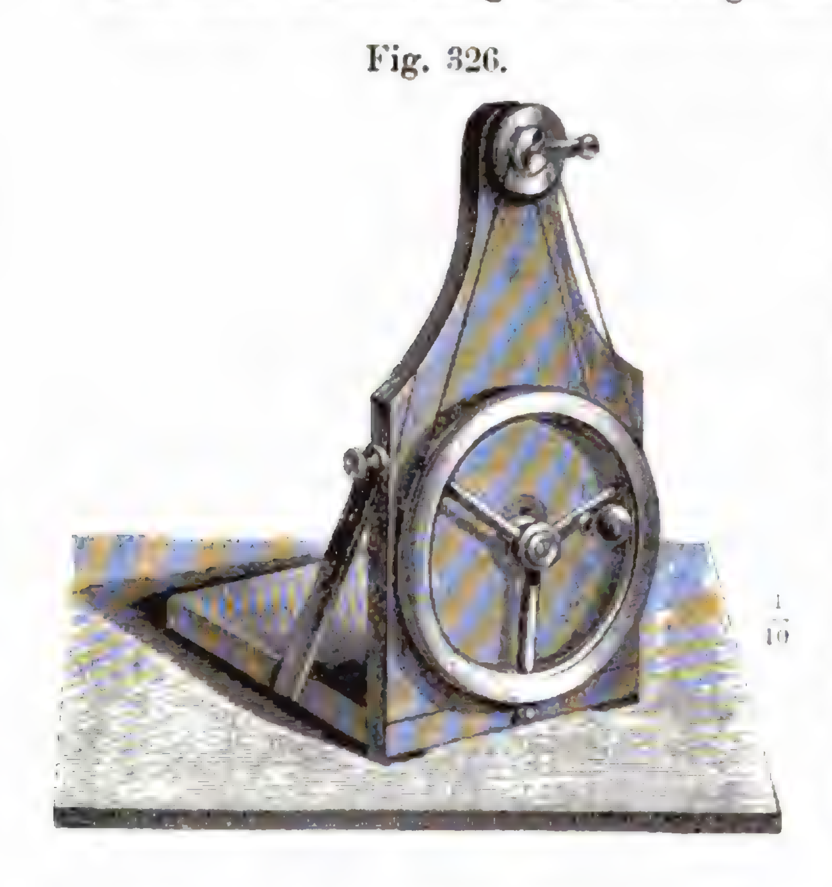
Digitized by Google

z. B. der Durchmesser des Rades 10mal so gross als der Durchmesser der Spule, so würde s 10 Umdrehungen machen müssen, während das Schwungrad 1mal umgedreht wird, und so ist es möglich, bei mässiger Umdrehungsgeschwindigkeit von c die Axe der Spule in rasche Rotation zu versetzen.

Die Axe der Spule endet oben bei a mit einem konischen Zapfen, auf welchem die zu verschiedenen Versuchen über Schwungkraft dienenden Apparate aufgesetzt werden können.

Eine sehr zweckmässige Einrichtung haben in neuerer Zeit mehrere Berliner Mechaniker der Schwungmaschine dadurch gegeben, dass sie die ganze Vorrichtung auf einem Brette befestigt haben, welches, um ein Scharnier drehbar, nach Belieben horizontal oder auch, wie es Fig. 326 zeigt, vertical gestellt werden kann, wodurch die Schwungmaschine auch noch für verschiedene akustische und optische Versuche brauchbar gemacht wird.

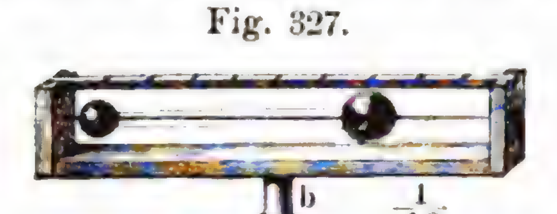
Fig. 326.



Gehen wir nun zur Betrachtung einiger mit der Schwungmaschine anzustellender Versuche über.

Dass die Schwungkraft dem Radius des durchlaufenen Kreises proportional ist, lässt sich mit Hülfe des Apparates Fig. 327 nachweisen. Ein Brettchen, welches mittelst der Hülse b auf den Zapfen a der Schwungmaschine, Fig. 325, aufgesetzt wird, trägt an seinen Enden zwei kurze verticale Arme, zwischen denen ein dünnes Metallstäbchen oder ein Metalldraht ausgespannt ist. Dieser Metalldraht geht durch zwei Kugeln von Holz, Metall oder Elfenbein hindurch, welche durch zwei Schnüre mit einander verbunden sind, so dass die Entfernung beider Kugeln von einander stets dieselbe ist, sobald die Schnüre angespannt sind. Das Loch in den Kugeln muss so gross sein, dass sie sich mit der grössten Leichtigkeit auf dem Drahte verschieben lassen. Nehmen wir an, die Kugeln seien ungefähr so gestellt, wie es die Figur zeigt, so würden sie, wenn der Apparat in Rotation versetzt wird, sich von der Mitte des Drahtes entfernend nach beiden Seiten auseinanderfahren und an den End-

Fig. 327.

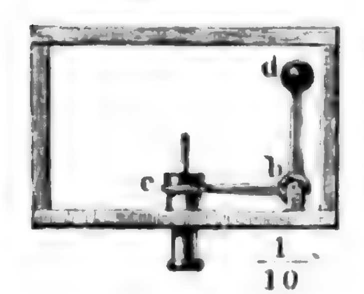


brettchen anschlagen, wenn es die Schnur nicht verhinderte. Da nun die Kugeln nicht auseinanderfahren können, so wird diejenige, für welche die Schwungkraft stärker ist, die andere nach sich ziehen. Wenn nun aber die Kugeln gerade so gestellt sind, dass die Schwungkraft für beide gleich ist, so werden sie sich nicht von der Umdrehungsaxe entfernen können und sich also im Kreise bewegen müssen, ohne nach den Endplatten hinzufahren.

Dieses Gleichgewicht findet nun statt, wenn sich die Entfernungen beider Kugeln von der Mitte des Drahtes umgekehrt verhalten wie ihre Massen. Wäre die grössere Kugel 2-, 3-, 4mal so schwer als die andere, so müsste die kleinere Kugel 2-, 3-, 4mal so weit von der Umdrehungsaxe, also von der Mitte des Drahtes, entfernt sein.

Dass sich die Schwungkraft unter übrigens gleichen Umständen umgekehrt verhält wie das Quadrat der Umlaufszeit, dass sie also bei 2-, 3-, 4mal kleinerer Umlaufszeit 4-, 9-, 16mal grösser wird, lässt sich mit Hülfe des Apparates Fig. 328 nachweisen. Innerhalb eines Rahmens, welcher, wie der vorige Apparat, auf die Schwungmaschine aufgesetzt werden kann, ist ein Winkelhebel dbc angebracht, welcher bei b um eine horizontale Axe leicht drehbar ist. Bei d trägt er eine Metallkugel, bei c aber eine Metallplatte, auf welche verschiedene Gewichte aufgelegt werden können. Sobald dieser Apparat um seine Axe gedreht wird, strebt die Kugel d sich von derselben zu entfernen und die Gewichte bei c zu heben, was in der That erfolgt, sobald die Schwungkraft der Kugel d gross genug geworden ist. Nehmen wir an, das auf c gelegte Gewicht sei so justirt, dass die Kugel d an das Seitenbrett anschlägt, wenn das Schwungrad der Schwungmaschine 1mal in der Secunde umgedreht wird, so wird bei doppelter Umdrehungsgeschwindigkeit dasselbe erfolgen, wenn auf c so viel Gewicht gelegt wird, dass der Druck, mit welchem die Platte c auf ihrer Unterlage aufliegt, 4mal so gross ist als vorher.

Fig. 328.



Der in Fig. 329 abgebildete Apparat dient, um zu erläutern, wie die Abplattung der Erde eine Folge ihrer Axendrehung ist.

An dem unteren Ende der eisernen Axe x, welche auf die Schwungmaschine aufgesetzt wird, sind mehrere elastische Streifen von Messingblech mittelst Charnieren befestigt. Oben laufen diese elastischen Streifen wieder in einer leicht auf der Axe x verschiebbaren Hülse h zusammen. Im Zustande der Ruhe strecken sich die Federn so, dass die Hülse h an dem Knopfe k ansteht; sobald aber der Apparat rasch um die Axe x rotirt, nehmen die Metallstreifen die in unserer Figur angedeutete Gestalt an, indem alle Theilchen derselben sich möglichst weit von der Rotationsaxe zu entfernen streben. Je schneller die Umdrehung, desto mehr werden die Streifen gekrümmt, desto tiefer wird also die Hülse h herabgezogen.

Digitized by Google

Der Apparat Fig. 330 zeigt zwei Glasröhren, welche an beiden Enden zusammengeschmolzen oder auch nur mit Kork verschlossen in einem passenden auf die Schwungmaschine aufzusetzenden Gestell so befestigt sind, dass die nach aussen gekehrten Enden höher stehen als die nach innen gekehrten. Die eine dieser Röhren enthält eine kleine Kugel von Elfenbein oder schwerem Holz, die andere ist zum Theil mit Quecksilber und gefärbtem Wasser gefüllt. Sobald der Apparat in Rotation versetzt wird, läuft die Kugel in der einen Röhre in die Höhe, während in der anderen das Quecksilber die höchste Stelle in der Röhre einnimmt, worauf dann das Wasser und zu unterst die noch in der Röhre enthaltene Luft folgt.

Fig. 329.

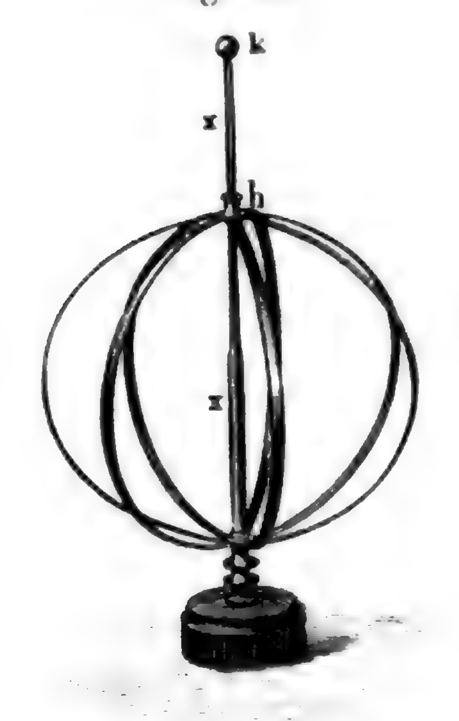
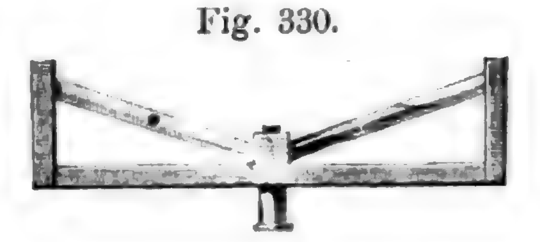


Fig. 330.



Das Aufsteigen von Flüssigkeiten unter dem Einfluss der Schwungkraft lässt sich auch sehr nett mit dem Apparat Fig. 331 zeigen. Er besteht aus einem möglichst grossen Petroleum-Lampenglas, welches mit einer zum Aufschrauben auf die Schwungmaschine dienenden Fassung versehen ist. Eine in das Gefäss gegossene Flüssigkeit, welche im Ruhezustande den Boden bedeckt, steigt bei hinlänglich rascher Rotation in den Bauch des Gefässes, um hier einen Ring zu bilden, welcher nach Innen mit einer verticalen Cylinderfläche begränzt ist. Enthält das Gefäss Quecksilber und dunkel gefärbtes Wasser, so bildet das Quecksilber einen die weiteste Stelle des Gefässes einnehmenden silberglänzenden Ring, welcher oben und unten von dem dunklen Wasserring eingefasst erscheint.

Fig. 331.

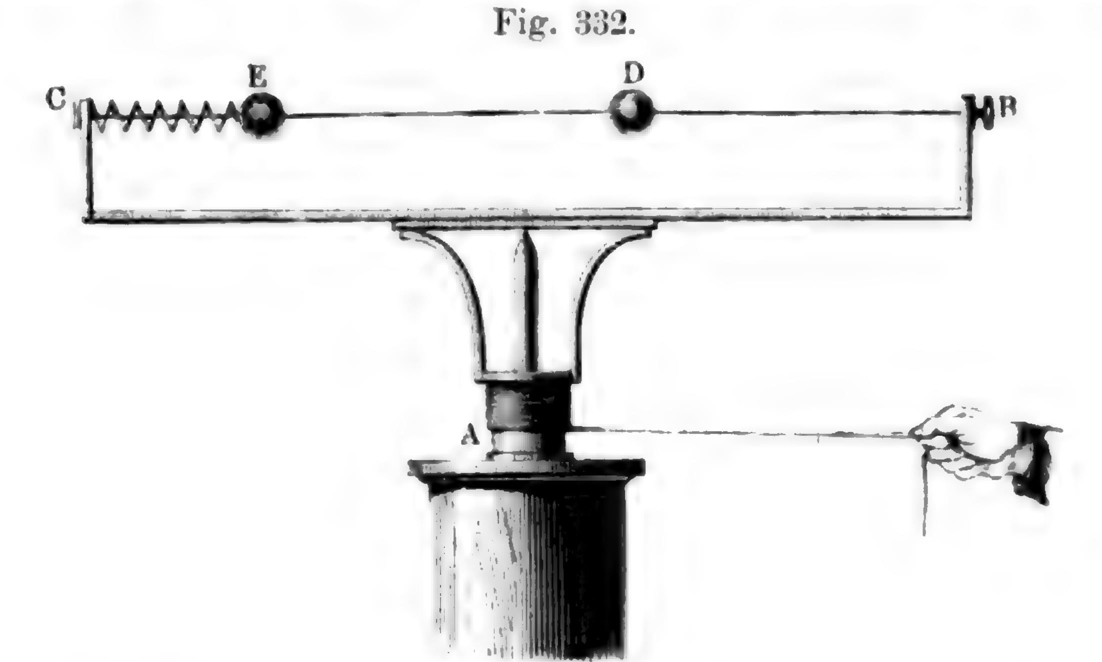
Fig. 332 (a. f. S.) zeigt eine andere Vorrichtung, deren man sich statt der Schwungmaschine zu Versuchen über Centrifugalkraft bedienen kann; sie wird wohl ohne Erläuterung verständlich sein.

Um mit Hülfe einer solchen Vorrichtung den Satz zu beweisen, dass die Centrifugalkraft dem Quadrate der Umlaufszeit ungekehrt proportional ist, hat man eine dem Apparat Fig. 328 ähnliche Vorrichtung aufzusetzen und die Rotation dadurch zu bewirken, dass man die Schnur über

Digitized by Google

eine Rolle gehen lässt und an ihrem freien Ende ein entsprechendes Gewicht anhängt. Durch das Niedergehen dieses Gewichtes nimmt nun die

Fig. 332.



Umdrehungsgeschwindigkeit proportional der Fallzeit zu. Ist das Gewicht, welches an der Schnur zieht, gerade so gemacht, dass die Kugel d an der Seite anschlägt, nachdem die Bewegung eine Secunde gedauert hat, so wird man bei c ein 4faches, ein 9faches Gewicht auflegen müssen, wenn der Anschlag der Kugel d erst nach zwei und nach drei Secunden erfolgen soll.

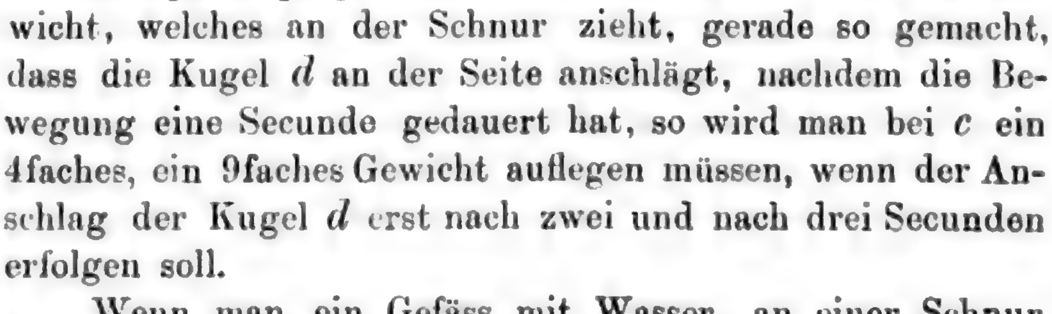


Fig. 333.

Wenn man ein Gefäss mit Wasser, an einer Schnur befestigt, wie Fig. 333 zeigt, und es mit der Hand in verticaler Ebene umschwenkt, so fliesst das Wasser nicht aus, selbst wenn das Gefäss an der obersten Stelle seiner Kreisbahn sich befindet, wo der Boden nach oben und die Oeffnung nach unten gerichtet ist, weil unter diesen Umständen die Schwungkraft grösser ist als die Schwerkraft.

112 **Grösse des Druckes und der Spannung, welche die Schwungkraft erzeugt.** Es ist in vielen Fällen zu wissen nothwendig, wie gross der Druck oder der Zug ist, welchen ein Körper von bekanntem Gewichte bei seiner Rotation um eine feste Axe hervorbringt.

Bezeichnet man den Druck oder den Zug des herumgeschleuderten Körpers mit D, sein Gewicht mit P, die beschleunigende Kraft der Schwere mit g und die beschleunigende Kraft, mit welcher sich die Masse P von der Axe zu entfernen strebt, mit v, so haben wir offenbar

$$g : v = P : D,$$

also

$$D = \frac{v \cdot P}{g},$$

Digitized by Google

für v aber ist der Werth bei 1) S. 263 zu setzen, folglich haben wir

$$D = P\frac{4\pi^2 r}{g t^2},$$

oder wenn wir für π seinen Zahlenwerth 3,14 und für g seinen in Fussen ausgedrückten Werth 30 setzen,

$$D = 1{,}315\,\frac{Pr}{t^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{a)}$$

wo natürlich r auch in Fussen ausgedrückt sein muss.

Es werde z. B. eine 3 Pfund schwere Kugel an einer 2 Fuss langen Schnur so schnell herumgeschleudert, dass jeder Umlauf in $^3/_4$ Secunden vollendet wird, so ist

$$D = 1{,}315 \cdot \frac{3\,.\,2}{0{,}75^2} = 14 \text{ Pfund.}$$

Die Schnur wird also mit einer Kraft von 14 Pfunden gespannt sein. Wäre unter sonst gleichen Umständen die Umdrehungsgeschwindigkeit 3mal grösser, so würde die Spannung der Schnur 9mal stärker, sie würde also 126 Pfund geworden sein. Man sieht, wie durch gesteigerte Geschwindigkeit die Schwungkraft leicht eine enorme Grösse erreichen kann.

Für Metermaass geht Gleichung a) über in

$$D = 4{,}024\,\frac{Pr}{t^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{b)}$$

In dieser Gleichung ist natürlich auch r in Metern auszudrücken. D erhält man in derselben Gewichtseinheit, in welcher P ausgedrückt ist. Es sei z. B. $P = 10$ Kilogramm, $r = 3$ Meter, $t = 1{,}5$ Secunden, so kommt

$$D = 4\,.\,\frac{30}{2{,}25} = 53 \text{ Kilogramm.}$$

Mit Erfolg hat man in neuerer Zeit die Schwungkraft in der Industrie benutzt, z. B. in Zuckerfabriken um den Zucker vom Syrup zu reinigen, in Färbereien um Garne und Zeuge schnell zu trocknen u. s. w.

Babo hat die Schwungkraft auch bei chemischen Arbeiten in Anwendung gebracht, namentlich um Krystalle von syrupartiger schmieriger Mutterlauge zu trennen und um das Absetzen von Niederschlägen zu beschleunigen, welche unter den gewöhnlichen Umständen sehr lange suspendirt bleiben. Wenn nämlich die beschleunigende Kraft, mit welcher sich die geschwungene Flüssigkeitsmasse von der Rotationsaxe zu entfernen strebt, $n$mal so gross ist als die beschleunigende Kraft der Schwere, so ist auch die Differenz zwischen der Centrifugalkraft der Wasserpartikelchen und der Centrifugalkraft der suspendirten Theilchen $n$mal so gross als die Differenz der specifischen Gewichte des Wassers und des suspendirten Körpers, es muss also auch eine rasche Ausscheidung erfolgen, wenn der Werth von n gross genug ist.

Freie Axen. Ist die Masse eines rotirenden Körpers symmetrisch 113
um seine Umdrehungsaxe geordnet, so wird diese Axe in Folge der Rota-

Digitized by Google

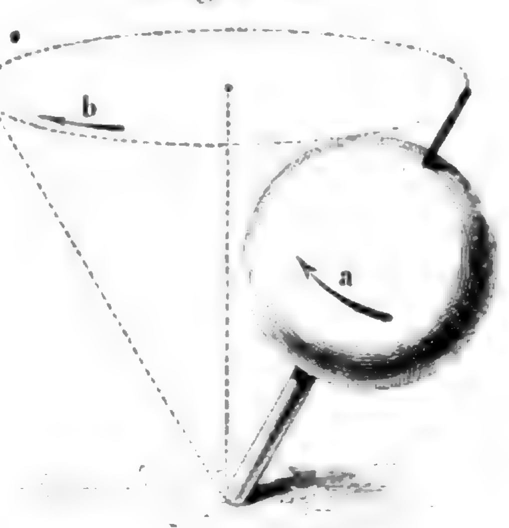
tion des Körpers keinen Druck, keine Spannung nach irgend einer Seite auszuhalten haben, weil die Schwungkraft jedes Theilchens des rotirenden Körpers durch eine gleiche und entgegengesetzte aufgehoben wird. Eine Axe, bei welcher dies der Fall ist, wird eine **freie** Axe genannt. Beispiele freier Axen bieten uns ein **Schwungrad**, ein **Kreisel** u. s. w.

Ein Körper, welcher um eine freie Axe rotirt, besitzt in Beziehung auf dieselbe stets eine mehr oder minder grosse Stabilität, d. h. es zeigt sich ein Bestreben, die Rotationsaxe in unveränderter Richtung zu erhalten, wie dies am besten durch den **Kreisel** erläutert wird. Ein Kreisel, Fig. 334, welcher aus einem bleiernen flachen Cylinder besteht, dessen Umdrehungsaxe unten mit einer stählernen etwas abgerundeten Spitze versehen ist, kann eine halbe, ja eine ganze Stunde lang auf dieser Spitze rotiren, ohne umzufallen (**Busolt**'s Farbenkreisel, Pogg. Annal. Bd. XXXII, S. 656).

Wenn nun auf eine solche freie und nach jeder Richtung hin auch frei bewegliche Axe von aussen her irgend eine störende Kraft einwirkt,

Fig. 334.

Fig. 335.



welche die Richtung dieser Axe zu ändern strebt, so erfolgt eine Verschiebung der Axe rechtwinklig zur Richtung der störenden Kraft. Man kann diese Erscheinung an jedem Kreisel, am bequemsten vielleicht an dem allgemein bekannten Brummkreisel (Brummtoppich) beobachten.

Fig. 335 stellt einen solchen Kreisel dar. Wenn die Rotationsaxe desselben, gleich nachdem er angelassen worden ist, nicht vertical steht, sondern mit der Richtung des Bleilothes einen Winkel macht, wie es die Figur zeigt, so fällt er nicht etwa um, wie man auf den ersten Anblick wohl vermuthen könnte, weil der Schwerpunkt nicht unterstützt ist, sondern die Axe des Kreisels beschreibt in langsamer Bewegung die Oberfläche eines Kegels, wie dies in unserer Figur durch punktirte Linien angedeutet ist, ohne dass der Kreisel sich mehr gegen die horizontale Ebene neigt; ja der Kreisel richtet sich allmälig mehr und mehr auf, bis endlich seine Axe senkrecht steht, welches letztere jedoch nur eine Folge der Reibung ist, welche die Spitze des Kreisels am Boden zu überwinden hat;

Digitized by Google

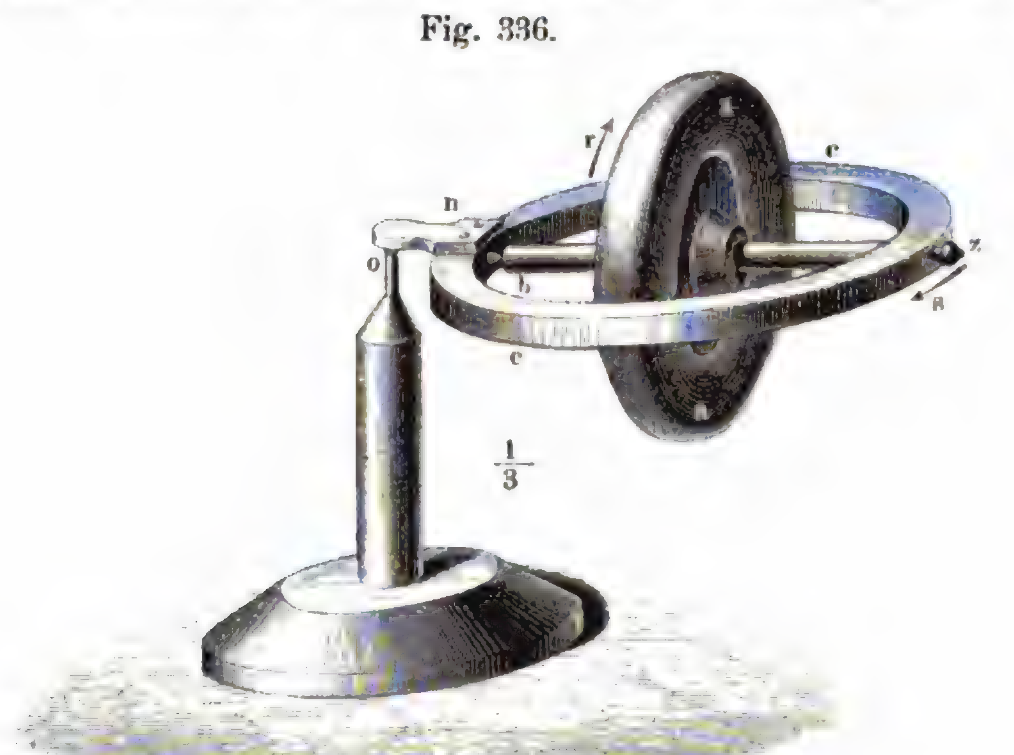
dieses Aufrichten des Kreisels würde nicht stattfinden, wenn keine Reibung stattfände.

Wenn der Kreisel in der Richtung rotirt, welche der Pfeil *a* andeutet, so dreht sich die Rotationsaxe in der Richtung des Pfeiles *b*.

Der Kreisel fällt erst um, wenn seine Rotationsgeschwindigkeit bis zu einem gewissen Grade abgenommen hat.

Noch viel schöner und sicherer lässt sich diese langsame Drehung einer Rotationsaxe an dem Gyroskop, Fig. 336, zeigen. *a* ist eine runde messingene Scheibe, deren äussere Begränzung durch einen dicken messingenen Wulst gebildet wird. Durch die Mitte dieser Scheibe geht eine stäh-

Fig. 336.



lerne, in Spitzen laufende Axe *b*, welche von einem messingenen Ringe *c* getragen wird.

An den Ring *c* ist in der Verticalebene der Axe *b* ein etwas vorragendes Metallstückchen *n* aufgeschraubt, welches mittelst einer in seiner Unterfläche angebrachten Vertiefung auf die Stahlspitze *o* aufgesetzt werden kann.

Geschähe dies, während die Messingscheibe *a* nicht um ihre Axe rotirt, so könnte der Ring *c* mit allem, was in ihm befestigt ist, die horizontale Stellung nicht behaupten, in welcher ihn unsere Figur darstellt, sein Schwerpunkt würde sich rasch niedersenken müssen. Wenn aber die Scheibe *a* vor dem Aufsetzen von *n* auf die Spitze *o* durch kräftiges Abziehen einer um die stählerne Axe *b* gewickelten Schnur in rasche Rotation versetzt worden ist, so behält er die horizontale Stellung bei, während er sich nun langsam in horizontaler Ebene um die Spitze *o* umdreht. Erst nach einiger Zeit, wenn die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe *a* in Folge der unvermeidlichen Reibung bis zu einem gewissen Grade abgenommen hat, beginnt der Ring *c* sammt seinem Inhalt sich allmälig zu senken.

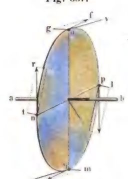
Wie sich die fragliche Erscheinung, wenigstens in ihren Haupt-

Digitized by Google

zügen, ohne Calcül erklären lässt, hat Poggendorff in seinen Annalen (Bd. XC, S. 348) gezeigt. Auf unsern speciellen Fall angewandt, würde die Poggendorff'sche Erklärung ungefähr folgende sein:

Wenn die materielle Scheibe *nopq*, Fig. 337, um die eben horizontal stehende Axe *ab* sehr rasch rotirt, so haben alle Theilchen der Scheibe tangentiale Geschwindigkeiten erlangt, welche für die Punkte *n*, *o*, *p* und *q* durch Pfeile angedeutet sind.

Fig. 337.



Wenn nun durch irgend eine Kraft die rechte Seite der Axe *ab* etwas gesenkt, also die Scheibe um die Axe *np* oder eine damit parallele etwas gedreht wird, so werden dadurch die Geschwindigkeiten, mit welchen gerade die Punkte *o* und *q* behaftet sind, nicht alterirt, sie werden gewissermaassen parallel mit sich selbst verschoben. Anders verhält es sich mit den materiellen Theilchen in *n* und *p*; sie werden genöthigt, aus der Richtung der Tangentialgeschwindigkeiten, mit welchen sie eben behaftet sind, herauszutreten; das Theilchen *n* z. B. wird genöthigt, die Richtung *ns* einzuschlagen. Dadurch wird aber offenbar die ursprüngliche Geschwindigkeit *nr* in zwei Seitenkräfte zerlegt, von welchen die eine *ns* die Richtung bezeichnet, welche die in *n* an die Peripherie gelegte Tangente annehmen muss, während die andere Seitenkraft *nt* rechtwinklig zur Ebene der Scheibe als ein Druck wirkt, welcher eine Drehung um die Axe *oq* oder eine damit parallele zu bewirken strebt, und zwar in der Art, dass dadurch *b* nach vorn bewegt wird.

Wird in gleicher Weise die Geschwindigkeit zerlegt, mit welcher ursprünglich ein materielles Theilchen in *p* behaftet war, so ergiebt sich eine Seitenkraft *pl*, welche parallel mit *nt* die Scheibe sammt der Axe in gleicher Richtung zu drehen strebt, wie *nt*.

Daraus ergiebt sich zunächst, dass wenn die Scheibe *a* des Apparates Fig. 336 in der Richtung des Pfeiles *r* rotirt, eine Drehung des Ringes *c* in der Richtung des Pfeiles *s* erfolgen muss.

Durch die Seitenkräfte *nt* und *pl*, Fig. 337, wird nun die Scheibe in der Weise um eine verticale Axe gedreht, dass dadurch auch die Richtung der Tangentialgeschwindigkeiten in *o* und *q* alterirt wird. Das Theilchen *o*, welches die Tangentialgeschwindigkeit *of* hatte, wird eine Tangentialgeschwindigkeit in der Richtung *ov* annehmen müssen, die Geschwindigkeit *of* wird also in zwei Componenten zerlegt, von denen die eine nach *ov* gerichtet ist, während die andere *og* als ein Druck auf die Scheibe wirkend dahin strebt, die rechte Seite der Axe *ab* zu heben; eine gleiche Wirkung geht aus der Zerlegung der ursprünglichen Tangentialgeschwindigkeit von *q* hervor.

Digitized by Google

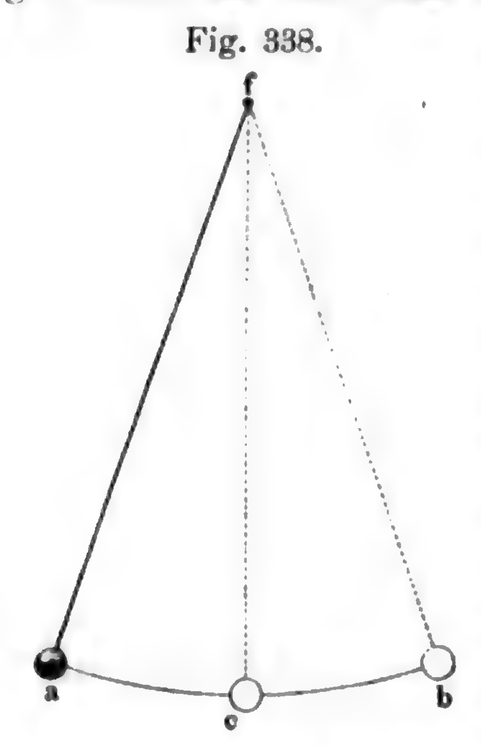
In Folge der Drehung der Rotationsaxe ab um eine verticale Axe treten also Kräfte auf, welche ihr äusseres Ende b zu heben streben, also der ursprünglich störenden Kraft gerade entgegenwirken; und so kommt es denn, dass, wenn die Rotationsgeschwindigkeit nur gross genug ist, die horizontale Lage der Rotationsaxe erhalten bleibt.

Wir haben hier nur einen speciellen Fall.

Eine vollständige Erklärung der hierher gehörigen Erscheinungen nicht allein der Art, sondern auch der Grösse nach, ist ohne höhere Rechnung nicht wohl möglich. Eine vollständige Theorie des Kreisels so wie der auf den gleichen Erklärungsgrund zurückzuführenden Erscheinung der Präcession (s. kosmische Physik) hat schon Euler gegeben, und man findet dieselbe im dritten Bande seiner Mechanik, welche vor Kurzem erst wieder in deutscher Uebersetzung mit Anmerkungen und Erläuterungen von Wolfers herausgegeben wurde.

Das einfache Pendel, Fig. 338, besteht aus einer schweren Ku- 114
gel, welche am Ende eines biegsamen Fadens aufgehängt ist. Bringt man die Kugel aus ihrer Gleichgewichtslage, d. h. bringt man das Pendel aus seiner verticalen Stellung, so macht es, wenn man es loslässt, ohne ihm irgend einen Anstoss zu geben, Schwingungen, welche fortwährend in derselben Verticalebene bleiben. Bringt man z. B. das Pendel in die Lage fa, so beschreibt die Kugel den Bogen ac, in c kommt sie mit solcher Geschwindigkeit an, dass sie auf der anderen Seite bis b steigt, d. h. zu der Höhe des Punktes a; vom Punkte b geht die Kugel abermals zurück, durchläuft in umgekehrter Richtung wieder den Bogen bca und setzt auf dieselbe Weise seine Schwingungen fort. Beim Niedergange des Pendels nimmt seine Geschwindigkeit fortwährend zu, beim Aufsteigen nimmt sie ab; in dem Momente also, in welchem das Pendel die Gleichgewichtslage passirt, hat es seine grösste Geschwindigkeit.

Fig. 338.



Der Winkel afc heisst Ausschlagswinkel oder auch nur Ausschlag.

Die Bewegung von a bis b oder von b bis a heisst eine Oscillation; von a bis c ist eine halbe niedergehende, von c bis b eine halbe aufsteigende Oscillation.

Die Amplitude einer Oscillation ist die in Graden, Minuten und Secunden ausgedrückte Grösse des Bogens ab.

Die Dauer einer Oscillation ist die Zeit, welche das Pendel nöthig hat, um diesen Bogen zu durchlaufen.

Nach dem ersten Anblicke sollte man aus den Versuchen schliessen,

Digitized by Google

dass die Bewegung eines Pendels immer fortdauern müsste, denn wenn es von a ausgehend auf der anderen Seite zu einer gleichen Höhe b ansteigt, so muss es von b ausgehend auch wieder bis a steigen, und es wird so denselben Weg zum zweiten, zum dritten Male u. s. w. bis ins Unendliche machen müssen.

Dieser Schluss würde ganz richtig sein, wenn b wirklich absolut gleiche Höhe mit a hätte; aber die Reibung am Aufhängepunkte f, der Widerstand der Luft, welche die Kugel vor sich wegtreiben muss, machen es unmöglich, dass die Kugel genau wieder bis zu der Höhe steigt, von welcher sie herabfiel. Die Differenz wird freilich erst nach einer Reihe von Schwingungen merklich.

115 **Gesetze der Pendelschwingungen.** Die Gesetze der Pendelschwingungen sind folgende:

1) Die Dauer kleiner Oscillationen eines und desselben Pendels ist von ihrer Amplitude unabhängig, d. h. sie sind isochron. Wenn z. B. ein Pendel mit einer Amplitude von 2^0 bis 3^0 schwingt, so ist die Schwingungsdauer gerade so gross, als ob die Amplitude nur 1^0, oder nur $^1/_{10}$ Grad betrüge.

2) Die Dauer der Oscillationen ist vom Gewichte der Kugel und von der Natur ihrer Substanz unabhängig.

3) Die Schwingungsdauer zweier ungleich langer Pendel verhält sich wie die Quadratwurzel aus den Pendellängen, d. h. es ist

$$t = m\sqrt{l}$$

wo t die Schwingungsdauer, l die Pendellänge und m einen noch näher zu bestimmenden constanten Factor bezeichnet.

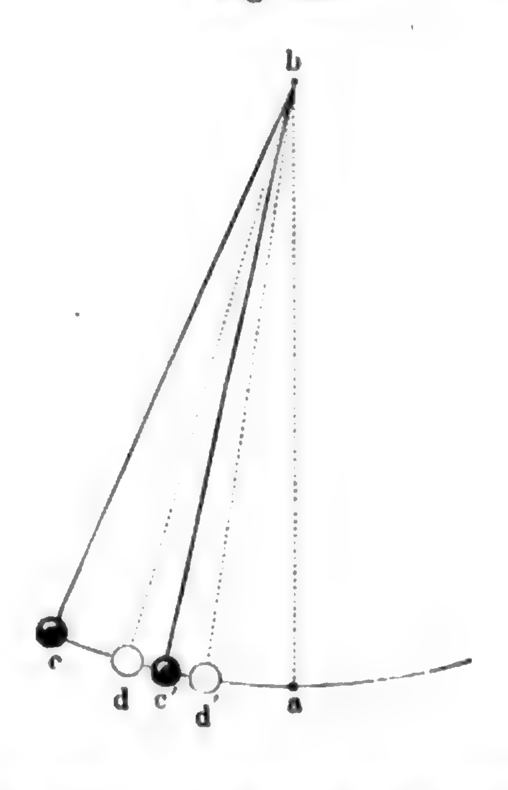
Diese Gesetze ergeben sich aus dem, was oben über den Fall auf der schiefen Ebene gesagt wurde; denn der Bogen, welchen die Pendelkugel durchläuft, ist nichts als eine schiefe Ebene, deren Neigung gegen die horizontale sich continuirlich ändert.

Das erste dieser Gesetze lässt sich folgendermaassen entwickeln: In Fig. 339 sei bc das um den Winkel v aus der Gleichgewichtslage ba entfernte Pendel. Eine durch c gezogene Verticale cf stellt uns nun die auf die Kugel c wirkende Schwerkraft dar, die wir durch g bezeichnen wollen; nach dem Parallelogramm der Kräfte ist ck die Kraft, welche von c aus das Pendel nach der Gleichgewichtslage hintreibt, während ch die Kraft darstellt, welche die Schnur spannt. Es ist nun aber offenbar $ck = g . sin. v$, d. h. die beschleunigende Kraft, welche das Pendel nach seiner Gleichgewichtslage hintreibt, ist stets dem Sinus des Ausschlagwinkels proportional. Ist also die Pendelkugel einmal bis c, Fig. 340, aus der Gleichgewichtslage gebracht, so dass der Ausschlagswinkel v ist, das andere Mal nur halb so weit, bis c', so dass der Ausschlagswinkel $^1/_2\, v$ ist, so haben wir einmal die beschleunigende Kraft $g . sin v$ das andere Mal $g . sin\, ^1/_2\, v$.

Digitized by Google

Wenn der Winkel v nicht gross ist, so ist $\sin v$ bis auf eine verschwindende Grösse gleich dem Doppelten von $\sin {}^1/_2 v$; wenn die Pendel-

Fig. 340.



kugel also von dem Punkte c herabfällt, so ist die beschleunigende Kraft welche im ersten Moment die Bewegung bewirkt, doppelt so gross, als wenn die Pendelkugel in c' ihren Niedergang begonnen hätte, der Bogen $c\,d$, den wir so klein annehmen wollen, dass wir ihn als geradlinig betrachten können, und der Bogen $c'\,d'$, welcher nur halb so gross ist, werden also in gleichen Zeiten durchlaufen, wenn die Bewegung einmal in c, ein andermal in c' beginnt.

Denken wir uns dicht hinter einander zwei gleiche Pendel aufgehängt, das eine bis c, das andere bis c' gehoben und gleichzeitig losgelassen, so werden sie gleichzeitig in den Punkten d und d' ankommen, wenn $c'\,d' = {}^1/_2\, c\,d$. Die beschleunigende Kraft in d ist aber doppelt so gross als in d', ausserdem aber langt das eine Pendel in d mit einer Geschwindigkeit an, welche doppelt so gross als diejenige ist, mit welcher das andere den Punkt d' passirt, und daraus folgt denn, dass auch in dem nächsten kleinen Zeittheilchen das eine Pendel einen doppelt so grossen Weg zurücklegt als das andere. Auf diese Weise fortschliessend findet man endlich, dass beide Pendel gleichzeitig in a ankommen müssen.

Diese Schlussweise lässt sich auch noch anwenden, wenn das Verhältniss der Ausschlagswinkel nicht gerade das von 1 zu 2, sondern ein anderes ist, weil für kleine Ausschlagswinkel die beschleunigende Kraft stets der Entfernung von der Gleichgewichtslage proportional ist; und so lässt sich allgemein zeigen, dass bis zu einer gewissen Gränze hin die Schwingungsdauer von der Grösse der Ausschlagswinkel unabhängig ist.

Um dies Gesetz durch den Versuch zu bestätigen, muss man die Zeit genau bestimmen, welche nöthig ist, damit ein Pendel mehrere hundert Schwingungen macht. Macht man diese Beobachtung zu Anfang der Bewegung, wenn die Amplitude 4⁰ bis 5⁰ ist, später, wenn sie nur noch 2⁰ bis 3⁰ beträgt, und zuletzt, wenn die Oscillationen so klein geworden sind, dass man sie mit der Lupe beobachten muss, so findet man, dass die Oscillationen in diesen drei Stadien wirklich isochron sind.

Das Gesetz des Isochronismus gehört zu den ersten Entdeckungen Galiläi's.

Das zweite Gesetz ist sehr leicht durch den Versuch nachzuweisen. Man macht mehrere Pendel von gleicher Länge, die Kugel des einen von Metall, die des anderen von Wachs, die des dritten von Holz u. s. w., und man wird finden, dass sie alle gleiche Schwingungsdauer haben.

Wenn die Schwere ein Pendel oscilliren macht, so wirkt sie auf jedes Atom der Materie, aus welcher die Kugel besteht; jedes Atom der Kugel wird durch seine eigene Schwere getrieben, und folglich kann auch eine Vermehrung der Atome keinen Einfluss auf die Geschwindigkeit der Oscillationen haben. Könnte man ein einziges Atom Eisen an einem gewichtlosen Faden aufhängen, so müsste es gerade so schnell oscilliren, als ob man ihrer zwei, drei, vier oder eine ganze Kugel von Eisen anhängt. Die Schwere könnte aber auf ein Wachsmolekül anders wirken, als auf ein Eisenmolekül. Dass dies nicht der Fall ist, dass die Schwere auf eine Masse von Eisen nicht anders wirkt als auf eine gleiche Masse von Gold, Platin, Wachs u. s. w., beweist eben dieser Versuch mit dem Pendel. Der früher erwähnte Fallversuch im luftleeren Raume ist nur ein roher Versuch, weil wir hier nur die Wirkung der Schwere während einer ausserordentlich kurzen Zeit beobachten können. Das Pendel aber macht es möglich, die Wirkung der Schwere auf verschiedene Stoffe ganze Stunden lang zu beobachten.

Von den Gesetzen des Falles auf der schiefen Ebene ausgehend, gelangt man durch folgende Schlussweise zu dem oben angeführten dritten Gesetze der Pendelschwingungen.

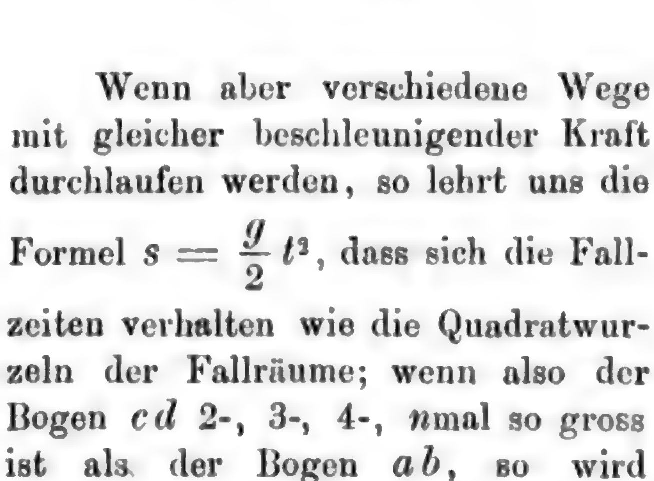
Man denke sich den Schwingungsbogen ab, Fig. 341, eines Pendels in so viel gleiche Theile getheilt, dass man jedes dieser Bogentheilchen als geradlinig betrachten kann. Wenn nun der Ausschlagswinkel eines längeren Pendels eben so gross ist, so muss sich der Schwingungsbogen cd desselben zu ab verhalten wie die Pendellänge fc zu fa. Denken wir uns den Bogen dc in eben so viel gleiche Theile getheilt wie den Bogen ab, so werden auch die einzelnen Theile im Verhältniss der Pendellängen stehen. Wenn also das eine Pendel 4mal so lang ist als das andere, so werden auch jene Unterabtheilungen des Bogens dc 4mal so gross sein als die entsprechenden Theile des Bogens ab. Der Winkel, welchen das oberste, das zweite, dritte u. s. w. Bogentheilchen von ab mit der Horizontalen macht, ist gleich dem Winkel, welchen das erste, zweite, dritte u. s. w. Bogentheilchen von cd mit derselben macht; auf den ent-

Digitized by Google

sprechenden Theilen von ab und cd ist demnach auch die beschleunigende Kraft dieselbe.

Fig. 342.

Fig. 341.



Wenn aber verschiedene Wege mit gleicher beschleunigender Kraft durchlaufen werden, so lehrt uns die Formel $s = \frac{g}{2} t^2$, dass sich die Fallzeiten verhalten wie die Quadratwurzeln der Fallräume; wenn also der Bogen cd 2-, 3-, 4-, $n$mal so gross ist als der Bogen ab, so wird die Zeit, in welcher ein Theilchen von cd durchlaufen wird, auch $\sqrt{2}$-, $\sqrt{3}$-, $\sqrt{4}$-, $\sqrt{n}$mal so gross sein als die, in welcher das entsprechende Theilchen von ab durchlaufen wird. Da dies aber für alle Bogentheilchen gilt, so gilt es auch für ihre Summe, was denn mit anderen Worten heisst, die Schwingungsdauer ist der Quadratwurzel aus der Pendellänge proportional.

Um die Richtigkeit des dritten Gesetzes durch den Versuch nachzuweisen, hat man nur die Schwingungsdauer verschieden langer Pendel zu vergleichen. Wenn sich z. B. die Pendellängen wie die Zahlen 1 : 4 : 9 verhalten, so verhalten sich die entsprechenden Schwingungszeiten wie 1 : 2 : 3. Am bequemsten hängt man zu diesem Versuche die Kugeln an einem doppelten Faden auf, wie Fig. 342 zeigt. Während ein Pendel, dessen Länge 4 Fuss ist, eine Oscillation macht, macht das viermal kürzere Pendel zwei Oscillationen; und während ein Pendel von 1 Fuss Länge dreimal hin- und hergeht, macht ein 9 Fuss langes nur einen Hin- und Hergang.

Die eben besprochenen Gesetze sind von der Intensität der Schwere

Digitized by Google

ganz unabhängig. Wenn die Schwerkraft auch hundertmal stärker oder schwächer wirkte, so würden kleine Schwingungen eines und desselben Pendels doch isochron bleiben, und die Schwingungszeiten verschieden langer Pendel würden sich noch immer wie die Quadratwurzeln ihrer Länge verhalten. Die absolute Dauer der Oscillationen ändert sich aber mit der Intensität der Schwerkraft. Dasselbe Pendel wird schneller oscilliren müssen, wenn die Intensität der Schwerkraft wächst, und langsamer, wenn sie abnimmt.

116 **Mathematische Entwickelung des Pendelgesetzes.** Die Relation zwischen der Schwingungsdauer, der Pendellänge und der beschleunigenden Kraft der Schwere ist durch die Formel

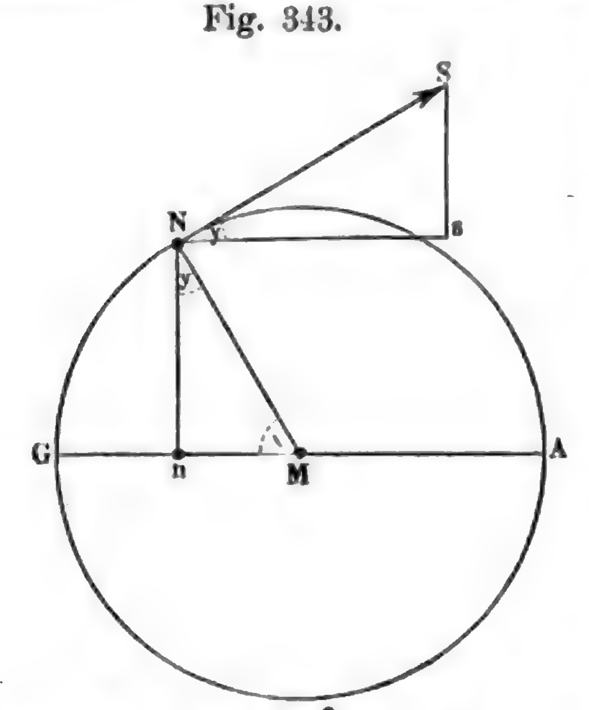
$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

ausgedrückt, in welcher t die Schwingungsdauer, π das Peripherieverhältniss 3,14 ...., l die Pendellänge und g die beschleunigende Kraft der Schwere bezeichnet.

Das für die Physik so wichtige, durch die Gleichung 1) ausgesprochene Gesetz wird gewöhnlich mit Hülfe höherer Rechnung bewiesen. Unter den verschiedenen elementaren Ableitungen der Gleichung 1) dürfte wohl folgende die einfachste sein.

Denken wir uns einen materiellen Punkt Q, welcher den Umfang des Kreises GNA, Fig. 343, mit gleichförmiger Geschwindigkeit V durchläuft, während ein zweiter materieller Punkt P auf dem Durchmesser GMA sich so bewegt, dass er stets die Projection von Q auf GA bildet, dass also z. B. P in demselben Moment in n anlangt, in welchem Q in N eintrifft; so ist die Geschwindigkeit von P jederzeit gleich dem mit GA parallelen Antheil der Geschwindigkeit, mit welcher sich Q bewegt.

Fig. 343.



Es stelle NS die Geschwindigkeit V dar, mit welcher sich Q im Kreise fortbewegt, so ist $V.\cos y$ die mit GA parallele Composante von V, wenn y der Winkel ist, welchen die Tangente NS mit GA oder der mit GA parallelen Ns macht.

Der Winkel y ergänzt aber den Winkel x, welchen der Leitstrahl NM mit MG macht, zu 90^0, es ist also $\cos y = \sin x$, wir haben also für die Geschwindigkeit, mit welcher der auf GA hin- und hergehende materielle Punkt P den Punkt n passirt

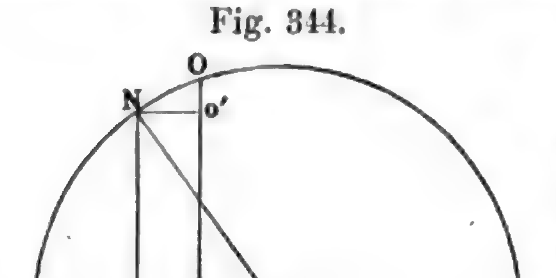
Digitized by Google

$$v = V . \sin x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

die Geschwindigkeit, mit welcher P irgend einen Punkt n des Durchmessers GA passirt, ist also proportional dem Perpendikel nN.

Es gehe nun der auf GA in der angegebenen Weise oscillirende materielle Punkt P in einem kleinen Zeittheilchen von n nach o, Fig. 344, so ist zu Anfang dieses Zeittheilchens seine Geschwindigkeit proportional dem Perpendikel nN, zu Ende dieses Zeittheilchens ist sie aber proportional oO. Machen wir $oo' = nN$, so repräsentirt uns also $o'O$ die Zunahme der Geschwindigkeit während dieses Zeittheilchens, oder genauer gesagt, während jenes Zeitelementes nimmt die Geschwindigkeit von P um eine Grösse zu, welche der Länge $o'O$ proportional ist.

Fig. 344.



Da aber das Dreieck $No'O$ ähnlich ist dem Dreieck nNM, so ist die Zunahme der Geschwindigkeit, welche der eben den Punkt n passirende Körper P im nächsten Zeitelement erleidet, auch proportional der Länge nM, d. h. proportional seinem Abstande von der Gleichgewichtslage.

Die Zunahme der Geschwindigkeit, welche ein bewegter Körper erleidet, ist aber stets proportional der beschleunigenden Kraft, welche ihn treibt, und daraus folgt für unsern Fall, dass wenn ein Körper in der oben angegebenen Weise zwischen den Punkten G und A um die Gleichgewichtslage M oscillirt, dass alsdann die beschleunigende Kraft, welche ihn treibt, stets seinem Abstande von der Gleichgewichtslage proportional ist.

Daraus folgt aber umgekehrt, dass wenn ein materieller Punkt P, welcher auf der Linie GA von seiner Gleichgewichtslage M entfernt stets durch eine Kraft nach M zurückgetrieben wird, welche seinem Abstand von M proportional ist, dass er sich alsdann in der Weise auf GA bewegt, dass er stets die Projection eines zweiten gedachten Punktes Q bildet, welcher, gleichzeitig von G ausgehend, mit gleichförmiger Geschwindigkeit den über GA beschriebenen Halbkreis durchläuft.

Nach demselben Gesetze bewegt sich aber auch die Pendelkugel in dem schwach gekrümmten Bogen cao, Fig. 344 a (a. f. S.), da die Kraft, welche sie treibt, stets ihrem Abstand von der Gleichgewichtslage proportional ist, und dies giebt ein Mittel, die Schwingungsdauer des Pendels zu berechnen.

Wenn V die Geschwindigkeit ist, mit welcher der zwischen G und A, Fig. 343, pendelartig oscillirende Körper P seine Gleichgewichtslage M passirt, so ist V auch die Geschwindigkeit, mit welcher Q sich auf dem Umfange des entsprechenden Kreises fortbewegt, und für die Zeit t, welche Q nöthig hat, um den Halbkreis GNA zu durchlaufen, haben wir die Gleichung

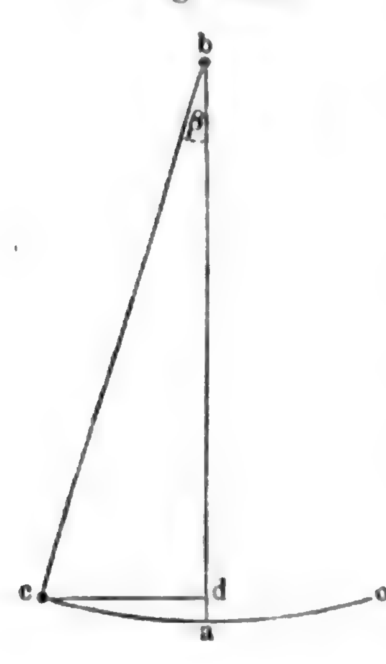
Digitized by Google

$$V : 1 = \pi r : t,$$

also $$t = \pi \frac{r}{V} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

wenn wir die Länge des Halbmessers GM mit r bezeichnen. Betrachten wir ein Pendel, so ist für r die Länge des Bogens ca, Fig. 344a, zu setzen; es ist aber $ca = l.\beta$, wenn l die Pendellänge bc und β die Länge des Bogens bezeichnet, welche für den Radius 1 den Ausschlagswinkel cba überspannt; es ist also $r = l.\beta$.

Fig. 344a.



Die Geschwindigkeit V aber, mit welcher die Pendelkugel in a ankommt, ist dieselbe, welche sie erlangt hätte, wenn sie die Höhendifferenz zwischen c und a, also die Länge da frei durchfallen hätte. Die Länge da ist gleich $l(1 - cos\beta)$, also die dieser Fallhöhe entsprechende Endgeschwindigkeit

$$V = \sqrt{2gl\,(1 - cos\beta)},$$

und wenn man diese Werthe für r und V in Gl. 3) substituirt, so kommt

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{\beta}{\sqrt{2(1-cos\beta)}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Nun aber ist $\frac{\beta}{\sqrt{2\,(1-cos\,\beta)}}$ für sehr kleine Ausschlagswinkel gleich 1, wie sich folgender Weise ergiebt:

$$cos\beta = \left(cos\,\frac{\beta}{2}\right)^2 - \left(sin\,\frac{\beta}{2}\right)^2$$

$$1 - cos\beta = 2\,\left(sin\,\frac{\beta}{2}\right)^2,$$

so lange β klein ist, kann man aber $sin\,\frac{\beta}{2} = \frac{\beta}{2}$ setzen, es ist also

$$1 - cos\beta = \frac{\beta^2}{2},$$

also $$\frac{\beta}{\sqrt{2\,(1-cos\,\beta)}} = \frac{\beta}{\sqrt{2 \cdot \frac{\beta^2}{2}}} = \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2}} = 1,$$

mithin auch $$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

wie bereits zu anfang dieses Paragraphen angeführt wurde.

Aus Gleichung 1) ergiebt sich $g = \frac{\pi^2 l}{t^2}$

Digitized by Google

und für $t = 1$

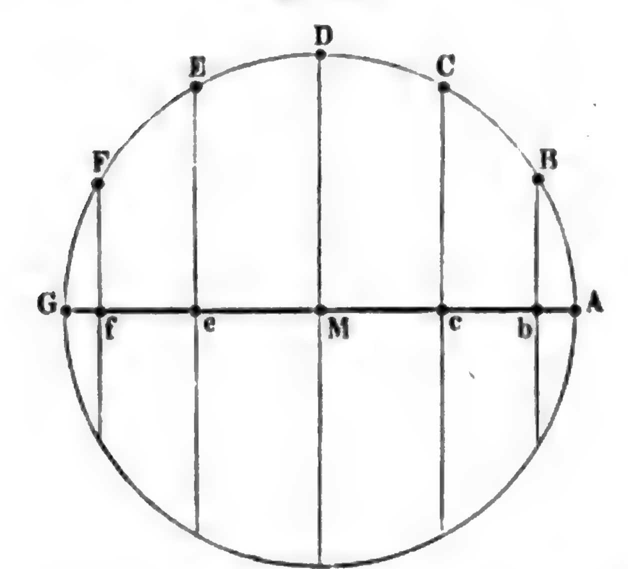
$$g = \pi^2 l;$$

kennt man also die Länge l des Secundenpendels, so hat man dieselbe nur mit π^2 zu multipliciren, um den Zahlenwerth der beschleunigenden Kraft der Schwere mit weit grösserer Genauigkeit zu erhalten, als man sie aus Fallversuchen abzuleiten im Stande wäre.

Nähere Betrachtung der Pendelbewegung. Die Gesetze der Pendelbewegung spielen in der Physik eine so bedeutende Rolle, es kommen in der Natur so häufig Oscillationsbewegungen vor, welche den Gesetzen der Pendelbewegung folgen, dass eine genaue Kenntniss derselben zum Verständniss vieler Erscheinungen, namentlich aber solcher der Akustik und Optik unentbehrlich ist. Wir müssen deshalb noch etwas näher auf die Sache eingehen. 117

In vielen Fällen ist es wichtig, die Stelle bestimmen zu können, an welcher sich der pendelartig oscillirende Körper nach einem gegebenen Bruchtheile seiner Oscillationsdauer befindet. Diese Aufgabe lässt sich durch eine einfache Construction lösen. Es sei z. B. GA, Fig. 345, die gerade Linie, auf welcher ein Körper pendelartig oscillirt. M sei die Gleichgewichtslage, G und A die Gränzen seiner Bewegung. Soll nun bestimmt werden, an welcher Stelle sich der oscillirende Körper nach $\frac{1}{n}$, nach $\frac{2}{n}$, $\frac{3}{n}$ u. s. w. der ganzen Oscillationsdauer, d. h. der Zeit befindet, welche er braucht, um von G nach A zu gelangen, so theilt man nun den Halbkreis GDA in n gleiche Theile und fällt von den so erhaltenen Theilpunkten Perpendikel auf GA. In unserer Figur ist diese Construction für den Fall ausgeführt, dass $n = 6$. Wenn der oscillirende Körper in einem bestimmten Momente von G ausgeht, so wird er sich also in dem ersten Sechstel der Oscillationsdauer von G nach f bewegen, nach $^2/_6$, $^3/_6$, $^4/_6$, $^5/_6$ der Oscillationsdauer aber wird er sich in e, M, c und b befinden; von A zurückgehend wird der oscillirende Körper jedes der Wegstücke Ab, bc, cM, Me u. s. w. in $^1/_6$ der Oscillationsdauer zurücklegen.

Fig. 345.



Wir werden später öfter Gelegenheit haben, von dieser Construction Anwendung zu machen.

Für manche Fälle bedarf man einer Formel, nach welcher man für einen gegebenen Zeitpunkt den Abstand des oscillirenden Körpers von

Digitized by Google

der Gleichgewichtslage und einer zweiten, nach welcher man seine Geschwindigkeit berechnen kann. Diese Formeln ergeben sich leicht aus den Entwickelungen des vorigen Paragraphen.

Bezeichnen wir den Abstand nM, Fig. 343, des oscillirenden Körpers von M mit d, so ist offenbar, wenigstens der Grösse nach,

$$d = r \cos x,$$

wenn r den Radius MN bezeichnet. Nehmen wir aber M zum Anfangspunkt der Coordinaten, während die positiven Abscissen von M nach der Rechten gezählt werden, so bleibt d negativ, so lange der von G in der Richtung nach N gezählte Werth von x kleiner ist als 90^0, wir müssen also

$$d = - r \cos x$$

setzen. Bezeichnen wir mit ϑ die Zeit, welche vergangen ist, während sich der oscillirende Körper P von G bis n, Q aber von G bis N bewegt hat, so haben wir zur Bestimmung des Winkels x die Gleichung

$$t : \vartheta = 180 : x,$$

also

$$x = 180 \frac{\vartheta}{t}$$

oder auch

$$x = 360 \frac{\vartheta}{T}$$

wenn wir mit T die Zeit bezeichnen, welche P zu einem vollständigen Hin- und Hergange braucht, oder die Zeit, welche Q bedarf, um den ganzen Kreis zu durchlaufen. Wir haben also auch

$$\left.\begin{aligned} d &= - r . \cos 360 \frac{\vartheta}{T}, \\ \text{oder} \quad d &= - r \cos 2\pi \frac{\vartheta}{T}, \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

wenn der Bogen für den entsprechenden Winkel gesetzt wird. Nach dieser Gleichung ist also

$$d = r$$

für

$$\vartheta = {}^1/_2 T, \ \vartheta = {}^3/_2 T, \ \vartheta = {}^5/_2 T \text{ u. s. w.},$$

$$d = 0$$

für

$$\vartheta = {}^1/_4 T, \ \vartheta = {}^3/_4 T, \ \vartheta = {}^5/_4 T \text{ u. s. w.},$$

$$d = - r$$

für $\vartheta = 0, \ \vartheta = T, \ \vartheta = 2T, \ \vartheta = 3T$ u. s. w.

In gleicher Weise lässt sich auch die Formel entwickeln, welche für jeden Moment die Geschwindigkeit v des pendelartig oscillirenden Körpers P ausdrückt. Wie wir im vorigen Paragraphen gesehen haben, ist

$$v = V . \sin x,$$

wenn alle Buchstaben die bekannte Bedeutung haben. Zählen wir die po-

Digitized by Google

sitive Geschwindigkeit von der Linken zur Rechten, so bleibt v positiv von $x = 0$ bis $x = 180^0$, es ist also hier kein Zeichenwechsel vorzunehmen, wie es für d nöthig war. Setzen wir für x seinen Werth, so kommt

$$\left.\begin{array}{l} v = V.\sin 360\frac{\vartheta}{T} \\ v = V.\sin 2\pi\frac{\vartheta}{T} \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

oder

Die Geschwindigkeit wird also gleich Null für

$$\vartheta = o,\ \vartheta = {}^1/_2 T,\ \vartheta = T,\ \vartheta = {}^3/_2 T \text{ u. s. w.,}$$

also gerade für solche Momente, in welchen d sein Maximum erreicht, während umgekehrt v in solchen Momenten am grössten wird, in denen $d = 0$, nämlich $v = V$ für

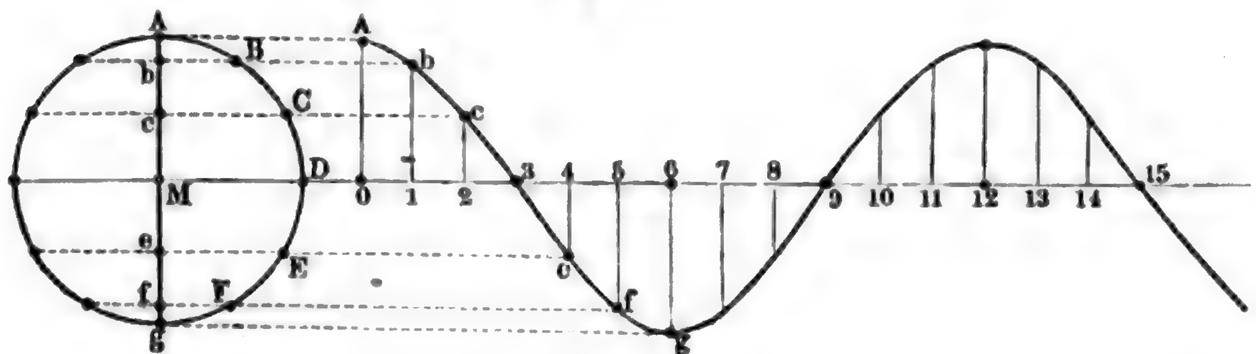
$$\vartheta = {}^1/_4 T,\ \vartheta = {}^5/_4 T \text{ u. s. w.,}$$

und $v = -V$ für

$$\vartheta = {}^3/_4 T,\ \vartheta = {}^7/_4 T \text{ u. s. w.}$$

Die Schwingungscurve. Ein sehr anschauliches Bild des Gesetzes, nach welchem sich die Abstände des pendelartig oscillirenden Körpers bei gleichmässig wachsender Zeit ändern, erhält man, wenn man die Gleichung (1), welche dieses Gesetz ausdrückt, als die Gleichung einer Curve betrachtet und die zusammengehörigen Werthe von ϑ und d als Abscissen und Ordinaten aufträgt, wie dies in Fig. 346 geschehen ist. 118

Fig. 346.



Nachdem auf der Linie Ag, auf welcher ein materieller Punkt P um seine Gleichgewichtslage M nach den Pendelgesetzen zwischen den Gränzen A und g hin und her oscillirt, die Punkte b, c, e und f bestimmt worden sind, in welchen P nach ${}^1/_{12}$, ${}^2/_{12}$, ${}^4/_{12}$ und ${}^5/_{12}$ der ganzen Schwingungsdauer T ankommt, ist rechtwinklig zu Ag durch M eine längere gerade Linie gezogen worden, auf welcher von 0 an nach der rechten Seite hin die Abscissen der Zeit proportional aufgetragen sind.

Die Punkte 0, 1, 2, 3, 4 u. s. w. folgen in gleichen Abständen auf einander und zwar soll die Entfernung eines jeden von dem nächstfolgenden dem Zeitintervall ${}^1/_{12} T$ entsprechen. In jedem dieser Punkte ist nun ein Perpendikel errichtet und auf ihm der entsprechende Werth von d aufgetragen; so z. B. in

Digitized by Google

0 die Länge	$0A$	$= MA$	$= r . cos$	0
1 „ „	$1b$	$= Mb$	$= r . cos$	30^0
2 „ „	$2c$	$= Mc$	$= r . cos$	60^0
3 „ „	0	$= 0$	$= r . cos$	90^0
4 „ „	$4e$	$= Me$	$= r . cos$	120^0

u. s. w.

Ueber die so markirten Punkte A, b, c, 3, e, f, g u. s. w. ist dann die krumme Linie gezogen, welche wir als die Schwingungscurve eines pendelartig oscillirenden Körpers bezeichnen wollen.

Man kann eine solche Schwingungscurve auf physikalischem Wege erzeugen, wenn man einen pendelartig oscillirenden Körper, etwa eine ziemlich grosse Stimmgabel, auf irgend eine Weise mit einer Vorrichtung versieht, welche während ihres Hin- und Hergehens auf einem Papierstreifen bleibende Spuren zurücklässt, und dann den Papierstreifen mit gleichförmiger Geschwindigkeit unter dem oscillirenden und gleichzeitig schreibenden Stifte fortzieht.

Auf dieses Princip ist unter anderen der mit dem Namen des Phonautographen bezeichnete Apparat gegründet, dessen nähere Besprechung in der Akustik folgen wird.

119 **Lebendige Kraft.** Wenn ein Körper in Bewegung ist, so kommt er nur dadurch zur Ruhe, dass äussere Kräfte dieser Bewegung entgegenwirken, ein bewegter Körper kann also gewissermaassen als ein Kraftmagazin betrachtet werden, denn indem allmälig seine Geschwindigkeit abnimmt, überwindet er bald mehr bald weniger Widerstände, je nachdem seine Masse und seine Geschwindigkeit grösser oder kleiner ist.

Wenn ein bewegter Körper einen gleichmässig wirkenden Widerstand zu überwinden hat, wird er, ehe er zur Ruhe kommt, noch einen Weg zurücklegen, dessen Grösse von der Grösse des Widerstandes abhängt. Um nun die Wirkungsfähigkeit eines bewegten Körpers zu messen, muss man also einen bestimmten Widerstand als Einheit annehmen, und als solche nimmt man den Widerstand an, den seine Schwere dem verticalen Aufsteigen entgegensetzt.

Wenn ein Körper von einer gewissen Höhe H herabgefallen ist, so erlangt er dadurch eine solche Geschwindigkeit, dass er mit dieser Geschwindigkeit vertical aufwärts geworfen bis zu der Höhe H steigen würde (S. 257).

Darauf beruht ja die Pendelbewegung; in der Gleichgewichtslage kommt das Pendel mit einer solchen Geschwindigkeit an, dass es auf der anderen Seite eben so hoch steigt, als es zuvor herabgefallen war.

Gesetzt, eine Kugel von 6 Pfund sei 135 Fuss hoch frei herabgefallen, so hat sie eine solche Geschwindigkeit erlangt, dass sie vermöge derselben wieder 135 Fuss steigen würde; sie kann also einen mechanischen Effect ausüben, welcher der Hebung einer Last von 6 Pfund auf die Höhe von 135 Fuss gleich ist.

Digitized by Google

Den Fallraum von 135 Fuss durchläuft ein frei fallender Körper in 3 Secunden; die Geschwindigkeit, die er in dieser Zeit erlangt, ist 90 Fuss. Wenn nun die Kugel von 6 Pfund überhaupt eine Geschwindigkeit von 90 Fuss hat, gleichviel auf welche Weise sie dieselbe erlangte, so kann sie vermöge dieser Geschwindigkeit einen mechanischen Effect ausüben, welcher der Hebung von 6 Pfund auf die Höhe von 135 Fuss gleich ist.

Man nennt *lebendige Kraft* eines in Bewegung begriffenen Körpers *das Product seines Gewichtes und der Höhe, zu welcher er vermöge seiner Geschwindigkeit vertical aufsteigen würde.*

In dem eben besprochenen Beispiel ist also $6 \times 135 = 810$ Fusspfund die lebendige Kraft der 6pfündigen Kugel, welche 90 Fuss Geschwindigkeit hat.

Nach den Beziehungen zwischen Fallraum und Geschwindigkeit, welche wir oben (S. 248) kennen lernten, ist

$$s = \frac{v^2}{2g},$$

wenn s den Fallraum, v die zugehörige Geschwindigkeit und g die Endgeschwindigkeit der ersten Fallsecunde bezeichnet; wenn ein Körper, dessen Gewicht P ist, die Geschwindigkeit v hat, so ist demnach seine lebendige Kraft W

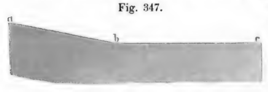
$$W = Ps = P\frac{v^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Die lebendige Kraft eines Körpers ist also dem Quadrate seiner Geschwindigkeit proportional.

Weiss man, wie hoch ein Körper, der eine bestimmte Geschwindigkeit hat, vermöge derselben vertical aufsteigen würde, so kann man leicht berechnen, wie weit er sich noch fortbewegen wird, wenn ein Widerstand zu überwinden ist, welcher grösser oder kleiner ist als seine Schwere; in demselben Verhältniss, in welchem der Widerstand geringer ist, wird der noch zu durchlaufende Weg grösser.

Eine Eisenbahn bilde z. B. von a bis b, Fig. 347, eine schiefe Ebene, von b bis c aber laufe sie horizontal fort. Ein einzelner Wagen komme, die schiefe Ebene herabrollend, bei b mit einer Geschwindigkeit von 30 Fuss in der Secunde an, so ist leicht zu berechnen, wie weit er noch auf der horizontalen Bahn fortrollen wird, ehe er zur Ruhe kommt, wenn die Grösse der Reibung bekannt ist. Nach der Formel $s = \frac{v^2}{2g}$ ist die Höhe, zu welcher er vermöge der Geschwindigkeit von 30 Fuss vertical aufsteigen würde, $s = \frac{900}{60} = 15$ Fuss; der Widerstand der Reibung, welcher beim Fort-

Fig. 347.



Digitized by Google

rollen auf der Bahn überwunden werden muss, sei nun 300mal geringer als derjenige, welchen die Schwere dem verticalen Aufsteigen entgegensetzt, so wird der Wagen noch $15 \times 300 = 4500$ Fuss fortlaufen, ehe er zur Ruhe kommt.

Kennt man die lebendige Kraft eines Körpers und die Grösse des Widerstandes, den er bei seiner ferneren Bewegung zu überwinden hat, so kann man, wie wir gesehen haben, die Weite des Weges berechnen, den er noch zurückzulegen vermag; kennt man aber die lebendige Kraft eines Körpers und die Weite des Weges, den er noch zurücklegt, so kann man die Grösse des Widerstandes berechnen, wie durch folgendes Beispiel erläutert wird.

Wenn ein 700 Pfund schwerer Rammklotz, 5 Fuss hoch herabfallend, in 20 Schlägen einen mit Eisen beschlagenen 400 Pfund schweren Pfahl 6 Zoll tief eintreibt, wie gross ist die Widerstandsfähigkeit des Bodens?

Wenn ein Klotz 5 Fuss herabgefallen ist, so ist seine Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gs} = \sqrt{60.5} = \sqrt{300} = 17{,}3'$.

Der Klotz trifft den Pfahl und nach dem Stoss würde die gemeinschaftliche Geschwindigkeit sein $17{,}3 \times \frac{700}{700 + 400} = 17{,}3 \cdot \frac{7}{11} = 12'$.

Mit dieser Geschwindigkeit $v = 12$ Fuss, würde Klotz und Pfahl zusammen auf eine Höhe $s = \frac{12^2}{2g} = \frac{144}{60} = 2{,}4$ Fuss hoch steigen.

In 20 Schlägen dringt aber der Pfahl nur 6 Zoll, in einem einzigen Schlage aber nur 0,025 Fuss tief ein, der Widerstand des Bodens ist also weit grösser als der Widerstand der Schwere, und zwar im Verhältniss von 0,025 zu 2,4, d. h. der Widerstand, welchen der Boden dem Eintreiben des Pfahles entgegensetzt, ist also 96mal so gross, als der, welchen die Schwere seiner und des Klotzes Hebung entgegensetzt. Zur Hebung des Pilots sammt Klotz sind 1100 Pfund nöthig, zum Niederdrücken des Pfahls also $1100 \times 96 = 105600$ Pfund.

Leistung oder Arbeit einer Kraft. Wenn eine beschleunigende Kraft einen Körper nach der Richtung, in welcher sie wirkt, eine Strecke weit forttreibt, so ist die dadurch geleistete Arbeit der Kraft das Product, welches man erhält, wenn man die Grösse des Drucks oder Zugs, mit welcher die beschleunigende Kraft den Körper treibt, multiplicirt mit der Länge des durchlaufenen Weges.

Bezeichnet man mit K den Druck oder die Spannung, mit welcher eine Kraft auf einen Körper wirkt, mit S den Weg, durch welchen sie ihn in einer gegebenen Zeit forttreibt, so ist also die dabei geleistete Arbeit

$$A = KS.$$

Der Zahlenwerth, welcher in einem speciellen Falle die Grösse der Arbeit A ausdrückt, hängt davon ab, welche Einheiten man für K und S

Digitized by Google

wählt. Gewöhnlich drückt man K in Pfunden oder Kilogrammen, S aber in Fussen oder Metern aus. Im ersteren Fall ist die Arbeitseinheit das Fusspfund, im letzteren das Meterkilogramm oder das Kilogramm-Meter, d. h. als Einheit der Arbeit nimmt man die Hebung einer Last von 1 Pfund auf die Höhe von 1 Fuss, oder wenn man das Metermaass zu Grunde legt, die Hebung einer Last von 1 Kilogramm auf die Höhe von 1 Meter.

1 Meterkilogramm ist gleich 6,8 Fusspfund preussisch.

Im Durchschnitt kann ein Pferd eine Arbeit verrichten, welche gleich 75 Meterkilogramm (75^{mk}) per Secunde ist. Nach englischem Maass ist eine solche Pferdekraft 542, nach preussischem Maass 510 Fusspfund in der Secunde. Wenn man sagt, eine Dampfmaschine, ein Wasserrad oder irgend ein anderer Motor übe eine Kraft von 6 Pferdekräften aus, so heisst das, er verrichte per Secunde eine Arbeit von 6×75 Meterkilogramm, d. h. sämmtliche Widerstände, welche bei Umdrehung der Maschinenaxe überwunden werden müssen, sind gerade so gross, als ob durch die Umdrehung dieser Axen in jeder Secunde eine Last von 6×75 Kilogrammen 1 Meter hoch gehoben werden sollten.

Der Nutzeffect einer Kraft, welche an einer mechanichen Potenz, etwa an einem Haspel, einem Flaschenzug, einer Schraube wirkt, wird durch eine solche Maschine in keinerlei Weise vergrössert, d. h. die mechanische Arbeit, welche man mit Hülfe der Maschinen vollbringt, ist durchaus nicht grösser als diejenige, welche die an der Maschine wirkende Kraft unmittelbar verrichtet.

An einem Seile z. B., welches um eine einfache Rolle, Fig. 20, S. 45, geschlungen ist, kann ein Mann bequem eine Last von 25 Pfunden um $2\frac{1}{2}$ Fuss in der Secunde heben, also eine Arbeit von 62,5 Fusspfund in der Secunde verrichten. Hängt aber die Last an einem Wellbaum, Fig. 40, S. 55, dessen Radius 4mal kleiner ist als der Hebelarm FC, an welchen der Arbeiter angreift, so würde man zwar mit derselben Kraftanstrengung eine vierfache Last, jedoch auch mit 4mal geringerer Geschwindigkeit heben können; drückt der Arbeiter an dem Hebel mit einer Kraft von 25 Pfund und legt er, mit der Hand diesen Druck ausübend, in jeder Secunde einen Weg von 2,5 Fuss zurück, verrichtet er also eine mechanische Arbeit von 62,5 Fusspfund, so wird dadurch der 100 Pfund schwere Stein in jeder Secunde um $\frac{2,5}{4}$, also 0,625 Fuss hoch gehoben, der Nutzeffect ist also $100 \times 0,625 = 62,5$ Fusspfund, mithin gleich der mechanischen Arbeit, welche die Kraft unmittelbar verrichtet. Untersuchen wir die Wirkungsweise anderer Maschinen, der Schraube, des Flaschenzuges, der verschiedenen Räderwerke, so werden wir stets zu demselben Resultate gelangen, dass was man auf der einen Seite an Kraft gewinnt, auf der anderen Seite an Geschwindigkeit verloren geht, dass also die mechanische Arbeit durch Maschinen durchaus nicht vermehrt wird.

Der Nutzeffect einer Maschine kann also höchstens der mechanischen Arbeit gleich sein, welche die Kraft unmittelbar hervorzubringen im Stande ist. In der Praxis wird aber ein solcher Nutzeffect nie erreicht, weil immer ein Theil der Kraft zur Ueberwindung von Reibungswiderständen in der Maschine verbraucht wird, also für den Nutzeffect verloren geht. Die Maschinen dienen daher nur, um die Art der Bewegung zu verwandeln, nicht aber um den Nutzeffect zu vergrössern.

Obgleich die Arbeitsleistung einer Kraft durch das Product KS gemessen wird, so ist sie doch verschiedener Natur je nach der Art des zu überwindenden Widerstandes.

Die bei der Bewegung eines Körpers zu überwindenden Widerstände sind entweder

1) Beschleunigungswiderstände oder
2) Bewegungswiderstände.

Die Beschleunigungswiderstände bestehen lediglich in der Trägheit, im Beharrungsvermögen der Körper. Wenn die auf einen Körper wirkende Kraft nur die Trägheit desselben zu überwinden hat, so setzt sie ihn jedenfalls in Bewegung, wie klein auch die beschleunigende Kraft, wie gross auch die Masse des Körpers sein mag; sie ertheilt ihm eine beschleunigte Bewegung und die Arbeit, welche die Kraft in diesem Falle hervorbringt, besteht in einer stetigen Vermehrung der Geschwindigkeit des Körpers.

Wenn z. B. ein 10 Pfund schwerer Stein 15 Fuss hoch herabgefallen ist, so ist die dabei geleistete Arbeit $10.15 = 150$ Fusspfund. Die Arbeit besteht aber in diesem Falle darin, dass dem Stein eine Geschwindigkeit von 30 Fuss, also eine lebendige Kraft von $10\frac{30^2}{2.30} = 150$ Fusspfund ertheilt worden ist, vermöge deren er der Schwere entgegen 15 Fuss hoch aufsteigen, also eine Arbeit verrichten könnte, welche der Hebung einer Last von 10 Pfund auf die Höhe von 15 Fuss gleich ist.

Die Bewegungswiderstände, welche gewöhnlich allein als Widerstände bezeichnet werden, sind von dem Widerstande der Trägheit wesentlich verschieden; sie wirken als Gegendruck gegen die beschleunigende Kraft, sei es nun, dass derselbe von entgegengesetzt gerichteten beschleunigenden Kräften herrührt, oder dass er, wie bei der Reibung, erst in Thätigkeit gesetzt wird, wenn der Körper sich zu bewegen beginnt (passive Widerstände).

Wenn eine Last von 1 Centner vertical in die Höhe gehoben werden soll, so ist der Widerstand der Schwerkraft zu überwinden, welcher in diesem Falle einem Drucke von 100 Pfunden gleich ist.

Wenn eine Last von 1 Centner auf horizontaler hölzerner Unterlage fortgeschleift werden soll, so hat die in horizontaler Richtung wirkende beschleunigende Kraft einen Gegendruck zu überwinden, welcher in diesem Falle ungefähr dem Drucke eines Gewichtes von 30 Pfund gleich ist.

Digitized by Google

Die Bewegungswiderstände sind ein absolutes Hinderniss der Bewegung, so lange ihnen die beschleunigende Kraft nicht wenigstens das Gleichgewicht hält. Eine vertical nach oben wirkende Kraft von 50 Pfund genügt nicht, um eine Last von 1 Centner zu heben, und eine in horizontaler Richtung ziehende Kraft von 10 Pfund genügt nicht, um eine auf horizontaler hölzerner Unterlage ruhende Last von 1 Centner in Bewegung zu setzen.

Bei Ueberwindung der Bewegungswiderstände besteht die Arbeit der beschleunigenden Kraft darin, dass sie den Gegendruck gleichsam auf eine gewisse Strecke zurückschiebt.

Wenn eine beschleunigende Kraft den ihr entgegenwirkenden Bewegungswiderständen gerade das Gleichgewicht hält, so kann zwar noch eine Bewegung stattfinden, sie ist aber alsdann eine gleichförmige.

Wenn ein Arbeiter, an einem Haspel drehend, einen Stein hebt, so besteht seine Arbeit in der Ueberwindung der Schwere des Steines und der Reibung am Umfang der Wellenaxe.

Beim Zermahlen des Getreides besteht die Arbeit in der Ueberwindung der Cohäsionskraft desselben.

Wenn eine Locomotive auf ebener Eisenbahn mit gleichmässiger Geschwindigkeit einen Wagenzug fortführt, so besteht die Arbeit, welche die Dampfmaschine verrichtet, in der Ueberwindung sämmtlicher Luft- und Reibungswiderstände, welche an der nachgezogenen Wagenreihe stattfinden.

Von den Trägheitsmomenten. Wenn eine beschleunigende 121
Kraft, an einem bestimmten Hebelarm angreifend, eine Umdrehung um eine feste Axe zu bewirken strebt, so wird jede träge Masse, welche mit dieser Axe fest verbunden an der Umdrehung Antheil nimmt, einen der Beschleunigung entgegenwirkenden Widerstand bilden, und es hängt die Umdrehungsgeschwindigkeit ab von dem Verhältniss der beschleunigenden Kraft zur Grösse des Trägheitswiderstandes.

Die Grösse des Widerstandes, welchen eine träge Masse einer Beschleunigung der Umdrehung entgegensetzt, hängt aber nicht allein von der Grösse dieser Masse, sondern auch von ihrer Entfernung von der Umdrehungsaxe ab, wie dies durch die folgende Betrachtung anschaulich gemacht werden soll.

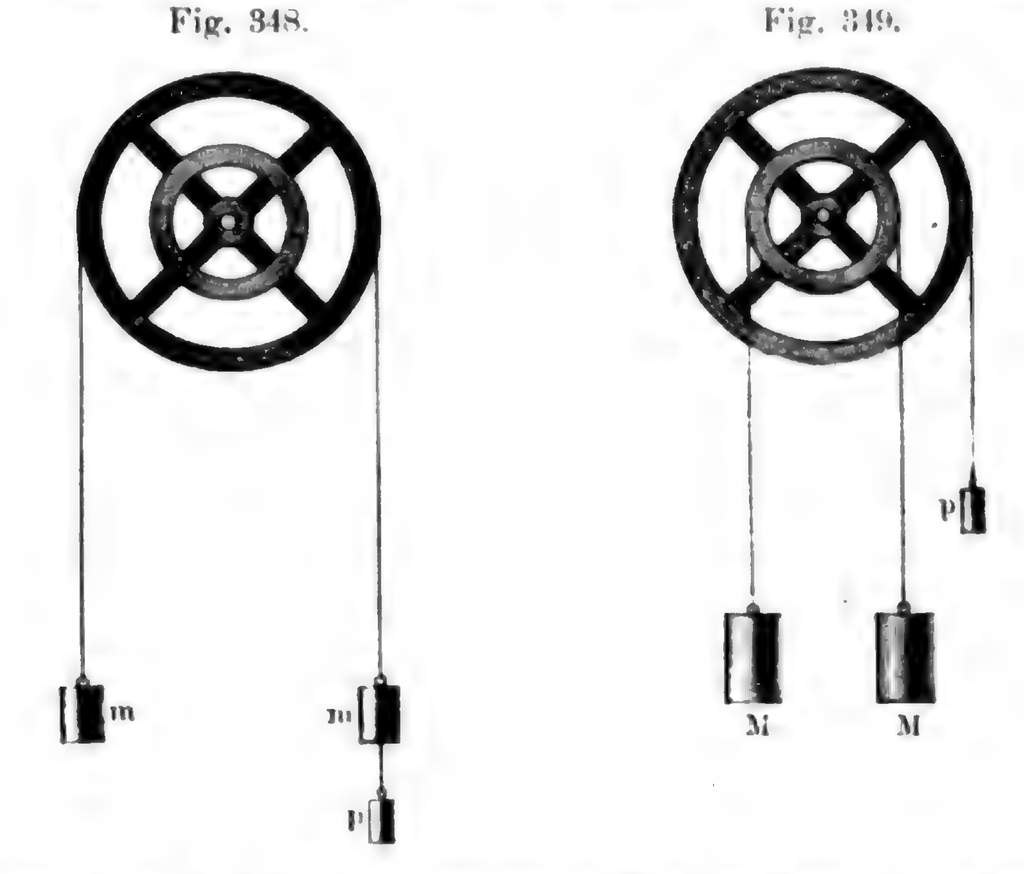
An einer horizontalen, möglichst leicht umdrehbaren Axe seien zwei Rollen von gleicher Einrichtung wie das Rad der Atwood'schen Fallmaschine befestigt, deren grössere gerade einen doppelt so grossen Durchmesser hat wie die kleinere.

Einmal sei nun über die grössere Rolle eine Schnur geschlungen, und an jedes Ende derselben eine Masse m, Fig. 348 (a. f. S.), in einem anderen Falle aber sei an jedem Ende einer über die kleinere Rolle geschlungenen Schnur die Masse M angehängt, Fig. 349 (a. f. S.).

Wird in beiden Fällen dasselbe Uebergewicht p an dem Umfang der

grösseren Rolle angebracht, so wird die ganze Vorrichtung in eine mit beschleunigter Geschwindigkeit vor sich gehende Umdrehung versetzt. In

Fig. 348. Fig. 349.



dem einen Falle hat die beschleunigende Kraft p (ausser der Masse der Rollen, die wir hier nicht in Betracht zu ziehen brauchen) die an dem Hebelarm 2 angebrachte träge Masse $2m$, im anderen Falle aber die an dem Hebelarm 1 angebrachte träge Masse $2M$ in Bewegung zu setzen (wenn man den Halbmesser der kleineren Rolle mit 1, den der grösseren mit 2 bezeichnet).

Der Winkel, um welchen die ganze Vorrichtung im ersten Falle, Fig. 348, von Beginn der Bewegung an in der Zeit t gedreht wird, sei y; die Geschwindigkeit, welche dabei die Masse $2m$ erlangt, sei v, so ist die lebendige Kraft, welche während der Zeit t durch die Einwirkung der beschleunigenden Kraft p der trägen Masse $2m$ ertheilt wird,

$$l = 2m \frac{v^2}{2g} = m \frac{v^2}{g} \qquad 1)$$

Im zweiten Falle, Fig. 349, wird die beschleunigende Kraft p in derselben Zeit t der trägen Masse $2M$ eine Geschwindigkeit mittheilen, welche wir mit V bezeichnen wollen; die lebendige Kraft also, welche die Masse $2M$ während der Zeit t erlangt hat, ist

$$L = 2M \frac{V^2}{2g} = M \frac{V^2}{g} \qquad 2)$$

Soll in beiden Fällen die Umdrehungsgeschwindigkeit dieselbe sein, d. h. soll in beiden Fällen die Axe in der Zeit t um den Winkel y umgedreht werden, so muss offenbar $V = \frac{1}{2} v$, also

$$L = M \frac{v^2}{4g} \qquad 3)$$

Digitized by Google

sein. Es fragt sich nun, wie gross man die am Umfang der kleineren Rolle angebrachte träge Masse $2M$ machen müsse, damit unter dem Einfluss der beschleunigenden Kraft p die Umdrehung ganz in derselben Weise erfolge, wie für den Fall, dass an dem Umfang der grösseren Rolle die träge Masse $2m$ angebracht ist?

In den beiden, in Fig. 348 und 349, dargestellten Fällen wird offenbar die Umdrehung in gleicher Weise erfolgen, wenn die an dem Umfang der kleinen Rolle angebrachte träge Masse $2M$ der beschleunigenden Kraft denselben Trägheitswiderstand entgegensetzt, wie die am Umfang der grösseren angebrachte träge Masse $2m$.

Bei gleichem Trägheitswiderstande wird aber dieselbe beschleunigende Kraft in gleicher Zeit auch stets die gleiche lebendige Kraft hervorbringen; wenn also in beiden Fällen die Umdrehung in gleicher Weise erfolgen soll, so müssen die in beiden Fällen in gleichen Zeiten erzeugten lebendigen Kräfte dieselben, es muss also $l = L$ sein. Setzen wir aber für l und L ihre Werthe bei 1) und 3), so kommt

$$m\frac{v^2}{g} = M\frac{v^2}{4g}$$

also

$$M = 4m.$$

Einer beschleunigenden Kraft also, welche eine Umdrehung um eine feste Axe zu bewirken strebt, setzt eine in der Entfernung 1 von der Axe befindliche träge Masse $4m$ denselben Trägheitswiderstand entgegen, wie eine in der Entfernung 2 von der Axe befindliche träge Masse m.

In gleicher Weise fortschliessend ergiebt sich, dass in 3, 4 ... $n$mal grösserer Entfernung von der Umdrehungsaxe eine 9-, 16mal ... n^2mal geringere Masse angebracht werden muss, wenn der Trägheitswiderstand gegen eine die Umdrehung bewirkende beschleunigende Kraft unverändert bleiben soll, oder mit anderen Worten: Wenn bei unveränderter Stärke und bei unverändertem Angriffspunkte der beschleunigenden Kraft träge Massen um eine feste Axe umdreht werden sollen, so müssen sich die trägen Massen umgekehrt verhalten wie die Quadrate ihrer Entfernung von der Umdrehungsaxe, wenn die Winkelgeschwindigkeit stets dieselbe bleiben soll.

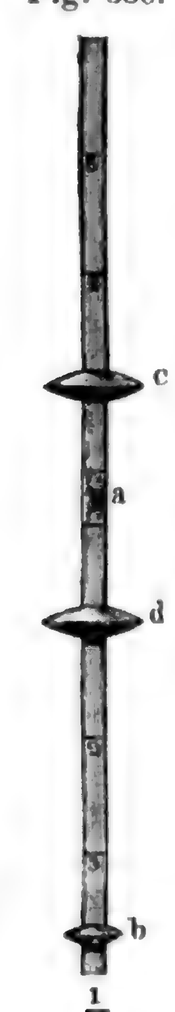
Das Product, welches man erhält, wenn man die träge Masse m mit dem Quadrate ihrer Entfernung r vom Drehpunkte multiplicirt, also das Product mr^2, wird das Trägheitsmoment der Masse m genannt; es ist die träge Masse, welche man statt der gegebenen in der Entfernung 1 vom Drehpunkte anbringen müsste, wenn bei ungeänderter Grösse und bei ungeändertem Angriffspunkte der beschleunigenden Kraft durch diese Vertauschung die Winkelgeschwindigkeit nicht verändert werden soll.

Das eben entwickelte Gesetz gilt, es mag nun die beschleunigende Kraft eine fortdauernde Umdrehung oder eine hin- und hergehende Bewegung hervorbringen, wie wir sie bei einem Pendel beobachten; eine

Pendelvorrichtung ist aber besonders bequem, um die Richtigkeit unseres Gesetzes durch den Versuch zu prüfen.

Die Fig. 350 stellt einen geraden eingetheilten Stab vor, welcher in der Mitte mit einer Schneide a versehen ist, wie die, welche den Drehpunkt eines Wagbalkens bildet. Wenn man nun 1 Decimeter weit unter und über dieser Schneide eine etwa 2 Pfund schwere Bleilinse befestigt und die Schneide auf ihre Unterlage aufsetzt, so ist die Stange mit ihren Linsen im Zustande des indifferenten Gleichgewichts, denn der Schwerpunkt des Systems fällt mit seinem Drehpunkte zusammen; sobald man aber am unteren Ende des Stabes ein kleines Uebergewicht anbringt, so ist nun das Ganze ein Pendel. Die Schwingungen dieses Pendels sind aber ungleich langsamer, als die Schwingungen eines einfachen Pendels von der Länge ab; denn die einzige Kraft, welche das ganze System in Bewegung setzt, ist die Schwere des unteren Bleigewichts; dieses hat aber nicht allein seine eigene Masse in Bewegung zu setzen, wie es bei einem einfachen Pendel der Fall gewesen wäre, sondern es hat auch noch die Massen der Linsen bei c und d zu bewegen.

Fig. 350.



$\frac{1}{16}$

Nimmt man nun, nachdem man die Schwingungszeit dieses Pendels beobachtet hat, die zwei Linsen bei c und d weg und bringt man 2 Decimeter weit von der Schneide zwei Linsen von $^1/_2$ Pfund, also 4mal leichtere, an, so wird durch diese Vertauschung die Schwingungszeit durchaus nicht geändert; sie bleibt auch unverändert, wenn man 3 Decimeter über und unter dem Drehpunkte $^2/_9$ Pfund schwere Linsen anbringt, während natürlich die Linse b, welche hier allein als beschleunigende Kraft wirkt, stets an derselben Stelle angebracht bleibt.

122 **Berechnung des Trägheitsmomentes.** Um das Trägheitsmoment eines Körpers, welcher um eine Axe gedreht werden soll, durch Rechnung zu bestimmen, muss man sich denselben in lauter kleine Theilchen zerlegt denken und für jedes Theilchen das Trägheitsmoment berechnen, indem man die Masse desselben mit dem Quadrate seiner Entfernung von dem Drehpunkte multiplicirt; die Summe aller einzelnen so berechneten Trägheitsmomente ist das Trägheitsmoment des Körpers. Eine derartige Berechnung lässt sich ohne grosse Schwierigkeiten ausführen, wenn es sich um homogene Körper von einfach geometrischen Formen handelt.

Es sei z. B. das Trägheitsmoment eines Stabes AB, Fig. 351, zu berechnen, dessen Länge sehr gross ist im Vergleich zu seinem Querschnitt, und dessen Umdrehungsaxe an dem einem Ende desselben bei A liegt.

Fig. 351.

A B

Denken wir uns den Stab durch Querschnitte in eine grosse Zahl dünner Scheibchen zerlegt, deren jedes die Länge δ hat, so ist das Gewicht eines solchen Scheibchens

$$\frac{P}{L}\delta,$$

wenn P das Gewicht und L die Länge des ganzen Stabes bezeichnet. — Bezeichnen wir ferner mit a, b, c, d u. s. w. den Abstand des ersten, zweiten, dritten, vierten u. s. w. Scheibchens, so ist offenbar das Trägheitsmoment des ganzen Stabes

$$T = \frac{P}{L}\left\{a^2\delta + b^2\delta + c^2\delta + d^2\delta + \ldots.\right\}$$

Nun aber ist $b = a + \delta$, $c = b + \delta$, $d = c + \delta$ u. s. w., es ist also auch

$$b^3 = a^3 + 3a^2\delta + 3a\delta^2 + \delta^3$$
$$c^3 = b^3 + 3b^2\delta + 3b\delta^2 + \delta^3$$
$$d^3 = c_3 + 3c^2\delta + 3c\delta^2 + \delta^3$$

u. s. w.

und wenn man, was wegen der Kleinheit von δ erlaubt ist, diejenigen Glieder vernachlässigt, welche δ^2 und δ^3 enthalten, so ergiebt sich

$$a^2\delta = \frac{b^3 - a^3}{3}$$

$$b^2\delta = \frac{c^3 - b^3}{3}$$

$$c^2\delta = \frac{d^3 - c^3}{3}$$

u. s. w.

es ist also

$$T = \frac{P}{L}\left\{\frac{b^3-a^3}{3} + \frac{c^3-b^3}{3} + \frac{d^3-c^3}{3} + \cdots \frac{y^3-x^3}{3} + \frac{z^3-y^3}{3}\right\},$$

wenn mit x, y und z der Abstand der letzten Scheibchen bezeichnet wird. Die ganze unter der Klammer stehende Summe reducirt sich aber auf $\frac{z^3 - a^3}{3}$. Da aber $z = L$ ist und a wegen seiner Kleinheit vernachlässigt werden kann, so ergiebt sich

$$T = \frac{P}{L} \cdot \frac{L^3}{3} = \frac{PL^2}{3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

d. h. in Worten: das Trägheitsmoment eines Stabes, dessen einer Endpunkt die Umdrehungsaxe bildet, ist dasselbe, als ob der ganze Stab gewichtlos und an seinem anderen Ende eine Masse vereinigt wäre, welche $^1/_3$ von der Masse des gegebenen Stabes beträgt.

Digitized by Google

Danach lässt sich nun leicht auch das Trägheitsmoment eines um seinen Mittelpunkt C, Fig. 352, rotirenden oder oscillirenden Stabes AB ableiten; denn wenn p und l das Gewicht und die Länge von jeder der Hälften AC und BC bezeichnen, so ist das Trägheitsmoment von jeder dieser Hälften $\frac{pl^2}{3}$, folglich das Trägheitsmoment des ganzen Stabes $^2/_3\,pl^2$.

Fig. 352.

Bezeichnet man aber mit L die Gesammtlänge, mit P das Gesammtgewicht des Stabes, so ist $p = \frac{P}{2}$ und $l = \frac{L}{2}$, und wenn man diese Werthe für l und p substituirt, so ergiebt sich für das gesuchte Trägheitsmoment der Werth

$$T = \frac{P \cdot L^2}{12} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Das Trägheitsmoment eines prismatischen rectangulären Stabes, Fig. 353, welcher um eine durch seinen Schwerpunkt gelegte, mit der Kante ab parallele Axe rotirt oder oscillirt, ist

Fig. 353.

$$T = \frac{L^2 + B^2}{12} \cdot P \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

wenn L und B die Länge der Kanten bd und bc bezeichnen, welche nicht mit der Umdrehungsaxe parallel sind.

Die Formel 3) geht in Gleichung 2) über, wenn B sehr klein ist im Vergleich zu L.

Aus Betrachtungen, welche den oben durchgeführten ähnlich sind, ergiebt sich, dass das Trägheitsmoment einer homogenen kreisförmigen Scheibe, welche um ihren Mittelpunkt rotirt.

$$T = {}^1/_2\, P R^2$$

ist, wenn P das Gewicht und R den Halbmesser der Scheibe bezeichnet.

Bei Körpern von complicirter Gestalt ist die Berechnung des Trägheitsmomentes ohne Integralrechnung nicht ausführbar und wenn dieselben mehr oder weniger unregelmässig gestaltet sind, ganz unmöglich; in solchen Fällen aber kann man das gesuchte Trägheitsmoment auf experimentellem Wege bestimmen. Zu diesem Zwecke braucht man nur den fraglichen Körper durch eine beschleunigende Kraft von bekannter Grösse in Rotation zu versetzen und die Geschwindigkeit zu beobachten, welche er in einer gegebenen Zeit erlangt.

Ein erläuterndes Beispiel bietet die Fallmaschine. An einer derartigen Maschine musste ein Uebergewicht r von 2 Grammen angewandt werden, um zu bewirken, dass der Fallraum der ersten Secunde 1 Zoll, also $^1/_{192}$ des beim freien Fall in der ersten Secunde durchlaufenen Raumes betrage, während jede der Massen m und n 100 Gramme wog.

Digitized by Google

Das Uebergewicht von 2 Grammen hat hier offenbar die Trägheit einer Masse zu überwinden, welche 192mal so gross ist als seine eigene, also 384 Gramme beträgt; da nun die Gewichte *m*, *n* und *r* zusammen 202 Gramme wiegen, so bleiben für das Trägheitsmoment der Rolle noch 182 Gramme übrig, d. h. eine beschleunigende Kraft, welche die Rolle in Rotation zu setzen strebt, hat ein eben so grosses Trägheitsmoment zu überwinden, als ob die Rolle gewichtlos und nur an ihrem Umfang eine Masse von 182 Grammen angebracht wäre.

Der Schwingungspunkt. Die in §. 116 entwickelte Formel gilt aber nur für ein einfaches Pendel, welches man auch ein mathematisches nennt. Ein solches Pendel kann man sich wohl vorstellen, aber nicht construiren; denn es müsste aus einem einfachen, gewichtlosen Faden bestehen, und an seinem Ende dürfte sich nur ein schwerer Punkt befinden. 123

Jedes Pendel, welches diesen beiden Forderungen nicht entspricht, ist ein zusammengesetztes materielles Pendel. Ein gewichtloser und unbiegsamer Faden also, an welchem sich nur zwei schwere Moleküle *m* und *n*, Fig. 354, befinden, würde demnach schon ein zusammengesetztes Pendel sein. Das Molekül *m*, welches dem Aufhängepunkte näher ist als *n*, würde für sich allein schneller schwingen als *n*; weil aber die beiden Moleküle verbunden sind, so wird *m* die Bewegung von *n* beschleunigen, und umgekehrt wird *n* die Bewegung von *m* verzögern, die Schwingungen werden deshalb mit einer Geschwindigkeit vor sich gehen, welche zwischen den Geschwindigkeiten liegt, mit welchen jedes der Moleküle *m* und *n* für sich allein schwingen würde. Sie sind gleich den Schwingungen eines einfachen Pendels, welches länger als *fm* und kürzer als *fn* ist. Eben so verhält es sich mit jedem materiellen Pendel. Diejenigen Theile des Pendels nämlich, welche dem Aufhängepunkte am nächsten liegen, sind in ihrer Bewegung durch die entfernteren verzögert, die entfernteren aber durch die näheren beschleunigt. Es muss demnach auch in jedem zusammengesetzten Pendel einen Punkt geben, welcher durch die übrige Masse des Pendels weder beschleunigt noch verzögert ist, welcher gerade so schnell schwingt wie ein einfaches Pendel, dessen Länge seiner Entfernung vom Aufhängepunkte gleich ist. Dieser Punkt heisst Schwingungspunkt, Centrum oscillationis. Wenn man von der Länge eines zusammengesetzten Pendels spricht, so versteht man darunter die Entfernung dieses Punktes vom Aufhängepunkte oder, was dasselbe ist, die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer.

Fig. 354.

Da man zu Versuchen nur zusammengesetzte Pendel anwenden kann, so kommt es darauf an, die Länge eines einfachen Pendels zu bestimmen,

Digitized by Google

welches eben so schnell schwingen würde als das zur Beobachtung angewandte zusammengesetzte.

Am meisten nähert sich dem einfachen Pendel ein solches, welches aus einem möglichst dünnen Faden besteht, an dessen unterem Ende eine Kugel oder ein Doppelkegel hängt. Als Faden hat man feine Metalldrähte oder Aloëfaden genommen; der letzteren namentlich bedienten sich die französischen Akademiker bei ihren Versuchen unter dem Aequator und Zach in Gotha. Die angehängte Masse muss aus einer Substanz von möglichst grossem specifischen Gewichte gefertigt sein. Man hat dazu Blei, Messing, Silber oder Platin angewandt.

Borda fand, dass zu Paris ein solches Pendel von 12 Fuss Länge (144 Zoll) in einer Stunde 1818 Schwingungen machte. Es ist demnach für $l = 144$ Zoll $t = 1,98$ Secunden, also

$$1,98 = m \sqrt{144}$$

und daraus

$$m = 0,165.$$

Die Länge x des Secundenpendels ergiebt sich demnach aus der Gleichung

$$1 = 0,165 \sqrt{x}$$

$$x = \frac{1}{0,165^2} = 36,73 \text{ Pariser Zoll.}$$

Borda stellte seine Versuche, welche in der That die ersten wahrhaft genauen Pendelbeobachtungen waren, im Jahre 1790 auf der Sternwarte von Paris an. Biot, Bouvard und Mathieu haben diese Versuche im Jahre 1808 wiederholt. Sie wandten Borda's Verfahren und einen ähnlichen Apparat an. Humboldt und Arago haben im Jahre 1818 Borda's Resultate durch ein anderes Verfahren bestätigt. Nach allen diesen Beobachtungen ist die Länge des Secundenpendels für Paris

993,86 Millimeter.

Das Secundenpendel ist also nur um 6,14 Millimeter kürzer als ein Meter. Setzt man in der Formel $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ für t den Werth 1 und $l = 993,8666$, so findet man die beschleunigende Kraft der Schwere

$$g = 9,809 \text{ Meter.}$$

124 **Bestimmung des Schwingungspunktes an einem zusammengesetzten Pendel.** An einer hölzernen Stange, Fig. 355, welche um eine in ihrer Mitte angebrachte Schneide oscilliren kann, sei eine m Gramme schwere Linse a (deren Masse wir uns in ihrem Schwerpunkt concentrirt denken wollen) l Decimeter unter der Schneide befestigt, so bildet diese Vorrichtung ein Pendel, dessen Schwingungszeit wir mit t bezeichnen wollen.

Die Schwingungszeit t würde gleich der eines einfachen Pendels von der Länge l sein, wenn die Stange gewichtlos wäre.

Digitized by Google

Mag nun aber die Stange gewichtlos sein oder nicht, so wird die Schwingungszeit des Pendels unverändert bleiben, wenn man statt der l^{dm} von der Schneide entfernten Linse a 1^{dm} von der Schneide die träge Masse ml^2 (das Trägheitsmoment der Linse a) anbrächte, und auf diese die beschleunigende Kraft ml (das statische Moment der Linse a) wirken liesse.

Es lässt sich dies im Versuch wirklich ausführen: Man hat nur 1 Decimeter unter der Schneide eine Linse b, Fig. 356, deren Gewicht x, und 1 Decimeter über der Schneide eine Linse c anzubringen, deren Gewicht y durch folgende Bedingungsgleichungen gegeben ist,

$$x + y = ml^2$$
$$x - y = ml,$$

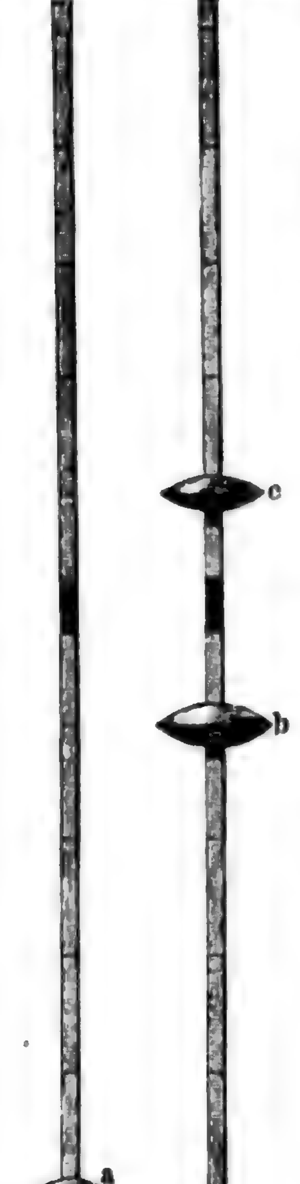
woraus sich

$$x = \frac{m}{2}(l^2 + l)$$
$$y = \frac{m}{2}(l^2 - l)$$

ergiebt.

Wenn also die Linse a, Fig. 355, 100 Gramm schwer und 5 Decimeter von der Schneide entfernt ist, so wird die Schwingungsgeschwindigkeit dieselbe sein wie die des Pendels Fig. 356, wenn die 1 Decimeter unter der Schneide befindliche Linse $\frac{100}{2}(25 + 5) = 1500$ Gramm, die 1 Decimeter über der Schneide befindliche Linse c aber $\frac{100}{2}(25 - 5) = 1000$ Gramm schwer wäre, vorausgesetzt, dass die Pendelstange in beiden Fällen dieselbe bliebe.

Fig. 355. Fig. 356.



Umgekehrt lässt sich eine an der besprochenen Pendelstange in der Entfernung 1 von der Schneide befindliche träge Masse M, auf welche die beschleunigende Kraft G wirkt, ohne Aenderung der Schwingungszeit durch eine einzige an die Stange angehängte Masse ersetzen, deren Gewicht m und deren Abstand l von der Schneide durch folgende Bedingungsgleichungen gegeben ist

$$ml^2 = M$$
$$ml = G,$$

woraus sich ergiebt

$$l = \frac{M}{G}$$
$$m = \frac{G^2}{M}.$$

Hätte man z. B. 1 Decimeter über der Schneide eine Linse von 300 Grm., 1 Decimeter unter der

Schneide eine Linse von 500 Grm. angebracht, so wäre $M = 800$, $G = 200$ und demnach

$$l = \frac{800}{200} = 4 \text{ und } m = \frac{200 \cdot 200}{800} = 50.$$

Nehmen wir die Pendelstange in obiger Betrachtung als gewichtlos an, so ist l die Länge eines einfachen Pendels, welches so schnell schwingt wie ein zusammengesetztes, dessen Trägheitsmoment gleich M ist, und welches durch eine in dem Abstand 1 vom Drehpunkt angreifende Kraft G in Bewegung gesetzt wird.

Fig. 357.

Nach diesen Betrachtungen können wir nun den Schwingungspunkt eines aus zwei schweren Punkten zusammengesetzten Pendels berechnen. An einer unbiegsamen, gewichtlosen Linie, Fig. 357, seien bei a und b in den Abständen r' und r vom Drehpunkt die Massen m' und m angehängt, so sind $m'r'^2$ und mr^2 die Trägheitsmomente, mr und $m'r'$ aber die statischen Momente derselben. Das Trägheitsmoment des Pendels ist also

$$M = m'r'^2 + mr^2,$$

die beschleunigende Kraft aber, welche das Pendel in Bewegung setzt, ist

$$G = m'r' + mr;$$

es ergiebt sich demnach für die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer

$$l = \frac{M}{G} = \frac{m'r'^2 + mr^2}{m'r' + mr}.$$

Diese Betrachtung lässt sich auf ein aus 3, 4, 5 u. s. w., aus unendlich vielen materiellen Punkten zusammengesetztes Pendel ausdehnen, und man kommt so zu dem wichtigen Satze: Für ein materielles Pendel findet man die Entfernung des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte, wenn man die Summe der Trägheitsmomente aller materiellen Punkte durch die Summe ihrer statischen Momente dividirt. Diese Entfernung ist also stets durch einen Ausdruck von der Form

$$l = \frac{mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \text{etc.}}{mr + m'r' + m''r'' + \text{etc.}}$$

gegeben. Für eine einfache Stange, welche um einen ihrer Endpunkte oscilliren kann, ist $M = \frac{PL^2}{3}$ (§. 122), während offenbar in diesem Falle $G = \frac{PL}{2}$, wenn P das Gewicht und L die Länge der Stange bezeichnet. Danach ergiebt sich aber für die Länge l eines einfachen Pendels, welches mit jener Stange gleiche Oscillationszeit hat:

Digitized by Google

$$l = \frac{P L^2}{3} : \frac{P L}{2} = \frac{2}{3} L.$$

Ein homogener, überall gleich dicker 3 Fuss langer Stab z. B. bildet also, an einem seiner Endpunkte aufgehängt, ein Pendel, welches gleiche Schwingungszeit hat mit einem 2 Fuss langen einfachen Pendel.

Experimentelle Bestimmung des Trägheitsmomentes oscillirender Körper. 125 Wir haben gesehen, dass die Schwingungsdauer eines einfachen Pendels

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

ist; wenn man aber mit einem materiellen Pendel zu thun hat, so ist für l die Länge des einfachen Pendels zu setzen, welches mit dem gegebenen gleiche Schwingungsdauer hat, d. h. der Abstand des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte. Dieser Abstand ist aber $\frac{K}{C}$, wenn man mit K das Trägheitsmoment des Pendels, mit C die Summe der statischen Momente aller auf das Pendel wirkenden beschleunigenden Kräfte bezeichnet. Wir haben also für ein materielles Pendel

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{C g}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Fig. 358.

Wird an den oscillirenden Körper eine Masse von bekanntem Trägheitsmoment Q so angebracht, dass die beschleunigende Kraft, welche das Pendel oscilliren macht, ungeändert bleibt, so muss nun der Körper langsamer oscilliren. Bezeichnen wir jetzt seine Schwingungszeit mit t', so ist

$$t' = \pi \sqrt{\frac{K + Q}{C g}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Aus den Gleichungen 1) und 2) lässt sich aber K leicht durch Elimination berechnen. — Wir wollen dies durch einige Beispiele erläutern.

Ein Pendel von der Fig. 358 dargestellten Einrichtung, dessen Gesammtlänge 11 Decimeter betrug, machte ohne die Linsen c und d 68 Schwingungen in der Minute; zu einer Schwingung waren also 0,882 Secunden erforderlich; wir haben demnach

$$0{,}882 = \pi \sqrt{\frac{K}{C g}}.$$

Nachdem sowohl 2 Decimeter über als auch 2 Decimeter unter der Schneide eine Linse von 220 Gramm angebracht worden war, während die Linse b unverändert an ihrer Stelle blieb, so machte nun das Pendel 48 Schwingungen in der

Minute, es ist also $t' = 1{,}25''$. Das Trägheitsmoment der beiden Linsen c und d zusammengenommen ist $4 \,.\, 220 \,.\, 2 = 1760$, mithin ist

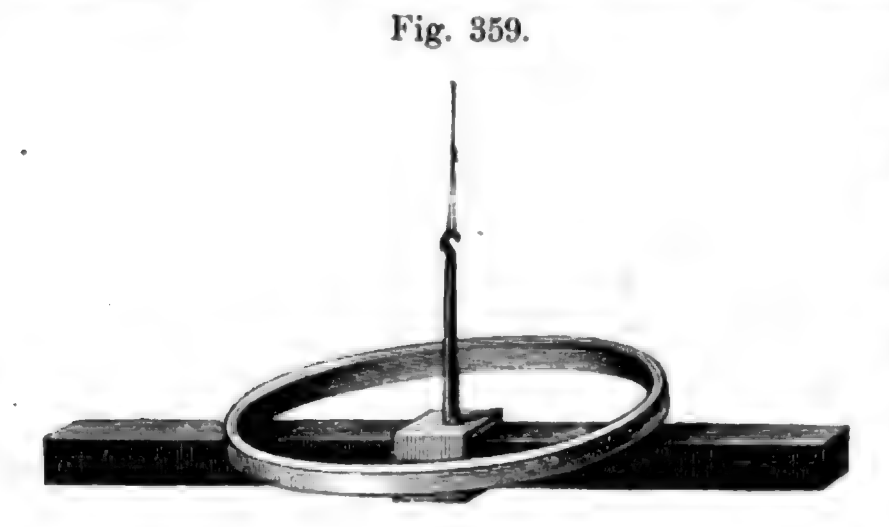
$$1{,}25 = \pi \sqrt{\frac{K + 1760}{Cg}},$$

aus der Combination dieser Gleichung mit der vorhergehenden ergiebt sich $K = 1745$ und $C = 225{,}7$, da man für g den in Decimetern ausgedrückten Werth 98,09 zu setzen hat; d. h. das Pendel Fig. 358 schwingt ohne die Linsen c und d gerade ebenso als ob an einer gewichtlosen Stange 1 Decimeter weit von der Schneide eine träge Masse von 1745 Gramm angebracht wäre, auf welche eine beschleunigende Kraft von 225,7 Grammen wirkt.

Dieselbe Methode zur Bestimmung des Trägheitsmomentes lässt sich aber auch noch in Anwendung bringen, wenn ein Körper nicht unter dem Einfluss der Schwerkraft, sondern unter dem Einfluss irgend einer andern beschleunigenden, aber der Schwerkraft ähnlich wirkenden Kraft oscillirt, welche man jederzeit auch auf das Maass der Schwerkraft zurückführen kann. Ein Beispiel mag dies erläutern.

Ein in einer messingenen Hülse liegender an einem Faden aufgehängter 2,7 Decimeter langer Magnetstab brauchte 10 Secunden zu einer Schwingung. Um sein Trägheitsmoment zu bestimmen, wurde ein 130 Gramm schwerer Messingring von 0,66 Decimeter Radius in der Weise aufgelegt, wie Fig. 359 zeigt, und nun betrug die Schwingungsdauer 13 Secunden. Das Trägheitsmoment des Ringes ist hier offenbar $130 \,.\, 0{,}66^2 = 56{,}6$, wir haben also

Fig. 359.



$$10 = \pi \sqrt{\frac{K}{Cg}} \quad \text{und} \quad 13 = \pi \sqrt{\frac{K + 56{,}6}{Cg}},$$

woraus sich ergiebt $K = 82$ und $C = 0{,}824$ Gramm. Das Trägheitsmoment des Magnetstabes (auf 1 Decimeter Abstand vom Drehungspunkte bezogen) ist also gleich dem einer Masse von 82 Gramm Gewicht und die beschleunigende Kraft des Erdmagnetismus wirkt auf den Magnetstab gerade ebenso wie eine Kraft, welche gleich ist dem Druck eines Gewichtes von 0,824 Gramm und welche in der Richtung des magnetischen Meridians wirkend 1 Decimeter weit von der Drehungsaxe angreift.

126 **Das Reversionspendel.** Um die Länge des Secundenpendels mit möglichster Genauigkeit zu finden, brachte zuerst Bohnenberger

Digitized by Google

das **Reversionspendel** in Vorschlag, welches später auch **Kater** in England in Anwendung brachte, ohne **Bohnenberger's** Vorschlag zu kennen.

Das **Reversionspendel** ist ein Pendel, welches mit zwei einander zugewendeten Schneiden versehen ist, wie man aus Fig. 360 und Fig. 361 sehen kann, und welches so justirt ist, dass die Schwingungsdauer unverändert dieselbe bleibt, mag man nun das Pendel um die Schneide a oder um die Schneide b oscilliren lassen.

Es wird dies bei dem **Kater'schen** Reversionspendel, Fig. 360, dadurch erreicht, dass man die Laufgewichte v und w in entsprechender Weise verschiebt; bei dem Reversionspendel, Fig. 361, geschieht es durch Verschiebung der einen oder auch der beiden Linsen.

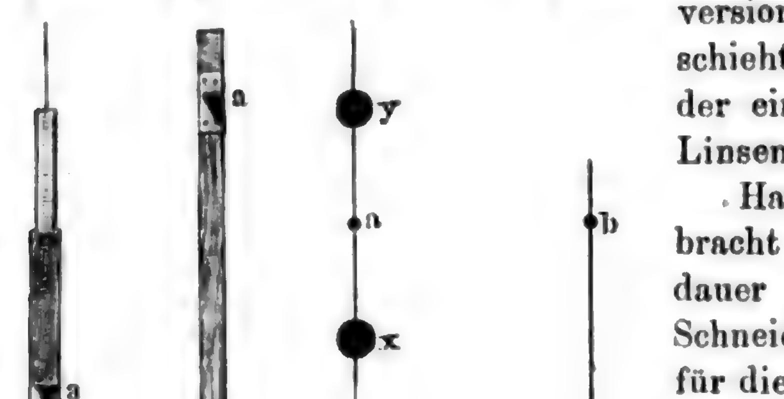


Fig. 360. Fig. 361. Fig. 362. Fig. 363.

Hat man es nun dahin gebracht, dass die Schwingungsdauer des Pendels für die eine Schneide genau so gross ist wie für die andere, so ist **die Entfernung der beiden Schneiden gleich der Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer.**

Die Richtigkeit dieser Behauptung lässt sich durch folgende Betrachtung beweisen.

Bezeichnen wir mit M die Summe der Trägheitsmomente aller materiellen Punkte, aus welchen ein Reversionspendel, Fig. 360, besteht, mit G die Summe der statischen Momente, so ist nach §. 124 $\frac{M}{G} = l$ die Länge des einfachen Pendels, welches mit ihm gleiche Schwingungsdauer hat.

Aus den Erörterungen auf Seite 297 ergiebt sich aber ferner, dass unser materielles Pendel auch äquivalent ist einem idealen Pendel, welches aus einer gewichtlosen starren, um den Punkt a, Fig. 362, oscillirenden Stange besteht, an welcher in dem Abstand 1 unter a das Gewicht

$$x = \frac{m}{2} (l^2 + l),$$

Digitized by Google

in dem Abstand 1 über a aber das Gewicht

$$y = \frac{m}{2}(l^2 - l)$$

angebracht ist. Denken wir uns an der gewichtlosen Stange Fig. 362 den Punkt b so bestimmt, dass $ab = l$, so wäre also b der Schwingungspunkt dieses idealen Pendels, welches sich in jeder Beziehung dem materiellen Pendel Fig. 360 gleich verhält.

Denken wir uns nun das ideale Pendel Fig. 362 umgekehrt in b aufgehängt, wie Fig. 363 zeigt, so haben wir eine gewichtlose Stange, an welcher das Gewicht x in der Entfernung $(l - 1)$ das Gewicht y an der Entfernung $(l + 1)$ vom Aufhängepunkte b angebracht ist; wir haben also für die Trägheitsmomente der Massen x und y in diesem Fig. 363 dargestellten Falle

$$x\,(l - 1)^2 \text{ und } y\,(l + 1)^2$$

und für die statischen Momente derselben

$$x\,(l - 1) \text{ und } y\,(l + 1);$$

für die Länge des einfachen Pendels, welches mit dem Fig. 363 dargestellten gleiche Schwingungsdauer hat, ergiebt sich demnach

$$L = \frac{x\,(l - 1)^2 + y\,(l + 1)^2}{x\,(l - 1) + y\,(l + 1)}.$$

Substituirt man in dieser Gleichung für x und y ihre obigen Werthe, so ergiebt sich nach Ausführung aller Reductionen

$$L = l.$$

Das ideale Pendel Fig. 362 oscillirt also gleich schnell, mag nun der Punkt a oder der Punkt b als Aufhängepunkt dienen: im ersten Falle ist b, im zweiten Falle aber ist a der Schwingungspunkt.

Was nun aber von diesem idealen Pendel gilt, gilt auch für das ihm entsprechende materielle Pendel Fig. 360. Es schwingt gleich schnell, mag es nun in a oder in b aufgehängt sein, und zwar gerade eben so schnell, wie ein einfaches Pendel von der Länge ab.

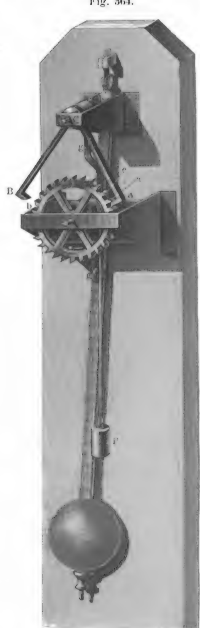
127 **Die Pendeluhr.** Kurz nachdem Galiläi die Grundgesetze des Pendels entdeckt hatte, machte sich Huyghens durch seine trefflichen Arbeiten über das Pendel um die Wissenschaft verdient. Er bestimmte zuerst genau den Schwingungspunkt eines physischen Pendels; er wandte das Pendel an, um den Gang der Uhren zu reguliren und machte so zuerst eine genaue Zeitmessung möglich.

In jeder Uhr muss eine beschleunigende Kraft wirken, um die Bewegung hervorzubringen und zu erhalten. Wenn aber der beschleunigenden Kraft nicht eine andere oder ein äquivalentes ein Bewegungshinderniss entgegenwirkt, so kann die Bewegung nicht gleichförmig bleiben, sondern sie muss, wie bei einem fallenden Körper, schneller und schneller werden. Bei unseren Wanduhren wird die beschleunigende Kraft durch Gewichte gebildet, welche an einer um eine horizontale Axe geschlungenen Schnur hängen. Wenn das Gewicht durch seine Schwere herabgezo-

Digitized by Google

gen wird, wird durch die Schnur diese Axe umgedreht und dadurch das

Fig. 364.



ganze Uhrwerk in Bewegung gesetzt. Die Bewegung eines fallenden Gewichtes ist aber eine beschleunigte, folglich würde auch die Uhr anfangs langsam, dann schneller und schneller gehen müssen, wenn ihr Gang nicht regulirt würde, und diese Regulirung wird nun durch das Pendel bewerkstelligt.

Wie das Pendel den Gang einer Uhr reguliren könne, ist aus Fig. 364 ersichtlich. An der Axe, um welche die Schnur mit dem Gewichte P geschlungen ist, ist ein gezahntes Rad befestigt. Ueber diesem Rade befindet sich ein Anker ACB, welcher je nach seiner Stellung bald auf der einen, bald auf der anderen Seite in die Zähne des Rades eingreift. Dieser Anker wird durch die Schwingungen des Pendels hin und her geführt.

Die Figur stellt das Pendel gerade in der Lage vor, wo es seine äusserste Stellung links hat. Das Rad, welches durch das Gewicht in der Richtung des Pfeils gedreht wird, kann aber bei dieser Stellung des Pendels nicht vorangehen, weil der Zahn a durch den Haken A des Ankers aufgehalten wird; sobald aber das Pendel zurückgeht, geht A auf die Seite und der Zahn a wird vorbeigelassen; die Bewegung des Rades wird aber doch alsbald wieder gehemmt, weil nun auf der anderen Seite der Haken B des Ankers niedergeht und an diesen dann der Zahn b des Rades anstösst, sobald das Pendel seine äusserste Stellung rechts erreicht hat.

Geht nun das Pendel abermals nach der Linken, so wird der Zahn c durch A angehalten. Bei jedem

Digitized by Google

Hin- und Hergange geht also das Rad um einen Zahn weiter, bei jedem Pendelschlage also um eine halbe Zahnweite voran. Hat das Rad 30 Zähne, so wird ein Zeiger, welcher an der Axe desselben befestigt ist, in 60 Sprüngen den ganzen Kreisumfang durchlaufen.

Das Pendel hat bei seinen Oscillationen verschiedene Widerstände zu überwinden, weshalb es allmälig zur Ruhe kommt, wenn es für sich allein schwingt. Im Uhrwerk wird nun aber dem Pendel sein Bewegungsverlust dadurch stets ersetzt, dass der Zahn, an der schiefen Fläche des austretenden Ankerarmes hinschleifend, diesem eine kleine Beschleunigung mittheilt.

Eine solche Vorrichtung nennt man eine Hemmung oder ein Echappement.

Bei Taschenuhren ist das Gewicht durch eine gespannte Stahlfeder, das Pendel aber durch die Balance ersetzt, d. h. durch einen Metallring, welcher von einer, vermöge ihrer Elasticität um ihre Gleichgewichtslage schwingenden Spiralfeder hin und her bewegt wird.

128 **Einheit des Längenmaasses.** Kater stellte seine Versuche mit dem Reversionspendel besonders deshalb mit so grosser Genauigkeit an, weil man beabsichtigte, in England ein neues Maasssystem einzuführen, dessen Einheit die Länge des Londoner Secundenpendels sein sollte.

Fast sämmtliche Längeneinheiten sind den Dimensionen des menschlichen Körpers entnommen, und ihre ursprüngliche Bestimmung hing darum auch von manchen Zufälligkeiten ab. Man kam deshalb auf die Idee, eine unveränderliche Grösse der Natur zur Einheit zu nehmen. Schon Huyghens schlug dazu die Länge des Secundenpendels vor.

Zur Zeit der französischen Revolution, als man ein neues Maasssystem in Frankreich einführen wollte, nahm man die Idee wieder auf; allein die zur Bestimmung des neuen Systemes niedergesetzte Commission, bestehend aus Borda, Lagrange, Laplace, Monge und Condorcet, wandte gegen diese Einheit ein, dass sie ein fremdes Element, nämlich die Zeit, enthielte, und entschied sich dahin, die Längeneinheit von der unveränderlichen Länge eines Erdmeridians abzuleiten.

Zu diesem Zwecke wurde durch genaue Gradmessungen die Länge des Erdmeridians ermittelt, und der 40millionste Theil desselben, also der 10millionste Theil eines Erdmeridian-Quadranten zur Längeneinheit gewählt. Diese Einheit wurde Meter genannt. Das Meter wurde in 10 Decimeter, 100 Centimeter und 1000 Millimeter getheilt.

Aus dem Längenmaasse wurde nun das Flächenmaass, das Körpermaass und das Gewichtsmaass abgeleitet.

Das Metermaass ist unter allen Maass-Systemen das einzige, welches wissenschaftlich begründet ist. Die einfachen Beziehungen zwischen dem Längenmaasse, dem Körpermaasse und dem Gewicht machen es in mancher Hinsicht empfehlenswerth. Bei wissenschaftlichen Untersuchungen bedient man sich auch jetzt fast überall dieses Maasses.

Digitized by Google

Durch Vergleichung mit dem Meter sind nun aber auch alle anderen Maasse fest bestimmt. So ist z. B.

1 pariser Fuss . . . . = 324,839 Millimeter,
1 preussischer oder rheinl. Fuss = 313,853 Millimeter;

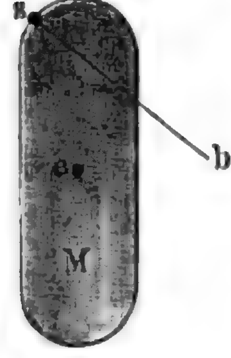
demnach ist

1 pariser Zoll . . . . = 27,070 Millimeter,
1 rheinl. Zoll . . . . = 26,154 Millimeter.

Vom Stoss. Wenn ein in Bewegung begriffener Körper auf seiner Bahn mit irgend einem anderen Körper zusammentrifft, so entsteht ein **Stoss**, in Folge dessen jeder den Bewegungszustand des anderen mehr oder weniger modificirt. Der nächste in sehr kurzer Zeit vollendete Erfolg des Stosses ist eine Formveränderung der zusammentreffenden Körper, welche vorübergehend ist bei elastischen, bleibend bei nicht elastischen Substanzen. 129

In Beziehung auf die Lage des Punktes, in welchem ein Körper zuerst durch einen anderen ihn treffenden gestossen wird, unterscheidet man **centrale** und **excentrische** (nicht centrale) Stösse. Denkt man sich auf der Oberfläche des Körpers in dem Punkte, auf welchen der Stoss erfolgt, eine Normale gezogen, so ist der **Stoss central, wenn diese Normale durch den Schwerpunkt des Körpers geht; der Stoss ist excentrisch, wenn dies nicht der Fall ist.**

Fig. 365.



Wie also auch eine homogene Kugel mit anderen Körpern zusammentreffen mag, so erleidet sie stets einen centralen Stoss, weil alle Normalen der Kugeloberfläche durch den Mittelpunkt derselben gehen; wird jedoch ein homogener Körper M von der Gestalt Fig. 365 im Punkte s von irgend einem anderen getroffen, so ist der Stoss in Beziehung auf diesen Körper M nicht central, weil die Normale sb nicht durch den Schwerpunkt C des Körpers M geht.

In Beziehung auf die Bewegungsrichtung unterscheidet man den **geraden** und den **schiefen Stoss**. Beim geraden Stoss fällt die Bewegungsrichtung mit der Normalen des Berührungspunktes zusammen, beim schiefen Stoss ist dies nicht der Fall.

Der Stoss zweier Kugeln wird also ein gerader sein, wenn sich beide in der Verbindungslinie der Mittelpunkte bewegen.

Wir können uns hier nur mit dem geraden centralen Stoss beschäftigen.

Vom Stoss unelastischer Körper. Wenn zwei unelastische Körper A und B, Fig. 366 (a. f. S.), mit verschiedenen Geschwindigkeiten be- 130

Digitized by Google

haftet, zusammenstossen, so findet zunächst eine gegenseitige Zusammendrückung, eine Formveränderung statt, welche beendigt ist, wenn die Geschwindigkeit beider Körper die gleiche geworden ist. Es ist nun die Aufgabe, diese gemeinschaftliche Endgeschwindigkeit zu finden.

Fig. 366.

Es seien M und M_1 die Massen der beiden Körper, c und c_1 ihre Geschwindigkeiten, welche positiv bezeichnet werden sollen, wenn sie von der Linken zur Rechten gerichtet sind. Die Bewegungsgrössen der beiden Körper sind Mc und $M_1 c_1$; was der eine nach dem Stoss an Bewegungsquantität eingebüsst hat, um so viel hat die Bewegungsquantität des anderen zugenommen, und danach lässt sich die gemeinschaftliche Geschwindigkeit v nach dem Stosse berechnen. Nehmen wir an, dass bei gleichgerichteter Geschwindigkeit beider Körper die Geschwindigkeit c des Körpers A grösser sei als die Geschwindigkeit c_1 des Körpers B, so ist der Verlust an Bewegungsquantität, welchen A durch den Stoss erleidet, $M(c - v)$, die Zunahme der Bewegungsquantität von B ist dagegen $M_1(v - c_1)$, wir haben also

$$M(c - v) = M_1(v - c_1),$$

und daraus

$$v = \frac{Mc + M_1 c_1}{M + M_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Wenn sich B in entgegengesetzter Richtung von A bewegt, so ist c_1 negativ, und man erhält

$$v = \frac{Mc - M_1 c_1}{M + M_1}.$$

Jeder Stoss unelastischer Körper ist von einem Verlust an lebendiger Kraft verbunden. Die lebendige Kraft des Körpers A ist vor dem Stoss

$$M\frac{c^2}{2g},$$

die des Körpers B ist

$$M_1 \frac{c_1^2}{2g},$$

also die Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoss

$$M\frac{c^2}{2g} + M_1 \frac{c_1^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

wo für g der Zahlenwerth 30 zu setzen ist, wenn die Geschwindigkeit in Pariser Fussen, 9,8, wenn sie in Metern ausgedrückt ist.

Nach dem Stoss ist die lebendige Kraft

$$(M + M_1)\frac{v^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Digitized by Google

Zieht man den Werth (3) von (2) ab, so erhält man als Verlust an lebendiger Kraft durch den Stoss

$$\alpha = M\frac{c^2 - v^2}{2g} + M_1\frac{c_1^2 - v^2}{2g}.$$

Dieser Werth lässt sich in folgender Weise umformen:

$$\alpha = \frac{M}{2g}(c + v)(c - v) + \frac{M_1}{2g}(c_1 + v)(c_1 - v)$$

$$\alpha = \frac{M}{2g}(c + v)(c - v) - \frac{M_1}{2g}(v + c_1)(v - c_1) \quad . \; . \; 4)$$

Setzen wir in die Differenz $c - v$ für v seinen obigen Werth bei 1), so kommt

$$c - v = \frac{M_1 (c - c_1)}{M + M_1}$$

und

$$M(c - v) = \frac{M M_1 (c - c_1)}{M + M_1},$$

da aber $M(c - v) = M_1 (v - c_1)$, so ist auch

$$M_1 (v - c_1) = \frac{M M_1 (c - c_1)}{M + M_1},$$

setzt man diese Werthe für $M(c - v)$ und $M_1 (v - c_1)$ in Gleichung 4), so kommt

$$\alpha = \frac{M M_1 (c - c_1)}{M + M_1} \cdot \frac{(c + v - v - c_1)}{2g}$$

$$\alpha = \frac{M M_1}{M + M_1} \cdot \frac{(c - c_1)^2}{2g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 5)$$

Die Grösse $\frac{MM}{M - M_1}$ bezeichnet man als das harmonische Mittel der Massen M und M_1.

Nach Gleichung 3) S. 248 ist aber $\frac{(c - c_1)^2}{2g}$ der Fallraum, welcher der Geschwindigkeitsdifferenz $(c - c_1)$ entspricht, d. h. die Höhe, welche ein Körper durchfallen muss, wenn er die Geschwindigkeit $c - c_1$ erlangen soll.

Nach diesen Bemerkungen lässt sich die Gleichung 5) in Worten so ausdrücken:

Wenn zwei unelastische Massen M und M_1, welche mit den Geschwindigkeiten c und c_1 behaftet sind, zusammenstossen, so ist der auf die Formveränderung beider verwendete Verlust an lebendiger Kraft das Product, welches man erhält, wenn man das harmonische Mittel der beiden Massen multiplicirt mit der Fallhöhe, welche der Differenz der Geschwindigkeiten entspricht, mit denen die beiden Massen vor dem Stoss behaftet waren.

Digitized by Google

Wenn z. B. auf einer Eisenbahn zwei Züge von 120000 Pfund und 160000 Pfund in entgegengesetzter Richtung mit den Geschwindigkeiten $c = 20$ Fuss und $c_1 = -15$ Fuss sich bewegend zusammenstossen, so entsteht ein auf die Zerstörung der Locomotiven und Wagen verwendeter Arbeitsverlust, welcher bei vollständigem Mangel an Elasticität aller zum Stoss gelangenden Theile sein würde

$$\frac{(20 + 15)^2}{2g} \cdot \frac{120000 \cdot 160000}{280000} = \frac{35^2}{60} \cdot \frac{1920000}{28} = 1344000 \text{ Fusspfd.}$$

Aus den obigen Betrachtungen und Berechnungen geht hervor, wie nachtheilig Stösse in einer Maschine wirken müssen, welche nicht geradezu zur Ausübung von Stössen bestimmt ist, sondern in welcher dieselben nur in Folge mangelhafter Construction auftreten. Solche Stösse verzehren nicht allein ganz unnöthiger Weise einen grossen Theil lebendiger Kraft, sondern sie führen auch die Maschine selbst einem raschen Ruine entgegen.

131 **Stoss elastischer Körper.** Wenn zwei Körper im geraden centralen Stoss zusammentreffen, so ist der erste Effect eine gegenseitige Zusammendrückung, welche so lange fortdauert, bis die Geschwindigkeit der beiden Massen die gleiche geworden ist. Ist bis zu diesen Momenten die Verschiebung der Theilchen beider Körper über ihre Elasticitätsgränze hinausgegangen, so dass ihre Formveränderung (wenn nicht Zertrümmerung erfolgt) eine bleibende ist, so erfolgt die fernere Bewegung nach den im vorigen Paragraphen besprochenen Gesetzen. Ist jedoch durch Zusammendrückung der beiden zusammenstossenden Körper in dem Augenblicke, in welchem ihre Geschwindigkeit die gleiche geworden ist, ihre Elasticitätsgränze noch nicht überschritten, so streben nun beide Körper, ihre ursprüngliche Gestalt wieder anzunehmen, wodurch sie, in dem Berührungspunkt gegeneinander drückend, gleichsam einen abermaligen Stoss erleiden. Jede Kugel erhält durch die Wiederherstellung der Form gleichsam den Stoss zurück, welchen sie während der Zusammendrückung auf die andere ausgeübt hat.

Zur Construction der Formel wollen wir wieder wie im vorigen Paragraphen von dem Fall ausgehen, dass sich beide Körper nach derselben Seite hin (nach der rechten) bewegen. Die links sich befindende Kugel A, deren Masse M ist, habe die grössere Geschwindigkeit c; wenn sie gegen die andere Kugel B, deren Masse M_1 und deren Geschwindigkeit c_1 ist, anstösst, so verliert sie beim Anstoss während der Zusammendrückung bis zu dem Moment, in welchem beide Kugeln gleiche Geschwindigkeit haben, die Bewegungsquantität $M(c - v)$, wo v dieselbe Bedeutung hat wie in §. 130. Die Bewegungsquantität der Kugel B hat dabei aber um $M(c - v)$ zugenommen. Während nun beide Kugeln ihre ursprüngliche Gestalt wieder annehmen, erleidet jede Kugel einen Rückstoss, welcher dem Stoss gleich ist, den sie der anderen ertheilt hat; die Kugel

Digitized by Google

A wird also abermals einen Verlust an Bewegungsquantität erleiden, welcher gleich ist $M(c - v)$; der Gesammtverlust an Bewegungsquantität, welchen die Kugel A nach Beendigung des elastischen Stosses erlitten hat, ist also

$$2 M (c - v).$$

In gleicher Weise ergiebt sich für den Gewinn an Bewegungsquantität, welchen die Kugel B bis zu dem Moment erfahren hat, wo beide Kugeln ihre ursprüngliche Gestalt wieder angenommen haben und auseinander zu fahren beginnen,

$$2 M_1 (v - c_1).$$

Die Geschwindigkeit von A wird also nach Beendigung des elastischen Stosses sein

$$V = c - 2(c - v) = 2v - c \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

Die Geschwindigkeit von B wird aber geworden sein

$$V_1 = c_1 + 2(v - c_1) = 2v - c_1 \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

Setzen wir in diese Werthe von V und V' für v seinen Werth bei 1) auf Seite 306, so kommt

$$V = \frac{(M - M_1)\, c + 2\, M_1\, c_1}{M + M_1} \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

und

$$V_1 = \frac{(M_1 - M)\, c_1 + 2\, M c}{M + M_1} \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

Für den in der ersten Aufgabe des §. 130 betrachteten Fall erhält man, wenn beide Kugeln vollkommen elastisch sind,

$$V = \frac{(3 - 10)\, 10 + 2 \,.\, 10 \,.\, 3}{10 + 3} = \frac{-70 + 60}{13} = -\frac{10}{13}$$

$$V_1 = \frac{(10 - 3)\, 3 + 2 \,.\, 3 \,.\, 10}{10 + 3} = \frac{21 + 60}{13} = \frac{81}{13}.$$

Da der Werth von V das Vorzeichen — hat, so bewegt sich A nach Beendigung des elastischen Stosses in einer Richtung, welche derjenigen entgegengesetzt ist, welche er vor dem Stoss hatte.

Die Bewegungsquantität der beiden Kugeln vor dem Stoss war

$$Mc + M_1 c_1 \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

Nach dem elastischen Stoss ist sie

$$M V + M_1 V_1 \quad \ldots\ldots \quad 6)$$

Setzen wir für V und V_1 ihre Werthe 1) und 2), so kommt

$$M V + M_1\, V_1 = M (2v - c) + M_1\, (2v - c_1)$$
$$= 2\,(M + M_1)\, v - (Mc + M_1 c_1).$$

Nun aber ist nach §. 130 Gleichung 1)

$$(M + M_1)\, v = Mc + M_1 c_1.$$

Setzt man nun für $(M + M_1) v$ diesen Werth in obige Gleichung, so kommt

$$M V + M_1\, V_1 = 2\,(Mc + M_1 c_1) - (Mc + M_1 c_1)$$
$$M V + M_1\, V_1 = Mc + M_1 c_1 \quad \ldots\ldots \quad 7)$$

Digitized by Google

Die Bewegungsquantität ist nach dem elastischen Stoss eben so gross wie vor demselben.

Gehen wir nun zur Bestimmung der lebendigen Kräfte nach dem elastischen Stoss über.

Zieht man Gleichung 2) ab von Gleichung 1), so kommt

$$V - V_1 = c_1 - c$$

und daraus

$$V + c = V_1 + c_1 \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad 8)$$

Aus der obigen Gleichung 7) ergiebt sich aber

$$M(V - c) = M_1 (c_1 - V_1) \quad \dots\dots\dots \quad 9)$$

Durch Multiplication der Gleichungen 9) und 8) erhält man aber

$$M(V^2 - c^2) = M_1 (c_1^2 - V_1^2),$$

und daraus endlich

$$MV^2 + M_1 V_1^2 = Mc^2 + M_1 c_1^2,$$

d. h. die Summe der lebendigen Kräfte nach dem elastischen Stoss ist eben so gross wie vor demselben, beim elastischen Stoss findet also kein Verlust an lebendiger Kraft statt.

132 **Gleitende Reibung.** Ein schon mehrfach besprochener Widerstand, welcher fast auf alle Bewegungen einen bedeutenden Einfluss ausübt, ist die Reibung. Um eine nur etwas grosse Last auf einer horizontalen Ebene fortzuschleifen, ist ein bedeutender Kraftaufwand nöthig, welcher lediglich von den Reibungswiderständen herrührt. Wäre die Ebene sowohl, auf welcher die Last fortgeschleift werden soll, als auch die Unterfläche der Last selbst absolut hart und glatt (was in der Natur nie der Fall ist) und fände ausserdem nicht die mindeste Adhäsion zwischen den über einander hin gleitenden Flächen statt, so könnte die kleinste Kraft die grösste Last in Bewegung setzen, und einmal angestossen müsste sich die Last mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf der horizontalen Ebene fortbewegen.

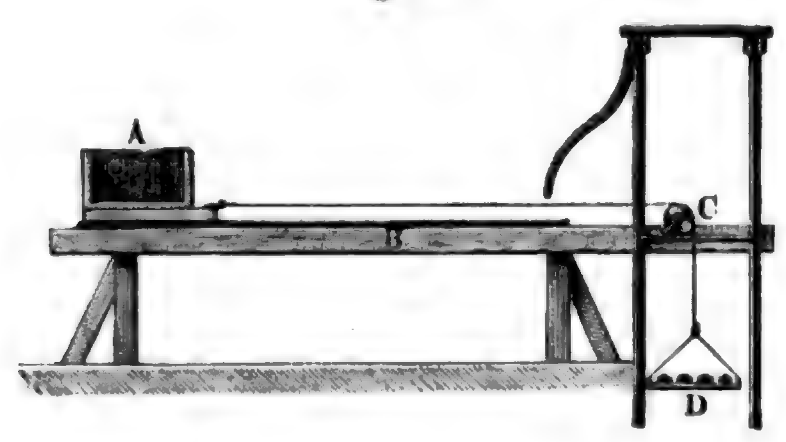
Die Reibung rührt unstreitig daher, dass die Erhabenheiten einer jeden der über einander hingleitenden Flächen in die Vertiefungen der anderen eingreifen. Wenn nun Bewegung stattfinden soll, so müssen entweder die hervorragenden Theilchen von der Masse ihres Körpers abgerissen, oder der eine Körper muss fortwährend über die Unebenheiten hinweggehoben werden. Ersteres findet vorzugsweise statt, wenn die reibenden Flächen sehr rauh, letzteres, wenn sie mehr geglättet sind. Je glatter die reibenden Flächen sind, desto mehr Einfluss gewinnt auch die Adhäsion, welche namentlich bei Anwendung von flüssiger oder halbflüssiger Schmiere von Bedeutung wird.

Um Versuche über gleitende Reibung anzustellen, wandte Coulomb den Fig. 367 dargestellten Apparat an. Ein Kästchen A, welches man

Digitized by Google

nach Belieben mit Gewichten belasten kann, ruht auf zwei **horizontalen** Schienen, welche neben einander gelegt sind. Eine an dem Kästchen be-

Fig. 367.



festigte Schnur geht über eine Rolle *C* und trägt an ihrem freien Ende eine Wagschale *D*, auf welche so lange Gewichte zugelegt werden, bis dadurch das Kästchen *A* in Bewegung gesetzt wird.

Nehmen wir an, die untere Fläche des Kästchens sei durch eine eiserne Platte gebildet und die Schienen seien gleichfalls von Eisen; ferner betrage das Gewicht des Kästchens *A*, sammt Allem, was darin liegt, 25 Pfund, so wird die Bewegung eintreten, sobald das auf die Wagschale *D* aufgelegte Gewicht sammt dem Gewichte der Wagschale 7 Pfund beträgt. Die zur Ueberwindung der Reibung hier anzuwendende Kraft beträgt also in diesem Falle $^7/_{25}$ oder 28 Procent der Last.

Wäre das Gewicht des Kästchens *A* 2mal, 3mal so gross gewesen, so hätte an der Schnur auch eine doppelte, dreifache Kraft ziehen müssen, um die Reibung zu überwinden, und so ergiebt sich:

1) **Die Reibung ist dem Drucke proportional, mit welchem die Flächen, welche über einander hergleiten sollen, auf einander gedrückt werden.**

Hätte man, ohne sonst etwas zu ändern, die eisernen Schienen breiter oder schmäler gemacht, so würde man doch immer zu demselben Resultate gekommen sein, d. h. zur Ueberwindung der Reibung würden immer 28 Procent der Last nöthig gewesen sein, und so ergiebt sich:

2) **Die Reibung ist unabhängig von der Ausdehnung der reibenden Flächen.**

Die Zahl, welche angiebt, der wievielte Theil der Last zur Ueberwindung der Reibung verwandt werden muss, wird der **Reibungscoëfficient** genannt. Für **Eisen auf Eisen** ist dieser Coëfficient, wie wir gesehen haben, 0,28 oder genauer 0,277; der Reibungscoëfficient ändert sich jedoch mit der Natur der reibenden Flächen. Die folgende Tabelle enthält einige der in der Praxis wichtigsten Reibungscoëfficienten.

Digitized by Google

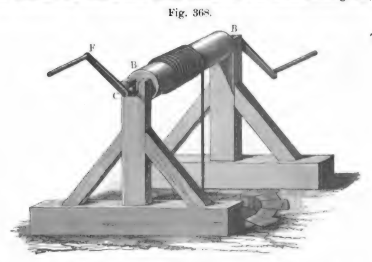
Eisen auf Eisen . . .	0,277
Eisen auf Messing . .	0,263
Eisen auf Kupfer . . .	0,170
Eichen auf Eichen . . .	0,418 =
	0,273 +
Eichen auf Kiefern . .	0,667
Kiefern auf Kiefern . .	0,562.

Durch eine zweckmässige Schmiere kann der Reibungswiderstand noch verringert werden. Für Metalle ist Oel, für Holz hingegen Talg das beste Schmiermittel.

Bei Hölzern ist es nicht gleichgültig, wie die Fasern laufen; die Reibung ist nämlich bei gekreuzten Fasern (+) viel geringer als bei parallelen (=).

Gleitende Reibung findet unter Anderem auch überall da statt, wo Zapfen in ihren Pfannen gedreht werden. Untersuchen wir z. B. den Effect der Reibung an dem schon öfter betrachteten Haspel, Fig. 368. Das Gewicht des Wellbaumes selbst mit allem, was daran befestigt ist, be-

Fig. 368.



trage 75 Pfd., die zu hebende Last wiege 100 Pfd., also die am Hebel F wirkende Kraft 25 Pfd., so ist der Gesammtdruck, welchen die Zapfenlager auszuhalten haben, $75 + 100 + 25 = 200$ Pfd. Wenn die Zapfenlager von Messing, die Zapfen aber von Eisen sind, so beträgt der Reibungswiderstand, welcher am Umfange der Zapfen wirkt, 26,3 Proc., der Effect der Reibung ist also derselbe, als ob man statt ihrer um den Zapfen eine Schnur in derselben Richtung geschlungen hätte, wie das Seil, welches die Last trägt, und an dieser Schnur ein Gewicht $200 \times 0,263$ oder 52,6 Pfd. angehängt hätte; oder als wenn die am Umfange des Well-

Digitized by Google

baumes wirkende Last um $\frac{52,6}{5} = 10,5$ Pfd. grösser gewesen wäre, vorausgesetzt nämlich, dass der Durchmesser des Zapfens $^1/_5$ vom Durchmesser des Wellbaumes ist. Es werden also bei diesem Haspel circa 10 Procent der angewandten Kraft für die Ueberwindung der Reibungswiderstände verzehrt.

Wenn ein Körper, welcher bis dahin ruhig auf seiner Unterlage lag, in Bewegung gesetzt werden soll, so ist die dabei zu überwindende Reibung etwas grösser als die Reibung, welche überwunden werden muss, wenn die Bewegung bereits eingeleitet ist.

Wälzende Reibung findet da statt, wo ein runder Körper, etwa 133
eine Kugel, ein Cylinder, über die Unterlage hinwegrollt. Es kommt dabei die Unterlage stets mit neuen Punkten des rollenden Körpers in Berührung. Der hierbei entstehende Widerstand ist bei Weitem geringer als der Widerstand der gleitenden Reibung. Coulomb verwandte zu seinen Versuchen über wälzende Reibung Walzen von Guajac- und Ulmenholz, deren Durchmesser von 2 bis 12 Zoll variirte und die er auf Unterlagen von Eichenholz wälzen liess. Um auch den Druck abzuändern, mit welchem die Walze auf die Unterlage aufgedrückt wird, wurden zwei Schnüre a über die Walze gelegt und an beiden Seiten gleiche Gewichte angehängt, wie Fig. 369 andeutet. Das Uebergewicht, welches die Bewegung hervorbringen soll, wurde in die an der Schnur b hängende leichte Wagschale gelegt.

Nach diesen Versuchen ist die wälzende Reibung dem Drucke direct und dem Halbmesser der Walze umgekehrt proportional, oder es ist

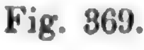
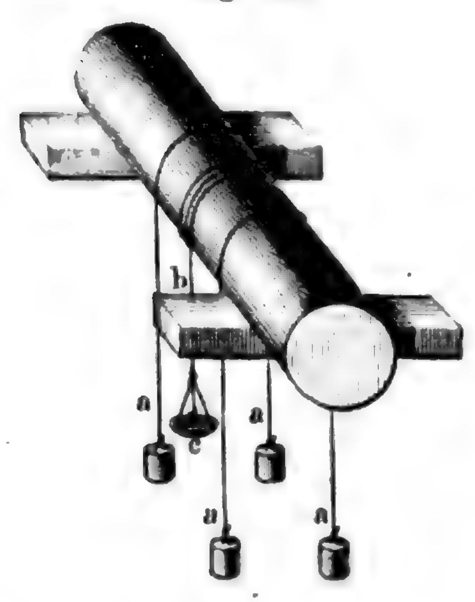


Fig. 369.



$$F = \varphi \cdot \frac{P}{R},$$

wenn F die wälzende Reibung, P den Druck und R den Radius der Walze bezeichnet. Coulomb fand

für Walzen aus Guajacholz den constanten Factor . . . . . $\varphi = 0,018$
für Walzen aus Ulmenholz $\varphi = 0,031$.

Für gusseiserne Räder, welche auf gusseisernen Schienen laufen, fand Weisbach $\varphi = 0,018$.

Die obige Formel setzt voraus, dass die Kraft F an einem Hebelarm angreift, welcher dem Halbmesser der Walze gleich ist, wie es bei der obigen Anordnung der Fall war; wenn aber die Kraft an dem oberen Ende C der Walze, Fig. 370 (a. f. S.), angreift, so ist die wälzende Reibung nur halb so gross wie im vorigen Falle.

Digitized by Google

Wo es auf Verminderung der Reibungswiderstände ankommt, sucht man wo möglich die gleitende Reibung in eine wälzende zu verwandeln;

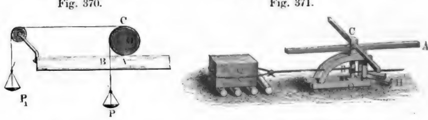
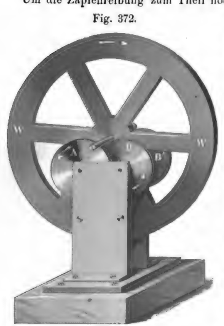


Fig. 370. Fig. 371.

um schwere Lasten fortzuschaffen, legt man dieselben auf Walzen, Fig. 371, und darin liegt auch der Vortheil der Räder unserer Fuhrwerke, an deren Umfang nur wälzende Reibung zu überwinden ist, während die gleitende Reibung lediglich auf die Axen reducirt bleibt, wo die Ueberwindung derselben einen bedeutend geringeren Kraftaufwand in Anspruch nimmt, als wenn dieselbe Last fortgeschleift werden sollte; denn während der Wagen um den Umfang eines Rades vorangeht, macht das Rad um die Axe nur eine Umdrehung, die gleitende Reibung ist also nur auf dem kurzen Wege des Axenumfanges zu überwinden gewesen. Daraus geht hervor, dass der Reibungswiderstand an einem Rade um so geringer ausfallen wird, je kleiner der Halbmesser der Axe und je grösser der Halbmesser des Rades ist.

Um die Zapfenreibung zum Theil noch in wälzende Reibung zu verwandeln, legt man die Zapfen einer Welle oder eines Rades nicht in ein Zapfenlager, sondern auf sogenannte Frictionsrollen, deren Einrichtung durch Fig. 372 erläutert wird. Die Frictionsrollen bestehen aus zwei Räderpaaren, von denen das eine, aus den Rädern A und B gebildet, das vordere Ende der Axe trägt, um welche das Rad W gedreht werden soll, während das hintere Ende dieser Axe in gleicher Weise auf den Rädern A' und B' (A' ist in der Figur gänzlich verdeckt) aufliegt. Die Umdrehungsaxen der beiden dicht hintereinander liegenden zusammengehörigen Räder wie A und B sind um mehr als den Halbmesser und um

Fig. 372.



Digitized by Google

weniger als den Durchmesser eines solchen Rades von einander entfernt, so dass sie oben mit einander einen einspringenden Winkel bilden, in welchen die Axe des Rades W hineingelegt wird.

Bezeichnet P die auf der Axe des Rades W ruhende Last, f den Coëfficienten für gleitende Reibung, so ist fP die Reibung, welche zu überwinden wäre, wenn die Axe des Rades W sich in einem Zapfenlager drehen müsste, und

$$K = f \,.\, P \,.\, u \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

ist die mechanische Arbeit, welche durch Ueberwindung dieser Zapfenreibung bei jeder Umdrehung des Rades verrichtet würde, wenn u den Umfang der Axe bezeichnet.

Nun aber dreht sich der Zapfen des Rades W nicht in einem Zapfenlager, sondern auf dem Umfange der Frictionsrollen, deren Axen zusammen nahezu ebenfalls die Last P zu tragen haben, so dass fP nun auch die Summe der Reibung an den Axen der Frictionsrollen bezeichnet. Dreht sich nun das Rad W um, so findet am Umfange seiner Axe eine wälzende Reibung statt, welche sehr unbedeutend ist, allein die Räder A und B einerseits, so wie A' und B' andererseits drehen sich um ihre Axen, und an diesen Axen ist nun die gleitende Reibung zu überwinden.

Die Axe des Rades W macht aber n Umdrehungen, während die Frictionsräder nur eine machen, jeder Umdrehung des Rades W entspricht nur $\frac{1}{n}$ Umdrehung der Frictionsräder, es ist also $K' = \frac{1}{n} f P u'$ die mechanische Arbeit, welche bei jeder Umdrehung des Rades W durch Ueberwindung der Reibung an den Axen der Frictionsrollen überwunden werden muss, wenn u' den Umfang einer jeden dieser Axen bezeichnet.

Es ist aber $\frac{1}{n}$ offenbar gleich $\frac{u}{U}$, wenn u, wie bereits erwähnt, den Umfang der Axe des Rades W, U aber den Umfang einer Frictionsrolle bezeichnet. Folglich ist auch

$$K' = f \,.\, P \,.\, u' \, \frac{u}{U} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

Vergleichen wir den Werth von K' bei 2) mit dem obigen Werth von K, so sehen wir, dass

$$K' = K \, \frac{u'}{U} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Durch Anwendung der Frictionsrollen wird also der Reibungswiderstand im Verhältniss $\frac{u'}{U}$, d. h. in dem Verhältniss vermindert, in welchem der Umfang der Frictionsrollen zum Umfang ihrer Axen steht, oder auch was dasselbe ist, in dem Verhältniss, in welchem der Halbmesser der Frictionsrollenaxe kleiner ist, als der Halbmesser der Frictionsrolle selbst.

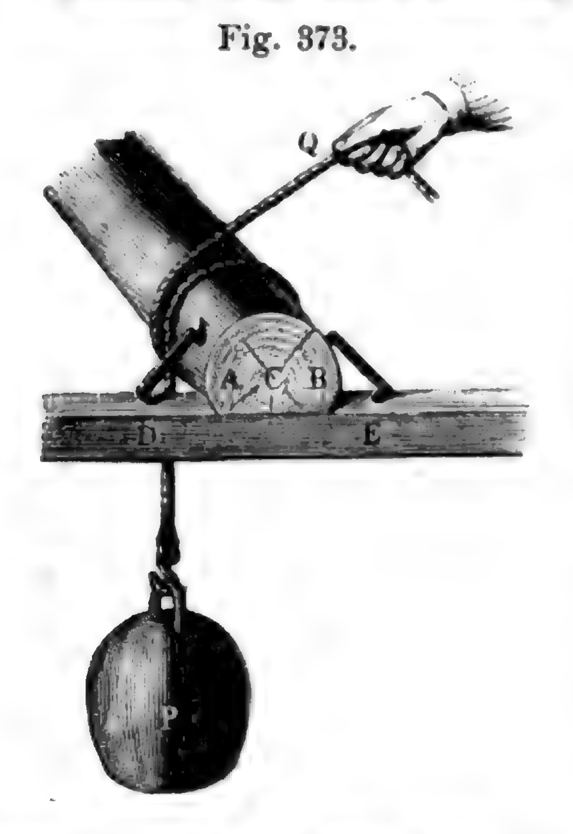
Wäre z. B. der Radius der Frictionsrollenaxe $^1/_{20}$ vom Radius der Frictionsrolle, so würde der zu überwindende Reibungswiderstand nur $^1/_{20}$

Digitized by Google

von dem sein, welchen die Umdrehung des Rades W erfahren würde, wenn seine Axe direct in Zapfenlagern liefe.

134 **Nutzen und Anwendung der Reibung.** Wir haben bisher die Reibung nur als ein Bewegungshinderniss betrachtet, welches bei Maschinen einen bedeutenden Theil der bewegenden Kraft verzehrt, also offenbar nachtheilig auf den Nutzeffect wirkt; allein diese Reibung, welche hier freilich störend wirkt, bringt uns in anderen Fällen ungleich mehr Vortheil, und in vielen Fällen machen wir von derselben für unsere Zwecke Anwendung.

Fig. 373.



Zunächst könnten wir ohne Reibung weder sicher gehen noch stehen, wie uns das Glatteis zeigt, auf welchem nur eine stark verminderte Reibung stattfindet; dass der Nagel in der Wand hält, ist lediglich eine Folge der Reibung; ohne Reibung würden wir keinen Körper fest in den Händen halten können, sie würden uns entgleiten wie ein schlüpfriger Aal.

Beim Betrieb von Maschinen machen wir häufig Anwendung von der Reibung zur Fortpflanzung der Bewegung; denn nur durch die Reibung wird es möglich, mittelst Seilen oder Riemen die Bewegung eines Rades auf ein anderes zu übertragen, wie dies z. B. bei der Schwungmaschine. Fig. 325 auf Seite 264 und bei der Drehbank der Fall ist.

Ein Seil, an dessen einem Ende eine Last P, Fig. 373, hängt, sei über einen horizontal liegenden, nicht drehbaren Cylinder geschlungen, so ist die Reibung, welche das Seil am Umfange des Cylinders zu überwinden hat, wenn die Last P niedergehen soll, sehr bedeutend, so dass eine geringe Kraft Q hinreicht, um das Herabsinken von P zu verhindern.

Q	ist	ungefähr	$^{6}/_{10}$ P	bei	$^{1}/_{4}$	Umwickelung	des	Cylinders,
Q	„	„	$^{38}/_{100}$ P	„	$^{1}/_{2}$	„	„	„
Q	„	„	$^{12}/_{100}$ P	„	1	„	„	„
Q	„	„	$^{15}/_{1000}$ P	„	2	„	„	„
Q	„	„	$^{2}/_{10000}$ P	„	4	„	„	„

Man macht hiervon Gebrauch, um eine grosse untheilbare Last von einer gewissen Höhe herabzulassen, indem man das Seil, an welchem die Last hängt, um einen festgeklammerten runden Stamm schlägt und das andere Ende des Seiles in die Hand nimmt.

So kann ein Fasszieher, wenn er beim Hinablassen eines vollen Fasses in einen Keller das dabei angewandte Seil 3mal um einen quer über

die Kellerthür gelegten Stamm wickelt, mit einer Kraft von 25 Pfund eine Last von 132 Centnern ohne Gefahr hinablassen.

Ohne Reibung würde eine Locomotive nicht im Stande sein, einen Wagenzug fortzubringen. Die Kraft der Dampfmaschine der Locomotive bewirkt zunächst eine Umdrehung der Treibräder. Diese Räder laufen nun entweder um, während die Locomotive fortrollt; dann müssen sämmtliche Reibungs- und sonstige Widerstände an dem Wagenzug überwunden werden, welcher der Locomotive folgt; — oder die Treibräder drehen sich um, während die Locomotive an ihrer Stelle stehen bleibt, dann ist die gleitende Reibung zu überwinden, welche beim Schleifen der Treibräder auf den Schienen entsteht. Es ist nun klar, dass der Zug fortgehen wird, so lange die Summe aller Widerstände, welche beim Fortrollen des ganzen Wagenzuges überwunden werden müssen, noch kleiner ist als die gleitende Reibung, welche am Umfange der Treibräder entstände, wenn sie umgedreht werden sollten, ohne dass die Locomotive fortrollt.

Ist die fortzuziehende Last zu gross, so findet in der That ein Umlaufen der Treibräder ohne entsprechendes Fortrollen statt, wie man dies bei grossen Güterzügen oft bemerkt, wenn der Zug sich in Bewegung setzen soll, weil beim Anfange der Bewegung nicht allein die Reibungswiderstände, sondern auch der Trägheitswiderstand der bedeutenden in Bewegung zu setzenden Masse überwunden werden muss.

Aus dem Allen geht hervor, dass es bei der Locomotive nicht allein darauf ankommt, dass die Maschine mit grosser Kraft die Räder umdreht, sondern auch darauf, dass die gleitende Reibung, welche beim Schleifen der Treibräder auf den Schienen entsteht, recht gross ist; diese Reibung wächst aber mit dem Gewicht der Locomotive; die Dampfmaschine der Locomotive muss also nicht allein die gehörige Kraft entwickeln, sondern die Locomotive selbst muss auch das genügende Gewicht haben, welches um so grösser sein muss, je grössere Lasten fortgezogen werden sollen; deshalb muss man auch nicht allein stärkere, sondern auch schwerere Maschinen anwenden, wenn die Eisenbahn nur eine Steigung von 1 bis $1^1/_2$ Fuss auf eine Länge von 100 Fuss hat.

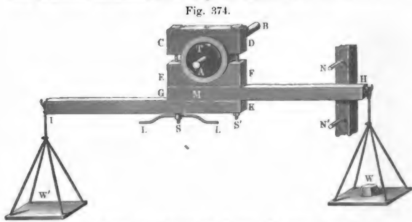
Man wendet die Reibung auch an, um die mechanische Leistung verschiedener Motoren zu bestimmen. In der Regel besteht die Arbeit der Motoren, z. B. der Wasserräder, Dampfmaschinen u. s. w. in der Umdrehung einer Welle, deren Bewegung dann auf irgend eine Weise fortgepflanzt wird. An diese Welle wird nun, um die Leistung des Motors zu bestimmen, während die Maschine keine weitere Arbeit verrichtet, ein sogenanntes Bremsdynamometer oder der nach seinem Erfinder genannte Prony'sche Zaum angelegt, welcher Fig. 374 (a. f. S.) dargestellt ist.

AB ist ein Stück der horizontalen Axe, welche durch den Motor, etwa durch ein Wasserrad, umgedreht wird. Auf dieser Axe wird eine eiserne Trommel *T* befestigt, deren Mantelfläche bei ungefähr 18 Zoll Durchmesser eine Breite von 6 Zoll hat. Auf den Umfang dieser Trommel ist

Digitized by Google

nun oben das Holzstück CD aufgesetzt, dessen fast halbkreisförmiger Ausschnitt gleichen Radius mit der Trommel hat. In dem Ausschnitt eines ähnlichen Holzstückes EF liegt die untere Hälfte der Trommel.

Fig. 374.



Durch Anziehen der Schrauben S und S' kann man die beiden Holzbacken CD und EF mehr oder weniger fest auf den Umfang der Trommel andrücken und auch während des Versuchs den Druck mit Hülfe des Hebels LL reguliren. Unterhalb des Holzbackens EF ist ein im Ganzen ungefähr 8 Fuss langer Balken GH angebracht, welcher bei H eine Wagschale W trägt. Um das Gewicht dieses Wagbalkens GH und der Wagschale W nicht in Rechnung bringen zu müssen, ist ihm entgegengesetzt ein zweiter, dem ersteren gleicher Hebelarm KI angebracht, welcher die Wagschale W' trägt, so dass GH mit W durch IK und W' äquilibrirt ist. Sollte das Gleichgewicht nicht vollständig sein, so kann man es leicht durch Auflegen kleiner Gewichte auf die eine oder andere Wagschale herstellen.

Wenn sich nun die Axe AB in der Richtung des Pfeils umdreht, so würde auch die ganze Brems- und Hebelvorrichtung in der gleichen Richtung gedreht werden, wenn auf W gar kein oder doch ein zu geringes Gewicht aufgelegt wäre. Um die Drehung in dieser Richtung zu begränzen, ist in einem seitlich stehenden verticalen Balken der eiserne Stab N eingesetzt, an welchem der Hebelarm GH alsbald anstossen wird.

Wird auf die Wagschale W ein Gewicht aufgelegt, welches gerade der Reibung am Umfang der rotirenden Trommel T das Gleichgewicht hält, so wird der Hebel GH, unbedeutende Schwankungen abgerechnet, auch während der Rotation der Axe AB in horizontaler Lage verbleiben, während er niedergezogen wird, wenn das auf W aufgelegte Gewicht zu gross ist. Um ein zu weites Herabziehen des Hebels GH zu verhindern, dient der eiserne Stab N'.

Der Versuch wird nun in der Weise angestellt, dass man, während die Axe AB sammt der Trommel T rotirt, das Gewicht auf W

Digitized by Google

und die Reibung am Umfang von T mit Hülfe des Hebels LL so regulirt, dass der Hebelarm GH in horizontaler Stellung verbleibt. Ist so das Gleichgewicht hergestellt, so hat man noch zu zählen, wie viel Umdrehungen die Axe AB in der Minute macht.

Wenn Alles in der angegebenen Weise regulirt ist, so hält das auf W aufgelegte Gewicht P gerade der Reibung am Umfang der Rolle das Gleichgewicht, und die Arbeit, welche die Maschine bei jeder Umdrehung der Axe verrichtet, ist gleich $P \, . \, 2\pi r$, wenn r den Abstand des Hakens, an welchem die Wagschale W aufgehängt ist, von dem Punkt M bezeichnet, welcher auf den Balken GH vertical unter dem Mittelpunkt der Trommel liegt.

Bei einem derartigen Versuche, welcher zur Kraftbestimmung einer Turbine angestellt wurde, war $r = 1{,}92$ Meter, $P = 21$ Kilogramm, also die Arbeit, welche bei jeder Umdrehung der Axe verrichtet wurde,

$$21 \, . \, 1{,}92 \, . \, 2 \, . \, 3{,}14 = 253{,}2 \text{ Meterkilogramm},$$

da aber die Axe 120 Umdrehungen in der Minute, also 2 Umdrehungen in der Secunde machte, so war die während einer Secunde geleistete Arbeit 506,4 Meterkilogramm oder gleich

$$\frac{506{,}4}{75} = 6{,}75 \text{ Pferdekräften.}$$

Digitized by Google

Achtes Capitel.

Hydrodynamik oder die Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten.

135 **Toricelli's Theorem.** Wenn man in die Seitenwand oder in den Boden eines mit einer Flüssigkeit gefüllten, oben offenen Gefässes ein Loch macht, welches im Vergleich mit den Dimensionen des Gefässes klein ist, so strömt die Flüssigkeit mit einer Geschwindigkeit aus, welche um so grösser ist, je tiefer sich die Oeffnung unter dem Spiegel der Flüssigkeit befindet. Der Zusammenhang zwischen Ausflussgeschwindigkeit und Druckhöhe lässt sich am einfachsten auf folgende Weise ausdrücken: Die Ausflussgeschwindigkeit ist gerade so gross wie die Geschwindigkeit, welche ein frei fallender Körper erlangen würde, wenn er von dem Spiegel der Flüssigkeit bis zur Ausflussöffnung herabfiele.

Dieser Satz ist unter dem Namen des Toricelli'schen Theorems bekannt. Er lässt sich durch folgende Schlussweise ableiten.

Wenn die Flüssigkeitsschicht $abcd$, Fig. 375, welche sich unmittelbar über der Oeffnung ab befindet, frei herabfiele, ohne durch die über ihr lastende Flüssigkeit beschleunigt zu sein, so würde sie die Oeffnung mit derjenigen Geschwindigkeit verlassen, welche der Höhe ac entspricht, die wir mit h bezeichnen wollen. Diese Geschwindigkeit ist $v = \sqrt{2gh}$ (S. 248). Nun aber ist die ausströmende Schicht nicht bloss durch ihre eigene Schwere beschleunigt, sondern durch die Schwere der ganzen auf ihr lastenden Flüssigkeit. Die beschleunigende Kraft der Schwere g verhält sich demnach zur beschleunigenden Kraft g', welche die flüssigen Theilchen wirklich austreibt, wie ac zu af oder wie h zu s, wenn die Druckhöhe mit s bezeichnet wird, d. h.

Fig. 375.

$$h : s = g : g',$$

und also ist die auf die ausfliessende flüssige Schicht wirkende beschleu-

Digitized by Google

nigende Kraft $g' = \frac{g}{h}\, s$. Wenn aber die beschleunigende Kraft, welche auf die ausfliessende Schicht wirkt, nicht g, sondern g' ist, so ist auch die Ausflussgeschwindigkeit $v' = \sqrt{2 g' h}$, und wenn wir in diesen Werth von v' den eben abgeleiteten Werth von g' setzen, so erhalten wir für die Ausflussgeschwindigkeit den Werth

$$v' = \sqrt{2 g s}.$$

Dies ist aber dieselbe Geschwindigkeit, welche ein Körper erlangt, wenn er eine Höhe s durchfällt.

Aus diesem Satze folgt unmittelbar:

1) Die Ausflussgeschwindigkeit hängt nur von der Tiefe der Oeffnung unter dem Niveau, aber nicht von der Natur der Flüssigkeit ab. Bei gleichen Druckhöhen muss also Wasser und Quecksilber gleich schnell ausfliessen. Jede Quecksilberschicht wird zwar durch einen Druck ausgetrieben, welcher 13,6mal so gross ist als beim Wasser, dagegen ist aber auch die Masse eines Quecksilbertheilchens, welches ausfliesst, 13,6mal grösser als die eines gleich grossen Wasservolumens.

2) Die Ausflussgeschwindigkeiten verhalten sich wie die Quadratwurzeln der Druckhöhen. Aus einer Oeffnung, welche 100 Zoll unter dem Wasserspiegel liegt, muss also das Wasser mit 10mal grösserer Schnelligkeit ausfliessen, als aus einer anderen, welche nur 1 Zoll unter dem Niveau liegt.

Apparate zu Versuchen über die Ausflussgeschwindigkeit. 136 Um das Toricelli'sche Gesetz durch das Experiment zu prüfen, wendet man Gefässe an, deren Rauminhalt bedeutend ist im Vergleich zu der Grösse der Oeffnung. Die Oeffnungen selbst müssen in ganz dünne Metallblättchen gemacht sein, welche man in die Seitenwand oder in den Boden des Gefässes einsetzen kann; denn wenn die Oeffnungen sich in einer dicken Wand befänden, so würde die Ausflussgeschwindigkeit zu sehr durch die Reibung an den Wänden der Oeffnung vermindert werden.

Besonders zweckmässig zu Versuchen über den Ausfluss von Flüssigkeiten ist der Fig. 376 (a. f. S.) abgebildete, im Wesentlichen nach Weisbach construirte Apparat. Die drei Ausflussöffnungen liegen 1, 4 und 9 Decimeter unter einem im oberen Theile des Gefässes angebrachten Merkzeichen, bis zu welchem es mit Wasser gefüllt wird. Der Verschluss der Ausflussöffnungen wird durch kleine mit vulcanisirtem Kautschuk besetzte Kolben bewerkstelligt, welche man nach Belieben auf die Oeffnung aufdrücken, wie es die mittlere Oeffnung darstellt, oder von derselben zurückziehen kann, wie man es bei der obersten Oeffnung sieht. Den Oeffnungen gegenüber sind Stopfbüchsen angebracht, durch welche die Stangen hindurchgehen, mittelst deren man jene Kolben vor- und rückwärts schieben kann.

Statt der in unserer Figur dargestellten Ausflussöffnungen, aus welchen der Wasserstrahl in horizontaler Richtung hervorspringt, kann man

Digitized by Google

auch kurze Röhren anschrauben, welche mit einer nach oben gerichteten Oeffnung versehen sind, so dass man auch Versuche mit dem aufsteigenden Wasserstrahl anstellen kann.

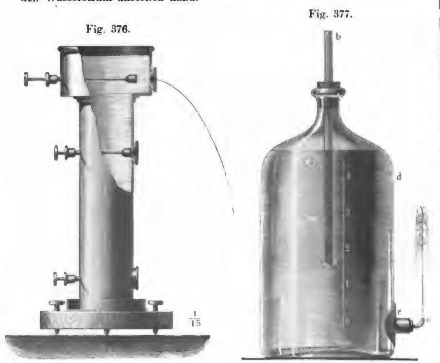


Fig. 376. Fig. 377.

Wenn man Ausflussversuche bei unveränderter Druckhöhe anstellen will, so muss man dafür sorgen, dass oben stets so viel Wasser in das Reservoir zufliessen kann, als durch die Ausflussöffnung abfliesst.

Ein anderer Apparat, welcher zu Versuchen über die Ausflussgeschwindigkeit dienen kann, ist das in Fig 377 abgebildete Mariotte'sche Gefäss. An einer grossen Glasflasche mit verticalen Wänden ist unten seitlich ein Loch gemacht und auf dieses eine Messingfassung mit einer kurzen, weiten Messingröhre r aufgekittet. Die Röhre r dient zur Aufnahme der Ausflussöffnungen.

Damit der Ausfluss längere Zeit unter unverändertem Druck stattfinde, wird der Hals der Flasche mittelst eines Korkes verschlossen, durch welchen eine oben und unten offene Glasröhre hindurchgeht, deren untere Oeffnung a sich unter dem Wasserspiegel befindet. In dem Maasse nun, als unten Wasser ausfliesst, dringt die Luft durch die Glasröhre ba ein, indem fortwährend Luftblasen von a in den oberen Theil der Flasche aufsteigen; auf diese Weise ist aber die ganze Wassermasse von a aufwärts durch den Luftdruck äquilibrirt, so dass nur die Höhe der Flüs-

Digitized by Google

sigkeitssäule von a bis zur Ausflussöffnung herunter die Ausflussgeschwindigkeit bedingt.

Es ist nun auf der Flasche eine Theilung angebracht, deren Nullpunkt in der Höhe der Ausflussöffnung liegt, während die folgenden Theilstriche 1, 2, 3 u. s. w. Decimeter über demselben angebracht sind. Der Ausfluss wird nun mit einer Geschwindigkeit stattfinden, welche einer Druckhöhe von 1, 2, 3 oder 4 Decimetern entspricht, wenn man die Röhre so stellt, dass ihr unteres Ende sich in der Höhe des Theilstrichs 1, 2, 3 oder 4 befindet.

Um einen Wasserstrahl vertical in die Höhe springen zu lassen, kann man ein gebogenes kurzes Glasröhrchen mittelst eines Korkes in r einsetzen, wie es die Figur zeigt, oder, wenn die Reibung im engen Rohr vermieden werden soll, ein weiteres gebogenes Metallrohr anschrauben, welches oben mit horizontaler dünner Platte endigt, in welcher die Oeffnung angebracht ist.

Versuche über Ausflussgeschwindigkeit. Um das oben 137
in §. 135 entwickelte Gesetz durch den Versuch zu prüfen, scheint es am einfachsten, einen Wasserstrahl vertical in die Höhe steigen zu lassen; denn wenn man das Wasser aus der Oeffnung in dünner Wand vertical nach Oben ausströmen lässt, so sollte man erwarten, dass der Wasserstrahl vollkommen die Druckhöhe erreichen würde; hat man also in dem Apparate Fig. 377 die Röhre ab so hoch in die Höhe gezogen, dass ihr unteres Ende sich in der Höhe des Theilstrichs 4 befindet, so müsste der verticale Wasserstrahl bis zur Höhe dieses Theilstrichs 4, also bis d steigen.

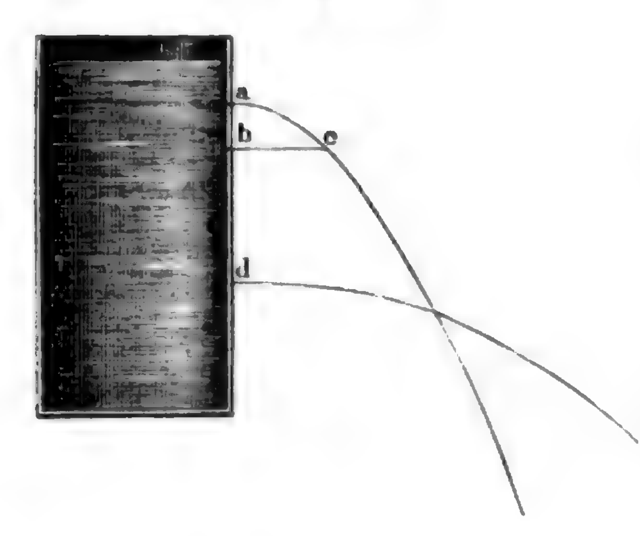
Der Versuch aber zeigt, dass der verticale Wasserstrahl die theoretische Höhe nicht erreicht, woran jedoch nur die Bewegungshindernisse Schuld sind; den wesentlichen Einfluss übt aber das vom Gipfel wieder herabfallende Wasser aus, indem es das freie Aufsteigen des nachfolgenden Wassers hindert; deshalb steigt auch der Strahl augenblicklich höher, sobald man die Ausflussöffnung so wendet, dass der ausfliessende Strahl einen ganz kleinen Winkel mit der Verticalen macht, dass also das Wasser neben dem aufsteigenden Strahle herabfällt. In diesem Falle kann unter günstigen Umständen, das heisst wenn möglichst wenig Reibung stattfindet, der Strahl eine Höhe erreichen, welche 0,9 der Druckhöhe ist.

Eine bessere und in der That vollkommen genügende Uebereinstimmung mit dem Gesetz erhält man, wenn man mit horizontal ausfliessenden Wasserstrahlen experimentirt. Ein in horizontaler Richtung ausfliessender Wasserstrahl beschreibt eine Parabel, deren Gestalt von der Ausflussgeschwindigkeit abhängt. Gesetzt die Oeffnung a, Fig. 378 (a. f. S.), befände sich 1 Decimeter unter dem Wasserspiegel, so ist nach dem Toricelli'schen Gesetz die Ausflussgeschwindigkeit $\sqrt{2 . 9{,}8 . 0{,}1} = 1{,}4$ Meter. Wenn also ein Wassertheilchen in einem bestimmten Momente die Oeff-

Digitized by Google

nung verlässt, so wird es nach 1 Secunde in horizontaler Richtung 1,4 Meter von derselben entfernt sein. Ein eben ausströmendes Wassertheilchen wird also nach $^2/_{10}$ Secunden in horizontaler Richtung 0,28 Meter von der Oeffnung entfernt sein; in $^2/_{10}$ Secunden fällt es aber um 0,196 Meter herab. Wenn man demnach von der Oeffnung *a*, Fig. 378, in verticaler Richtung die Länge $ab = 0{,}196$ Meter herab misst, so muss eine von *b* aus in horizontaler Richtung nach dem Wasserstrahle hin gezogene Linie *bc* denselben in einer Entfernung von 0,28 Meter treffen.

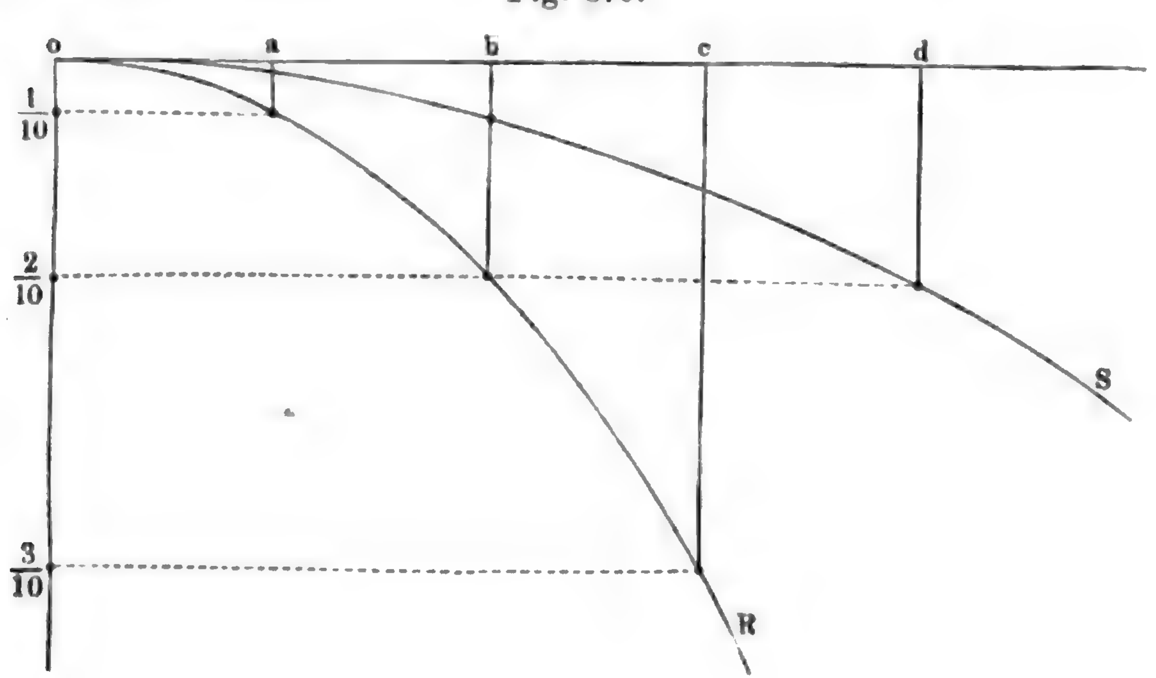
Fig. 378.



Aus einer Oeffnung *d*, welche 4mal so tief unter dem Wasserspiegel liegt als *a*, strömt der Wasserstrahl mit der doppelten Geschwindigkeit hervor. Wenn man also von *d* aus 0,196 Meter herabmisst und dann in horizontaler Richtung eine Linie gegen den Strahl hingezogen denkt, so muss sie denselben in einer Entfernung 2 . 0,28, also in einer Entfernung von 0,56 Meter treffen.

Dass der horizontal ausfliessende Wasserstrahl in der That die dem Gesetz entsprechende Parabel beschreibt, davon überzeugt man sich am besten, wenn man die Parabel auf Papier oder auf einem Brette construirt und sie dann dicht hinter den ausfliessenden Strahl hält. In Fig. 379 sind die Parabeln des horizontal ausfliessenden Wasserstrahls für eine Druckhöhe von 1 und von 4 Decimetern in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse construirt.

Fig. 379.



Digitized by Google

Ausflussmenge. Die Wassermenge, welche aus einer Oeffnung 138
in einer gegebenen Zeit hervorspringt, hängt offenbar von der Grösse der Oeffnung und der Ausflussgeschwindigkeit ab. Wenn alle Wassertheilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit passirten, welche, nach dem Toricelli'schen Theorem, der Druckhöhe entspricht, so würde die in einer Secunde ausfliessende Wassermenge einen Cylinder bilden, dessen Basis gleich der Oeffnung und dessen Höhe gleich dem Wege ist, den ein Wassertheilchen vermöge seiner Geschwindigkeit in einer Secunde zurücklegt. Dieser Weg ist nun aber die Ausflussgeschwindigkeit selbst, also $\sqrt{2gs}$, und wenn wir also den Flächeninhalt der Oeffnung mit f bezeichnen, so ist die Ausflussmenge in einer Secunde

$$m = f \,.\, \sqrt{2gs}.$$

Für eine Druckhöhe von 0,1 Meter, welcher eine Ausflussgeschwindigkeit von 140 Centimeter entspricht, und eine Oeffnung von 2 Millimeter Durchmesser, welche also 0,0314 Quadratcentimeter Querschnitt hat, giebt die Rechnung eine Ausflussmenge von 4,4 Cubikcentimeter per Secunde, also 264 Cubikcentimeter per Minute.

Stellt man den Versuch an, so findet man nur eine Ausflussmenge von 169 Cubikcentimetern.

Diese Differenz zwischen der sogenannten theoretischen und der beobachteten Ausflussmenge beweist unwiderleglich, dass nicht alle Wassertheilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit passiren, welche der Druckhöhe entspricht. In der That haben im Querschnitte der Oeffnung nur die in der Mitte sich befindenden Wasserfäden diese Geschwindigkeit, während sie für die mehr nach dem Rande der Oeffnung hin ausfliessenden geringer ist, wie dies auch nothwendig nach der folgenden Betrachtung sein muss.

In einem weiten Gefässe mit enger Oeffnung kann die ganze flüssige Masse, mit Ausnahme der in der Nähe der Oeffnung befindlichen Theile, als ruhend betrachtet werden. Die nach einander ausströmenden Schichten beginnen also ihre Bewegung nicht zu gleicher Zeit, die vordersten haben bereits das Maximum der Geschwindigkeit erreicht, während die hintersten erst ihre Bewegung beginnen. Es würde dies ein Zerreissen der auf einander folgenden Schichten zur Folge haben, wenn sich leere Räume bilden könnten. Weil dies aber nicht möglich ist, so ziehen sich die einzelnen Schichten mehr in die Länge, während ihr Durchmesser abnimmt; in dem Maasse nun, als der Querschnitt der Schichten sich vermindert, müssen andere Wassertheilchen von den Seiten zufliessen; da diese aber ihre Bewegung rechtwinklig gegen die Oeffnung erst später beginnen, so ist klar, dass sie mit einer geringeren Geschwindigkeit in der Oeffnung selbst ankommen als die centralen Wasserfäden.

Während also der Kern des ausfliessenden Strahls in dem Momente, in welchem er die Oeffnung verlässt, die der Druckhöhe entsprechende Geschwindigkeit hat, ist er von Wasserfäden umgeben, deren Geschwindigkeit um so geringer ist, je näher sie dem Rande der Oeffnung sind, und dar-

Digitized by Google

aus folgt denn, dass die Ausflussmenge geringer sein muss, als wenn alle Theilchen die Oeffnung mit der Geschwindigkeit des Kernstrahls verliessen.

Die wahre Ausflussmenge beträgt ungefähr 64 Procent der sogenannten theoretischen. Die wahre Ausflussmenge ist also

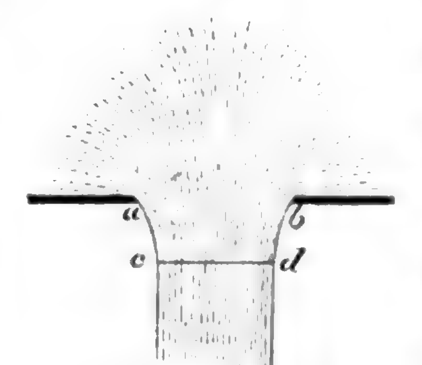
$$M = c.f.\sqrt{2gs},$$

wo man für den constanten Factor c den Zahlenwerth 0,64 zu setzen hat. Mit wachsender Druckhöhe nimmt der Zahlenwerth des constanten Factors c etwas ab.

139 **Constitution des ausfliessenden Strahles.** Gleich nachdem der flüssige Strahl die Oeffnung verlassen hat, beobachtet man eine auffallende Veränderung desselben; er zieht sich rasch zusammen; in einer Entfernung von der Oeffnung, welche dem Halbmesser der Oeffnung gleich ist, beträgt der Flächeninhalt des Querschnitts des Strahles nur noch $^2/_3$ vom Flächeninhalte der Oeffnung selbst, so dass also an dieser Stelle der Durchmesser des Strahles ungefähr 0,8 vom Durchmesser der Oeffnung ist.

F. 381. F. 382.

Fig. 380.



Dieses Zusammenziehen des Strahles wird mit dem Namen der Contractio venae bezeichnet.

Man glaubte früher, dass von der bezeichneten Stelle an der Strahl sich wieder ausbreitete; Savart hat aber gezeigt, dass ein solches Contractionsmaximum nur bei aufwärts gerichteten Strahlen stattfinde; bei anderen Strahlen nimmt die Zusammenziehung fortwährend, wenn auch kaum merklich, zu.

Die Fig. 380 stellt diese Contraction des Strahles dar; die Entfernung von der Oeffnung ab bis zu der Stelle cd, von welcher an die fernere Zusammenziehung fast unmerklich wird, ist etwas grösser als der Halbmesser der Oeffnung selbst. cd ist ungefähr $^8/_{10}$ der Länge ab.

Die Ursache der Contractio venae ist wohl keine andere als die, welche schon im Inneren des Gefässes den Seitenzufluss der Wassertheilchen veranlasst.

Verfolgen wir den flüssigen Strahl auf seinem Laufe weiter, so finden wir, dass er aus zwei wohl zu unterscheidenden Theilen besteht; der eine Theil, welcher der Oeffnung zunächst liegt, ist ruhig und durchsichtig wie ein massiver Glasstab, der andere, entferntere Theil erscheint zerrissen und aus einer Reihe getrennter Tropfen bestehend.

Fig. 381 stellt einen flüssigen, von oben nach unten gerichteten Strahl dar, wie er dem Auge erscheint; an ist der klare Theil; in n beginnt der gestörte Theil des Strahles,

Digitized by Google

welcher abwechselnd aus Bäuchen und Knoten besteht. Fig. 382 stellt den Strahl dar, wie er nach Savart's Untersuchungen wirklich ist. Der ganze gestörte Theil ist aus einer Reihe von Tropfen zusammengesetzt. Die Bäuche bestehen aus breiten, in horizontaler Richtung ausgedehnten Tropfen, die Knoten aber aus solchen, welche in verticaler Richtung verlängert sind. Da aber die Knoten und Bäuche eine fixe Stellung haben, so muss ein und derselbe Tropfen abwechselnd breit und lang werden, je nachdem er sich an der Stelle eines Bauches oder Knotens befindet; jeder Tropfen muss also in regelmässigen Perioden aus einer Gestalt in die andere übergehen. Alle Tropfen scheinen gleiche Grösse zu haben und denselben Veränderungen unterworfen zu sein. Zwischen je zwei dieser Tropfen scheint noch ein weit kleinerer sich zu befinden, wodurch die Bäuche ein röhrenartiges Ansehen erhalten.

Die Gegenwart der Luft hat auf die Form und die Dimensionen des Strahles keinen Einfluss.

Wenn die Oeffnungen nicht kreisförmig sind, so erleidet der Strahl sehr merkwürdige Formveränderungen. Ein Strahl z. B., welcher aus einer quadratischen Oeffnung in horizontaler Richtung hervorspringt, hat in verschiedenen Entfernungen von der Oeffnung die Querschnitte, Fig. 383, 384 und 385. Es rührt dies gewiss grösstentheils daher, dass die Stelle, bis zu welcher hin die starke Contraction stattfindet, nicht für alle Theilchen in gleicher Entfernung von der Oeffnung liegt, weil ja der Durchmesser der Oeffnung nicht nach allen Richtungen derselbe ist.

Fig. 383. Fig. 384. Fig. 385.

Einfluss der Ansatzröhren auf die Ausflussmenge. Wenn der Ausfluss nicht durch Oeffnungen geschieht, welche in eine dünne Wand gemacht sind, sondern durch kurze Röhren, so finden merkwürdige Modificationen statt, die wir jetzt näher betrachten wollen. 140

Wenn die kurze Ansatzröhre selbst die Gestalt des contrahirten Strahles hat, so übt sie weiter keinen Einfluss auf die Ausströmung des Wassers aus.

Durch kurze cylindrische und nach Aussen konisch erweiterte Ansatzröhren fliesst der Strahl entweder frei durch, wie durch eine Oeffnung, welche gleichen Durchmesser mit dem inneren Ende der Röhre hat, Fig. 386 (a. f. S.), und in diesem Falle übt die Röhre keinen Einfluss aus; oder das Wasser hängt sich an die Wände der Röhre, so dass die Flüssigkeit die ganze Röhre ausfüllt und ein Strahl vom äusseren Durchmesser der Röhre ausfliesst, Fig. 387; in diesem Falle veranlasst die Ansatzröhre eine Verminderung der Ausflussgeschwindigkeit und eine Vermehrung der Ausflussmenge. Während eine Oeffnung in dünner Wand 0,64 der theoretischen Ausflussmenge giebt, erhält man durch eine cylindrische Ansatz-

Digitized by Google

röhre 84 Procent, vorausgesetzt, dass die Länge der Röhre ihrem vierfachen Durchmesser gleich ist. Bei geringer Druckhöhe ist der Strahl

Fig. 386. Fig. 387.

stets anhängend, bei grosser Druckhöhe hingegen ist er frei. Bei mittlerem Drucke kann man ihn nach Belieben bald frei, bald anhängend machen; ein geringes Hinderniss stellt das Anhängen her, und oft reicht ein ganz schwacher Stoss hin, um den Strahl wieder frei zu machen.

Ein konisches nach aussen erweitertes Ansatzrohr bewirkt, im Falle es voll ausfliesst, wie in Fig. 387 eine noch grössere Vermehrung der Ausflussmenge als ein cylindrisches.

Es ist bereits bemerkt worden, dass die Vermehrung der Ausflussmenge von einer Verminderung der Ausflussgeschwindigkeit begleitet ist. Der Grund davon ist leicht einzusehen. Die Adhäsion des Wassers an die Röhrenwände ist keine beschleunigende Kraft, sie kann die lebendige Kraft des ausfliessenden Strahls nicht vermehren. Bezeichnen wir mit M die Ausflussmenge durch eine Oeffnung in dünner Wand, durch v die entsprechende Geschwindigkeit, so ist $\frac{Mv^2}{2g}$ die lebendige Kraft des Strahls. Wenn nun die Ausflussmenge M vermehrt, wenn sie M' wird, so muss doch die lebendige Kraft des ausfliessenden Strahls unverändert bleiben, es ist also

$$M\frac{v^2}{2g} = M'\frac{v'^2}{2g}$$

oder

$$v'^2 = v^2\frac{M}{M'}$$

v' ist also kleiner als v.

Es ist jetzt noch zu untersuchen, wie es kommt, dass Ansatzröhren die Ausflussmenge auf die erwähnte Weise vermehren und die Ausflussgeschwindigkeit dagegen vermindern.

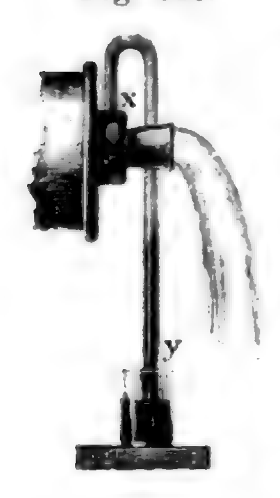
Indem das Wasser in das Ansatzrohr einströmt, erleidet es eine Contraction, wie wenn es aus einer Oeffnung in dünner Wand ausflösse; weiterhin aber, sobald einmal die Röhrenwände benetzt sind, bewirkt die Adhäsion an die Röhrenwände, dass sich die Ansatzröhre vollständig ausfüllt, und somit ist der Querschnitt des Strahles durch das Ansatzrohr vergrössert, er ist beim Austritte aus dem Rohre grösser als an der Stelle der Contraction, wie man dies in Fig. 387 sieht.

Digitized by Google

Wenn nun die Wassertheilchen, den ganzen Querschnitt der Röhre ausfüllend, dieselbe mit der Geschwindigkeit verliessen, mit welcher sie die Stelle der grössten Contraction passiren, so müsste nothwendig ein Zerreissen der auf einander folgenden Wasserschichten eintreten. Die Trennung der Wassertheilchen, also die Bildung von leeren Räumen, wird aber durch den Druck der Luft verhindert, welche den Eintritt der Wassertheilchen in das Rohr beschleunigt, dagegen aber auch den Ausfluss aus demselben verzögert. Durch den Druck der Luft werden die ausfliessenden Wassertheilchen so viel zurückgehalten, dass dadurch ein voller Ausfluss möglich wird.

Dass der Luftdruck hier wirklich diese Rolle spielt, geht vorzüglich daraus hervor, dass, wenn das Wasser in einen luftleeren Raum ausfliesst, der Ausfluss stets in der Fig. 386 dargestellten Weise stattfindet, also die Ausflussmenge nicht vermehrt wird.

Fig. 388.



Macht man in die Seitenwand der Ansatzröhre da, wo die grösste Contraction stattfindet, ein Loch, so wird durch diese Oeffnung Luft eingesaugt, und der Strahl hört auf continuirlich zu sein.

Wenn in eine solche von obenher gemachte Seitenöffnung eine heberförmig gebogene Röhre xy, Fig. 388, eingesetzt wird, deren unteres Ende in ein Gefäss mit Wasser oder Quecksilber mündet, so wird durch das Bestreben des Wassers, in der Ansatzröhre einen luftleeren Raum zu bilden, die Flüssigkeit in der Röhre xy in die Höhe gesaugt. Dieses Phänomen des Saugens beweist ebenfalls den Einfluss des Luftdrucks auf die soeben betrachteten Erscheinungen. Da eine konische Ansatzröhre eine noch grössere Ausflussmenge giebt als eine cylindrische, so muss sie auch ein stärkeres Saugen erzeugen, d. h. es wird in der Röhre xy unter übrigens gleichen Umständen durch ein konisches Ansatzrohr die aufgesaugte Flüssigkeitssäule zu einer grösseren Höhe gehoben als durch ein cylindrisches.

Reibungswiderstand in langen Röhren. Mit der nach der 141
Gleichung $v = \sqrt{2gs}$ berechneten Geschwindigkeit fliesst eine Flüssigkeit nur durch eine in dünner Wand angebrachte Oeffnung aus; wenn dagegen der Ausfluss durch lange und enge Röhren stattfindet, so findet ein Reibungswiderstand statt, zu dessen Ueberwindung ein Theil der Druckhöhe verwendet wird, so dass der Ausfluss nur mit einer geringeren, einem Theil der Druckhöhe entsprechenden Geschwindigkeit stattfindet.

Es sei

S die wirkliche Druckhöhe, also die Höhendifferenz zwischen der Mündung der Röhre und dem Wasserspiegel im Behälter,

s der Antheil der Druckhöhe, welcher zur Ueberwindung der Reibungswiderstände in der Röhre verwendet wird,

s' der Rest der Druckhöhe, welcher die Beschleunigung für den an der Mündung des Rohres mit der Geschwindigkeit v hervortretenden Wasserstrahl abgiebt, so haben wir zunächst

$$v = \sqrt{2gs'} \quad \ldots \quad 1)$$

oder

$$s' = \frac{v^2}{2g} \quad \ldots \quad 2)$$

und

$$S = s + s' \quad \ldots \quad 3)$$

Der Reibungswiderstand in der Röhre, also auch die Druckhöhe s, welche ihm das Gleichgewicht hält, ist proportional

1. der Länge l der Röhre,
2. umgekehrt dem Umfange, also auch umgekehrt dem Durchmesser d der Röhre und
3. dem Quadrat der Geschwindigkeit v, mit welcher das Wasser die Röhre durchläuft, es ist also

$$s = av^2 \frac{l}{d} \quad \ldots \quad 4)$$

wenn a einen constanten Factor bezeichnet. Setzen wir in Gleichung 3) für s' und s ihre Werthe bei 2) und 4), so kommt

$$S = \frac{v^2}{2g} + av^2 \frac{l}{d},$$

oder, wenn man $a = \frac{b}{2g}$ setzt,

$$S = \frac{v^2}{2g} + \frac{bv^2}{2g} \cdot \frac{l}{d}$$

$$S = \frac{v^2}{2g}\left(1 + b\frac{l}{d}\right) \quad \ldots \quad 5)$$

und daraus

$$v = \sqrt{\frac{2gS}{1 + b\frac{l}{d}}} \quad \ldots \quad 6)$$

oder für Metermaass

$$v = 4{,}429 \sqrt{\frac{S}{1 + b\frac{l}{d}}} \quad \ldots \quad 7)$$

Der Factor b ist jedoch keineswegs ganz constant, er nimmt ab, wenn die Geschwindigkeit zunimmt. Aus den in dieser Beziehung angestellten Versuchen ergab sich

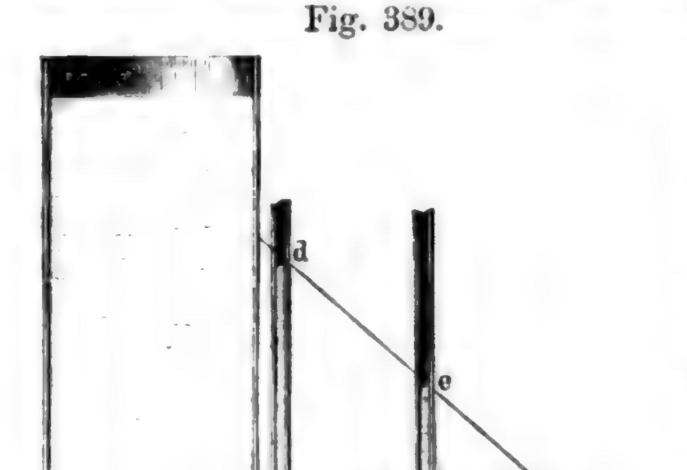
$$b = 0{,}01439 + \frac{0{,}009471}{\sqrt{v}} \quad \ldots \quad 8)$$

Die Gleichung 6) gilt jedoch nur für den Fall, dass die Röhrenleitung überall gleich weit und ziemlich gerade, namentlich, dass kein besonderer Widerstand beim Eintritt aus dem Reservoir in die Röhre zu überwinden ist.

Digitized by Google

Wenn das aus dem Gefässe, Fig. 389, durch die Röhre ac ausfliessende Wasser auf seinem Wege keine Reibung zu überwinden hätte, wenn es bei c mit der Geschwindigkeit ausflösse, welche der vollen Druckhöhe entspricht, so hätten die Röhrenwände keinerlei Druck auszuhalten. In Folge des zu überwindenden Reibungswiderstandes aber hat jede Stelle der Röhre einen Druck auszuhalten, welcher dem Reibungswiderstande proportional ist, der auf dem Wege von der fraglichen Stelle bis zur Mündung c der Röhre noch zu überwinden ist.

Fig. 389.



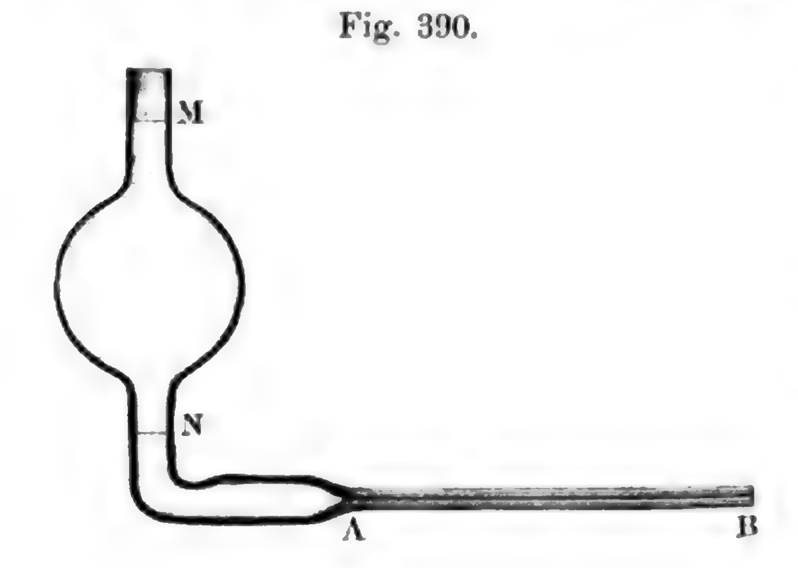
Wird in die Ausflussröhre bei a ein verticales Glasrohr eingesetzt, so wird das Wasser in ihm bis zu einer Höhe ad aufsteigen. Der Druck der Wassersäule ad hält dem Reibungswiderstande das Gleichgewicht, welchen das durch die Röhre strömende Wasser auf dem Wege von a bis c noch zu überwinden hat.

Wird in der Mitte zwischen a und c, also bei b, eine verticale Glasröhre eingesetzt, so wird in ihr das Wasser nur bis zu einer Höhe be steigen, welche nur $\frac{1}{2}\, ad$ ist, weil der auf dem Wege von b bis c zu überwindende Widerstand nur die Hälfte von dem von a bis c zu überwindenden ist.

Wenn man überhaupt an irgend einer Stelle der Röhre ac eine verticale Glasröhre einsetzt, so wird das Wasser in derselben so hoch steigen, dass der Gipfel der Wassersäule auf die gerade Linie dc fällt.

Ausfluss durch Capillarröhren. Um die Gesetze des Ausflusses von Flüssigkeiten durch Capillarröhren zu untersuchen, wandte Poisseuille den Fig. 390 abgebildeten Apparat an. Die Capillarröhre AB ist an eine weitere, mit einer kugelförmigen Erweiterung versehenen Glasröhre angesetzt. Ueber und unter der Kugel sind die Marken M und N angebracht; das Volumen des Gefässes zwischen M und N ist genau bestimmt. Nachdem der Apparat durch Saugen mit der Flüssigkeit gefüllt ist, wird das obere Ende desselben mit 142

Fig. 390.



Digitized by Google

einem Reservoir verbunden, welches comprimirte Luft enthält, deren Druck durch ein Quecksilbermanometer gemessen wird. Man beobachtet die Zeit, welche erforderlich ist, damit unter constantem Druck der Spiegel der Flüssigkeit von M bis N sinkt; wird alsdann der Versuch bei verschiedenem Druck wiederholt, so findet man, dass die Ausflusszeit für dieselbe Flüssigkeitsmenge dem Drucke proportional ist.

Mit einer 76 Millimeter langen und 0,142 Millimeter weiten Röhre fand z. B. Poisseuille folgende zusammengehörige Werthe von Druck und Ausflusszeit:

Druck	Ausflusszeit	
	beobachtet	berechnet
77,76mm	10361 Sec.	—
193,63	5233 „	5231 Sec.
774,64	1308 „	1307 „

Die Zahlen der letzten Columne sind von der Ausflusszeit für den Druck 77,76 Millimeter ausgehend in der Voraussetzung berechnet, dass die Ausflusszeit dem Drucke proportional sei; die so berechneten Zahlen stimmen fast ganz genau mit den beobachteten überein.

Aus diesen Beobachtungen ergiebt sich also, dass die Ausflussgeschwindigkeiten durch Capillarröhren dem Drucke selbst proportional sind und nicht der Quadratwurzel aus dem Drucke, wie es sein müsste, wenn auch hier das Toricelli'sche Gesetz gültig wäre.

Poisseuille fand ferner, dass die in gleichen Zeiten ausströmenden Flüssigkeitsmengen unter sonst gleichen Umständen umgekehrt der Länge der Röhre und direct der vierten Potenz des Durchmessers proportional sind.

Bezeichnet man demnach mit Q die Ausflussmenge einer gegebenen Zeit, mit S die Druckhöhe, mit L die Länge und mit D den Durchmesser der Capillarröhre, so ist

$$Q = N \frac{S \, . \, D^4}{L},$$

wenn N einen constanten Factor bezeichnet.

Der Factor N ändert sich nicht allein von einer Flüssigkeit zur andern, sondern er ändert sich auch für eine und dieselbe Flüssigkeit mit der Temperatur, wie die folgenden von Girard ermittelten Zahlen darthun, welche die Ausflusszeit gleicher Volumina verschiedener Flüssigkeiten durch dieselbe Röhre und bei gleichem Drucke angeben.

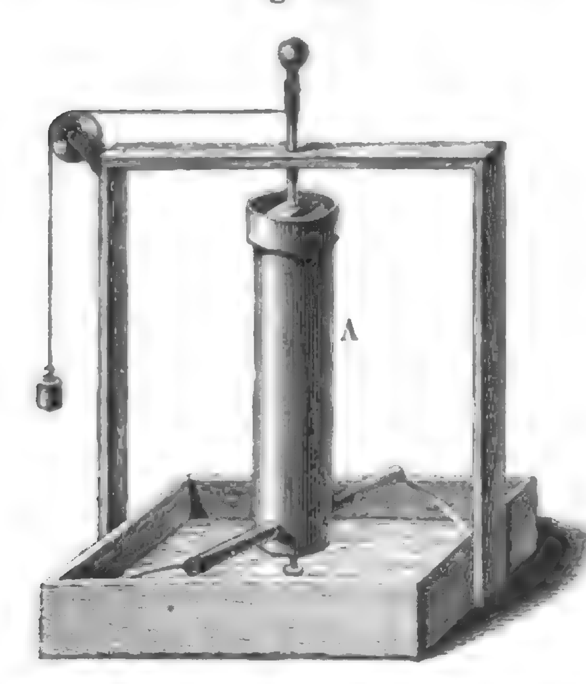
Digitized by Google

	Temperatur	Ausflusszeit
Wasser	0°	1036 Sec.
	60	306 "
Alkohol (specif. Gew. 0,88)	0	2750 "
	59	763 "
Terpentinöl	19	13315 "
	53	830 "
Kochsalzlösung (1/3)	3	1337 "
	60	443 "
Salpeterlösung (1/8)	0	681 "
	60	310 "

Während die Ausflussgeschwindigkeit der Flüssigkeiten aus Oeffnungen in dünnen Wänden nach dem Toricelli'schen Gesetze lediglich eine Function des Druckes ist, erscheint dieses Gesetz beim Ausfluss durch Capillarröhren vollständig umgewandelt, indem hier die Molekularwirkungen zwischen den Theilchen der Flüssigkeit und denen der Röhrenwand einen Einfluss gewinnen, welcher bei den Fällen, auf welche das Toricelli'sche Gesetz passt, völlig verschwindet.

Reaction, welche durch das Ausströmen der Flüssigkeiten erzeugt wird. 143 Denken wir uns ein Gefäss, welches mit Wasser gefüllt ist, so bleibt Alles in Ruhe, weil jeder Seitendruck durch einen vollkommen gleichen, aber entgegengesetzten aufgehoben wird. Wenn man aber die Wand an irgend einer Stelle durchbohrt, so dass das Wasser hervorspringt, so ist der Druck an dieser Stelle offenbar weggenommen, während das der Oeffnung diametral gegenüberliegende Wandstück noch gerade so stark gedrückt wird als vorher. Der Druck auf diejenige Gefässwand, in welcher sich die Oeffnung befindet, ist also geringer als der Druck, welchen die gegenüberstehende Wand aushält; mithin wird das ganze Gefäss sich in einer Richtung bewegen müssen, welche der Richtung des ausfliessenden Wasserstrahls entgegengesetzt ist, wenn diese Bewegung nicht durch Reibung oder auf irgend eine andere Weise verhindert wird. Es ist dies dem Rückstosse der Geschütze zu vergleichen. Man kann die beim Ausfliessen des Wassers wirkende Reaction durch einen Apparat anschaulich machen, welcher unter dem Namen des Segner'schen Wasserrades, Fig. 391, bekannt ist. Es besteht aus einem um eine

Fig. 391.



verticale Axe leicht drehbaren Gefässe A, an dessen unterem Ende sich zwei oder vier horizontale Röhren befinden, die alle (von der Mitte aus gesehen) auf derselben Seite mit kleinen Oeffnungen versehen sind. Das Gefäss dreht sich nach der den ausströmenden Wasserstrahlen entgegengesetzten Richtung.

Mit Erfolg hat man in neuerer Zeit dieses Princip zu Construction hydraulischer Motoren benutzt, welche den Namen der Reactionsräder, der Reactionsturbinen oder der schottischen Turbinen führen.

144 **Lebendige Kraft der Wassergefälle.** Wenn eine Wassermasse, deren Gewicht wir mit P bezeichnen wollen, von der Höhe H herabfällt, so wird dabei die Arbeit

$$A = PH$$

geleistet, welche wir wenigstens theilweise für unsere Zwecke verwenden können, indem wir sie auf irgend eine Weise auf eine Maschine übertragen.

Diese Uebertragung kann überhaupt in zweierlei Weise stattfinden, nämlich

1) indem man das Wasser die der Fallhöhe entsprechende Geschwindigkeit erlangen lässt und dann seine lebendige Kraft auf einen anderen Körper überträgt, wie dies z. B. bei den unterschlächtigen Wasserrädern der Fall ist, oder

2) indem man das Wasser schon während seines Falles durch sein Gewicht einen Druck auf den zu bewegenden Körper ausüben lässt, so dass es die seiner Fallhöhe entsprechende Geschwindigkeit gar nicht erreicht und überhaupt mit bedeutend verminderter Beschleunigung niedergeht, wie dies z. B. bei oberschlächtigen Wasserrädern und bei Wassersäulenmaschinen der Fall ist. Hier wird die lebendige Kraft der fallenden Wassermasse gewissermaassen gleich im Moment ihrer Entstehung consumirt.

Mag nun aber die Benutzung der lebendigen Kraft eines Wassergefälles auf die eine oder die andere Weise stattfinden, so wird es doch nie gelingen, den theoretischen Effect, als welchen wir die Arbeit PH bezeichnen wollen, vollständig zu verwerthen, und zwar schon deshalb nicht, weil im ersten der beiden oben betrachteten Fälle dem Wasser doch noch eine bestimmte Geschwindigkeit bleiben muss, mit welcher es abfliesst, im zweiten Falle aber das Wasser dann doch nicht ohne alle Beschleunigung niedergehen kann. Ausserdem aber geht noch ein grosser Theil der lebendigen Kraft des Gefälles durch die Reibung des Wassers in den Canälen sowie durch Reibungswiderstände in den zu bewegenden Maschinen verloren, so dass selbst mit den besten hydraulischen Maschinen kaum ein Nutzeffect erzielt werden kann, welcher mehr als 70 Procent des theoretischen Effectes beträgt.

Auf eine nähere Besprechung der hydraulischen Motoren, also der verticalen und horizontalen Wasserräder, den Wassersäulenmaschinen, des hydraulischen Widders u. s. w. können wir hier nicht näher eingehen.

Digitized by Google

Neuntes Capitel.

Bewegung der Gase.

Gesetze des Ausströmens der Gase. Für die Ausflussgeschwindigkeit der Gase gelten dieselben Gesetze wie bei Flüssigkeiten, d. h. die Ausflussgeschwindigkeit ist (Seite 321) 145

$$v = \sqrt{2gs} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

wenn s die Druckhöhe bezeichnet. Hier aber ist s eine Grösse, die nicht direct durch die Beobachtung gegeben ist, wie bei tropfbar-flüssigen Körpern. Gewöhnlich wird nämlich der Druck, welcher die Luft aus einem Reservoir austreibt, durch die Höhe einer Wasser- oder Quecksilbersäule gemessen, welche man an einem Manometer beobachtet. Die comprimirende Flüssigkeitssäule ist also hier anderer Natur als das ausströmende Gas, und um die Gleichung 1) zur Berechnung von v in Anwendung bringen zu können, muss erst die Höhe s einer Gassäule von der Dichtigkeit des eingeschlossenen Gases ermittelt werden, welche der Wasser- oder Quecksilbersäule das Gleichgewicht hält. Der so berechnete Werth von s ist dann in Gleichung 1) einzusetzen.

Gehen wir nun zur Berechnung des Werthes von s für den Fall über, dass das eingeschlossene Gas atmosphärische Luft ist.

Bei einem Barometerstand von 0,76 Metern ist das specifische Gewicht der Luft (auf Wasser bezogen) gleich 0,00129. Wenn aber die in einem Gasometer eingeschlossene Luft bei einem Barometerstand von b Metern ausser dem Druck der Atmosphäre noch den Ueberdruck einer Quecksilbersäule von h Metern zu tragen hat, so ist ihr specifisches Gewicht

$$d = 0{,}00129 \, \frac{b + h}{0{,}76}.$$

Die Höhe s einer Luftsäule von dieser Dichtigkeit, welche einer Quecksilbersäule von h^m das Gleichgewicht hält, ergiebt sich aber aus der Proportion

$$d : q = h : s,$$

wenn d das specifische Gewicht der eingeschlossenen Luft, q aber das des Quecksilbers (beide auf Wasser bezogen) bezeichnen. Es ist also

$$s = h \cdot \frac{q}{d}$$

oder wenn man für q und d ihre Werthe setzt:

$$s = h \cdot \frac{13{,}6 \ . \ 0{,}76}{0{,}00129 \ (b + h)}$$

$$s = 8012 \ \frac{h}{b + h} \cdot$$

Setzen wir diese Werthe von s in Gleichung 1), so kommt

$$v = \sqrt{2 g \, . \, 8012 \ \frac{h}{b + h}}$$

oder wenn man für g seinen Zahlenwerth 9,81 setzt:

$$v = 396{,}5 \sqrt{\frac{h}{b + h}} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 2)$$

In dieser Gleichung bezeichnet also v die Geschwindigkeit, mit welcher atmosphärische Luft aus der Oeffnung eines Gefässes, in welchem sie durch den Ueberdruck einer Quecksilbersäule von h Metern comprimirt ist, ins Freie, also in die Luft ausströmt, welche unter dem Druck eines Barometerstandes von b Metern Höhe steht.

Nach Gleichung 2) lässt sich aber auch die Geschwindigkeit berechnen, mit welcher Luft, welche sich unter dem Drucke h befindet, in den leeren Raum einströmt. Man hat für diesen Fall nur $b = 0$ zu setzen und erhält alsdann

$$v = 396{,}5 \sqrt{\frac{h}{h}} = 396{,}5,$$

also stets den gleichen Werth von v, welches auch der Werth von h sein mag.

Bezeichnet n die Höhe einer Wassersäule, welche der Quecksilbersäule von der Höhe h das Gleichgewicht hält, so ist

$$h = \frac{n}{13{,}6},$$

da 13,6 das specifische Gewicht des Quecksilbers ist. Setzt man diesen Werth von h in Gleichung 2), so kommt

$$v = 396{,}5 \sqrt{\frac{n}{13{,}6 \ b + n}} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 3)$$

Digitized by Google

als Werth für die Geschwindigkeit, mit welcher atmosphärische Luft aus der Oeffnung eines Gefässes ins Freie ausströmt, wenn sie durch den Ueberdruck einer Wassersäule von n Metern Höhe comprimirt ist.

Die Ausflussmenge in einer Secunde würde man erhalten, wenn man den Querschnitt der Oeffnung f mit diesem Werthe von v multiplicirt, vorausgesetzt, dass in jedem Punkte des Querschnitts die ausströmenden Lufttheilchen mit dieser Geschwindigkeit passiren. Die Ausflussmenge in t Secunden würde demnach sein

$$M = f \,.\, t \,.\, 396{,}5 \sqrt{\frac{h}{b + h}} \,.$$

Die Erfahrung aber zeigt, wie wir dies ja auch schon bei tropfbarflüssigen Körpern gesehen haben, dass die wirkliche Ausflussmenge geringer ist als die theoretische; und zwar hat man die theoretische Ausflussmenge mit einem bestimmten Factor μ zu multipliciren, um die wirkliche zu erhalten.

Für Wasser ist bekanntlich dieser Factor 0,64 und ist fast ganz unabhängig von der Druckhöhe, indem er nur sehr unbedeutend wächst, wenn die Druckhöhe abnimmt. Für Gase aber ist der Werth von μ sehr veränderlich. Nach Schmidt, welcher diesen Gegenstand zuerst einer genaueren Untersuchung unterworfen hat, ist μ bei einer Druckhöhe von 3 Fuss (Wasser) gleich 0,52. Nach d'Aubuisson's Versuchen ist, innerhalb der Druckhöhen 0,1 bis 0,5 Fuss, der Werth von $\mu = 0{,}65$ zu setzen. Solche Verschiedenheiten können nicht wohl von Beobachtungsfehlern herrühren, und beweisen unzweifelhaft eine Veränderlichkeit von μ.

Eine sehr genaue Reihe von Versuchen hat Koch über diesen Gegenstand angestellt. Er hat gefunden, dass, wenn die Druckhöhe von 6 Fuss (Wasser) bis 0,15 Fuss abnimmt, der Werth von μ von 0,5 bis auf 0,6 wächst. Buff hat gezeigt, dass, wenn man

$$\mu = 0{,}626 \left(1 - 0{,}789 \sqrt{h}\right)$$

setzt, wo h, wie bisher, die Druckhöhe bezeichnet, die nach dieser Formel berechneten Werthe sehr gut mit den Koch'schen Beobachtungen übereinstimmen, dass also diese Formel das empirische Gesetz für die Veränderlichkeit des Ausflusscoëfficienten μ ist. Später hat Buff hierüber selbst genaue Versuche bei geringem Drucke, wie er besonders in der Praxis vorkommt, angestellt, welche gleichfalls die Veränderlichkeit des Coëfficienten μ in der erwähnten Weise bestätigen.

Die Differenz zwischen der theoretischen und wirklichen Ausflussmenge hat hier einen ganz analogen Grund, wie bei den tropfbar-flüssigen Körpern, und es lässt sich daraus schliessen, dass auch hier eine *Contractio venae* stattfinden muss, obgleich wir sie nicht unmittelbar beobachten können.

Cylindrische Ansatzröhren ebenso wie konische, mag nun die weite Oeffnung nach innen oder nach aussen gekehrt sein, vermehren die Ausflussmenge der Gase.

Digitized by Google

146 **Ausflussgeschwindigkeit verschiedener Gase bei gleichem Druck.** Wenn sich in einem Reservoir nicht Luft, sondern ein anderes Gas befindet, so ist klar, dass man in der Gleichung

$$v = \sqrt{2 g s}$$

für s einen anderen Werth zu setzen hat als den für atmosphärische Luft geltenden, und zwar ändert sich der Werth von s im umgekehrten Verhältniss, wie das specifische Gewicht des Gases; für ein Gas, dessen specifisches Gewicht $n$mal grösser ist als das der atmosphärischen Luft, ist der Werth von s $n$mal kleiner; wir haben also für die Ausflussgeschwindigkeit eines Gases, dessen specifisches Gewicht $n$mal grösser ist, als das der Luft,

$$v = 396{,}5 \sqrt{\frac{h}{n\,(b + h)}},$$

wenn b und h die oben angegebene Bedeutung haben. Unter sonst gleichen Umständen verhält sich also die Ausflussgeschwindigkeit verschiedener Gase umgekehrt, wie die Quadratwurzel aus ihren specifischen Gewichten. Bei gleichem Druck wird also die Ausströmungsgeschwindigkeit des Wasserstoffgases $\sqrt{\frac{1}{0{,}069}} = 3{,}8$ und die des Kohlensäuregases $\sqrt{\frac{1}{1{,}524}} = 0{,}81$ mal so gross sein als die der atmosphärischen Luft, da das specifische Gewicht des Wasserstoffgases und der Kohlensäure 0,069 und 1,524 sind, wenn man das specifische Gewicht der Luft zur Einheit nimmt.

Das specifische Gewicht eines Gases ist demnach dem Quadrat seiner Ausströmungsgeschwindigkeit umgekehrt, also dem Quadrat der Zeit direct proportional, welches ein gegebenes Gasvolumen unter sonst gleichbleibenden Umständen braucht, um aus einer feinen Oeffnung auszuströmen.

Bezeichnen wir mit t und t' die Zeiten, welche zwei gleiche Volumina verschiedener Gase brauchen, um bei gleichem Druck durch die gleiche Oeffnung auszuströmen, so haben wir also

$$\frac{s}{s'} = \frac{t^2}{t'^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

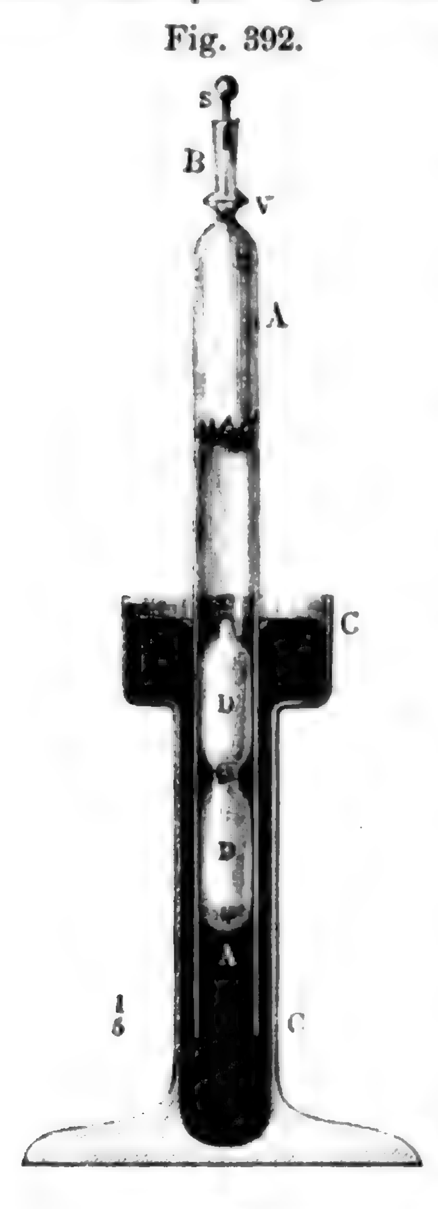
wenn wir mit s und s' die specifischen Gewichte der beiden Gasarten bezeichnen.

Bunsen gründet darauf ein sehr sinnreiches Verfahren, um das specifische Gewicht von Gasen zu ermitteln. Zur Aufnahme des zu untersuchenden Gases dient eine Glasröhre A, Fig. 392, welche ungefähr 40 Centimeter lang ist. Oben ist sie verengt und ein Glasröhrchen B angesetzt. In der etwas verdickten Vereinigungsstelle V ist ein dünnes Platinplättchen eingeschmolzen, welches eine feine Oeffnung hat, durch

Digitized by Google

welche das Gas aus A ausströmen kann, wenn das Röhrchen B nicht durch den Glasstöpsel s geschlossen ist. Unten ist das Gas durch Quecksilber gesperrt, welches sich in einem oben erweiterten Gefäss befindet. Während der Stöpsel s wohl schliessend aufgesetzt ist, wird nun die Glasröhre A so tief in das Quecksilber niedergedrückt und durch eine entsprechende Vorrichtung festgehalten, dass die Spitze r eines aus einer Glasröhre verfertigten Schwimmers D durch ein mehrere Schritte entferntes Fernrohr genau im Niveau des Quecksilbers im Gefäss C erscheint. Nun wird der Stöpsel s weggenommen; das Gas beginnt auszuströmen, der Schwimmer D steigt, und man hat nur die Zeit zu messen, welche vom Wegnehmen des Stöpsels an vergeht, bis die an einer Verengung des Schwimmers D angebrachte Marke t im Niveau des äusseren Quecksilbers erscheint. Hat man mit demselben Instrumente gleich hinter einander diese Messung mit zwei verschiedenen Gasarten angestellt, so verhalten sich ihre specifischen Gewichte wie die Quadrate der beobachteten Ausflusszeiten. Zur Erläuterung mögen folgende von Bunsen angestellte Messungen dienen. Damit der Schwimmer D um die Höhe rt stieg, waren erforderlich

Fig. 392.



für atmosphärische Luft	für Knallgas (elektrolytisch)
117,9 Secunden	75,4 Secunden
117 "	75,8 "
117,9 "	75,7 "
117,6 Secunden	75,6 Secunden.

Setzen wir nach diesen Versuchsresultaten in Gleichung 1) $t = 75,6$; $t' = 117,6$ und $s' = 1$, so ergiebt sich für das specifische Gewicht des Knallgases

$$s = \frac{75,6^2}{117,6^2} = 0,413,$$

was mit dem aus dem specifischen Gewicht der Bestandtheile berechneten specifischen Gewichte des Knallgases (0,415) sehr nahe übereinstimmt.

Fig. 393 (a. f. S.) zeigt eine verbesserte Form des Ausströmungsapparates, welchen Bunsen zur Bestimmung des specifischen Gewichtes der Gase anwendet (Bunsen, gasometrische Methoden S. 129).

Digitized by Google

Wenn die Gase nicht durch Oeffnungen in dünner Wand, sondern durch Capillarröhren ausströmen, so erscheinen die Ausströmungsgesetze in ähnlicher Weise modificirt, wie die der tropfbar-flüssigen Körper.

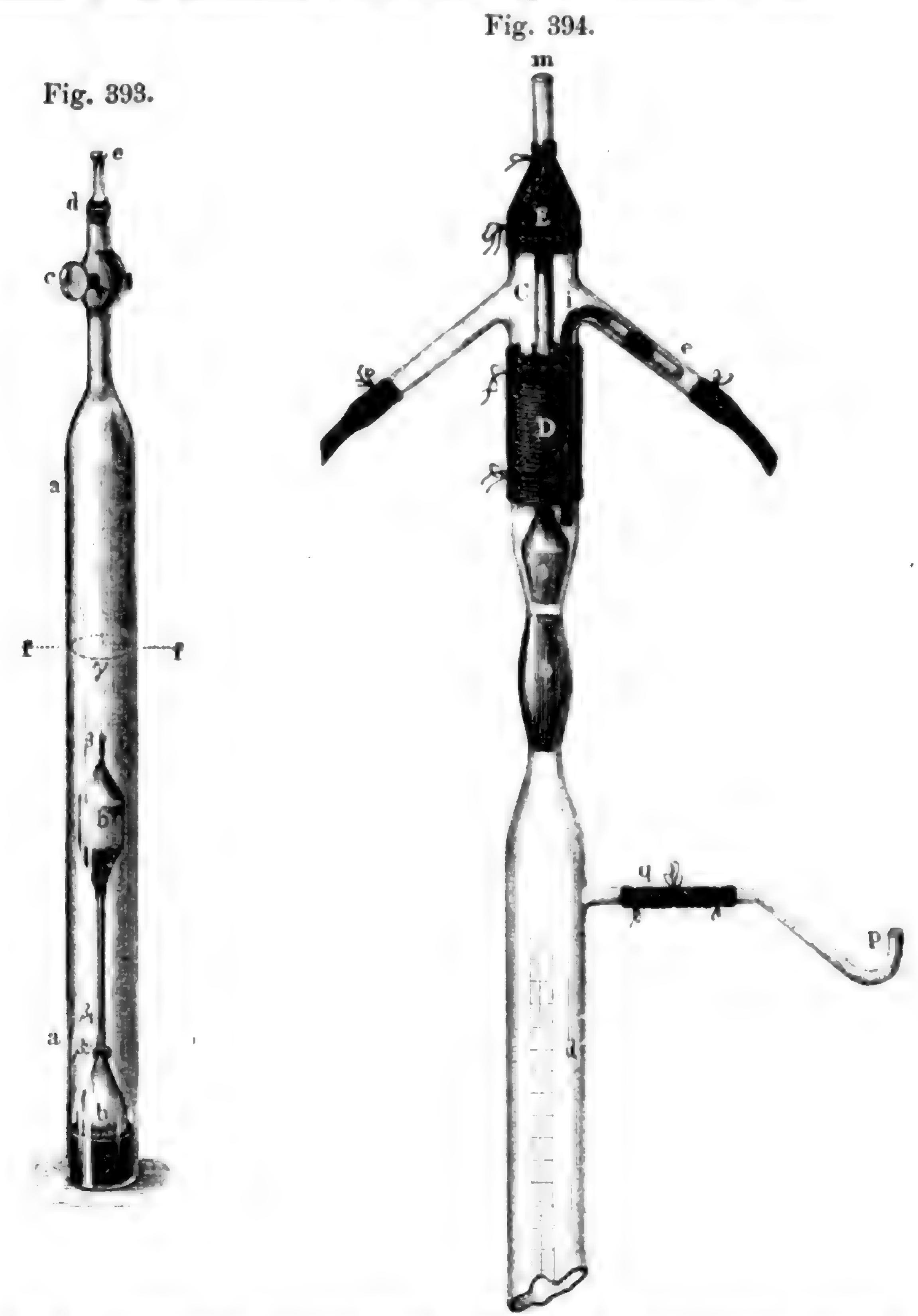


Fig. 393. Fig. 394.

Um die Gesetze zu ermitteln, nach welchen das Ausströmen eines Gases durch die capillaren Canäle eines Gypspfropfs stattfindet, wandte Bunsen (Gasometrische Methoden S. 214) die in Fig. 394 abgebildete Vorrichtung an. Eine graduirte Röhre, ähnlich dem im §. 103 besprochenen Diffusionsrohre, ist oben mit einem bei 60° C. getrockneten Gypspfropf geschlossen. Durch ein seitliches Rohr kann man sie mit einem

Digitized by Google

beliebigen Gase füllen und dann mittelst eines Quetschhahnes absperren, welcher das Kautschukröhrchen q zudrückt. — Ueber dem Gypspfropf b erweitert sich die Glasröhre etwas und in diese konische Erweiterung passt der eingeriebene Glasstöpsel o. Erst wenn dieser in die Höhe gezogen ist, kann eine Durchströmung des Gypspfropfs nach der einen oder anderen Richtung hin beginnen. Durch den Raum über dem Gypspfropf b kann man nun aber mittelst des Röhrchens i einen Gasstrom von der rechten Seite her einführen, während auf der linken Seite eine gleiche Gasmenge ausströmt, und so ist es möglich, auch über dem Gypspfropf b eine beständig erneuerte Atmosphäre irgend eines Gases zu erhalten.

Es sei nun das Rohr in der Fig. 305 S. 241 angedeuteten Weise durch Quecksilber abgesperrt und mit Sauerstoffgas gefüllt, während über den Gypspfropf ein Strom von Sauerstoffgas hinwegstreicht; wenn unter diesen Umständen das Rohr so hoch in die Höhe gezogen wird, dass der Spiegel des Quecksilbers im Rohr einige Centimeter höher steht als aussen, so wird unter dem Einfluss dieser Druckdifferenz Sauerstoffgas von oben her durch den Gypspfropf in die Röhre eintreten und man kann nun messen, wie viel Zeit erforderlich ist, damit bei constant erhaltener Druckdifferenz ein gegebenes Volumen Sauerstoff eindringt.

Bunsen hat den Versuch für das nämliche Gas bei verschiedener Druckdifferenz angestellt und ihn dann in gleicher Weise mit verschiedenen Gasen wiederholt. Aus diesen Versuchen ergab sich zunächst, dass die in gleichen Zeiten durch den Gypspfropf eingeströmten Volumina desselben Gases der Druckdifferenz proportional sind. Vergleicht man aber die Volumina verschiedener Gase, welche unter gleicher Druckdifferenz in derselben Zeit einströmen, so verhalten sich diese nicht umgekehrt wie die Quadratwurzel aus den specifischen Gewichten der Gase. Die unter gleicher Druckdifferenz in gleichen Zeiten eingetretenen Volumina von Sauerstoffgas und Wasserstoffgas verhalten sich nach dem Versuche wie 1 : 2,73; während die Quadratwurzeln aus den specifischen Gewichten im Verhältniss von 1 zu 3,995 stehen.

Es geht daraus hervor, dass der Durchgang eines Gases durch einen Gypspfropf durch einen Reibungscoëfficienten modificirt ist, welcher von der Natur des Gases abhängt, und dass also die Hohlräume des Gypses gegen hindurchströmende Gase sich nicht wie ein System von feinen Oeffnungen in dünner Wand, sondern wie ein System capillarer Röhren verhalten.

Durch diese Thatsache erklärt sich auch, warum die durch einen Gypspfropf vermittelte Diffusion von Gasen (§. 103) nicht genau dem Graham'schen Gesetze folgen kann.

Seitendruck der Gase beim Ausströmen. Wenn sich Luft 147
durch Röhrenleitungen bewegt, so ist ein Reibungswiderstand zu überwinden, und dazu wird ein Theil der Spannung des comprimirten Gases ver-

wandt werden, also für die Bewegung verloren gehen. Der Druck, den die Röhrenwände von der Tension der durchströmenden Luft auszuhalten haben, nimmt um so mehr ab, je mehr man sich der Mündung des Rohres nähert, wie man sich durch Manometer überzeugt, welche an verschiedenen Stellen des Rohres angebracht werden. Es ist dies ganz den Erscheinungen analog, welche man bei der Bewegung von Flüssigkeiten durch Röhrenleitungen beobachtet. Ueber den Reibungswiderstand, welcher bei der Bewegung der Luft durch Röhren überwunden werden muss, sind besonders von d'Aubuisson und Buff Versuche angestellt worden.

Das Phänomen des Saugens findet bei der Bewegung der Gase auf eine ganz ähnliche Weise wie bei dem Ausströmen von Flüssigkeiten statt. Clement und Desormes haben eine äusserst interessante, hierher gehörige Erscheinung beschrieben. Wenn man in den Boden eines Reservoirs, Fig. 395, welches comprimirte Luft enthält, eine Oeffnung von 1 bis 2 Zoll Durchmesser macht, so entweicht die Luft mit grosser Gewalt. Wenn man der Oeffnung eine Scheibe von Holz oder Metall nähert, welche 7 bis 8 Zoll Durchmesser hat, so wird sie, nachdem der erste Widerstand überwunden ist, nicht mehr abgestossen; sie oscillirt lebhaft, indem sie in sehr kurzen Zwischenräumen sich der Oeffnung bald nähert, bald von ihr entfernt. Die Luft entweicht dabei mit grossem Geräusch zwischen der Scheibe und der Wand. Wenn man versucht, die Scheibe wegzunehmen, so muss man grosse Kraft anwenden, wie wenn sie auf die Wand festgeleimt wäre. Clement und Desormes erklärten dies Phänomen ganz richtig. Der Luftstrahl, welcher die Oeffnung verlässt, muss sich in eine dünne Schicht zwischen der Scheibe und der Wand ausbreiten. Bei unveränderter Dicke muss sie sich um so mehr ausbreiten, je mehr sie sich dem Rande der Scheibe nähert; sie befindet sich also in dem Falle wie ein flüssiger Strahl, welcher die immer wachsenden Querschnitte eines konischen Ansatzrohres ausfüllen soll. Zwischen der Scheibe und der Wand bildet sich ein luftverdünnter Raum, in Folge dessen die atmosphärische Luft, von unten gegen die Scheibe drückend, sie an die Wand anpresst.

Fig. 395.

Fig. 396.

Man kann diesen Versuch auch im Kleinen anstellen, wenn man Luft mit dem Mund durch eine Röhre bläst, welche mit einer ebenen Scheibe endigt, wie dies Fig 396 dargestellt ist. Diese Scheibe hat natürlich in der Mitte ein

Digitized by Google

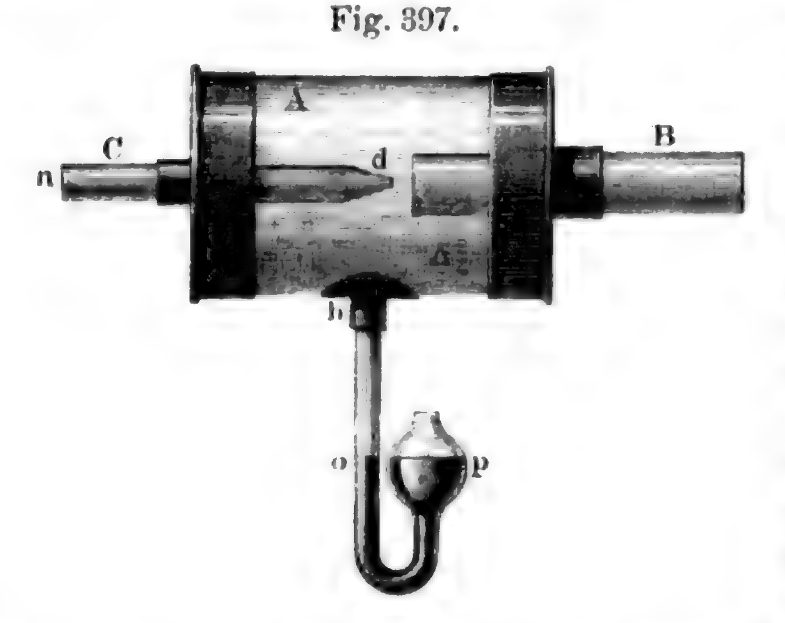
Loch. Nahe am Rande sind drei Stäbchen, etwa von Draht, befestigt. An ihrem unteren Ende ist an jedem dieser Stäbchen ein Knopf angebracht, und auf diesen drei Knöpfchen liegt endlich frei nach oben beweglich eine Scheibe von Kartenpapier; sie hat drei Einschnitte, durch welche die drei Stäbchen hindurchgehen. Sobald man bei *a* in die Röhre *ab* hineinbläst, wird die bewegliche Scheibe gehoben und bleibt an der oberen Scheibe hängen, bis man mit Blasen aufhört.

Den Durchmesser der Scheiben kann man ungefähr 1 Decimeter, die verticale Entfernung der beiden Scheiben 1 Centimeter machen.

Die einfachste Art, diesen Versuch anzustellen, hat Faraday angegeben. Man schliesse die Finger der offenen Hand fest an einander, so wird doch noch von Gelenk zu Gelenk ein spaltartiger Zwischenraum bleiben. Während man nun die Hand auf diese Weise horizontal hält, so dass die Fläche abwärts gekehrt ist, applicire man die Lippen dem Intervall zwischen dem Zeige- und Mittelfinger, nahe an ihren Wurzeln, und blase möglichst stark. Bringt man nun ein Stück Papier von 3 bis 4 Quadratzoll an die Oeffnung, durch welche der Luftstrom hindurchgeht, so wird es weder durch diesen Luftstrom fortgeblasen, noch fällt es durch sein Gewicht herab, was aber sogleich geschieht, sobald man mit Blasen aufhört.

Das Phänomen des Saugens durch ausströmende Gase wollen wir auch mittelst des Apparates Fig. 397 erläutern. Ein etwas weites, kurzes Glasrohr *A* ist auf beiden Seiten durch aufgekittete Kappen von Messingblech geschlossen. In die eine derselben ist die Glasröhre *B*, in die andere ist die noch engere Glasröhre *C* so eingekittet, dass die etwas eingezogene etwa 1 Linie weite Mündung *d* der Röhre *C* ganz nahe vor dem einen Ende der Röhre *B* steht. Bei *h* ist die Röhre *A* durchbohrt und in eine hier aufgekittete Messingfassung ein auf der einen Seite kugelförmig erweitertes Manometerrohr eingekittet. Das Manometerrohr wird ungefähr bis zur Höhe *op* mit gefärbtem Wasser gefüllt.

Fig. 397.



Wenn man nun bei *n* stark in das Rohr *C* hineinbläst, so sieht man alsbald, wie die Flüssigkeit im Manometerrohr von *o* aus ungefähr 1 Zoll hoch in die Höhe steigt, ein Beweis, dass durch das Blasen eine Luftverdünnung in *A* hervorgebracht wird.

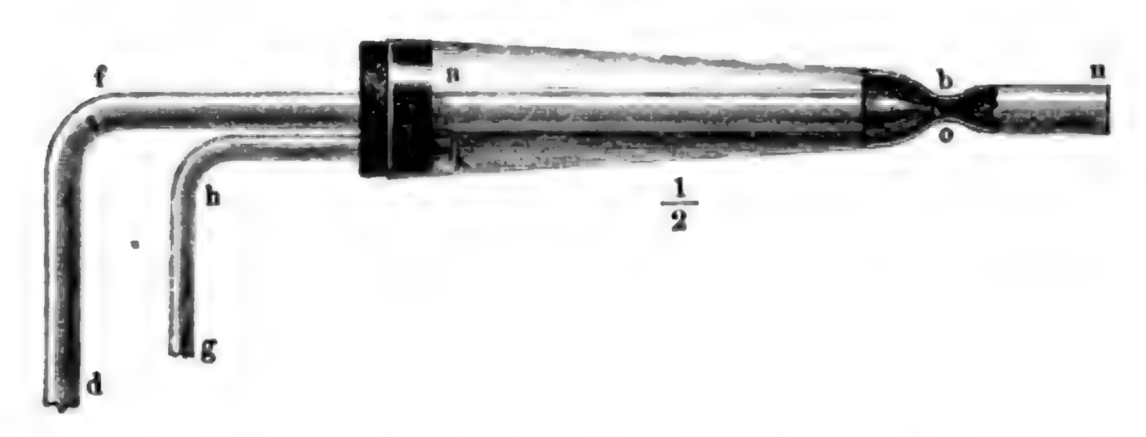
Die Luftverdünnung rührt daher, dass der bei *d* mit ziemlicher Geschwindigkeit austretende Luftstrom, in dem weiteren Rohre *B* sich aus-

Digitized by Google

breitend, eine saugende Wirkung auf die Luft in *A* ausübt. Dieser Versuch erklärt sehr gut die Wirkung des sogenannten **Blaserohrs** der Locomotiven.

Weit kräftiger noch lässt sich die Wirkung des Saugens mit dem von **Reichert** ganz aus Glas und Korkstopfen construirten Apparat Fig. 398 zeigen, dessen Einrichtung nach dem Vorangehenden wohl ohne

Fig. 398.



Weiteres verständlich sein wird. Zur Erläuterung der Figur ist nur noch zu bemerken, dass die äussere Glasröhre bei *b* im Durchschnitt dargestellt ist. Der links aus dem Korkstopfen hervorragende Theil der Röhre *ofd* und *khg* ist in horizontaler und verticaler Richtung weit länger, als es in der Figur der Raumersparniss wegen dargestellt ist.

Das vertical herabgehende Röhrenstück *fd* ist mittelst eines Korkes in den Hals eines sonst ganz geschlossenen Blechgefässes eingesetzt. Wenn das Wasser dieses Gefässes durch eine untergesetzte Gas- oder Weingeistflamme ins Kochen gebracht wird, so strömen die Dämpfe bei *o* mit solcher Gewalt aus, dass sie das Wasser aus einem Gefäss, in welches das untere Ende von *hg* eingetaucht ist, nicht nur in das Gefäss *ab* aufsaugen, sondern dasselbe auch noch zur Oeffnung bei *n* hinaustreiben. Setzt man bei *n* mittelst eines Kautschukröhrchens ein kurzes Glasrohr an, welches mit einer verengten Mündung versehen ist, wie die bei *o*, so strömt aus dieser Mündung ein continuirlicher Wasserstrahl hervor, welcher unter günstigen Umständen bis zur Decke des Zimmers aufsteigt, wenn diese Mündung vertical nach oben gerichtet ist.

Diese Vorrichtung dient auch sehr gut, um die Wirkung der **Dampfstrahlpumpe** zu erläutern, welche in neuerer Zeit vielfach zur Speisung der Dampfkessel benutzt wird, für deren nähere Besprechung aber hier nicht der Ort ist.

148 **Widerstand der Flüssigkeiten und der Gase.** Wenn ein fester Körper in einer Flüssigkeit oder in einem Gase bewegt werden soll, so muss er nothwendig mehr oder weniger Flüssigkeits- oder Lufttheilchen vor sich herschieben und auf die Seite treiben, und dadurch wird

Digitized by Google

stets ein Theil der beschleunigenden Kraft verzehrt, welche auf den festen Körper wirkt; kurz Flüssigkeiten und Gase üben einen Widerstand gegen die Bewegung fester Körper innerhalb ihrer Masse aus.

Die Grösse dieses Widerstandes hängt ab

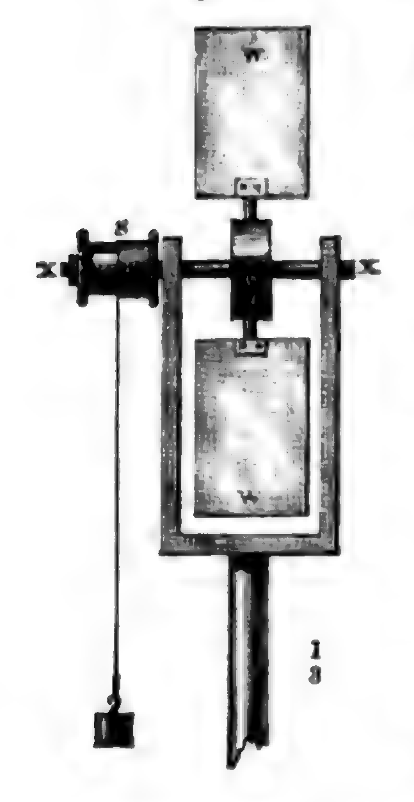
1) von der Grösse der Oberfläche des bewegten Körpers, und
2) von der Geschwindigkeit desselben.

Den Einfluss der Oberfläche betreffend, so ist klar, dass der Widerstand, welchen Gase und Flüssigkeiten (als deren Repräsentanten wir Luft und Wasser nehmen wollen) der Bewegung eines Körpers innerhalb ihrer Masse entgegensetzen, demjenigen Theil seiner Oberfläche proportional sein muss, welcher rechtwinklig auf der Richtung der Bewegung steht.

So kommt es denn, dass ein und derselbe Körper bei gleicher Geschwindigkeit bald mehr, bald weniger Widerstand zu überwinden hat, je nachdem er mit seiner breiten oder mit seiner schmalen Seite gegen die Luft oder das Wasser stösst, wovon man sich leicht mit Hülfe eines etwas breiten hölzernen Lineals überzeugen kann.

Den Einfluss der Oberfläche kann man auch mit Hülfe des Apparates Fig. 399 nachweisen. Die Umdrehung der horizontalen Axe xx wird durch ein Gewicht bewerkstelligt, welches an einer um die Spule s geschlungenen Schnur hängt; die Windflügel w können nach Belieben so gestellt werden, dass ihre Oberfläche rechtwinklig zur Axe xx oder dass sie parallel mit ihr steht. Unsere Figur zeigt die letztere dieser beiden Stellungen. In der ersten Stellung durchschneiden die Windflügel gleichsam die Luft und es erfolgt eine rasche Rotation; im letzteren Falle aber, wo sie mit ihrer vollen Breite gegen die Luft drücken, ist der zu überwindende Widerstand so bedeutend, dass nur eine langsame Umdrehung erfolgt.

Fig. 399.



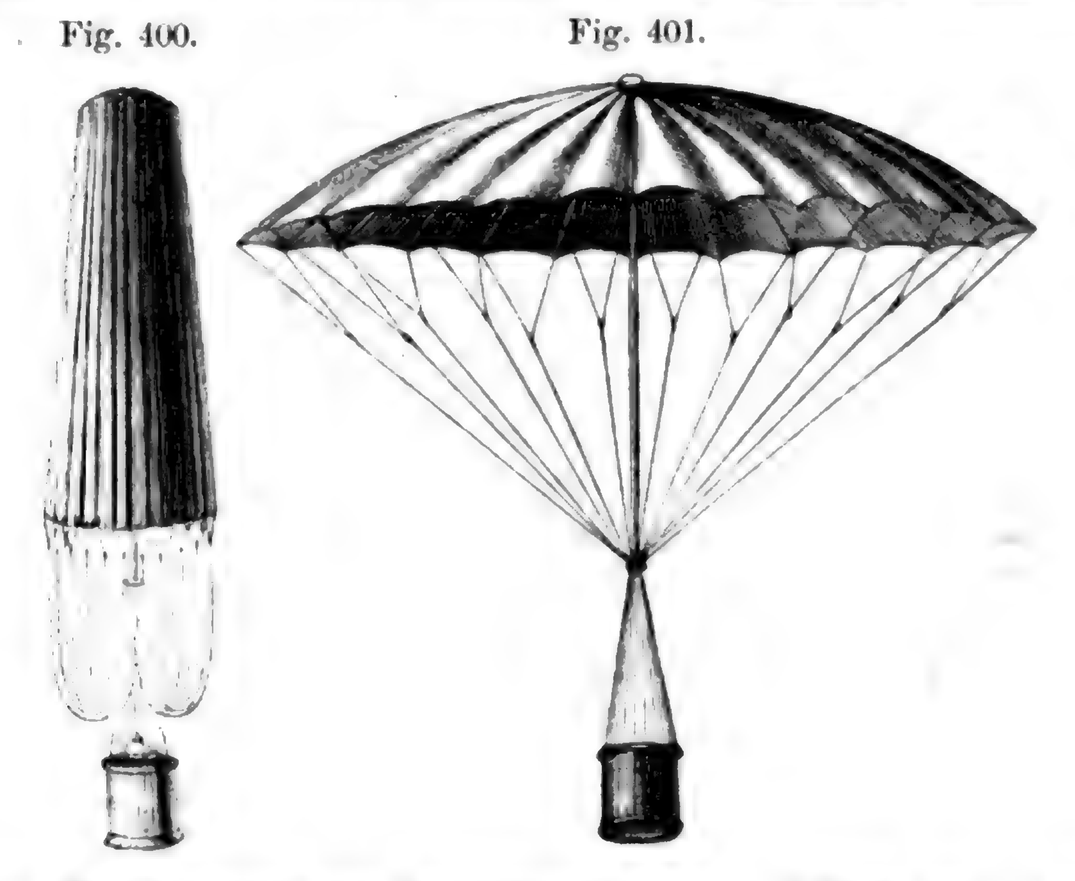
Der verzögernde Einfluss des Luftwiderstandes (oder Wasserwiderstandes) ist um so bedeutender, je grösser die Oberfläche des zu bewegenden Körpers im Vergleich zu der beschleunigenden Kraft ist, welche ihn treibt. Um zu machen, dass ein Körper in der Luft langsam fällt, hat man nur dafür zu sorgen, dass er bei gleicher Masse eine möglichst grosse Oberfläche habe. Eine Seifenblase fällt langsamer als ein Wassertropfen von gleichem Gewicht. Auf diesem Umstand beruht auch das langsame Fallen einer Flaumfeder, die Wirkung des Fallschirmes, Fig. 400 und 401 (a. f. S.).

Je mehr man die Dimensionen eines schweren Körpers verkleinert, desto langsamer wird er im Wasser oder in der Luft fallen, weil bei der Verkleinerung seine Masse, also auch die beschleunigende Kraft, welche ihn niedertreibt, in weit rascherem Verhältniss abnimmt als seine Ober-

Digitized by Google

fläche. Betrachten wir z. B. eine Kugel von Kreide, welche 1 Millimeter im Durchmesser hat, so wird dieselbe mit einer bestimmten Geschwindig-

Fig. 400. Fig. 401.



keit im Wasser sinken; ein Kreidekügelchen aber, welches nur $^1/_{10}$ Millimeter Durchmesser hat, wiegt 1000mal weniger, die Kraft, welche es fallen macht, ist also 1000mal geringer, während seine Oberfläche nur 100mal geringer ist als die Oberfläche einer 1 Millimeter dicken Kugel. Für die kleine Kugel ist also, wenn dieselbe im Wasser fällt, der Widerstand des Wassers im Vergleich zur beschleunigenden Kraft, welche sie niedertreibt, 10mal grösser als für die grosse Kugel, die kleine Kugel wird also auch weit langsamer fallen als die grosse. Dieser Umstand erklärt auch, wie es kommt, dass ganz fein zertheilte Substanzen, wie Kreidepulver, Lehmtheilchen, welche das Wasser trüben, so lange in demselben suspendirt bleiben und sich nur sehr langsam absetzen; er erklärt ferner, wie es kommt, dass feine Stäubchen, Nebelbläschen u. s. w. in der Luft schweben.

Untersuchen wir nun, in welcher Beziehung der Luft- und Wasserwiderstand zur Geschwindigkeit der bewegten Körper steht.

Während der Widerstand der Reibung von der Geschwindigkeit des über einen anderen hingleitenden Körpers unabhängig ist, wächst der Widerstand der Flüssigkeiten und Gase, wenn die Geschwindigkeit der in ihnen sich bewegenden Körper zunimmt, und zwar in einem weit rascheren Verhältniss als diese Geschwindigkeit selbst, wie sich aus folgender Betrachtung ergiebt:

Wenn ein Körper sich mit der doppelten, mit der dreifachen Geschwindigkeit bewegt, so muss er in gleicher Zeit nicht allein die doppelte, die dreifache Luft- oder Wassermasse aus dem Wege räumen, sondern auch den aus ihrer Stelle getriebenen Partikelchen die doppelte, die dreifache

Digitized by Google

Geschwindigkeit mittheilen; demnach muss also der fragliche Widerstand im Verhältniss des Quadrats der Geschwindigkeit zunehmen.

Es ist dies jedoch nur eine erste Annäherung; in der That wächst der Widerstand der Flüssigkeiten und Gase in einem noch etwas rascheren Verhältniss.

Da nun für einen mit beschleunigter Geschwindigkeit fallenden Körper der Luftwiderstand so rasch zunimmt, so muss nach einiger Zeit nothwendig dieser Widerstand so gross werden, dass er der beschleunigenden Kraft das Gleichgewicht hält, und von diesem Augenblick an fällt der Körper mit gleichförmiger Geschwindigkeit.

Dieser Zeitpunkt, in welchem in Folge des Luftwiderstandes die beschleunigte Bewegung des fallenden Körpers in eine gleichförmige übergeht, muss nothwendig um so eher eintreten, je grösser seine Oberfläche im Vergleich zu seinem Gewichte ist. Eine Seifenblase, eine Flaumfeder, Schneeflocken u. s. w. sehen wir mit gleichförmiger Geschwindigkeit sinken. — Auch die Regentropfen dürften wohl mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit fallen, welche bei Weitem geringer ist, als die Geschwindigkeit, mit welcher sie auf dem Boden ankommen würden, wenn ihr Fall nicht durch den Luftwiderstand verzögert worden wäre. Ein Wassertropfen, der von einer Höhe von 3000 Fuss herabgefallen ist, müsste ohne eine solche Verzögerung mit der enormen Geschwindigkeit von 420 Fuss aufschlagen, während die Fallgeschwindigkeit der Regentropfen schwerlich viel grösser ist als 30 Fuss in der Secunde.

Wie durch den Luftwiderstand eine beschleunigte Bewegung sehr bald in eine gleichförmige übergeführt werden kann, lässt sich auch mit Hülfe des schon oben beschriebenen Apparates, Fig. 399, nachweisen.

Anwendung des Wasser- und Luftwiderstandes. Gerade 149
so wie die Reibung den Füssen des Pferdes den festen Stützpunkt verleiht, dessen es bedarf, um eine Last fortzuziehen, so bietet auch der Widerstand des Wassers dem Ruder, dem Schaufelrad einen, wenn auch nicht vollkommen festen Stützpunkt, durch welchen es möglich wird, den Kahn und das Dampfschiff auf dem Wasser fortzubewegen.

Die Wirkungsweise des Ruders und des Schaufelrades bedarf wohl kaum einer weiteren Erläuterung, da es sich ja hier nicht darum handelt, die Grösse des Nutzeffectes zu ermitteln, welche man mit diesen Vorrichtungen erreicht. Etwas weniger leicht ist die Wirkungsweise der Schiffsschraube zu übersehen, welche in neuerer Zeit eine grosse Bedeutung für Kriegsschiffe gewonnen hat.

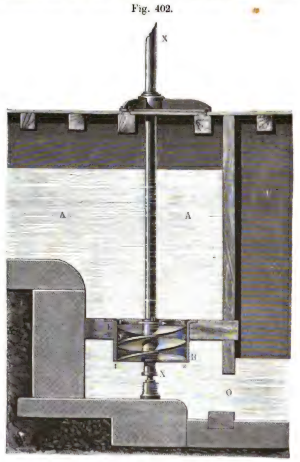
Um die Wirkungsweise der Schiffsschraube anschaulich zu machen, wollen wir eine sie erläuternde Form des horizontalen Wasserrades, nämlich die Schraubenturbine, Fig. 402, etwas näher betrachten.

Das Wasser des Gefälles strömt aus dem Behälter A durch den hohlen Cylinder BB herab. In diesen hohlen Cylinder ist aber ähnlich einer Wendeltreppe in einem runden Thurme eine aus Eisenblech gebil-

Digitized by Google

dete Schraubenfläche gelegt, welche, an einem centralen Dorn befestigt, sich mit diesem um eine verticale Axe drehen kann. — Nehmen wir nun

Fig. 402.



zunächst an, der centrale Dorn sei festgestellt, so könnte offenbar das Wasser nicht vertical durch den Cylinder BB herabfallen, sondern es müsste über die Schraubenfläche herunterfliessen. Dabei aber übt das Wasser in verticaler Richtung einen Druck auf die Schraubenfläche aus, welchen man in zwei Seitenkräfte zerlegen kann, von welchen die eine parallel mit der Schraubenfläche wirkt, während die andere horizontale Seitenkraft dahin strebt, die Schraube um ihre verticale Axe umzudrehen.

Nach dieser Auseinandersetzung begreift man nun leicht, dass das durch die Schraube niederströmende Wasser, wenn die Axe XX drehbar

Digitized by Google

ist, eine Rotation derselben in solcher Richtung bewirken wird, dass sich der vordere Theil der Schraube in der Richtung des kleinen Pfeils n dreht.

Es ist bisher nur von einer Schraubenfläche die Rede gewesen; in der That haben wir es aber bei der Turbine Fig. 402 mit einer doppelten Schraube zu thun, indem um denselben Dorn zwei Schraubenflächen gelegt sind; die eine ist rst, die andere xyz.

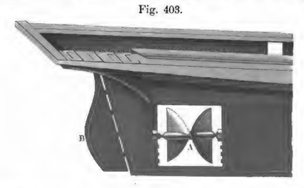
Denken wir uns nun die Schraube nicht in einem Gefälle, sondern in ruhigem Wasser stehend, nehmen wir z. B. an, das Wasser stände jenseits der Abflussöffnung O in dem Raume C gerade so hoch wie in A, so könnte man eine Strömung des Wassers aus A nach C dadurch hervorbringen, dass man durch eine äussere Kraft eine Rotation um die Axe XX in der Richtung bewerkstelligt, wie sie durch den kleinen Pfeil bei n angedeutet wird. Bei einer solchen Rotation wird nämlich die untere Fläche der Schraubenwindungen, gegen das Wasser pressend, es unten aus dem Cylinder BB hinausschaffen, während dem entsprechend das Wasser aus A nachströmen wird.

Dabei hat aber natürlich die untere Fläche der Schraubenwindungen einen bedeutenden Druck auszuhalten, welcher die ganze Schraube heben würde, wenn die Axe XX oben nicht genügend belastet oder auf eine andere Weise festgehalten wäre. Sobald ein solcher Widerstand fehlt, wird die Schraube bei einer Rotation nach der angegebenen Richtung nothwendig eine fortschreitende Bewegung nach oben annehmen müssen.

Wenn die Umdrehungsaxe einer solchen frei beweglichen, ganz in Wasser eingetauchten Schraube eine horizontale Lage hat, so muss eine rasche Rotation um diese Axe nothwendig eine fortschreitende Bewegung in horizontaler Richtung bewirken, wie dies in der That bei den Schraubendampfschiffen der Fall ist.

Die Axe der Schiffsschraube, welche unmittelbar vor dem Steuerruder angebracht ist, wie Fig. 403 zeigt, und welche sich ganz unter

Fig. 403.



Wasser befindet, ist dem Kiele, also der Längenaxe des Schiffes, parallel, und ihre Umdrehung wird durch eine Dampfmaschine bewerkstelligt.

Digitized by Google

Für Kriegsschiffe liegt der Hauptvortheil der Schraube vor den Schaufelrädern der gewöhnlichen Dampfschiffe darin, dass sie den feindlichen Kugeln nicht so ausgesetzt ist und dass die ganze Breitseite des Schiffes mit Geschützen besetzt werden kann.

Die in Fig. 404 dargestellte Schiffsschraube ist eine doppelgängige; sie besteht aber nur aus zwei halben Schraubengängen *rs* und *tu*, welche jedoch weit steiler sind als die Windungen der Schraubenturbine Fig. 402.

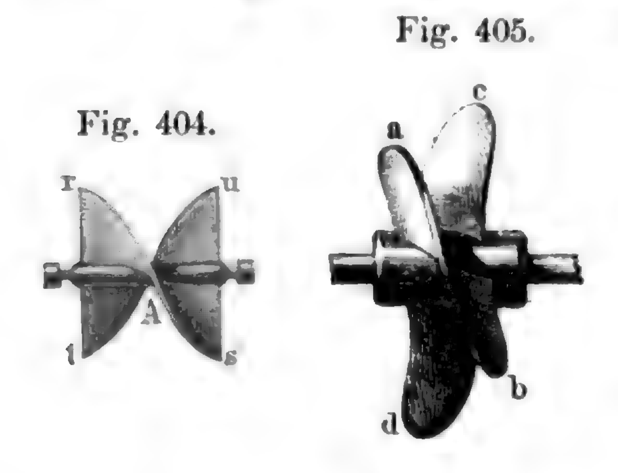


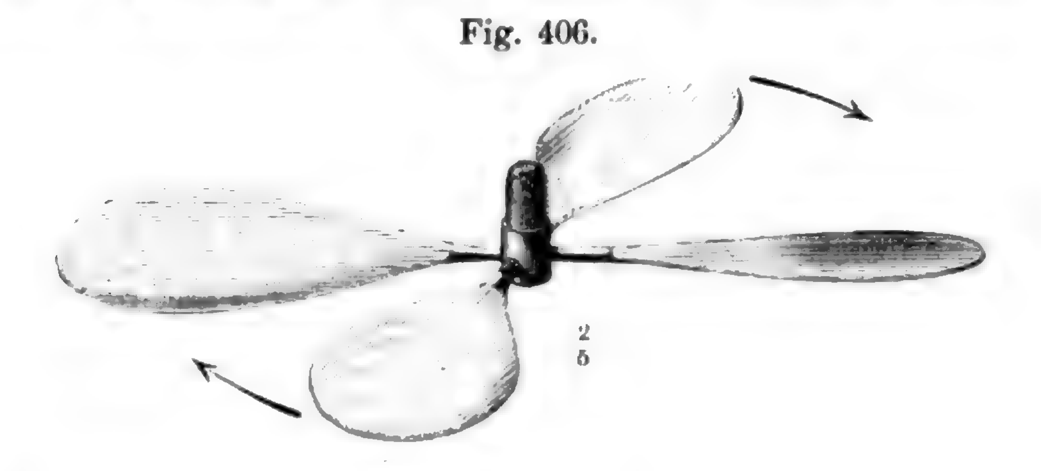
Fig. 404. Fig. 405.

Je nach der Richtung, in welcher die Schraube umgedreht wird, geht das Schiff vorwärts oder rückwärts.

Das erste Schraubenschiff „Archimedes“, welches der Engländer Smith im Jahre 1840 construirte, hatte eine Schraube, welche nur aus einer einzigen Windung von 360° bestand. Später construirte man mit Vortheil 2flügelige Schrauben, d. h. solche von zwei Windungen zu je 180°, und eine solche ist die in Fig. 404 dargestellte. Gegenwärtig werden auch 3- und 4flügelige Schiffsschrauben angewandt. Fig. 405 stellt eine 3flügelige Schiffsschraube dar.

Um die Wirkung der Schiffsschraube anschaulich zu machen, ist wohl nichts geeigneter als ein unter dem Namen des **Fliegers** bekanntes Kinderspielzeug. An einem kurzen aus Blech gemachten Cylinder, Fig. 406, sind vier Flügel befestigt; diese Flügel sind nun sämmtlich etwas gegen

Fig. 406.

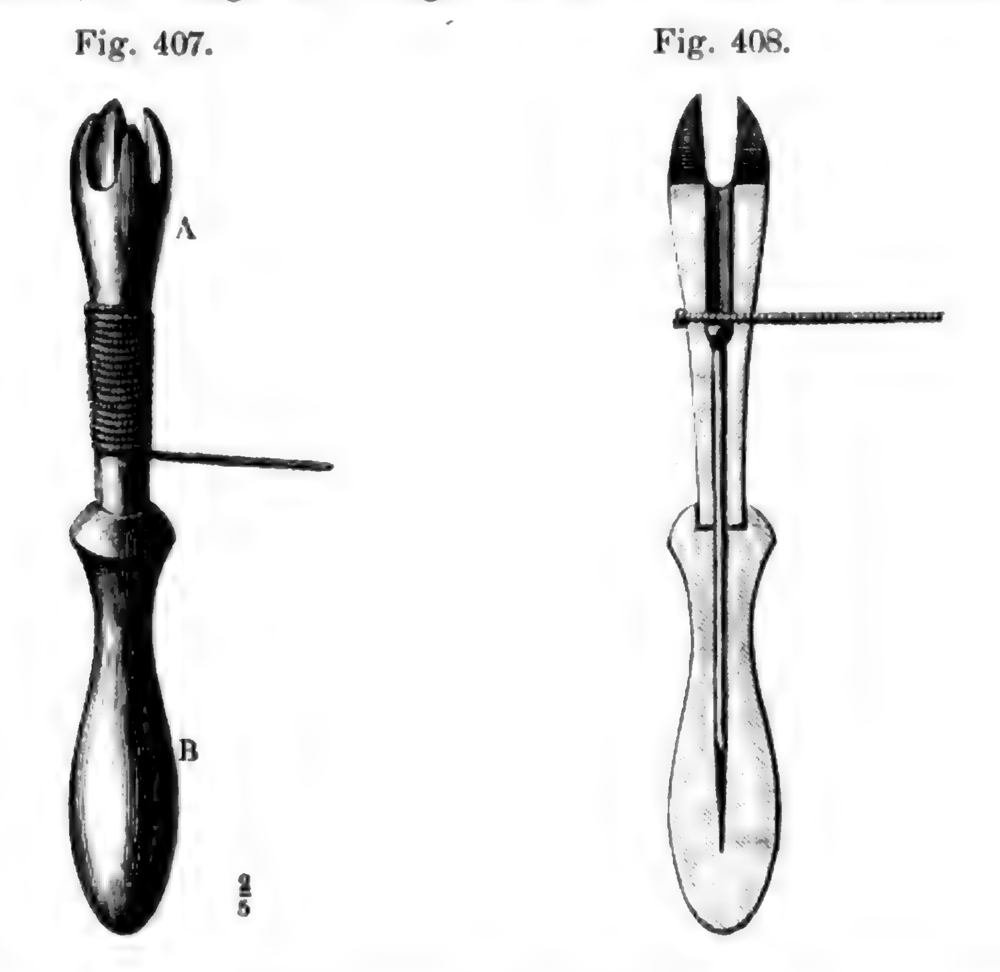


die Ebene geneigt, welche rechtwinklig auf der Axe des centralen Cylinders steht, jeder dieser Flügel bildet also ein Stück einer sehr schwach aufsteigenden um den centralen Dorn gelegten Schraubenfläche. Diese Vorrichtung wird nun in die Gabel der Rotationsvorrichtung AB, Fig. 407, gelegt. Den Handgriff B hält man in der linken Hand, während man durch rasches Abziehen einer Schnur, welche um den oberen, um seine verticale Axe drehbaren Theil gewunden ist, diesen in rasche Rotation versetzt. Diese Rotation theilt sich auch dem Flieger mit, der sich nun in Folge derselben in der Luft gleichsam hinaufschraubt und eine ziem-

Digitized by Google

lich bedeutende Höhe erreichen kann. Wenn man den Versuch im Zimmer anstellt, so steigt der Flieger bis an die Decke, an welcher er so

Fig. 407. Fig. 408.



lange verweilt, bis die Rotationsgeschwindigkeit so weit abgenommen hat, dass sie ihn nicht mehr in der Luft zu erhalten vermag.

Fig. 408 zeigt einen Durchschnitt der Vorrichtung, durch welche man den Flieger in Rotation versetzt.

Digitized by Google

Zweites Buch.

DIE AKUSTIK.

Digitized by Google

Digitized by Google

Erstes Capitel.

Fortschreitende und stehende Luftwellen.

Einleitung. Die Akustik ist derjenige Zweig der Physik, welcher sich am einfachsten als die Lehre vom Schall bezeichnen lässt. 150
Wie im Allgemeinen die Praxis der Theorie vorangeht und man sich von den Erfahrungsresultaten ausgehend nur nach und nach zur wissenschaftlichen Erkenntniss des wahren Zusammenhanges erhebt, so ist auch die Musik ungleich älter als die Akustik, d. h. die künstlerische Verwendung der Töne hatte längst schon eine verhältnissmässig hohe Vollendung erreicht, ehe in der physikalischen Erkenntniss ihres Wesens auch nur der erste Schritt gethan.

Ueber die Entstehung und Verbreitung des Schalles hatten die alten Griechen nur sehr mangelhafte Vorstellungen. Allerdings war man schon in den ältesten Zeiten der Meinung, dass der Schall durch irgend eine Bewegung des tönenden Körpers erzeugt und durch eine entsprechende Bewegung der Luft bis zum Ohr fortgepflanzt werde; was aber die Art dieser Bewegung betrifft, so begnügte man sich mit den vagsten Ideen, wie dies unter Andern aus verschiedenen Stellen der Schriften des Aristoteles hervorgeht.

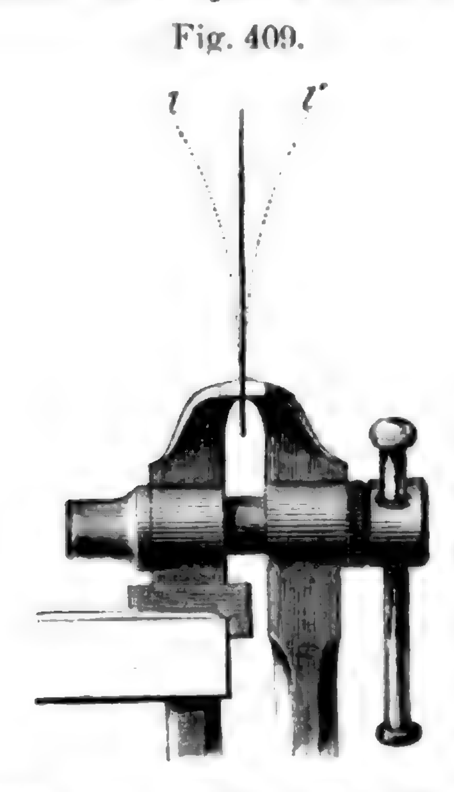
Besser schon sind die Erklärungen Vitruv's, welcher bereits ganz richtig die Verbreitung der Schallwellen mit der Verbreitung der Wasserwellen vergleicht. Aber erst Newton hat in seinem unsterblichen Werke: *Philosophiae naturalis principia mathematica* eine richtige Definition der Schallwellen und ihrer Verbreitung gegeben.

Der Schall entsteht durch eine zitternde Bewegung (Oscillationsbewegung) elastischer Körper; durch eine solche Oscillationsbewegung werden aber in der umgebenden Luft abwechselnd Verdichtungen und Verdünnungen erzeugt, welche

die Oscillationsbewegung bis zu unserem Ohr fortpflanzen und hier den entsprechenden Nervenapparaten mitgetheilt die Schallempfindung hervorrufen.

Suchen wir dies noch etwas anschaulicher zu machen! Wenn irgend ein elastischer Körper, z. B. ein elastischer Stahlstreifen, Fig. 409, dessen eines Ende fest eingeklemmt ist, aus seiner Gleichgewichtslage heraus gebogen und dann sich selbst überlassen wird, so oscillirt er eine Zeit lang mit mehr oder minder grosser Geschwindigkeit zwischen zwei Gränzlagen hin und her, wie dies in unserer Figur angedeutet ist. Indem sich nun das obere Ende des Stahlstreifens rasch von l bis l' bewegt, werden die zunächst rechts von ihm liegenden Luftschichten gleichfalls nach der rechten Seite hingetrieben und dadurch entsteht hier eine Verdichtung der Luft. Indem aber die comprimirte Luft sich in Folge ihrer Elasticität wieder ausdehnt, übt sie einen Stoss auf die zunächst folgenden Luftschichten aus und so wird die ursprünglich vom oscillirenden Körper ausgehende Bewegung, wie später noch ausführlicher nachgewiesen werden soll, der Reihe nach von einer Luftschicht zur andern übertragen, und die Verdichtung, welche der oscillirende Körper zunächst nur in den benachbarten Schichten hervorgebracht hatte, pflanzt sich in Folge dessen mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit fort.

Fig. 409.



Während nun so die Verdichtungswelle mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich fortpflanzt, schwingt der oscillirende Körper in seine Gränzlage zur Linken zurück; dadurch werden nun die zunächst rechts vom Stahlstreif befindlichen Luftschichten gleichfalls nach der Linken gerissen, es entsteht rechts vom Stahlstreif eine Luftverdünnung, die sich in gleicher Weise verbreitet, wie vorher die Verdichtung, indem nun die aufeinander folgenden Luftschichten der Reihe nach ihre Oscillationsbewegung nach der linken Seite hin ausführen.

So erzeugt denn jede vollständige Oscillation des tönenden Körpers, d. h. jede hin und her gehende Bewegung desselben eine neue Verdichtungs- und eine ihr folgende Verdünnungswelle, welche alle mit gleicher Geschwindigkeit fortschreitend sich in gleichen Zwischenräumen einander folgen, wie dies durch Fig. 410 anschaulich gemacht werden soll, wo die Verdichtungswellen, welche von der etwa durch den Anschlag eines Hammers zum Tönen gebrachten Glocke ausgehen, durch dunklere Schattirung angedeutet sind.

Eine eingehendere Betrachtung der dabei stattfindenden Vorgänge für die folgenden Paragraphen vorbehaltend, haben wir hier vorläufig nur

Fig. 410.

ein anschauliches Bild der Entstehung und Verbreitung der Schallwellen geben wollen.

Stehende Schwingungen und fortschreitende Wellen. 151

Betrachtet man die im vorigen Paragraphen besprochenen Vorgänge näher, so zeigt sich zunächst ein wesentlicher Unterschied zwischen den Schwingungen des schallerzeugenden Körpers und den Vibrationen der Theilchen des schallverbreitenden Mediums. Die Schwingungen des schallerzeugenden Körpers sind der Art, dass alle Theilchen gleichzeitig in Bewegung gerathen, gleichzeitig ihre Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig die Gränzen ihrer Oscillationsamplitude erreichen und gleichzeitig ihren Rückweg beginnen. Von dieser Art, welche Weber als stehende Schwingungen bezeichnet, sind die Schwingungen des Stahlstabes Fig. 409, die Schwingungen einer gespannten Saite u. s. w. Alle tönenden Körper befinden sich im Zustande stehender Schwingungen.

Nur Körper von verhältnissmässig geringen Dimensionen, bei denen eine an irgend einer Stelle bewirkte Verschiebung der Theilchen aus ihrer Gleichgewichtslage sich momentan oder doch in verschwindend kleinen Zeittheilchen bis zu den äussersten Gränzen fortpflanzt, können in den Zustand stehender Schwingungen versetzt werden. Sind dagegen die Dimensionen eines elastischen Mediums so bedeutend, dass eine namhafte Zeit vergeht, bis die an irgend einer Stelle erregte Oscillationsbewegung auf entfernte Stellen fortgepflanzt wird, so entstehen fortschreitende Wellen, deren Wesen darin besteht, dass jedes folgende Theilchen dieselben Oscillationen macht wie das vorhergehende, nur mit dem Unterschiede, dass es seine Bewegung um so später be-

ginnt, je weiter es von dem Ursprung der Wellenbewegung entfernt ist.

Beispiele von Wellenbewegung liefert uns eine ruhige Wasserfläche, auf welche man einen Stein fallen lässt (wo aber nicht die Elasticität des Wassers, sondern die Schwere desselben die Kraft ist, welche die Oscillationsbewegung der Wassertheilchen bedingt); ein sehr langes gespanntes Seil, gegen welches man nahe an einem Ende einen kräftigen Schlag führt; die Schallwellen in der Luft u. s. w. Wir werden diese verschiedenen Wellenbewegungen alsbald näher betrachten.

Die Oscillationsdauer eines im Zustand stehender Schwingungen befindlichen Körpers kann nun unter Umständen grösser oder kleiner sein. Ist sie gross, so dass nur wenig Schwingungen in einer Secunde ausgeführt werden, so kann man die einzelnen Oscillationen mit dem Auge verfolgen; das ist aber nicht mehr möglich, wenn die Schwingungsdauer zu kurz, also die Schwingungszahl (d. h. die Zahl der in einer Secunde vollendeten Oscillationen) zu gross ist. In diesem Falle aber, in welchem man die einzelnen Oscillationen nicht mehr unterscheiden kann, kann ihre Gesammtwirkung noch einen Eindruck hervorbringen, indem sie in den umgebenden Medien Wellenbewegungen erzeugt, durch welche sie bis zu besonders eingerichteten Sinnesorganen fortgeleitet werden und hier eine eigenthümliche Empfindung veranlassen.

So veranlassen Vibrationen elastischer Körper, deren Schwingungsdauer innerhalb gewisser, bald näher zu besprechender Gränzen liegt, in der Luft oder anderen elastischen Medien Wellen, welche, in abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen bestehend, bis zum Ohre fortgepflanzt als Schall wahrgenommen werden.

Noch ungleich schnellere Vibrationen der einzelnen Köpertheilchen bringen, durch die Wellenbewegung eines eigenthümlichen elastischen Fluidums, welches wir Aether nennen, bis in unser Auge fortgepflanzt, hier den Eindruck des Lichtes hervor.

Da nun sowohl Schall- als Lichtvibrationen durch Wellenbewegungen fortgepflanzt werden, so wollen wir zunächst die wichtigsten Gesetze der Wellenbewegung überhaupt etwas näher betrachten und diese Betrachtung mit den Wasserwellen beginnen, weil von ihnen doch der Begriff der Welle entnommen ist und weil durch das Verständniss der Wasserwellen das Verständniss anderer Wellenbewegungen, namentlich der Schallwellen, welche uns hier vorzugsweise interessiren, sehr erleichtert wird.

152 **Wasserwellen.** Wenn man einen Stein ins Wasser wirft, so bilden sich kreisförmige Wellen, welche sich von einem Mittelpunkte (der Stelle, wo der Stein ins Wasser fiel) aus nach allen Richtungen mit gleichförmiger Geschwindigkeit verbreiten, wenn nicht irgend eine störende Ursache wirkt. Die Wellen bestehen aus abwechselnden Bergen und Thälern, welche ziemlich rasch auf einander folgen und welche in der Richtung von dem Mittelpunkte nach aussen hin fortschreiten.

Digitized by Google

Während nun ein Wellenberg nach aussen hin fortschreitet, nehmen nicht etwa auch die einzelnen Wassertheilchen an dieser fortschreitenden Bewegung Theil; denn wenn ein Stückchen Holz auf dem Wasser schwimmt, so sieht man, wie es abwechselnd gehoben wird und sich dann wieder senkt, wenn Wellenberge und Wellenthäler gleichsam unter ihm wegziehen.

Die Kraft, durch welche die Wasserwellen hier fortgepflanzt werden, ist die Schwere; denn wenn durch irgend eine Ursache in der horizontalen Wasserfläche eine Erhöhung oder Vertiefung hervorgebracht wird, so wirkt alsbald die Schwere der einzelnen Wassertheilchen, um die gestörte horizontale Ebene wieder herzustellen; dadurch wird eine Oscillationsbewegung hervorgebracht, welche nach und nach von Theilchen zu Theilchen fortgepflanzt wird.

Sobald sich einmal regelmässige Wellen gebildet haben, beschreiben die einzelnen Wassertheilchen an der Oberfläche während des Fortschreitens der Welle in sich zurückkehrende Curven, welche im Falle der grössten Regelmässigkeit Kreise sind; nur in solchen Fällen, in welchen der dem Gipfel vorangehende Theil des Wellenberges dem folgenden nicht gleich ist, beschreiben die einzelnen Wassertheilchen Curven, die nicht in sich geschlossen sind, von der Art, wie sie Fig. 411 dargestellt sind.

Die Bewegung der einzelnen Wassertheilchen während des Fortschreitens der Welle ist von den Gebrüdern Weber durch eine Reihe genauer Versuche ermittelt worden. Sie bedienten sich zu diesen Versuchen einer grösseren und einer kleineren Wellenrinne. Die kleinere war ungefähr $4\frac{1}{2}$ Fuss lang und über 8 Zoll tief; die beiden Seitenwände wurden durch Glastafeln gebildet, welche 6,7 Linien weit von einander abstanden; bei der grösseren, welche einen 6 Fuss langen, 2,5 Fuss tiefen und 1 Zoll 1,4 Linien breiten Raum einschloss, waren die Seitenwände durch Bretter gebildet, in denen nur an einzelnen Stellen Glasstreifen wasserdicht eingesetzt waren. (Wellenlehre auf Experimente gegründet von den Brüdern F. H. Weber und W. Weber, Leipzig 1825.)

Fig. 411.

Betrachten wir nun den Zusammenhang zwischen der Bewegung der einzelnen Wasstertheilchen und dem Fortschreiten der Welle etwas genauer.

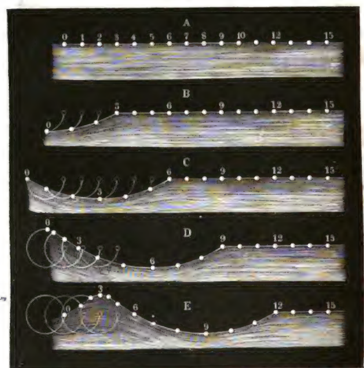
Nehmen wir an, eine ganz regelmässige Wellenbewegung habe sich, von der Linken zur Rechten fortschreitend, bis zu dem Wassertheilchen 0, Fig. 412 (a. f. S.), fortgepflanzt und veranlasse dieses Theilchen, nun eine kreisförmige Bahn zurückzulegen. Während nun das Theilchen 0 zum ersten Male seine Kreisbahn vollendet, wird die Bewegung eine bestimmte Strecke sich fortpflanzen. Das mit 12 bezeichnete Wassertheilchen sei nun dasjenige, bis zu welchem sich die Oscillationsbewegung von 0 aus fortpflanzt, während 0 eine Umdrehung vollendet, so wird 12 seine erste Umdrehung in demselben Momente beginnen, in welchem 0 seine zweite Umdrehung beginnt.

Denken wir uns nun den Umfang des Kreises, welchen das Theilchen 0 beschreibt, und ebenso den Raum zwischen 0 und 12 in 12 gleiche

Digitized by Google

Theile getheilt, so wird die Wellenbewegung in der Richtung von 0 nach 12 immer um eine Abtheilung weiter schreiten, während das Theilchen 0 gerade $^1/_{12}$ seiner kreisförmigen Bahn zurücklegt.

Fig. 412.



Während das Theilchen 0 das erste Zwölftel seiner Bahn zurücklegt, pflanzt sich also die Wellenbewegung bis 1, während 0 das erste Viertel seiner Bahn zurücklegt, pflanzt sie sich bis 3 fort.

Fig. 412 B stellt den Moment dar, in welchem das Theilchen 0 den vierten Theil oder $^3/_{12}$ des Kreises zurückgelegt hat, den es durchlaufen soll; das Theilchen 1 hat in diesem Augenblicke $^2/_{12}$, das Theilchen 2 hat $^1/_{12}$ seiner Kreisbahn zurückgelegt, das Theilchen 3 ist noch nicht aus seiner Gleichgewichtslage verrückt.

Die Fig. 412 C bezieht sich auf den Augenblick, in welchem das Theilchen 0 die Hälfte seiner Bahn zurückgelegt hat; das Theilchen 1 hat $^5/_{12}$, das Theilchen 2 hat $^4/_{12}$, das Theilchen 3 hat $^3/_{12}$ seiner Bahn zurückgelegt, die Theilchen 4 und 5 befinden sich in derselben Lage wie die Theilchen 1 und 2 der vorigen Figur. Das Theilchen 6 ist noch nicht aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, beginnt aber eben seine Bewegung.

Digitized by Google

Hier hat das Theilchen 3 seine tiefste Stellung erreicht; es befindet sich in der Mitte eines Wellenthals.

Wenn nun abermals $^1/_{12}$ der Zeit vergangen ist, welche ein Theilchen braucht, um seinen Kreislauf ganz zu vollenden, so wird das Theilchen 3 in eine solche Lage gegen seine ursprüngliche Stellung gekommen sein, wie es jetzt für das Theilchen 2 der Fall ist; das Theilchen 4 hat seine tiefste Stellung erreicht, es ist um $^1/_4$ Kreis von seiner Gleichgewichtslage entfernt; das Wellenthal ist also in diesem Zeittheilchen von 3 bis 4 fortgerückt.

Fig. 413.

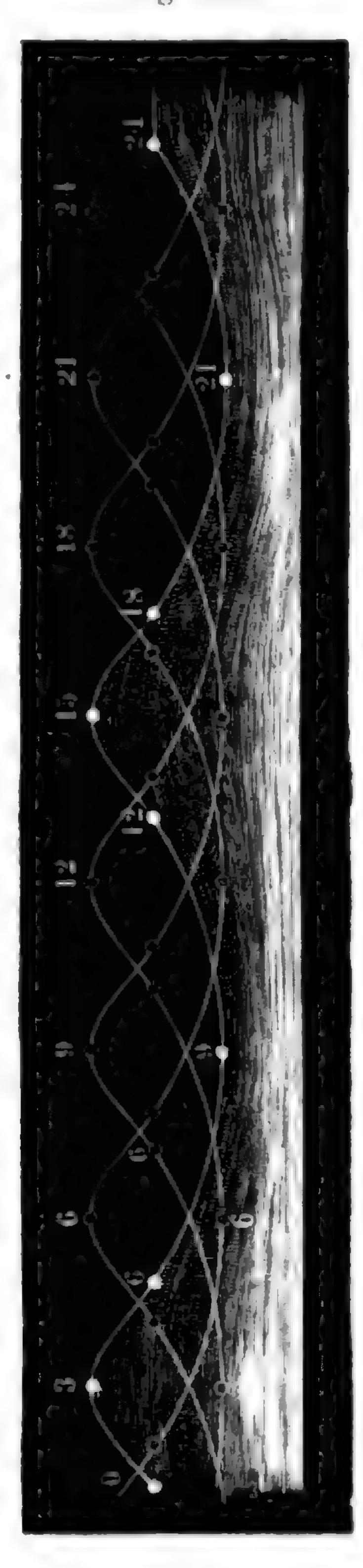


Fig. 412 D stellt den Moment dar, wo das Theilchen 0 $^3/_4$ seines Weges zurückgelegt, wo es den höchsten Punkt seiner Bahn erreicht hat; hier ist also der Gipfel eines Wellenberges. Das Theilchen 1 hat bereits $^8/_{12}$, 2 hat $^7/_{12}$, 3 hat $^6/_{12}$ seiner Bahn zurückgelegt; die Theilchen 4, 5, 6, 7, 8 befinden sich in derselben Lage, wie 1, 2, 3, 4 und 5 der vorigen Figur. Von dem Momente an, auf welchen sich Fig. 412 C bezieht, bis zu dem Momente, welchen Fig. 412 D darstellt, ist das Wellenthal von 3 bis 6 fortgerückt.

Während das Theilchen 0 das letzte Viertel seiner Bahn zurücklegt, schreitet der Wellenberg von 0 bis 3, das Wellenthal von 6 bis 9 fort, und in demselben Moment, wo 0 seine Bahn zum ersten Male zurückgelegt hat, um sie zum zweiten Male zu beginnen, wird das Theilchen 12 zum ersten Male seine Bewegung anfangen.

Dieser Moment ist in Fig. 412 E dargestellt, welche wohl keiner Erläuterung mehr bedarf.

Der schraffirte Theil der Fig. 413 stellt den Wellenzug für den Augenblick dar, in welchem das Theilchen 0 zum zweiten Male seine Oscillation vollendet hat; in diesem Moment wird das Theilchen 12 zum ersten Male eine Oscillation vollendet und die Bewegung überhaupt sich bis 24 fortgepflanzt haben; ein Wellenberg ist in 3, ein zweiter in 15, ein Wellenthal in 9, ein zweites in 21.

Wenn nun die Wellenbewegung ungestört fortdauert, so werden dadurch, dass die einzelnen Wassertheilchen fortfahren, ihre Kreisbahnen zu durchlaufen, die Wellenberge sowohl als die Wellenthäler gleichmässig in der Rich-

Digitized by Google

tung von der Linken zur Rechten fortschreiten, indem ein Theilchen nach dem anderen den höchsten oder tiefsten Punkt seiner Bahn erreicht.

Von dem eben besprochenen Moment an gerechnet werden die Theilchen 6 und 18 nach $^1/_4$, die Theilchen 9 und 21 nach $^1/_2$, die Theilchen 12 und 24 nach $^3/_4$ der ganzen Oscillationsdauer auf dem Gipfel des Wellenberges angekommen sein. Die Welle wird also der Reihe nach die in Fig. 413 durch ausgezogene Curven angedeuteten Lagen einnehmen.

So schreitet denn Wellenberg und Wellenthal dadurch voran, dass allen Wassertheilchen dieselbe Kreisbewegung mitgetheilt wird, dass aber jedes folgende Theilchen dieselbe später beginnt als das vorangehende.

Die Entfernung von einem Theilchen bis zum nächsten, welches sich in gleichen Schwingungszuständen befindet, also die Entfernung von 0 bis 12, von 12 bis 24, heisst eine Wellenlänge; denn jene Theilchen beginnen gleichzeitig ihre Oscillation, sie erreichen gleichzeitig ihren tiefsten und ihren höchsten Stand. Demnach ist auch die Entfernung von dem Gipfel eines Wellenberges bis zum nächsten, also in unserer Figur von 3 bis 15, von der Mitte eines Wellenthales bis zur Mitte des nächsten Wellenthales, also hier von 9 bis 21, eine Wellenlänge.

Solche Theilchen, welche um $^1/_2$ Wellenlänge von einander entfernt sind, wie 0 und 6, 3 und 9, 9 und 15, befinden sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen. Das Theilchen 9 z. B. bildet eben den tiefsten Punkt eines Wellenthales, 3 und 15 dagegen den Gipfel eines Wellenberges. Die Theilchen 0 und 6 befinden sich zwar beide in der Höhe ihrer Gleichgewichtslage, allein die Bewegung von 0 ist nach unten, die von 6 ist nach oben gerichtet.

Während ein Theilchen eine ganze Oscillation vollendet, schreitet die Welle um eine Wellenlänge voran.

Die nähere Betrachtung des Verhältnisses zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen, der Grösse und Dauer der Oscillationen und der Gestalt der Wellen, der Oscillationsbewegung der Theilchen im Inneren der Flüssigkeit, der Abnahme der Höhe der Wellenberge und Thäler mit der Entfernung von dem Ursprunge der Welle, die Bildung der Wellen auf grossen Gewässern unter dem Einflusse des Windes würde uns hier zu weit führen; wir müssen in dieser Beziehung auf das schon oben genannte classische Werk der Gebrüder Weber verweisen. Ebenso lassen wir hier die Erscheinungen der Reflexion und Interferenz der Wasserwellen unberücksichtigt, da wir die entsprechenden Erscheinungen bei den Schall- und Lichtwellen doch näher untersuchen müssen.

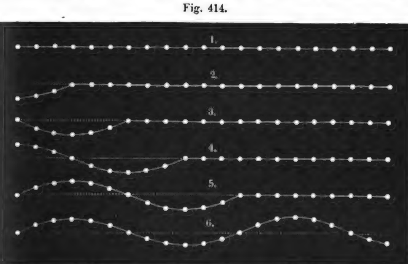
153 **Seilwellen.** Es ist schon bemerkt worden, dass die Bahnen der Wassertheilchen nicht immer, wie wir in unseren Zeichnungen annahmen, genau kreisförmig, ja nicht einmal immer in sich selbst zurückkehrende

Digitized by Google

Curven sind. Häufig geht die kreisförmige Bahn in eine elliptische über, indem bald der horizontale, bald der verticale Durchmesser der grössere ist. Wäre der horizontale Durchmesser gleich Null, so würden die einzelnen Theilchen nur rechtwinklig zu der Richtung, nach welcher sich die Wellen fortpflanzen, auf und nieder oscilliren. Eine Bewegung der Art ist es, welche die Wellen am gespannten Seile fortpflanzt. Später werden wir auch eine solche Wellenbewegung bei der Lehre vom Lichte kennen lernen.

Die Curven 1 bis 6, Fig. 414, sollen dazu dienen, die Fortpflanzung solcher Wellen, also etwa der Seilwellen, anschaulich zu machen. Diese

Fig. 414.



Curven entsprechen ganz den Figuren 412 und 413; sie lassen sich aus diesen ableiten, wenn man den horizontalen Theil der Bewegung gleich Null setzt, sie werden deshalb auch ohne weitere Erklärung verständlich sein.

Wenn eine Seilwelle, gegen den einen Befestigungspunkt fortschreitend, an demselben angekommen ist, so wird sie reflectirt, sie kehrt wieder nach dem anderen Ende zurück und läuft so mehrmals hin und her. Wenn aber nun fortwährend neue Wellen erzeugt werden, so wird es kommen, dass die reflectirten Wellen den neu ankommenden begegnen; durch das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme aber bilden sich stehende Wellen.

Fortpflanzung des Schalles. Jeder Körper, welcher sich im Zustande stehender Schwingungen befindet, veranlasst in den ihn umgebenden elastischen materiellen Medien eine Wellenbewegung, welche, bis zu unserm Ohre fortgepflanzt, die Empfin- 154

Digitized by Google

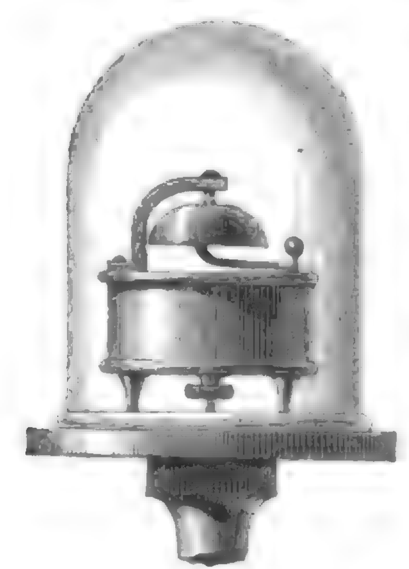
dung des Schalles hervorbringt. In der Regel ist es freilich die Luft, in welcher sich die Schallwellen bis zu unserem Gehörorgane fortpflanzen, doch sind auch alle anderen elastischen Körper, feste sowohl wie flüssige, fähig, den Schall mehr oder weniger gut zu leiten.

Durch stehende Schwingungen elastischer Körper wird also der Schall erzeugt, durch eine Wellenbewegung elastischer Medien wird er fortgepflanzt.

Zur Fortpflanzung des Schalles sind materielle Medien unbedingt erforderlich; das Vacuum kann den Schall nicht leiten.

Um dies zu zeigen, setze man auf den Teller der Luftpumpe ein aufgezogenes Weckerwerk, Fig. 415, jedoch so, dass die Füsse desselben nicht direct auf dem Teller aufstehen, sondern auf einem Kissen von Wolle oder Kattun oder auch auf einigen auf einander gelegten Plättchen von dickem vulcanisirten Kautschuk ruhen. Durch das Uhrwerk wird ein Hammer, welcher sich bei unserer Vorrichtung im Inneren der Glocke befindet, bald auf der einen, bald auf der anderen Seite derselben angeschlagen. Der dadurch erzeugte Schall wird sogleich schwächer, wenn man die gläserne Luftpumpenglocke aufsetzt, aber immerhin bleibt er noch deutlich hörbar; wird aber nun evacuirt, so verschwindet der Ton vollständig. Lässt man dann die Luft allmälig wieder eintreten, so unterscheidet man alsbald den Ton, welcher stärker und stärker wird, wenn sich die Glocke mehr und mehr mit Luft füllt. Der Schall kann sich also nicht durch den leeren Raum fortpflanzen.

Fig. 415.



Der grösste Lärm auf der Erde kann sich demnach nicht über die Gränzen unserer Atmosphäre verbreiten, dagegen kann aber auch von keinem anderen Himmelskörper nur das mindeste Geräusch bis zu unserer Erde dringen; die furchtbarsten Explosionen könnten auf dem Monde stattfinden, ohne dass wir davon etwas hörten.

Saussure sagt, dass auf dem Gipfel des Montblanc ein Pistolenschuss weniger Geräusch macht, als wenn man in der Ebene ein Kinderkanönchen losschiesst, und Gay-Lussac fand, mit seinem Ballon in einer Höhe von 7000 Metern, also in einer sehr verdünnten Luft schwebend, dass die Intensität seiner Stimme ungemein abgenommen hatte.

Nicht in der Luft allein, sondern in allen Gasen und Dämpfen kann sich der Schall verbreiten. Um sich davon zu überzeugen, braucht man nur die Gase oder Dämpfe in das Vacuum eintreten zu lassen, in welchem sich das gehende Weckerwerk Fig. 415 befindet.

Im Wasser pflanzt sich der Schall sehr gut fort, die Taucher hören, was am Ufer gesprochen wird, und am Ufer hört man deutlich, wenn in grossen Tiefen zwei Steine an einander geschlagen werden.

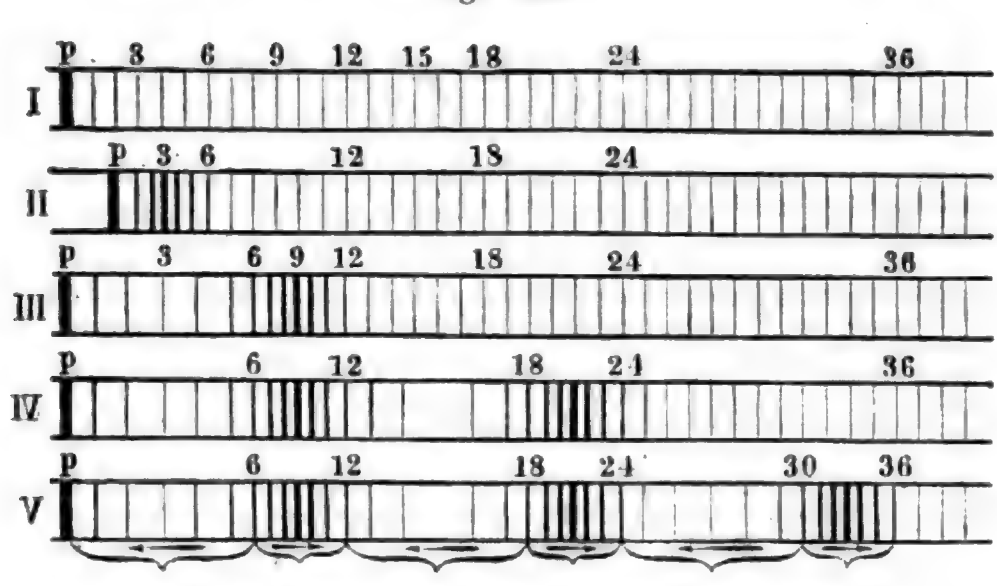
Digitized by Google

Die festen Körper endlich können den Schall nicht allein erzeugen, sondern auch fortpflanzen. Wenn man dem einen Ende eines 60 bis 70 Fuss langen Balkens das Ohr nähert, so hört man deutlich, wenn am anderen Ende nur schwach angeklopft wird, wenngleich das Geräusch in der Luft so schwach ist, dass es selbst der kaum hört, welcher es hervorgebracht hat.

Schallwellen. Um die Art und Weise, wie sich die Schallschwin- 155
gungen in der Luft fortpflanzen, anschaulich zu machen, wollen wir uns denken, dass die Luft in einer an einem Ende offenen Röhre durch die Oscillationen eines am anderen Ende angebrachten Kolbens in Schwingungen versetzt wird.

In Fig. 416 ist eine solche Röhre dargestellt; die bei I gleich weit von einander stehenden Striche stellen einzelne Schichten der überall gleich

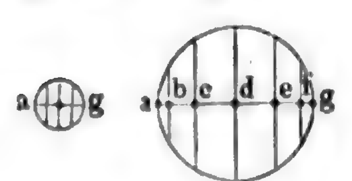
Fig. 416.



dichten Luft dar; p ist der Kolben. Dieser Kolben soll um die Länge ag Fig. 417, rasch hin und her gehen; und zwar wollen wir annehmen, dass er diese Oscillationen nach den Gesetzen der Pendelschwingungen ausführe.

Denken wir uns demnach die Zeit, welche der Kolben zu einem Hin- und Hergange braucht, in 12 gleiche Theile getheilt, so findet man die Punkte, in welchen er sich in jedem dieser 12 Momente befindet, durch die auf Seite 281 besprochene Construction. Diese Construction ist in Fig. 417 für die Oscillationsamplitude ag des Kolbens ausgeführt und es sind auf diese Weise auf ag die Stellen bezeichnet, in welchen der Kolben nach $^1/_{12}$, $^2/_{12}$, $^3/_{12}$ u. s. w. seiner Oscilllationsdauer ankommen wird. Da nun aber die der Bewegung des Kolbens in Fig. 416 zu klein ist, als dass man der entsprechenden Constructionsfigur, Fig. 417, noch die zur weiteren Besprechung nöthigen Buchstaben beisetzen könnte, so

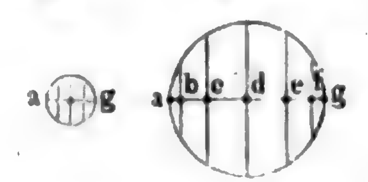
Fig. 417. Fig. 418.



Digitized by Google

ist dieselbe Construction in Fig. 418 auch noch in grösserem Maassstabe ausgeführt worden und dieser Figur sind dann die Buchstaben beigesetzt worden, welche bei der folgenden Auseinandersetzung stets auf die entsprechenden Punkte der kleinen Constructionsfigur zu beziehen sind.

Fig. 417. Fig. 418.



Im ersten Zwölftel seiner Oscillationsdauer legt der Kolben den kleinen Weg *ab* zurück; in den folgenden gleich grossen Zeittheilchen die Wege *bc*, *cd*, *de* u. s. w. Die anfangs langsame Bewegung nimmt also alsbald an Geschwindigkeit zu. In *d* erreicht der Kolben seine grösste Geschwindigkeit; von da an wird seine Bewegung wieder langsamer, bis er das Ende seiner Bahn erreicht, wo seine Bewegung in die entgegengesetzte übergeht. Im 7ten, 8ten, 9ten u. s. w. Zwölftel seiner Oscillationsdauer legt dann der Kolben die Wege *gf*, *fe*, *ed* u. s. w. zurück.

Diese Bewegung des Kolbens pflanzt sich nun nach und nach auf alle die einzelnen Luftschichten der Röhre fort, jede derselben wird nach einiger Zeit dieselben Oscillationen machen wie der Kolben selbst, sie wird aber diese Bewegung um so später beginnen, je weiter sie von dem Kolben entfernt ist.

Wenn die Luft vollkommen unelastisch und starr wäre, so würde durch die Bewegung des Kolbens die ganze Luftsäule in der Röhre fortgeschoben werden, alle einzelnen Luftschichten würden gleichzeitig dieselbe Bewegung, und zwar die des Kolbens, haben; die Luft ist aber elastisch, die Bewegung pflanzt sich nur nach und nach fort, und zwar dadurch, dass die dem Kolben zunächst liegenden Schichten erst comprimirt werden und dann vermöge ihrer Elasticität auf die folgenden wirken.

Betrachten wir den Zustand der Luftsäule in dem Moment, in welchem der Kolben zum ersten Male seinen Weg nach der rechten Seite hin vollendet hat, wie dies in Nro. II Fig. 416 dargestellt ist.

Der Kolben ist eben zur Ruhe gekommen, um seine rückgängige Bewegung anzufangen, die Luftschicht 3 aber hat in ihrer Bewegung von der Linken zur Rechten eben ihre grösste Geschwindigkeit erreicht.

Die	Luftschicht	1	ist	um	die	Länge	*af*
„	„	2	„	„	„	„	*ae*
„	„	3	„	„	„	„	*ad*
„	„	4	„	„	„	„	*ac*
„	„	5	„	„	„	„	*ab*
„	„	6	„	„	„	„	0

von ihrer ursprünglichen in I dargestellten Lage entfernt, und daraus ergiebt sich die gegenseitige Lage der Schichten, wie sie in II verzeichnet ist. Bei 3 findet die stärkste Verdichtung der Luft statt.

Während nun der Kolben von der Stellung II zu seiner ursprünglichen Lage zurückkehrt, pflanzt sich die Bewegung bis zur Luftschicht 12

Digitized by Google

fort; diese Luftschicht beginnt ihre Bewegung zum ersten Male in demselben Augenblicke, in welchem der Kolben zum zweiten Male nach der Rechten zu gehen beginnt. Die Lage der einzelnen Luftschichten zwischen 12 und dem Kolben, wie sie diesem Moment entspricht und wie sie in Nro. III dargestellt ist, ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Während der Kolben und die Luftschicht 12 ihre ursprüngliche Lage einnehmen und momentan in Ruhe sind, sind alle zwischenliegenden Luftschichten von ihrer ursprünglichen Lage entfernt; alle Luftschichten zwischen dem Kolben und 6 haben eine rückgängige Bewegung von der Rechten zur Linken, diejenigen zwischen 6 und 12 gehen von der Linken zur Rechten.

Die	Luftschicht	1	ist	um	die	Länge	*ab*
„	„	2	„	„	„	„	*ac*
„	„	3	„	„	„	„	*ad*
„	„	4	„	„	„	„	*ae*
„	„	5	„	„	„	„	*af*
„	„	6	„	„	„	„	*ag*
„	„	7	„	„	„	„	*af*
„	„	8	„	„	„	„	*ac*
„	„	9	„	„	„	„	*ad*
„	„	10	„	„	„	„	*ac*
„	„	11	„	„	„	„	*ab*
„	„	12	„	„	„	„	0

von ihrer ursprünglichen Lage entfernt; daraus ergiebt sich, dass bei 9 die stärkste Verdichtung, bei 3 aber die stärkste Verdünnung der Luft stattfindet; die Luftschicht 3 hat eben ihre grösste Geschwindigkeit nach der linken, die Luftschicht 9 hat ihre grösste Geschwindigkeit nach der rechten Seite hin.

Wenn nun der Kolben in Ruhe bliebe, so würde zunächst die Luftschicht 1, dann 2, 3, 4 u. s. w. in ihrer ursprünglichen Lage wieder ankommen, um daselbst ebenfalls in Ruhe zu bleiben, während die Bewegung sich nach der rechten Seite fortpflanzt; in dem Moment z. B., in welchem 3 in seiner ursprünglichen Lage wieder ankommt, wird sich die Bewegung bis 15 fortgepflanzt haben, das Maximum der Verdichtung wird bei 12, das Maximum der Verdünnung wird bei 6 ankommen. In dem Augenblicke, in welchem 12 wieder in seiner ursprünglichen Lage ankommt, ist das Maximum der Verdünnung bis 15, das Maximum der Verdichtung bis 21 fortgeschritten, die Luftschicht 24 beginnt aber eben sich nach der Rechten zu bewegen u. s. w.

Macht nun der Kolben noch eine zweite Oscillation, so folgt der ersten Welle eine zweite, wie dies in Nro. IV dargestellt ist, welche den Moment zeigt, in welchem der Kolben eben seinen zweiten Hin- und Hergang vollendet hat.

Vom Kolben bis 12 ist eine, von 12 bis 24 eine zweite Wellenlänge, denn die Länge einer Welle ist ja die kleinste Entfernung zweier Theilchen,

Digitized by Google

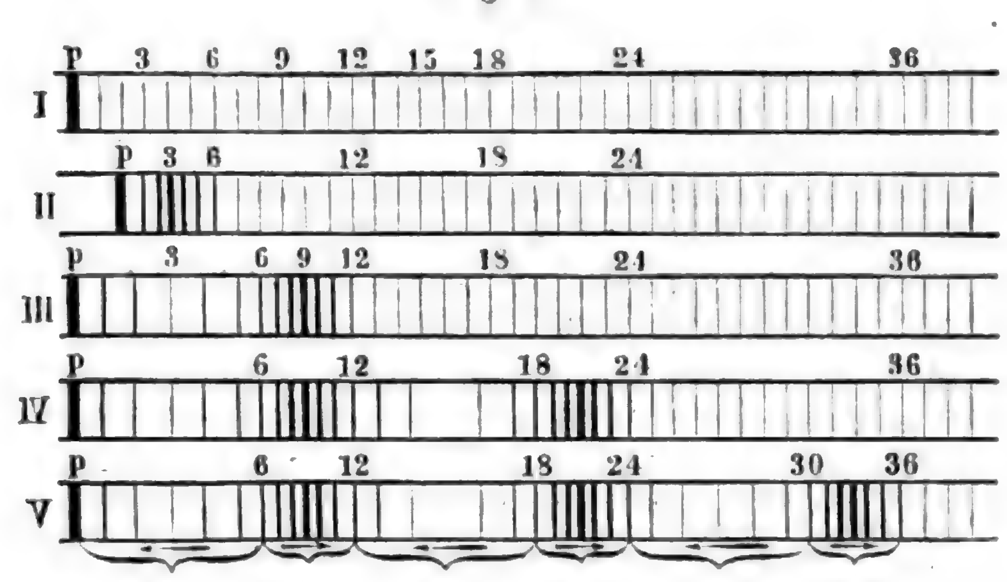
welche sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden; der Kolben und die Luftschichten 12 und 24 beginnen, im Falle der Kolben seine Oscillation fortsetzt, gleichzeitig ihre Bewegung nach der Rechten; sie durchlaufen ihren Weg nach der rechten Seite hin und wieder zurück stets in gleichen Zeiten und in gleicher Weise.

Jede Welle besteht aus einem verdünnten und einem verdichteten Theile; ersterer entspricht dem Wellenthale, letzterer dem Wellenberge der Wasserwellen.

Die Entfernung von einem Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung bis zum nächsten, also von 9 bis 21, oder von 3 bis 15, ist gleichfalls eine Wellenlänge.

Nro. V, Fig. 419, bezieht sich auf den Moment, in welchem der Kolben zum dritten Male seine Oscillation vollendet, wo er also drei vollständige sich einander folgende fortschreitende Wellen erzeugt hat. In dieser Figur sind immer diejenigen Luftschichten, welche sich nach derselben Richtung bewegen, mit einer Klammer zusammengefasst. Die Mitte einer

Fig. 419.



Klammer entspricht immer einem Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung; die hier befindlichen Luftschichten haben eben ihre grösste Geschwindigkeit entweder nach der Rechten oder nach der Linken. Die Luftschichten, welche da sich befinden, wo zwei Klammern zusammentreffen, befinden sich momentan in Ruhe, indem sie sich gerade am rechten oder am linken Ende der Bahn befinden, welche sie während ihrer Oscillationen hin und her durchlaufen.

Eine mehr mathematisch gehaltene Entwickelung dieses Gegenstandes findet man in meinem mathematischen Supplementband Seite 101.

Um die Principien der Wellenbewegung überhaupt und namentlich auch die Verbreitung der Schallwellen in der Luft anschaulich zu machen, haben Wheatstone und Eisenlohr mehrere für Vorlesungen sehr zu empfehlende Apparate construirt. Den gleichen Zweck habe ich durch meine nach dem Princip des (später zu besprechenden) Phenakistoskops

Digitized by Google

construirte Wellenscheibe zu erreichen gesucht, welche Herr Joh. Val. Albert Sohn in Frankfurt a. M. nach meinen Angaben hat ausführen lassen und von welcher kürzlich eine verbesserte Auflage erschienen ist.

Wir haben bisher der Einfachheit wegen die Fortpflanzung der Luftwellen in einer Röhre betrachtet; ganz in derselben Weise pflanzen sich aber auch die Wellen in freier Luft von den oscillirenden Körpern nach allen Seiten hin fort. So wie sich um die Stelle des Wassers, in welche der Stein hineingefallen ist, kreisförmige Wellen bilden, so bilden sich um den oscillirenden Körper kugelförmige Luftwellen.

Verschiedenheit der Schallempfindungen. Die Eindrücke, 156
welche unser Ohr wahrzunehmen vermag und welche man mit dem gemeinschaftlichen Namen des Schalles bezeichnet, sind von sehr mannigfaltiger Art. Zunächst unterscheiden wir zwischen Geräuschen (Zischen, Plätschern, Rasseln u. s. w.) und musikalischen Klängen oder Tönen. Die Empfindung eines Klanges wird durch regelmässige Oscillationen des tönenden Körpers, also durch periodische Bewegungen hervorgebracht, während Geräusche von nicht periodischen Bewegungen herrühren.

Die verschiedenen Klänge oder Töne unterscheiden sich aber untereinander

1) durch ihre Tonhöhe,
2) durch ihre Stärke,
3) durch ihre Klangfarbe.

Die alten Griechen hatten zwar die Unterschiede der Tonhöhe musikalisch richtig erfasst, sie waren aber nicht im Stande dieselben physikalisch zu definiren. Allerdings hatte Pythagoras die musikalischen Intervalle durch Zahlen ausgedrückt, die er auf empirische Weise gefunden hatte. Er hatte nemlich die Erfahrung gemacht, dass man die Octav, die Quint, die grosse Terz eines Tones erhält, wenn man die Saite, welche diesen Grundton giebt, bei unveränderter Spannung auf $^1/_2$ auf $^2/_3$ auf $^4/_5$ ihrer ursprünglichen Länge verkürzt, und er schloss daraus, dass das Intervall der Octav durch das Zahlenverhältniss 1 : 2, das Intervall der Quint durch das Verhältniss 2 : 3 u. s. w. charakterisirt sei. Die Beziehung dieser Zahlen zu den Tönen wurde aber im Alterthum sowohl wie auch vorzugsweise im Mittelalter nur mystisch aufgefasst und führte, indem man auch in anderen Dingen, z. B. unter den Gestirnen, ähnlichen Zahlenverhältnissen nachspürte, zu den wunderlichsten Träumereien, wie u. a. zu denen über die Harmonie der Sphären, von denen sich selbst Männer von wissenschaftlichem Geiste, wie Kepler, nicht ganz frei zu machen im Stande waren.

Erst im 17ten Jahrhundert wurde es richtig erkannt, wodurch die Verschiedenheit der Tonhöhe bedingt und welches die physikalische Bedeutung der Pythagoräischen Zahlen sei. Diesen wichtigen Fortschritt verdankt die Wissenschaft dem Minoritenpater Mersenne, welcher sich

Digitized by Google

schon durch die Uebersetzung der Schriften Galiläi's ins Französische ein grosses Verdienst um die exacte Mechanik erworben hatte. Ganz im Geiste der Galiläi'schen Forschung unternahm Mersenne die Untersuchung der Schwingungsgesetze gespannter Saiten, deren Resultate er im Jahre 1636 in einem Werke veröffentlichte, welches den Titel: *Harmonicorum libri* XII. führt.

Mersenne stellte zuerst den Satz auf, dass die Tonhöhe nur von der Schwingungsdauer des tönenden Körpers oder, was dasselbe ist, von seiner Schwingungszahl, d. h. von der Anzahl der Oscillationen abhängt, welche er in einer gegebenen Zeit, etwa in einer Secunde, ausführt.

Die Töne sind um so höher, je grösser ihre Schwingungszahl oder je kleiner ihre Schwingungsdauer ist.

Welches die Schwingungszahl der verschiedenen Töne ist und wie man dieselbe ermitteln kann, wird weiter unten besprochen werden.

Die Stärke, die Intensität des Tones hängt von der Amplitude der Schwingungen ab, welche der tönende Körper macht; je grösser diese Schwingungen sind, desto stärker ist der Ton.

Unter Klangfarbe oder Klangcharakter versteht man die Eigenthümlichkeiten, durch welche man bei gleicher Tonhöhe und gleicher Stärke den Ton verschiedener Instrumente unterscheiden kann. So hat z. B. derselbe Ton einen ganz anderen Charakter, je nachdem er von einer Violine, oder von einer Clarinette oder von einer Trompete herrührt.

Das Wesen der Klangfarbe ist vorzugsweise durch die Untersuchungen von Helmholtz ermittelt worden; wir werden darauf später zurückkommen.

157 **Einfluss der Oscillationsdauer auf die Wellenlänge.** Die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Schallwellen in der Luft fortpflanzen, ist, wie bald bewiesen werden wird, unabhängig von der Tonhöhe, also auch in dem oben betrachteten Falle unabhängig von der Oscillationsgeschwindigkeit des Kolbens p.

Nehmen wir nun an, der Kolben p brauche zu einer Oscillation eine doppelt so grosse Zeit als die, auf welche sich Fig. 419 bezog, so wird auch, während der Kolben einmal hin- und hergeht, die Welle doppelt so weit fortschreiten als in jenem Falle. Nach dem ersten Hin- und Hergange des Kolbens p wird die Welle bis zur Schicht 24 fortgeschritten sein (Nro. II Fig. 420) und es befindet sich für diesen Moment ein Dichtigkeitsmaximum bei 18, die grösste Verdünnung bei 6. — Nach zweimaligem Hin- und Hergange des Kolbens ist dann die Welle bis 48 fortgeschritten, wie man in Nro. III Fig. 420 sieht.

Man sieht, dass hier (Fig. 420) die Wellenlänge doppelt so gross ist als für den in Fig. 419 betrachteten Fall. Wenn man aber diese Schlussweise verallgemeinert, so ergiebt sich leicht, dass die Wellenlänge eines Tones, d. h. der Abstand von einem Dichtigkeitsmaximum

Digitized by Google

bis zum folgenden, der Schwingungsdauer des Körpers proportional ist, dessen Oscillationen die Schallwellen erzeugen.

Fig. 420.

Bezeichnen wir mit λ die Wellenlänge eines Tones, mit t die in Secunden ausgedrückte Dauer einer Oscillation des die Welle erzeugenden tönenden Körpers, so ist demnach

$$\lambda = nt \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

wenn n ein constanter Factor ist. Bezeichnet z die Anzahl der Oscillationen, welche der tönende Körper in 1 Secunde macht, so ist $t \, . \, z = 1$, also $t = \frac{1}{z}$, mithin auch

$$\lambda = \frac{n}{z} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Die Wellenlänge eines Tones verhält sich also umgekehrt wie die Schwingungszahl desselben, d. h. umgekehrt wie die Anzahl der Vibrationen, welche in 1 Secunde gemacht werden müssen, um diesen Ton zu erzeugen.

Geschwindigkeit des Schalles. Alle Töne, welches auch 158
ihre Höhe, ihre Intensität und ihre Klangfarbe sein mag, verbreiten sich in der Luft mit gleicher Geschwindigkeit; denn wenn an einer bestimmten Stelle ein Concert aufgeführt und von verschiedenen Beobachtern in verschiedenen Entfernungen angehört wird, so hören sie genau denselben Tact, dieselbe Harmonie. Wenn etwa die tiefen Töne den hohen voraneilten oder umgekehrt, so würde bald aller Tact aufhören, und was in einer Entfernung von 10 Schritten eine Harmonie ist, würde in einer Entfernung von 100 Schritten die unerträglichste Kakophonie sein.

Mersenne bestimmte die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft zu 1378, die Florentiner Akademiker bestimmten sie im Jahre 1660 zu 1111 Pariser Fuss. Seitdem sind zu gleichem Zweck viele Versuche angestellt worden, deren Resultate man im fünften Bande von Poggendorff's Annalen Seite 476 zusammengestellt findet. Hier wollen wir nun die Versuche etwas ausführlicher besprechen, welche im Jahre 1822 bei Paris durch das Personal des Bureau des longitudes ausgeführt wurden.

Digitized by Google

Die beiden Stationen, welche man gewählt hatte, waren Villejuif und Montlhery. Zu Villejuif liess der Capitän Boscary an einem etwas erhabenen Orte einen Sechspfünder mit Ladungen von 2 bis 3 Pfund Pulver aufstellen. Die um diese Kanone aufgestellten Beobachter waren Prony, Arago und Mathieu. Zu Montlhery liess der Capitän Pernetty eine Kanone von gleichem Kaliber mit gleichen Ladungen aufstellen, und hier waren Humboldt, Gay-Lussac und Bouvard die Beobachter. Die Versuche wurden in der Nacht vom 21. auf den 22. Juni 1822 gemacht und begannen um 11 Uhr Abends. Von Villejuif aus sah man deutlich das Feuer der Explosion zu Montlhery, und umgekehrt. Der Himmel war heiter und die Luft ruhig.

Man war übereingekommen, dass an jedem der beiden Orte 12 Schüsse von 10 zu 10 Minuten abgefeuert werden sollten, und dass man damit auf der Station zu Montlhery 5 Minuten früher anfangen sollte als zu Villejuif, so dass ein Beobachter, welcher gerade in der Mitte zwischen beiden Kanonen aufgestellt gewesen wäre, alle 5 Minuten einen Schuss gehört hätte, von denen der erste von Montlhery kam, der zweite von Villejuif, der dritte wieder von Montlhery u. s. w. Auf diese Weise konnte man ermitteln, ob die Windrichtung einen Einfluss auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles habe.

Die Beobachter zu Villejuif hörten vollkommen gut alle Schüsse von Montlhery, jeder von ihnen beobachtete auf seinem Chronometer die Zeit, welche von dem Moment der Lichterscheinung an bis zur Ankunft des Schalles verging. Die grösste Differenz zwischen den Resultaten der drei Beobachter bei einem und demselben Versuche überstieg nicht $^3/_{10}$ bis $^4/_{10}$ Secunden. Die längste beobachtete Zeit war 55, die kürzeste 54,7, das Mittel 54,84 Secunden.

Zu Montlhery konnte man nur 7 von den 12 Schüssen von Villejuif hören, und von diesen 7 wurde auch nicht ein einziger von den drei Beobachtern zugleich gehört; doch stimmen die Resultate ziemlich gut überein. Die längste Zeit war 54,9, die kürzeste 53,9, das Mittel 54,43 Secunden.

Man kann demnach als Mittel für die Zeit, welche der Schall brauchte, um sich von einer Station bis zur anderen fortzupflanzen, 54,6 Secunden annehmen.

Es blieb nun noch übrig, die Entfernungen der beiden Stationen genau zu ermitteln; Arago wurde damit beauftragt, und indem er sich auf die Triangulation der Gradmessung stützte, fand er, dass die beiden Kanonen in einer Entfernung von 9549,6 Toisen aufgestellt gewesen waren.

Dividirt man diese Länge durch 54,6, so findet man 174,9 Toisen oder 340,88 Meter für den Weg, den der Schall in einer Secunde zurücklegte. Die Temperatur der Luft war 16°, das Barometer zu Villejuif stand auf 756,5 Millimeter und das Saussure'sche Hygrometer auf 78°.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schalles in der Luft ist unabhängig vom Barometerstand, aber veränderlich mit der Temperatur und

Digitized by Google

dem Wassergehalte der Luft. Für trockene Luft und eine Temperatur von 0° C. ergiebt sich aus den eben besprochenen Versuchen eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 331,05 Metern in der Secunde.

Eine ähnliche Versuchsreihe stellten im Jahre 1823 Moll und van Beek in Holland und zwar mit möglichster Sorgfalt und Genauigkeit an. Es ergab sich aus derselben für trockene Luft und 0° C. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 332,05 Metern (Pogg. Annal. V).

Nach §. 155 pflanzt sich die von einem tönenden Körper ausgehende Wellenbewegung während jeder Oscillation desselben um 1 Wellenlänge fort, wenn also der tönende Körper z Vibrationen in der Secunde macht, so ist $z\lambda$ der Weg, um welchen der Schall in einer Secunde fortschreitet, wenn λ, wie oben, die Wellenlänge des Tones ist. Bezeichnen wir den Weg, welchen der Schall in einer Secunde zurücklegt, mit n, so haben wir also

$$z\lambda = n,$$

und wenn man für n den in Metern ausgedrückten Werth der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft setzt, so kommt

$$z\lambda = 341,$$

oder wenn man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Pariser Fussen ausdrückt,

$$z\lambda = 1050.$$

Der Factor n in der Gleichung (2) des §. 157 ist also 341 oder 1050, je nachdem man das Meter oder den Fuss als Längeneinheit annimmt.

Der Umstand, dass der Schall sich langsamer fortpflanzt als das Licht, erklärt einige im alltäglichen Leben oft vorkommende Erscheinungen. Wenn man einen Steinklopfer aus einiger Entfernung beobachtet, so hört man den Schlag nicht in dem Moment, in welchem man den Hammer aufschlagen sieht, sondern erst, wenn er wieder gehoben wird, was den Eindruck macht, als ob der Schall nicht durch das Aufschlagen des Hammers, sondern durch das Abreissen von dem Steine hervorgebracht würde. Wenn man ein Regiment Soldaten nach dem Tacte der vorausgetragenen Trommeln marschiren sieht, so beobachtet man eine wellenartige Bewegung, welche sich von den Trommlern aus durch die ganze Reihe fortpflanzt. Es erklärt sich dies dadurch, dass nicht Alle gleichzeitig auftreten und den neuen Schritt beginnen, weil die Hinteren den Tactschlag immer später vernehmen als die Vorderen.

Abhängigkeit der Geschwindigkeit des Schalles von der Elasticität der schallverbreitenden Medien. 159 Wir haben zwar schon oben gesehen, dass sich der Schall durch alle ponderabelen Materien, durch luftförmige, flüssige und feste Körper fortpflanzt, wir kommen aber jetzt auf diesen Gegenstand zurück, nachdem wir Mittel kennen gelernt haben, die zur Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in verschiedenen Körpern nöthig sind.

Digitized by Google

Newton hatte in dem zweiten Buche seiner „*Philosophiae naturalis principae mathematica*" einen Ausdruck für die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft entwickelt, welcher ein zu kleines Resultat gab, nämlich nur $^5/_6$ von der beobachteten Schallgeschwindigkeit. Newton selbst suchte diese Differenz zu erklären; die wahre Ursache aufzufinden, blieb aber La Place vorbehalten. Die Bewegung, welche den Schall erzeugt, pflanzt sich, wie wir gesehen haben, in elastischen Mitteln dadurch fort, dass sie eine Compression in denselben hervorbringt; da aber jede Compression von einer Wärmeentbindung begleitet ist, so vermuthete La Place, dass diese frei werdende Wärme das Gesetz der Elasticität modificirt, und dass sie es ist, welche die Geschwindigkeit des Schalles beschleunigt. Wenn die verdichtete Welle Wärme erzeugt, so wird in der verdünnten Welle Wärme gebunden, und man sollte denken, dass diese entgegengesetzten Wirkungen sich gegenseitig aufhöben; sie compensiren sich auch wirklich in Beziehung auf die Temperatur, denn der Schall, welcher sich in der Luft fortpflanzt, bringt keine merkliche Wirkung auf das Thermometer hervor; dies hindert aber nicht, dass doch eine Modification der Elasticität stattfindet.

La Place giebt für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Gasen und Dämpfen folgende Formel:

$$v = \sqrt{\frac{g\,h}{d}\,k}, \qquad \ldots \ldots \quad 1)$$

in welcher v die in Metern ausgedrückte Geschwindigkeit der Fortpflanzung in 1″, g die beschleunigende Kraft der Schwere (also 9,8088 Meter), h die auf 0° reducirte Höhe der Quecksilbersäule ist, welche die Spannkraft des Gases misst, d das specifische Gewicht des Gases, wenn das des Quecksilbers bei 0° zur Einheit genommen wird, und endlich k den Quotienten der Wärmecapacität des Gases bei constantem Drucke, dividirt durch seine Wärmecapacität bei constantem Volumen, bezeichnet.

Um diese Formel auf Luft, unter beliebigem Drucke und beliebiger Temperatur anzuwenden, muss man bemerken, dass die Luft unter einem Drucke von 76 Centimetern und bei einer Temperatur von 0 Grad 10466,82mal leichter ist als Quecksilber, dass also bei einem Druck h und einer Temperatur t

$$d = \frac{h}{0{,}76 \,.\, 10466{,}82\,(1 + at)}$$

und also

$$v = \sqrt{9{,}8088 \,.\, 0{,}76 \,.\, 10466{,}82\,(1 + at)\,k},$$

und da für Luft $k = 1{,}3748$ ist, so kommt

$$v = 327{,}52\,\sqrt{1 + at}$$

für die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft bei t^0. Für a ist der Ausdehnungscoëfficient der Luft zu setzen.

Man sieht, dass diese Geschwindigkeit nur von der Temperatur, nicht aber vom Druck abhängig ist.

Digitized by Google

Nach der Gleichung 1) lässt sich aber auch der Werth von k für ein Gas berechnen, wenn man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in demselben kennt. Es giebt aber ein einfaches Mittel, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in irgend einem Gase zu ermitteln; man braucht nur eine Röhre von bekannter Länge mit diesem Gase zu füllen, sie tönen zu lassen und den Ton zu merken, welchen sie giebt. Diese Versuche sind für die Theorie der Wärme nicht weniger interessant als für die Akustik, und man sieht, bis zu welcher Vollkommenheit La Place diese Theorien entwickelt hat, da es nun hinreicht, dass ein Experimentator den Ton hört, welchen eine Gassäule in einer Röhre von bekannter Länge hervorbringt, um daraus die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in diesem Gase und das Verhältniss seiner specifischen Wärme zu kennen (Dulong, Annal. de Chim. et de Phys. T. XLI, p. 113).

Geschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten und festen Körpern. 160 Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten zu berechnen, hat La Place folgende Formel gegeben:

$$v = \sqrt{\frac{g}{\lambda}},$$

wo v und g dieselbe Bedeutung haben wie in der vorigen Formel, λ aber die Verkürzung bezeichnet, welche eine horizontale Flüssigkeitssäule von 1 Meter Länge in einer unelastischen Röhre unter einem ihrem Gewichte gleichen Drucke erleidet. (Vergleiche Supplementband S. 116.)

Um diese Formel anwenden zu können, muss man λ kennen. Diese Grösse ist aber leicht zu bestimmen, wenn man die Zusammendrückbarkeit einer Flüssigkeit durch den Druck einer Atmosphäre kennt. Das Wasser wird z. B. durch den Druck einer Atmosphäre um 47,85 Milliontel seines Volumens zusammengedrückt; durch den Druck einer Atmosphäre wird also eine 1 Meter lange Wassersäule in einer unelastischen Röhre um 47,85 Milliontel Meter zusammengedrückt. Der Druck einer Atmosphäre entspricht aber einem Quecksilberdrucke von 0,76 Meter bei einer Temperatur von 10° C. und dem Drucke einer Wassersäule von 10,2934 Meter; eine Wassersäule von 1 Meter Höhe würde also eine Verkürzung von $\frac{0,00004785}{10,2934}$ oder 0,0000046486 Meter hervorbringen, und dies ist der Werth von λ für Wasser; substituirt man diesen Werth von λ in der Formel, so findet man, dass die Geschwindigkeit des Schalles in Wasser von 10° C. 1453 Meter in der Secunde beträgt.

Die vorstehende Formel kann leicht auf folgende Weise umgeformt werden:

$$v = \sqrt{\frac{9,8088 \, . \, 0,76 \, . \, 13,544 \, . \, 1000000}{d \cdot c}},$$

wo d das specifische Gewicht der Flüssigkeit, im Vergleich zum Wasser, und c ihre Zusammendrückbarkeit für eine Atmosphäre bezeichnet.

Digitized by

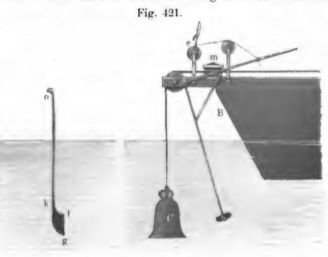
Nach dieser Formel ist die Geschwindigkeit des Schalles in folgenden Flüssigkeiten bei 10° C. berechnet:

Namen der Flüssigkeiten	Specifisches Gewicht	Zusammendrückbarkeit	Geschwindigkeit des Schalles in 1″
Aether	0,712	131,35	1039m
Alkohol	0,795	94,95	1157
Terpentinöl	0,870	71,35	1276
Wasser	1	47,85	1453
Quecksilber	13,5	3,38	1484
Wasser mit Ammoniak gesättigt	0,9	33,05	1842

Die Zahlen der letzten Columne sind alle mit einer Ungewissheit behaftet, welche besonders von der Ungewissheit des Werthes für die Zusammendrückbarkeit abhängt. Nimmt man z. B. für Alkohol den von Oersted angegebenen Werth der Zusammendrückbarkeit, so würde sich für die Geschwindigkeit des Schalles 2423 Meter in der Secunde ergeben, während man sie nur gleich 1157 Meter findet, wenn für die Zusammendrückbarkeit des Alkohols der von Colladon und Sturm gefundene Werth in Anwendung gebracht wird.

Das Wasser ist die einzige unter diesen Flüssigkeiten, welche einem directen Versuch unterworfen worden ist. Fig. 421 erläutert das Verfah-

Fig. 421.



ren, welches Colladon und Sturm im Jahre 1827 zu diesem Zwecke im Genfer See zur Anwendung brachten. Eine ganz in das Wasser unter-

Digitized by Google

getauchte Glocke war an einem Nachen angehängt; sie wurde durch einen Hammer angeschlagen, dessen Stiel aus dem Wasser hervorragte. Durch Niederdrücken eines Hebels wird der Hammer *b* gegen die Glocke geschlagen und gleichzeitig die Lunte *e* mit dem Pulverhäufchen *m* in Berührung gebracht. Am gegenüber liegenden Ufer des Sees notirte man den Moment, in welchem man den Lichtblitz des entzündeten Pulvers, und denjenigen, in welchem man den im Wasser fortgepflanzten Schall wahrnahm, welcher mit Hülfe des Hörrohrs *gfko* beobachtet wurde. — Diese Versuche ergaben für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Wasser 1435 Meter in der Secunde, was von der berechneten Zahl 1453 nur wenig abweicht (Pogg. Annal. Bd. XII, S. 183).

Die Formel, welche La Place für Flüssigkeiten gegeben hat, lässt sich auch auf feste Körper anwenden, nur herrscht noch einige Ungewissheit in Beziehung auf die Ermittelungen des Werthes λ. Man nimmt zwar an, dass eine horizontale Metallstange gleichviel verkürzt oder verlängert wird, wenn sie mit gleicher Kraft gedrückt oder gezogen wird, und da man für feste Körper leichter die Verlängerung als die Verkürzung messen kann, so nimmt man an, dass in der Formel

$$v = \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$$

für λ die Verlängerung zu setzen ist, welche eine 1 Meter lange Stange erleidet, wenn sie durch ein Gewicht gezogen wird, welches dem ihrigen gleich ist. Die Verlängerung ist aber nicht dieselbe, wenn man annimmt, dass die Stange nur an ihren Enden gezogen wird, oder wenn man annimmt, dass dieser Zug auf alle Punkte ihrer Oberfläche wirkt. Mehrere Betrachtungen lassen annehmen, dass für λ bei festen Körpern, wie bei Flüssigkeiten, die Veränderung des Volumens zu nehmen sei, welche der Stab erleidet, wenn auf alle Punkte seiner Oberfläche gleiche Kräfte wirken. In dieser Voraussetzung müsste man für λ $^3/_2$ der Verlängerung nehmen, welche ein Stab erleidet, wenn er nur an seinen beiden Enden gezogen wird. Nach den Versuchen von Colladon und Sturm verlängert sich ein Glasstab um 11 Zehnmilliontel seiner Länge, wenn die ziehende Kraft dem Druck einer Atmosphäre gleich ist; man müsste also $^3/_2 \cdot 11 = 16{,}5$ Zehnmilliontel für die Vergrösserung des Volumens nehmen, wenn der Glasstab an allen Punkten seiner Oberfläche diesen Zug auszuhalten hätte. Berechnet man daraus die Vergrösserung des Volumens, welche eine dem Gewicht eines 1 Meter langen Glasstabes äquivalente ziehende Kraft hervorbringt, so ergiebt sich 4959 Meter für die Geschwindigkeit des Schalles in dem Glase.

Um die Schallgeschwindigkeit in festen Körpern experimentell zu ermitteln, haben Chladni und Savart Versuche nach einem später zu besprechenden Princip angestellt.

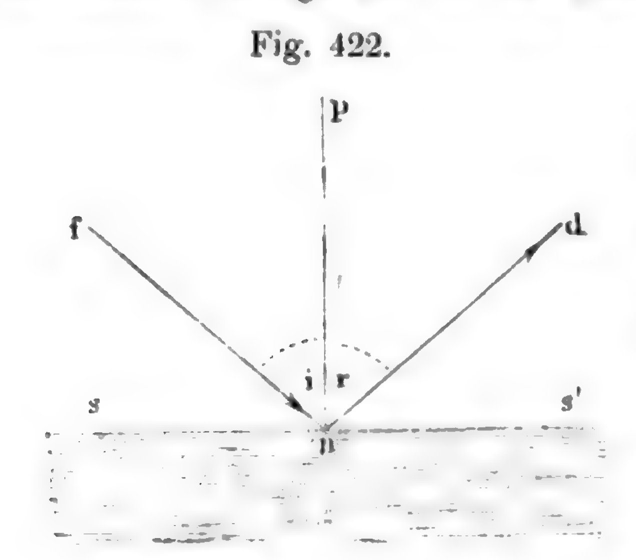
Von der Reflexion des Schalles und dem Echo. Wenn 161
die Schallwellen aus einem Mittel in ein anderes übergehen, so erleiden

Digitized by Google

sie immer eine partielle Reflexion; wenn sie aber auf ein festes Hinderniss stossen, so werden sie fast vollständig reflectirt.

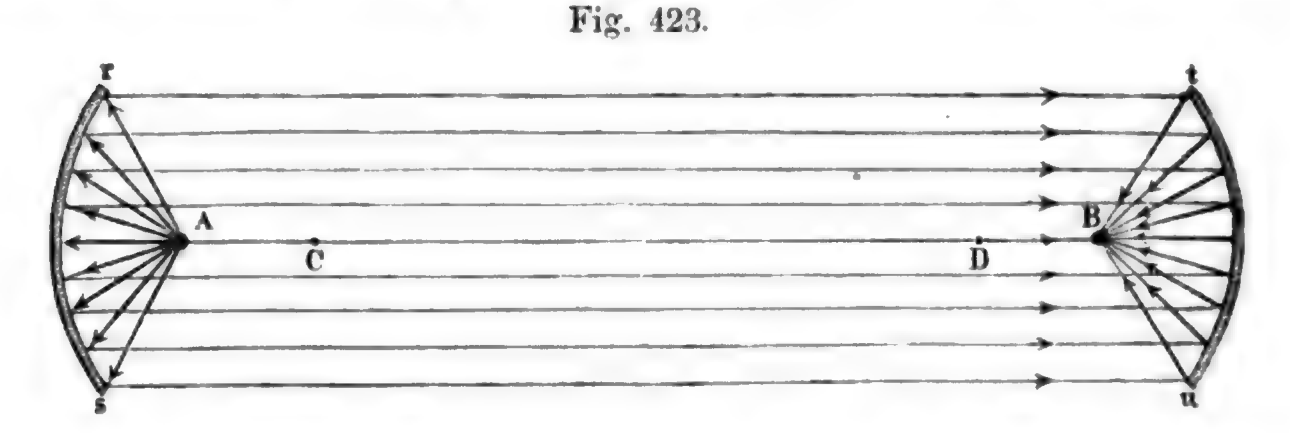
Mag nun die Reflexion partiell oder vollständig sein, so ist doch der Reflexionswinkel stets dem Einfallswinkel gleich. Es ist ss', Fig. 422, die Trennungsfläche der beiden Mittel, etwa Luft und Wasser, und eine Schallwelle bewege sich in der Richtung fn gegen die Wasserfläche, so wird ein Theil der Bewegung in das Wasser übergehen, ein anderer Theil aber wird sich in der Richtung nd fortpflanzen, welche mit dem Perpendikel np einen eben so grossen Winkel macht wie fn, d. h. der Reflexionswinkel dnp ist dem Einfallswinkel fnp gleich. Dieselbe Erscheinung würde nach demselben Gesetze stattfinden, wenn ss' die Trennungsfläche zweier Gase oder auch nur zweier Gasschichten von verschiedener Dichtigkeit wäre, oder wenn ss' die Gränzfläche eines festen Körpers wäre, nur würde in dem letzten Falle der reflectirte Ton weit intensiver sein. Ein Beobachter also, welcher sich in irgend einem Punkte der Linie nd befindet, würde den Ton gerade so hören, als ob er von n oder einem Punkte der Verlängerung der Linie dn ausginge.

Fig. 422.



Dass die Schallstrahlen wirklich denselben Reflexionsgesetzen folgen wie die Lichtstrahlen, ergiebt sich auch durch Versuche mit parabolischen oder sphärischen Hohlspiegeln. In Fig. 423 seien rs und tu zwei sphärische

Fig. 423.



Hohlspiegel, welche in einer Entfernung von 10 bis 20 Fuss von einander so aufgestellt sind, dass die Axen derselben in eine gerade Linie zusammenfallen. Bringt man nun in den Brennpunkt A des einen Hohlspiegels eine Taschenuhr, so hört ein im Brennpunkt B des anderen befindliches Ohr deutlich das Ticken derselben, denn alle von A ausgehenden Schallstrahlen welche den Hohlspiegel rs treffen, werden parallel mit der Axe reflectirt, wie es in unserer Figur angedeutet ist; auf den zweiten Spiegel

Digitized by Google

tu treffend, werden sie aber gegen den Brennpunkt *B* desselben zurückgeworfen und also in *B* wieder vereinigt.

Entfernt man das Ohr aus dem Brennpunkte *B*, so verschwindet der Schall, selbst wenn man sich dem Punkte *A* bedeutend nähert.

Aus der Reflexion des Schalles erklärt sich auch die Erscheinung des Echos.

Wenn die Schallwellen rechtwinklig auf die reflectirende Fläche treffen, so sendet das Echo den Ton zu seinem Ausgangspunkte zurück. In diesem Falle kann ein Echo je nach der Entfernung der reflectirenden Wand eine grössere oder geringere Anzahl von Sylben unter Bedingungen wiederholen welche leicht zu ermitteln ist. In einer Secunde kann man bequem drei Silben aussprechen, so dass also $1/3$ Secunde auf eine Silbe kommt. In $1/3$ Secunde durchläuft aber der Schall einen Weg von ungefähr 112 Metern, wenn also die reflectirende Wand 1mal, 2mal, 3mal . . . . *n*mal 56 Meter entfernt ist, so wird der Klang einer eben gesprochenen Silbe nach $1/3$, $2/3$, $3/3$ . . . $n/3$ Secunden zum Sprecher zurückkehren, er wird also 1, 2, 3 . . . *n* Sylben aussprechen können, ehe das Echo der ersten wieder an sein Ohr schlägt.

Es ist nicht durchaus nöthig, dass die reflectirende Fläche hart und platt sei, denn man beobachtet auf dem Meere oft, dass Wolken ein Echo bilden.

Die Erklärung der vielfachen Echos, d. h. solcher, welche dieselbe Sylbe mehrmals wiederholen, beruht auf denselben Principien; denn da ein reflectirter Ton von Neuem reflectirt werden kann, so ist klar, dass zwei reflectirende Flächen einen Ton gegenseitig auf einander zurückwerfen können, wie zwei gegenüberstehende Spiegel sich das Licht zusenden. So kann ein vielfaches Echo zwischen zwei entfernten parallelen Mauern entstehen. Früher gab es nahe bei Verdun ein solches Echo, welches dasselbe Wort 12- bis 13mal wiederholte; es war durch zwei benachbarte Thürme gebildet.

Schallwellen müssen auch in einer wolkenlosen Atmosphäre reflectirt werden wenn die Sonne mit aller Kraft Wärme auf der Erdoberfläche entwickelt; denn nicht an allen Stellen kann die Erwärmung gleich sein, weil Verdampfung, Schatten und andere Ursachen es verhindern. Diese ungleiche Temperatur veranlasst eine Menge aufsteigender warmer und niedersinkender kalter Luftströmungen von ungleicher Dichtigkeit; so oft also eine Schallwelle aus einem solchen Luftstrome in einen anderen übergeht, wird sie eine theilweise Reflexion erleiden, und wenn auch der reflectirte Ton nicht stark genug ist, um ein Echo zu bilden, so wird doch dadurch der directe Ton merklich geschwächt. Dies ist sicherlich, wie Humboldt bemerkt, die Ursache, warum sich der Schall des Nachts weiter verbreitet als bei Tage, selbst mitten in den Wäldern von Amerika, wo die bei Tage schweigenden Thiere des Nachts die Atmosphäre mit tausend verworrenen Tönen erfüllen.

Digitized by Google

Durch die Reflexion des Schalles erklären sich auch die Wirkungen des Sprachrohrs und des Hörrohrs.

162 **Stehende Luftwellen.** Wenn in irgend einem Körper durch Erschütterung einzelner Theilchen eine Wellenbewegung eingeleitet wird, so können regelmässig fortschreitende Wellen doch nur dann zur vollständigen Ausbildung kommen, wenn jener Körper eine im Vergleich zur Wellenlänge sehr bedeutende Ausdehnung hat.

In einem Körper von geringeren Dimensionen erregt, haben die Wellen bald die Gränzen desselben erreicht, sie werden hier reflectirt und combiniren sich dann mit den neu erregten zu stehenden Wellen, wie dies z. B. bei gespannten Saiten, bei quadratischen Glas- oder Metallplatten, bei Glocken u. s. w. der Fall ist, welche man mit einem Fiedelbogen anstreicht.

Auch in der Luft können die durch irgend einen oscillirenden Körper erzeugten Schallwellen nur dann in ungestörter Weise regelmässig fortschreiten, wenn die schallverbreitende Luftmasse von namhafter Ausdehnung ist; dagegen kann eine geringere Luftmasse, welche in einer Röhre von geringer Länge eingeschlossen ist, unter geeigneten Umständen in den Zustand stehender Schwingungen versetzt und dadurch selbsttönend gemacht werden.

Es giebt nun verschiedene Methoden, die in irgend einer Röhre eingeschlossene Luftsäule zum Tönen zu bringen; hier wollen wir zunächst diejenige betrachten, welche am meisten geeignet ist, Aufschluss über das Wesen und die Entstehung der stehenden Luftwellen in Röhren zu geben.

Wenn man eine eben angeschlagene gewöhnliche Stimmgabel, welche etwa den Ton $\overline{a}$ giebt, über eine ungefähr 1 Zoll weite und 7 Zoll hohe unten geschlossene Röhre hält, so hört man eine ziemlich bedeutende Verstärkung des an- und für sich sehr schwachen Tones der Stimmgabel.

Am besten wählt man zu diesem Versuche einen Glascylinder, Fig. 424, von der angegebenen Weite, der etwas zu hoch ist, und in welchen man nach und nach so viel Wasser eingiesst, bis das Mitklingen der in der Röhre eingeschlossenen Luftsäule möglichst stark geworden ist.

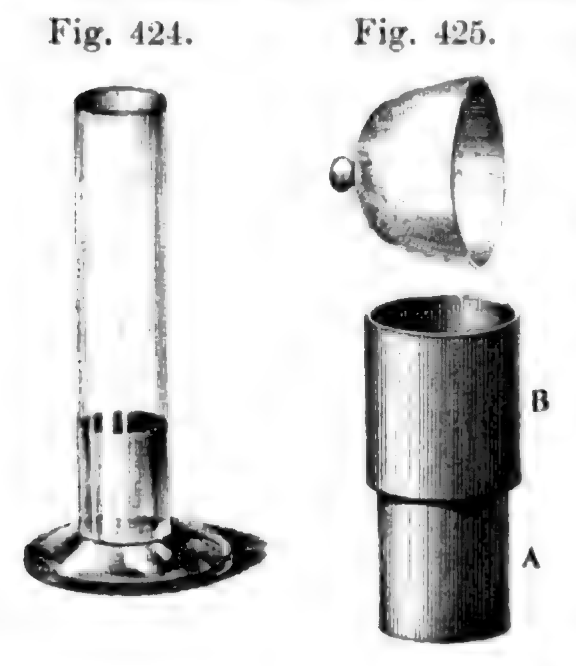


Fig. 424. Fig. 425.

Um das Mittönen einer Luftsäule noch weit auffallender zu erhalten, kann man statt der Stimmgabel eine sogenannte Käseglocke und statt der Glasröhre weite Röhren von Pappdeckel anwenden, wie dies Fig. 425 dargestellt ist. Die Pappröhren haben einen Durchmesser von 5 bis 6 Zoll;

Digitized by Google

die untere A ist am Boden geschlossen; die zweite B lässt sich mit einiger Reibung auf- und niederschieben, so dass man die Gesammtlänge der Röhre nach Bedürfniss abändern kann. Die Käseglocke kann einen Durchmesser von 6 bis 8 Zoll haben.

Um die Glocke zum Tönen zu bringen, hält man sie mit der linken Hand am Knopf fest und streicht dann den Rand mit einem passenden Fiedelbogen. Dieselbe Glocke wird nun, auf diese Weise behandelt, bald höhere, bald tiefere Töne geben; man muss es aber durch möglichst gleichförmiges und langsames Streichen dahin zu bringen suchen, dass sie ihren tiefsten Ton giebt. Hat man den gewünschten Ton hervorgebracht, so hält man die tönende Glocke über die Papphröhre, wie es die Fig. 425 andeutet, und wird dann, falls die Röhre die richtige Länge hat, ein überraschend kräftiges Anschwellen des Tones wahrnehmen.

Savart hat für diesen Versuch einen besonderen in Fig. 426 abgebildeten Apparat construirt, welcher wohl keiner weiteren Erklärung bedarf.

Fig. 426.

Wenn der tiefste Ton der Glocke etwa derjenige ist, welchen man in der Musik mit $\overline{c}$ bezeichnet, so muss die Gesammtlänge der Röhre ungefähr 12 Zoll betragen; für höhere Töne muss sie kürzer, für tiefere muss sie länger werden.

Hat die Röhre die dem tiefsten Tone der Glocke entsprechende Länge, so wird jede Verlängerung und Verkürzung der Röhre das Mittönen der Luftsäule schwächen, und es wird endlich ganz verschwinden, wenn diese Verlängerung oder Verkürzung gewisse Gränzen überschreitet.

Es sei l die Länge einer Röhre, deren Luftsäule für einen bestimmten Ton selbsttönend wird, so wird man auch bei einer Röhre von der Länge $3l$ für denselben Ton ebenfalls eine solche Verstärkung wahrnehmen. Für den Ton $\overline{c}$ z. B. wird die in der Röhre eingeschlossene Luftsäule zum Selbsttönen kommen, wenn die Länge der Röhre 12 Zoll oder wenn sie 36 Zoll beträgt; im letzteren Falle ist aber der Effect bei Weitem nicht so kräftig als im ersteren Falle.

Man sieht also, dass das Mittönen der Luftsäule nur dann stattfindet, wenn ein bestimmtes Verhältniss zwischen der Länge der Röhre und der Wellenlänge des einfallenden Tones (der Tonhöhe desselben) stattfindet. Das Mittönen erfolgt, wenn die Länge der Röhre $^1/_4$ oder

Digitized by Google

wenn sie $^3/_4$, $^5/_4$ u. s. w. von der Wellenlänge des einfallenden Tones ist.

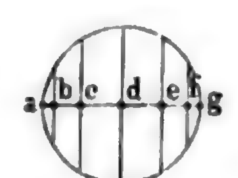
163 Bildung stehender Luftwellen in gedeckten Pfeifen.

Nehmen wir an, die Länge der Röhre *ru* in Fig. 427 sei $^1/_4$ der Länge der einfallenden Schallwelle, die Luftschichten bei *r* und *s*, *s* und *t*, *t* und *u* seien also um $^1/_{12}$ Wellenlänge von einander entfernt.

Fig. 427.

Betrachten wir nun den Moment, in welchem der verdichtete Theil der einfallenden Welle gerade bei *u* anlangt, so würde sich gerade in diesem Augenblicke die dicht bei *u* sich befindende Luftschicht um die Länge *ad*, Fig. 428, nach der Rechten hin von *u* entfernt haben, wenn die feste Wand in *u* dies nicht verhinderte, vorausgesetzt, dass *ag* die Oscillationsamplitude, d. h. die Grösse des Weges ist, um welchen die einzelnen Lufttheilchen während des Fortganges der einfallenden Welle hin- und herschwingen.

Fig. 428.



Die Luftschicht *t* würde unter dem alleinigen Einflusse der ungehindert fortgehenden Welle in diesem Augenblicke um die Länge *ae*, die Luftschicht *s* um die Länge *af*, die Luftschicht *r* endlich um *ag* nach der rechten Seite hin von ihrer Gleichgewichtslage entfernt sein.

Wenn aber das Dichtigkeitsmaximum der einfallenden Schallwelle eben bei *u* angekommen ist, so ist der vorangehende Theil dieser Welle schon bei *u* reflectirt worden, die reflectirte Welle ist von *u* nach *r* hin fortgeschritten.

Denken wir uns für einen Augenblick die Wand bei *u* weg, so würde die Welle in dem Moment, in welchem das Maximum der Dichtigkeit bei *u* eintrifft, schon um $^1/_4$ Wellenlänge weiter vorgeschritten sein. Eine Luftschicht, die um $^1/_{12}$ Wellenlänge rechts von *u* liegt, würde gerade um *ac*, eine solche, die $^2/_{12}$ Wellenlänge rechts von *u* liegt, würde eben um *ab* von ihrer Gleichgewichtslage nach der rechten Seite hin entfernt sein; die Luftschicht endlich, welche $^1/_4$ Wellenlänge rechts von *u* liegt, würde, noch nicht aus ihrer Gleichgewichtslage verrückt, eben erst sich zu bewegen beginnen.

Digitized by Google

Nun aber ist die Röhre bei u verschlossen, die Welle ist reflectirt worden, und durch die reflectirte Welle werden die Theilchen gerade so in entgegengesetzter Richtung afficirt, wie es bei den gleichweit rechts von u gelegenen Luftschichten der Fall gewesen wäre, wenn sich die Welle ungehindert von u nach der rechten Seite hin hätte verbreiten können.

Die Luftschicht t ist also durch den Einfluss der reflectirten Welle um ac, die Luftschicht s um die Länge ab nach der **Linken** verrückt, die Luftschicht r endlich ist durch die reflectirte Welle in diesem Augenblick noch gar nicht verrückt.

Durch die einfallende Welle ist also die Luftschicht	durch die reflectirte Welle ist die Luftschicht
t um ae	t um ac
s „ af	s „ ab
r „ ag	r „ 0
nach der Rechten	nach der Linken

von ihrer bei II Fig. 427 dargestellten Gleichgewichtslage entfernt.

Durch den gemeinschaftlichen Einfluss des einfallenden und reflectirten Wellensystems ist also

die Luftschicht t um $ae - ac = ce$
„ „ s „ $af - ab = bf$
„ „ r „ ag

nach der rechten Seite hin von ihrer Gleichgewichtslage entfernt. Auf diese Weise ergiebt sich für den fraglichen Augenblick die gegenseitige Lage der einzelnen Luftschichten, wie sie bei I dargestellt ist, während bei II die Luftschichten in ihrer Gleichgewichtslage dargestellt sind.

Um ein deutlicheres Bild zu geben, sind die Zwischenräume zwischen r und s, s und t, t und u noch in 8 Theile getheilt. Man übersieht nun in I ganz gut, wie in dem Moment, welchen wir bisher betrachtet haben, die Luftschichten nach u hin immer dichter auf einander rücken. Die in I zunächst bei r liegenden Abtheilungen sind fast ganz eben so gross wie die Abtheilungen in II, mehr nach u hin werden sie aber immer schmäler, die Luft bei r hat also noch die Dichtigkeit der umgebenden Luft; hier hat weder eine Verdichtung noch eine Verdünnung stattgefunden, nach u hin ist aber die Luft mehr und mehr comprimirt.

Wir haben eben die gegenseitige Lage der einzelnen Luftschichten betrachtet, jetzt wollen wir versuchen, ihren **Bewegungszustand** für denselben Moment zu ermitteln.

Wenn ag, Fig. 428, der Weg ist, um welchen die Luftschicht in Folge einer fortschreitenden Wellenbewegung hin und her oscillirt, so ist bekanntlich die Geschwindigkeit auf diesem Wege nicht gleichförmig, sie ist wachsend von a bis d, abnehmend von d bis g; sie ist in a so gross wie in g, nämlich gleich Null, sie ist ferner gleich in b und f, in c und e.

Nun ist die Luftschicht t für den in Nro. II Fig. 427 dargestellten

Digitized by Google

Moment durch die einfallende Welle nach der Rechten hin um *ae*, durch die reflectirte Welle nach der Linken um *ac* verrückt, die Geschwindigkeit,

Fig. 429.

mit welcher das eine Wellensystem das Theilchen *c* antreibt, ist derjenigen gleich und entgegengesetzt, mit welcher es durch das andere Wellensystem afficirt wird, die Luftschicht *t* ist also momentan in Ruhe.

Dasselbe Resultat ergiebt sich für *s* und für *r*, alle einzelnen Luftschichten zwischen *r* und *u* sind momentan in Ruhe, sie beginnen gleichzeitig ihre Bewegung nach der linken Seite hin.

Wenn eben gesagt wurde, dass die Luftschichten *r*, *s*, *t* und die dazwischenliegenden, in der Stellung II angekommen, gleichzeitig ihre Bewegung nach der Linken hin beginnen, so ist diese Behauptung noch zu beweisen.

Das Theilchen *t* ist gerade eben durch das einfallende Wellensystem mit einer Geschwindigkeit nach der rechten Seite hin afficirt, welche der Entfernung *ae* von der Gleichgewichtslage entspricht, und diese Geschwindigkeit nimmt mit dem nächstfolgenden Augenblicke ab.

Durch das reflectirte Wellensystem ist die Luftschicht *t* mit einer nach der Linken gerichteten Geschwindigkeit afficirt, wie sie einem Theilchen zukommt, welches sich um *ac* von seiner Gleichgewichtslage entfernt hat; diese Geschwindigkeit ist im Zunehmen begriffen.

Die Luftschicht *t* ist also momentan mit gleicher Geschwindigkeit nach der Rechten und Linken getrieben, die nach der Rechten gerichtete Geschwindigkeit ist aber im Abnehmen, die entgegengesetzte ist im Zunehmen begriffen, mithin beginnt die Luftschicht *t* nach der Linken sich zu bewegen.

Dasselbe Resultat erlangt man durch ähnliche Schlussweise für die Luftschicht *s*.

Die Luftschicht *r* wird durch beide Wellensysteme gleichfalls nach der Linken getrieben. Alle Luftschichten zwischen *r* und *u* beginnen also, wenn sie sich in der Lage Nr. I befinden, gleichzeitig ihre Bewegung nach der linken Seite hin; nach $^1/_4$ Undulation kommen sie in ihrer Gleichgewichtslage Nro II an, die sie mit dem Maximum ihrer Geschwindigkeit passiren, nach $^1/_2$ Undulation, also wenn das Maximum der Verdünnung bei *u* anprallt, gelangen die Theilchen endlich in die gegen-

Digitized by Google

seitige Lage, Nr. III; in diesem Moment wird ihre Geschwindigkeit Null, sie beginnen sich nach der Rechten zu bewegen.

Dass in dem Moment, in welchem die Mitte der Verdünnungswelle an dem verschlossenen Ende der Röhre anprallt, die Theilchen die bei Nr. III. dargestellte gegenseitige Lage haben, ist nun noch zu beweisen.

Betrachten wir das einfallende Wellensystem, so wird, wenn die Mitte der Verdünnungswelle in *u* ankommt, das $^1/_4$ Wellenlänge vor *u* liegende Theilchen *r* gerade eine Undulation vollendet haben, es befindet sich in seiner Gleichgewichtslage; ein $^1/_4$ Wellenlänge rechts von *u* liegendes Theilchen würde, wenn sich die Wellen ungehindert über *d* hinaus verbreiten könnten, in diesem Augenblicke um die Länge *ag* nach der Rechten gerückt sein; ebenso weit ist aber nun die Luftschicht *r* durch die reflectirte Welle aus der in I verzeichneten Gleichgewichtslage nach der Linken verschoben, und so ergiebt sich für das Theilchen *r* die in Nr. III verzeichnete Stellung.

Untersucht man eben so, wie weit in dem zuletzt besprochenen Moment die Schichten *s* und *t* durch jedes der beiden Wellensysteme verrückt sind, so ergiebt sich für dieselben die in III verzeichnete Stellung.

Hier sieht man nun, wie die einzelnen Luftschichten zunächst bei r'' nicht merklich weiter von einander entfernt sind als in I; bei r'' hat also keine Verdünnung stattgefunden, von r'' nach *u* hin werden die Zwischenräume immer grösser, das Maximum der Verdünnung findet sich bei *u*.

Von der Stellung in III bewegen sich alle Theilchen gleichzeitig nach der Rechten, sie passiren gleichzeitig die Gleichgewichtslage, um gleichzeitig wieder, an der rechten Gränze ihrer Bahnen ankommend, die gegenseitige Lage, wie in II, anzunehmen.

Bei *u* geht also die Luft abwechselnd von dem Zustande der Verdünnung in den der Verdichtung über; *u* selbst hat eine unveränderliche Stellung, alle anderen Luftschichten oscilliren hin und her; für die zunächst bei *u* liegenden Luftschichten ist die Amplitude der Oscillation nicht gross, sie bewegen sich nur wenig rechts und links. Die Grösse der Excursionen der einzelnen Theilchen wächst aber mit der Entfernung von *u*. Betrachten wir die Lage des zunächst bei *u* liegenden Striches in I und III, so finden wir, dass er in letzterer Figur nicht viel mehr links liegt als in ersterer; die erste Figur stellt ihn aber in einem Momente dar, wo er am rechten, die andere, wo er am linken Ende seiner Bahn angekommen ist; die Grösse dieser Bahn ist also unbedeutend.

Betrachten wir den Strich *t*, so sehen wir, dass er in III schon bedeutend mehr links liegt als in I. Das Theilchen *t* oscillirt also schon zwischen weiter aus einander liegenden Gränzen; für *s* ist die Oscillationsamplitude grösser als für *t*, noch grösser ist sie für *r*.

So sehen wir denn, dass die Luftschicht *r* zwischen ziemlich weit aus einander liegenden Gränzen hin und her oscillirt; dieselbe Bewegung haben nun gleichzeitig alle Luftschichten in der Röhre, nur werden ihre Oscillationsamplituden um so kleiner, je näher sie dem verschlossenen Ende

Digitized by Google

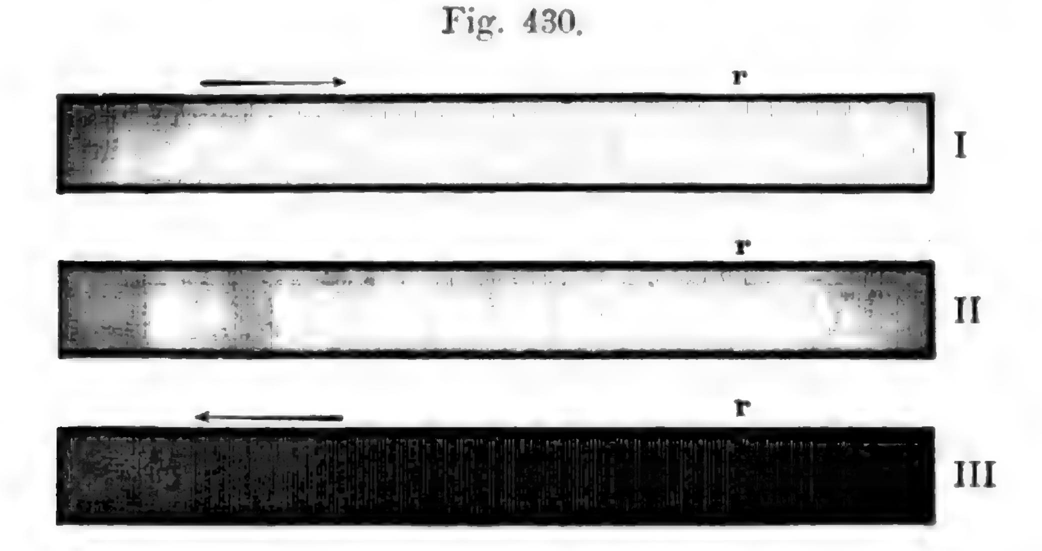
der Röhre liegen; durch diese oscillatorische Bewegung wird nun in der Nähe der Oeffnung der Röhre weder eine Verdichtung noch eine Verdünnung hervorgebracht, obgleich hier die Oscillationsamplitude der einzelnen Luftschichten gross ist; dahingegen findet am verschlossenen Ende der Röhre, wo die Oscillationsamplituden der einzelnen Luftschichten nur unbedeutend sind, eine abwechselnde Verdünnung und Verdichtung statt.

Unsere Zeichnung ist, um den Hergang sichtbar zu machen, was die Oscillationsamplitude angeht, ungeheuer übertrieben, d. h. bei einer Pfeife von der Länge, wie sie in unserer Zeichnung dargestellt ist, würde in dem besprochenen Falle die Luftschicht, welche in ihrer Gleichgewichtslage an der Oeffnung der Röhre liegt, lange nicht so weit in die Röhre ein- und austreten, sie würde während ihrer Oscillationen nur wenig nach der linken und rechten Seite schwanken. Wäre aber die Oscillationsamplitude nicht so gross genommen worden, so würden in der Zeichnung schwerlich die Unterschiede der Verdichtung und Verdünnung recht deutlich geworden sein.

Es hat sich also hier durch die Interferenz der directen und reflectirten Wellen eine stehende Luftwelle gebildet, denn alle einzelnen Luftschichten in der Röhre beginnen gleichzeitig ihre Bewegung, sie erlangen gleichzeitig das Maximum ihrer Geschwindigkeit, sie langen gleichzeitig an den Gränzpunkten ihrer Bahnen an, um dann gleichzeitig die Bewegung in entgegengesetzter Richtung zu beginnen.

Die Fig. 430 I, II, III soll dazu dienen, die durch eine solche stehende Luftwelle abwechselnd hervorgebrachten Verdünnungen und Ver-

Fig. 430.



dichtungen anschaulich zu machen. In II ist die ganze Röhre gleichförmig schattirt, und dies entspricht dem Falle, dass die Luft in der ganzen Röhre eine gleichförmige Dichtigkeit hat, wie dies in den Momenten der Fall ist, wo alle die einzelnen Luftschichten mit dem Maximum ihrer Geschwindigkeit ihre Gleichgewichtslage passiren. Sind die Theilchen in ihrer Oscillation gegen das verschlossene Ende der Röhre hin an den äussersten Punkten ihrer Bahn angekommen, so findet hier eine Verdichtung statt, Nr. III. Nun beginnen sich die einzelnen Luftschichten von dem

Digitized by Google

verschlossenen Ende zu entfernen, und nach $^1/_2$ Undulation haben wir hier eine Verdünnung, Nr. I. Am offenen Ende der Röhre findet in keinem Zeitmomente eine merkliche Verdichtung oder Verdünnung statt; hier aber bewegen sich die Luftschichten zwischen den weitesten Gränzen hin und her.

Die Pfeile in III und I deuten an, in welcher Richtung die Theilchen sich zu bewegen beginnen, wenn am Boden eben das Maximum der Verdichtung oder der Verdünnung stattfindet.

Würde nun in die Röhre, etwa bei *r*, ein Loch gemacht, so würde dadurch die Bildung der stehenden Welle gestört, wenn nicht ganz verhindert werden, weil hier im Momente der Verdichtung Luft entweichen, im Moment der Verdünnung aber Luft einströmen würde. Der störende Einfluss einer solchen Oeffnung würde aber an solchen Stellen, welche dem offenen Ende näher liegen, geringer sein, weil hier die Verdünnung sowohl als die Verdichtung geringer sind.

Denselben störenden Einfluss, den eine Oeffnung hervorbringt, würde auch ein Abschneiden der Röhre an diesen Stellen zur Folge haben.

Schwingungsknoten in tönenden Luftsäulen. Wir haben soeben gesehen, dass die Bildung stehender Luftwellen in einer Röhre an ein bestimmtes Verhältniss der Röhrenlänge und der Wellenlänge des einfallenden Tones geknüpft ist. In dem bisher betrachteten Falle war die Länge der Röhre $^1/_4$ von der Wellenlänge des einfallenden Tones; es können sich aber auch noch bei anderen Verhältnissen zwischen Röhren- und Wellenlänge stehende Luftwellen in der Röhre bilden. **164**

Zur Bildung der stehenden Welle in der Röhre ist erforderlich, dass dicht bei dem Boden die Oscillationsamplituden verschwindend klein werden, dass aber hier abwechselnde Verdünnungen und Verdichtungen stattfinden, während am offenen Ende der Röhre keine merkliche Verdichtung und Verdünnung entsteht; an der Oeffnung der Röhre muss also stets der verdichtete Theil der reflectirten Welle mit dem verdünnten Theile der einfallenden Welle zusammenfallen, und umgekehrt.

Dieser Bedingung wird dadurch allerdings entsprochen, dass die Oeffnung der Röhre um $^1/_4$ Wellenlänge von dem Boden entfernt ist, aber auch dadurch, dass die Entfernung der Oeffnung von dem Boden $^3/_4$, $^5/_4$, $^7/_4$ u. s. w. Wellenlängen beträgt.

Wiederholt man den in Fig. 425 dargestellten Versuch mit einer Röhre, welche 3 mal so lang ist als die Röhre RA, mit einer Röhre also, deren Länge $^3/_4$ von der Wellenlänge des einfallenden Tones ist, so geräth die Luftsäule in der Röhre gleichfalls ins Selbsttönen, doch ist die Verstärkung des Tones bei weitem nicht so kräftig, wie in dem auf Seite 380 betrachteten Falle.

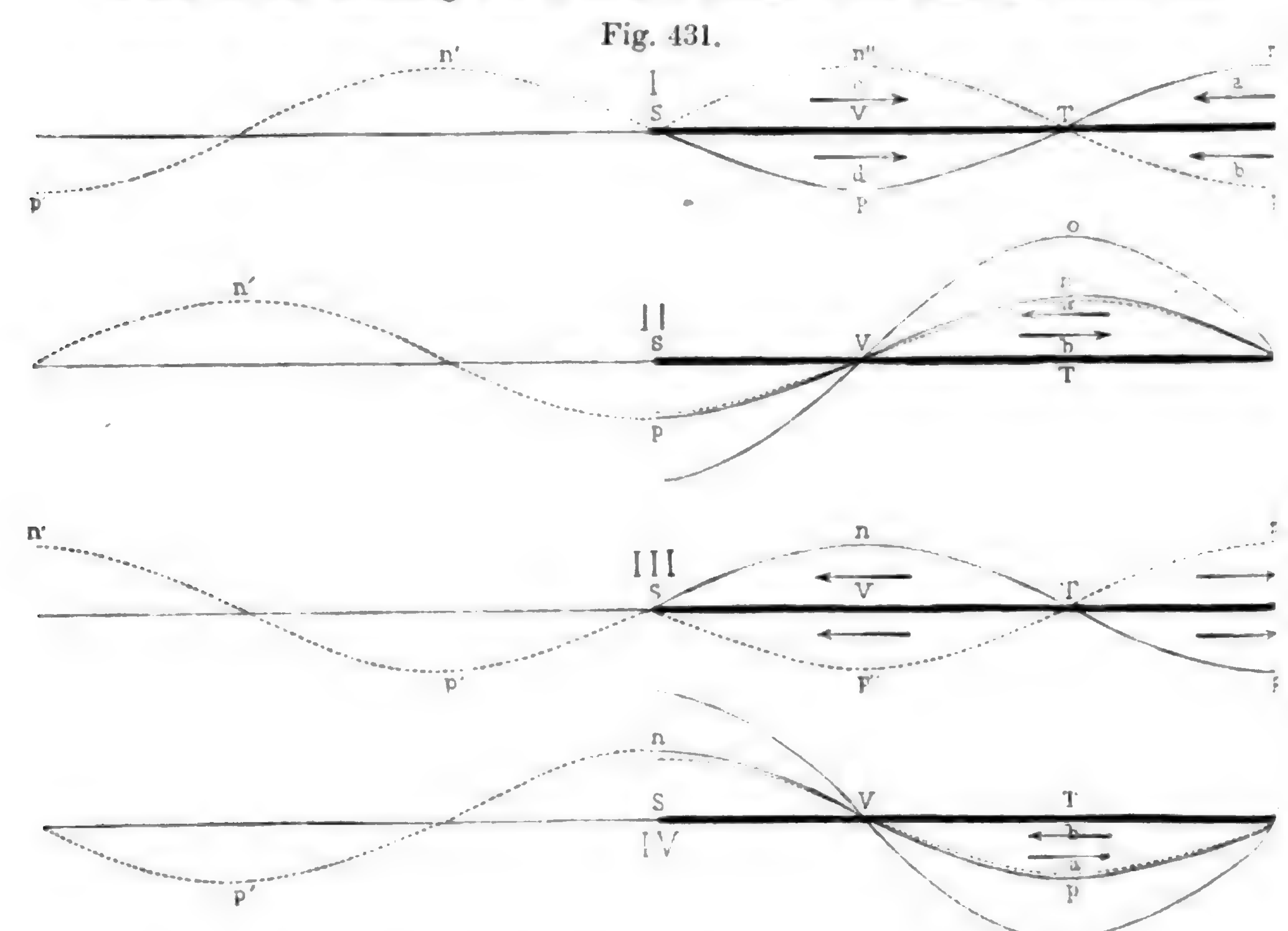
Um den Schwingungszustand der Luftsäule in einer Röhre zu erforschen, deren Länge $^3/_4$ von der Wellenlänge des einfallenden Tones ist,

Digitized by Google

könnte man wieder die im vorigen Paragraphen angewandte Betrachtungsweise benutzen; es wird aber hier eine kürzere mehr übersichtliche Betrachtungsweise genügen.

Es sei RS in Fig. 431 die Länge der Röhre, in welche die Schallwellen in der Richtung von R nach S einfallen, um dann am Boden von

Fig. 431.



S nach R hin reflectirt zu werden. Wenn RS gerade $^3/_4$ der Wellenlänge des einfallenden Tones ist, so ist $SV = VT = TR = {}^1/_4$ dieser Wellenlänge.

Betrachten wir zunächst den Moment, in welchem gerade ein Dichtigkeitsmaximum bei R in die Röhre eintritt, so kann uns die Curve $n\,T p\,S$ die einfallende Welle darstellen, wenn der Wellenberg bei n eine Verdichtung, das Wellenthal bei p eine Verdünnung repräsentirt. Wäre in S keine reflectirende Wand, so würde $Sn'p'$ die Fortsetzung der Welle für den fraglichen Augenblick darstellen. Nun aber ist die Welle in S reflectirt worden. Das Verdichtungsmaximum, welches bis n' fortgeschritten sein würde, ist nach der Reflexion bis n'', und ebenso die Verdünnung, welche ohne die Wand bis p' gelangt wäre, bis p'' vorgedrungen. Die Verdichtung der eintretenden Schallwelle fällt also mit einer Verdünnung der reflectirten, die Verdünnung der eintretenden aber mit einer Verdichtung der reflectirten zusammen, für den fraglichen Augenblick findet also in der ganzen Röhre weder Verdünnung noch Verdichtung statt.

Digitized by Google

Betrachten wir nun den Bewegungszustand der einzelnen Luftschichten! Durch die eintretende Verdichtungswelle von R bis T werden hier alle Lufttheile mit einer Bewegung afficirt, deren Richtung der Pfeil a andeutet. Durch die gleichzeitig hier eintreffende Verdünnung der reflectirten Welle werden aber hier alle Theile in einer durch den Pfeil b dargestellten Richtung afficirt, welche der Richtung entgegengesetzt ist, mit welcher die reflectirte Welle fortschreitet. Die eintretende und die reflectirte Welle vereinigen sich also hier, um alle Luftschichten zwischen R und T gegen T hinzutreiben.

Ebenso ergiebt sich, dass gleichzeitig alle Luftschichten zwischen S und T durch die eintretende Welle in der Richtung des Pfeils d, durch die reflectirte in der Richtung des Pfeils c afficirt sind; alle Luftschichten zwischen S und T bewegen sich gleichzeitig gegen T hin.

Betrachten wir den Moment, in welchem ein Dichtigkeitsmaximum der eintretenden Welle bis T vorgeschritten ist, wie dies in II dargestellt wird. Für diesen Augenblick ist die reflectirte Verdichtungswelle, die ohne die reflectirende Wand bis n' in II fortgeschritten sein würde, wieder bis n zurückgegangen; hier kommt also ein Dichtigkeitsmaximum der eintretenden und der reflectirten Welle zusammen, es erfolgt daher eine verstärkte Verdichtung, wie durch die Curve VoR angedeutet ist.

Ebenso erfolgt für diesen Moment eine grösste Verdünnung am Boden bei S.

Was den Bewegungszustand der Lufttheilchen für diesen Moment betrifft, so sind alle Luftschichten zwischen R und V durch die eintretende Verdichtungswelle in der Richtung des Pfeiles a in II afficirt, durch die reflectirte Verdichtungswelle aber in entgegengesetzter, also in der Richtung des Pfeiles b. Die Geschwindigkeit aller Theilchen ist für diesen Augenblick gleich Null.

Nr. III Fig. 431 entspricht dem Moment, in welchem die grösste Verdünnung der eintretenden Welle bei R ankommt; für diesen Augenblick fällt in der ganzen Röhre wieder eine Verdichtung der eintretenden Welle mit einer gleich grossen Verdünnung der reflectirten zusammen, in der ganzen Röhre findet also weder Verdichtung noch Verdünnung statt; dagegen sind alle Luftschichten mit Ausnahme von T in Bewegung. Alle Luftschichten zwischen T und R bewegen sich gegen R hin, alle Luftschichten zwischen T und S bewegen sich gegen S hin.

Nro. IV stellt den Moment dar, in welchem das Verdichtungsmaximum der einfallenden Welle am Boden S ankommt. Verdichtungsmaximum bei S, grösste Verdünnung bei T; momentaner Stillstand aller Theilchen, um alsbald ihre Bewegung von beiden Seiten her gegen T hin zu beginnen.

Wir sehen also, dass gleichzeitig alle Luftschichten in der ganzen Röhre gegen T hin (I) und dann wieder gleichzeitig von T weg gehen (III), während die Schicht T selbst unbeweglich bleibt, dass aber dagegen in T abwechselnd eine Verdichtung eintritt (II), wenn eben am Boden

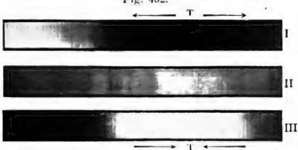
Digitized by Google

eine Verdünnung stattfindet, während dann nach einer halben Undulation am Boden eine Verdichtung und bei *T* eine Verdünnung entsteht (IV).

In dem Punkte *T*, welcher um $^1/_4$ der Wellenlänge des einfallenden Tones, also um $^1/_3$ der Röhrenlänge von der Oeffnung der Röhre absteht, bildet sich daher durch die Interferenz der eintretenden und reflectirten Welle ein Schwingungsknoten.

Die Fig. 432 dient dazu, diesen Fall noch anschaulicher zu machen. Die Pfeile in I bezeichnen die Richtung, in welcher die Luftschichten sich

Fig. 432.



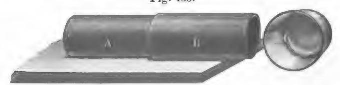
zu bewegen beginnen, wenn eben im Schwingungsknoten *T* eine grösste Verdichtung stattfindet. Die Pfeile in III bezeichnen die Richtung der Bewegung, welche in dem Moment beginnt, in welchem in *T* die grösste Verdünnung stattfindet.

In meinem mathematischen Supplementbande findet man eine andere, mehr mathematisch gehaltene Entwickelung der Bildung stehender Luftwellen.

165 **Offene Röhren.** Bisher haben wir nur die Bildung stehender Luftwellen in solchen Röhren betrachtet, welche durch einen Boden geschlossen waren, und welche deshalb auch gedeckte Röhren oder gedeckte Pfeifen genannt werden. In gleicher Weise lässt sich aber auch die Luftsäule, welche in beiderseits offenen Röhren eingeschlossen ist, in den Zustand stehender Schwingungen versetzen.

Man lege eine gleichfalls aus zwei in einander schiebbaren Stücken *A* und *B*, Fig. 433, bestehende Pappendeckelröhre, welche bei gleichem Durchmesser gerade doppelt so lang ist, wie diejenige, welche zu dem

Fig. 433.



in Fig. 425 dargestellten Versuch gedient hat, welche aber an beiden Seiten offen ist, auf einen Tisch, so wird man ein bedeutendes Anschwellen des Tones wahrnehmen, sobald man die durch Anstreichen

Digitized by Google

mit dem Fiedelbogen zum Tönen gebrachte Glasglocke *G* (dieselbe, welche zu dem auf S. 380 beschriebenen Versuch gedient hat) so vor die eine Mündung des Rohres hält, wie es unsere Figur andeutet.

Bezeichnen wir mit *l* die Länge der gedeckten Röhre, welche für den tiefsten Ton der Glocke *G* anspricht, so muss man also einer beiderseits offenen Röhre die Länge 2 *l* geben, wenn die in derselben eingeschlossene Luftsäule durch denselben Ton zum Mittönen gebracht werden soll. Die Wellenlänge des tiefsten Tones, für welchen eine beiderseits offene Röhre anspricht, ist also doppelt so gross wie die Länge der Röhre.

Die Bildung stehender Wellen in beiderseits offenen Röhren erklärt sich folgendermaassen:

Wenn der verdichtete Theil einer Welle, nachdem er die Röhre ihrer ganzen Länge nach durchlaufen hat, an der zweiten Oeffnung austritt, so werden die comprimirten Lufttheilchen leicht nach allen Seiten hin ausweichen, und dadurch wird eine Verdünnung entstehen, welche nun, gleichsam am offenen Ende der Röhre reflectirt, dieselbe in entgegengesetzter Richtung durchläuft wie die ursprünglich einfallenden Schallwellen.

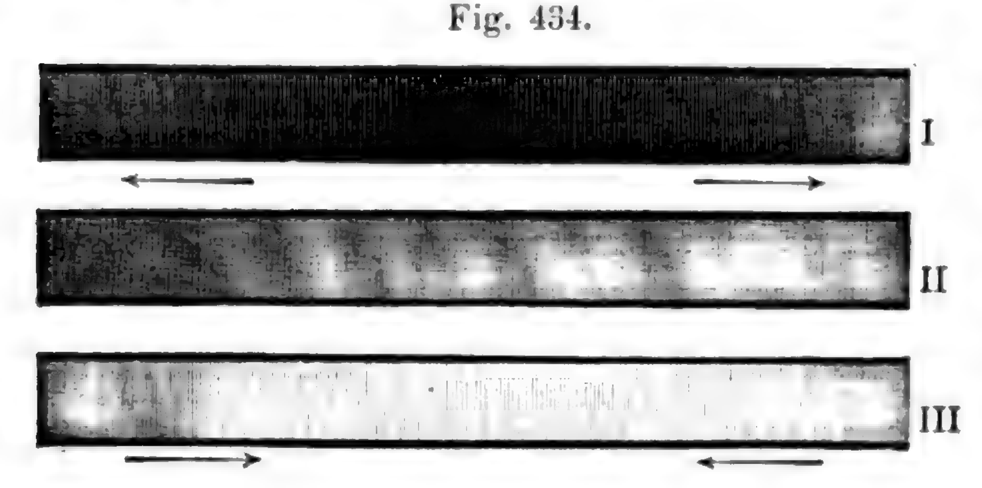
In gleicher Weise wird eine aus der Röhre austretende Verdünnungswelle durch das seitliche Zuströmen von Luft in eine rückwärts laufende Verdichtungswelle verwandelt.

Die rückwärts laufenden Wellen sind freilich weniger intensiv als die ursprünglichen.

Diese, die Röhre rückwärts durchlaufenden Wellen kommen nun mit den neu einfallenden zur Interferenz und so kommen unter entsprechenden Umständen stehende Luftwellen in der Röhre zu Stande, deren Bildung sich nach den im vorigen Paragraphen besprochenen Grundsätzen ableiten lässt.

Der tiefste Ton, für welchen die Röhre anspricht, ist derjenige, dessen Wellenlänge doppelt so gross ist als die Länge der Röhre. Für diesen Fall bildet sich ein Schwingungsknoten in der Mitte der Röhre, ein Bauch aber an jedem Ende, wie es durch Fig. 434 anschaulich gemacht ist. I stellt den Moment dar, wo in der Mitte der Röhre die grösste Verdichtung stattfindet; während die Luftschicht in der Mitte der Röhre in Ruhe bleibt, beginnt die Luft auf beiden Seiten sich von der Mitte zu entfernen, wie dies durch die Pfeile angedeutet ist; nach $^1/_4$ Undulation kommen alle Luftschichten in ihrer Gleichgewichtslage an, und in diesem Moment ist die Dichtigkeit der Luft in der

Fig. 434.

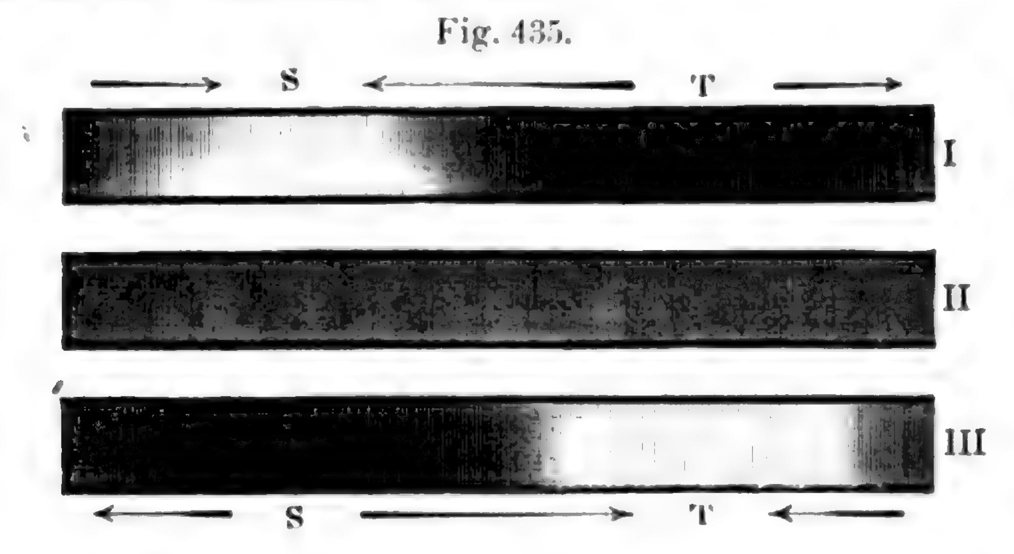


ganzen Röhre dieselbe (Nr. II); aus diesem Zustande geht dann aber die Luftsäule während der nächsten Viertel-Undulation in den Nr. III dargestellten Zustand über, wo in der Mitte der Röhre die grösste Verdünnung stattfindet. — Nun beginnen die einzelnen Luftschichten wieder von beiden Seiten her sich gegen die Mitte hin zu bewegen u. s. w.

Für den nächst höheren Ton, welcher die Luftsäule in der Röhre in den Zustand stehender Schwingungen versetzt, bildet sich ein Bauch in der Mitte der Röhre, Knoten aber bilden sich in den Punkten S und T, Fig. 435, welche um $^1/_4$ der Röhrenlänge von den Enden abstehen. Wenn in T ein Maximum der Verdichtung stattfindet, wie in Nr. I, so findet in S Verdünnung statt, und umgekehrt, Nr. III.

Für den eben besprochenen Fall ist die Wellenlänge des Tones der Länge der Röhre gleich; die Oscillationsdauer dieses Tones ist halb so gross als die des Grundtones der Röhre.

Fig. 435.



166 **Orgelpfeifen.** Um die Luft in einer Röhre, sei es eine offene oder gedeckte, in stehende Schwingungen zu versetzen und sie also zum Selbsttönen zu bringen, ist nicht gerade nöthig, einen tönenden Körper vor die Oeffnung zu halten, wie dies ja die Orgelpfeifen zeigen. Hier ist es ein am offenen Ende der Röhre vorbeiströmender, an ihren Rändern sich brechender Luftstrom, welcher durch seine Stösse Wellen erzeugt, die, am anderen Ende reflectirt, mit den neu einfallenden interferiren. Wenn auch diese Stösse anfangs nicht ganz regelmässig sind, so werden sie doch alsbald, wenigstens wenn die Röhre, wie man sagt, gut anspricht, durch den Einfluss der rückkehrenden Wellen regulirt, so dass sich regelmässig stehende Schwingungen bilden, durch welche die Luft in der Röhre selbsttönend wird.

Die einfachste Art, die Luft in einer kleineren gedeckten Röhre zum Tönen zu bringen, ist die, dass man sie in verticaler Richtung vor den Mund hält (das geschlossene Ende nach unten gekehrt, während das offene Ende an die untere Lippe gehalten wird), und dann schräg gegen den Rand der Röhre bläst.

Eine andere Methode, um die Luft in einer offenen Röhre zum Tönen zu bringen, ist die, dass man Wasserstoffgas in einem Gefässe erzeugt und es durch eine feine Spitze ausströmen lässt, das Gas anzündet

Digitized by Google

Fig. 437.

Fig. 438.

Fig. 436.

und dann die Glasröhre darüber hält, Fig. 436.

Die zweckmässigste Methode, die Luft in Röhren in den Zustand stehender Schwingungen zu versetzen, ist diejenige, welche man bei den **Orgelpfeifen** in Anwendung gebracht hat. Die Einrichtung derselben ist aus Fig. 437 und 438 zu ersehen. Man unterscheidet an ihnen den **Fuss**, den **Mund** und die **Röhre**.

In Fig. 438, welche eine Zinnpfeife darstellt, ist der Fuss mit FF, die Röhre mit RR bezeichnet. Die Röhre hat an ihrem unteren Ende vorn eine Oeffnung ab, welche der **Mund** genannt wird. Fuss und Röhre sind durch eine dünne Zinnplatte getrennt; zwischen der vorderen Kante dieser Platte, welche den Boden der Schallröhre bildet, und der vorderen Wand des Fusses bleibt eine schmale Spalte, durch welche die unten in den Fuss eingeblasene Luft austritt

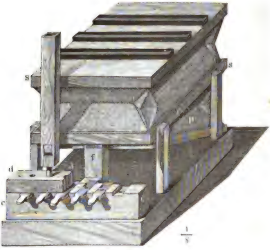
Digitized by Google

und, sich an der oberen Kante des Mundes brechend, die Luftsäule in der Röhre RR in stehende Schwingungen versetzt.

Die Einrichtung der hölzernen Orgelpfeifen ist aus dem Durchschnitt Fig. 437 zu ersehen. Die in den Fuss eingeblasene Luft dringt aus dem Behälter K durch einen schmalen Spalt cd hervor und bricht sich an der oberen Kante ab des **Mundes**, von welchem unsere Figur nur die linke Hälfte $abcd$ zeigt.

Statt einer förmlichen Orgel kann man sich zu Versuchen mit Orgelpfeifen, seien es nun gedeckte, wie Fig 438, oder offene, wie Fig. 437, der in Fig. 439 abgebildeten Vorrichtung bedienen. Mit Hülfe des Blase-

Fig. 439.



balgs p wird Luft in den Balg ss getrieben, aus welcher sie dann durch die anfangs vertical herab, dann horizontal nach vorn hin gehende Röhre f in die Windlade cc gelangt. Die obere Fläche dieses Kastens enthält eine Reihe von Löchern, auf welche die verticalen Löcher des Holzstücks dd, von welchem unsere Figur nur einen Theil zeigt, münden. In die Löcher des Holzstücks dd wird der Fuss der Pfeifen eingesetzt. Zwischen den Löchern des Brettes dd und den entsprechenden Löchern der Windlade cc befinden sich aber Schieber, welche selbst mit Löchern versehen sind, so dass man nach Belieben den Wind in eine Pfeife kann eintreten lassen, wenn man den entsprechenden Schieber vorzieht, oder den Wind von dieser Pfeife absperrt, wenn man den Schieber zurückschiebt, wie dies durch Fig. 440 noch besser erläutert wird, welche die Einrichtung der Schieber in grösserem Maassstabe darstellt, als die vorige Figur. Der Schieber 1 ist zurückgeschoben, der Schieber 2 ist vorgezogen

Google

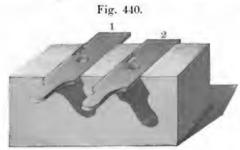
Eine und dieselbe gedeckte Pfeife kann mehrere Töne geben. Der tiefste ist derjenige, dessen Wellenlänge 4mal so gross ist als die Länge der Röhre; die höheren Töne, welche die Pfeife giebt, sind diejenigen, welche einer 3mal, 5mal u. s. w. kürzeren Wellenlänge entsprechen, welche also durch stehende Schwingungen erzeugt werden, welche eine 3mal, 5mal u. s. w. kleinere Oscillationsdauer haben als der tiefste Ton der Pfeife.

Den tiefsten Ton giebt die Pfeife bei schwächerem, die höheren bei stärkerem Winde.

Um Versuche mit gedeckten Pfeifen zu machen, kann man auch sogenannte Stimmpfeifen, Fig. 441, anwenden. Es sind dies ungefähr

Fig. 441.

Fig. 440.



1 Fuss lange hölzerne runde Pfeifen, in welchen ein durch einen Korkstopfen gebildeter, am unteren Ende eines hölzernen Stempels befestigter Kolben auf und nieder geschoben werden kann, wodurch sich die tönende Luftsäule nach Belieben verlängern oder verkürzen lässt.

Auch eine offene Pfeife giebt mehrere Töne, je nachdem sie durch schwächeren oder stärkeren Wind angeblasen wird. Die Wellenlänge des tiefsten Tones, den sie giebt, des Grundtones, ist doppelt so gross wie die Pfeifenlänge. Für diesen Grundton bildet sich ein Schwingungsknoten in der Mitte der Röhre. Die Wellenlänge des zweiten Tons der offenen Pfeife ist gleich der Länge der Pfeife selbst und die beiden Schwingungsknoten, welche sich in diesem Falle bilden, haben die Fig. 435 Seite 392 dargestellte Lage.

Bezeichnen wir die Länge einer offenen Röhre mit L, so sind die Wellenlängen der Töne, welche sie geben kann,

$$2\,L,\ {}^2/_2\,L,\ {}^2/_3\,L \text{ u. s. w.,}$$

während

$$4\,L,\ {}^4/_3\,L,\ {}^4/_5\,L \text{ u. s. w.}$$

die Wellenlängen der Töne sind, welche eine gedeckte Pfeife von der Länge L geben kann.

Der tiefste Ton, welchen eine Pfeife geben kann, wird ihr Grundton genannt, die anderen Töne, welche sie bei gestärktem Winde giebt, heissen die Obertöne.

Digitized by Google

Wenn man an verschiedenen Stellen einer Orgelpfeife Löcher macht, die man nach Belieben durch einen Schieber verschliessen oder öffnen kann, so kann man zeigen, dass der Ton durchaus nicht geändert wird, wenn man ein Loch öffnet, welches sich an der Stelle eines Bauches befindet, dass jedoch eine Aenderung eintritt, wenn ein Loch an einer anderen Stelle geöffnet wird.

Um die Schwingungsknoten der Luftsäule in einer Röhre zu zeigen, wendet Hopkins eine gläserne Röhre an, welche ungefähr $1^1/_2$ Zoll im Durchmesser hat und welche ungefähr 2 Fuss lang ist. Die Röhre wird über einer Metallplatte befestigt, welche in gleicher Weise festgeschraubt wird, wie die Platten, welche zur Erzeugung der Klangfiguren dienen. Sie wird durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen zum Tönen gebracht. Der Ton der Platte muss der Länge der Röhre entsprechen. In der Röhre hängt an einem Faden ein Rähmchen herab, über welches eine zarte Membran gespannt ist, die mit Sand bestreut wird. Dieser Sand bleibt ruhig liegen, wenn das Rähmchen an die Stelle eines Knotens gebracht wird; an allen anderen Stellen dagegen wird er herabgeworfen, was natürlich an der Stelle der Bäuche am stärksten der Fall ist.

Weil man durch Anstreichen einer Metallplatte nicht immer mit Sicherheit den gewünschten Ton erhält, so ist es zweckmässig, den Versuch so abzuändern, dass man die Glasröhre in den Fuss einer Orgelpfeife, Fig. 442, steckt; man hat auf diese Weise eine oben offene Orgelpfeife von Glas, welche mit Sicherheit ihren tiefsten Ton, und bei verstärktem Winde oder verkleinerter Mundöffnung seine Octave giebt.

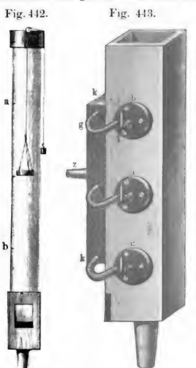


Fig. 442. Fig. 443.

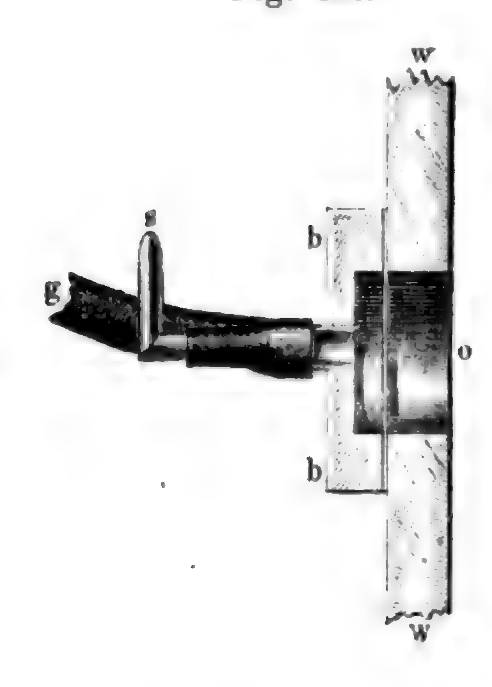
Für den tiefsten Ton der Röhre bleibt der Sand ruhig liegen, wenn sich das Rähmchen in der Mitte der tönenden Luftsäule befindet, wie Fig. 442 andeutet; an der gleichen Stelle kommt aber der Sand sogleich in lebhafte Bewegung, wenn durch stärkeren Wind die Octave des Grundtones erzeugt wird, während man in gleicher Weise für diesen höheren Ton die Schwingungsknoten bei a und b nachweisen kann.

Sehr schön lassen sich die Schwingungsknoten nach einer von König angegebenen Methode nachweisen. An eine offene Orgelpfeife, welche

Digitized by Google

in Fig. 443 so dargestellt ist, dass ihre horizontalen Dimensionen in $^1/_5$, die verticalen aber in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse aufgetragen sind, ist seitlich ein Kästchen *kk* aufgeschraubt, in welches durch einen an das Röhrchen *z* anzusteckenden Gummischlauch Leuchtgas einströmt. Aus dem Kästchen *kk* wird dann das Gas durch drei kurze Röhrchen in die kleinen Holzkästchen *a*, *b* und *c* geleitet, aus welchen es endlich durch drei kleine Brenner ausströmt. Die Mitte von *a* befindet sich an der Stelle, an welcher sich in der Pfeife ein Schwingungsknoten bildet, wenn sie ihren Grundton giebt. An der Stelle der Schwingungsknoten, welche der Octav des Grundtons entsprechen, sind die Kästchen *b* und *c* aufgeschraubt. An der Stelle dieser Kästchen ist die Wand der Pfeife durchbohrt, die Höhlung des Kästchens aber ist von der Luft in der Röhre durch eine dünne Kautschukplatte getrennt, wie man dies in Fig 444 sieht, welche ein Gaskästchen sammt Brenner in $^1/_2$ der natürlichen Grösse darstellt. Wenn die Röhre nicht tönt, sind die Flammen der drei Brenner ganz gleich; giebt die Pfeife ihren Grundton, so erzittern alle drei Flammen, indem sie zugleich kleiner werden; für die mittlere Flamme ist dies am bedeutendsten, weil sich das mittlere Kästchen an der Stelle eines Schwingungsknotens, also da befindet, wo die Abwechselung zwischen Verdichtung und Verdünnung in der Röhre am bedeutendsten ist. Für die Octav des Grundtons brennt die mittlere Flamme ruhig, weil sie sich an die Stelle eines Bauches befindet, während die beiden anderen lebhaft erzittern oder selbst ausgelöscht werden.

Fig. 444.



Der Mund der Pfeife ist auf derselben Seite angebracht, auf welcher das Kästchen *kk* angeschraubt ist. Die gegenüberstehende Wand (in unserer Figur die Wand rechts) ist durchbrochen und durch eine Glasplatte geschlossen, damit man mit diesem Apparat auch den durch Fig. 442 erläuterten Versuch anstellen kann.

Einfluss der Form der Pfeifen auf die Tonhöhe. Die aus den vorhergehenden Paragraphen sich ergebende Folgerung, dass die Tonhöhe einer Pfeife nur durch deren Länge bedingt sei, ist in der That nicht unbedingt für alle Gestalten der Pfeife richtig, indem die Tiefe der Pfeife, die Breite des Mundlochs u. s. w. von wesentlichem Einfluss auf die Tonhöhe sind. 167

Savart hat gezeigt, dass zwei Pfeifen *a* und *b*, Fig. 445, welche gleiche Länge und gleiche Tiefe haben, welche aber ungleich breit sind, denselben Ton geben (vorausgesetzt, dass in beiden der Mund die

Digitized by Google

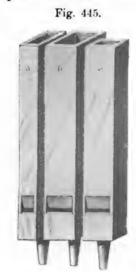
volle Breite der Röhre einnimmt), nur ist der Ton der schmalen Pfeife schwächer.

Wenn aber bei gleicher Höhe und Breite die Tiefe zweier Pfeifen verschieden ist, wie z. B. bei den Pfeifen *b* und *c*, Fig. 445, so ist ihr Ton nicht mehr gleich, er ist höher für die Röhre von geringerer Tiefe, also in unserem Beispiel höher für die Pfeife *c* als für die Pfeife *b*.

Nach Bertsch ist die Tonhöhe zweier Pfeifen gleich, wenn für beide die Summe der Höhe und der doppelten Tiefe dieselbe ist. Demnach müsste eine Pfeife von 10 Zoll Länge und 1 Zoll Tiefe denselben Ton geben wie eine andere von 8 Zoll Länge und 2 Zoll Tiefe.

Wenn zwei Orgelpfeifen einander ähnlich sind, d. h. wenn die entsprechenden Dimensionen in gleichem Verhältniss stehen, und wenn der Mund bei verhältnissmässiger Grösse in beiden die gleiche Stellung hat, so verhalten sich die Schwingungszahlen ihrer Töne umgekehrt wie die entsprechenden Dimensionen. Eine Pfeife *A* giebt z. B. einen Ton, welcher die nächst niedere Octave des von einer Pfeife *B* gegebenen Tons ist, wenn *A* doppelt so lang, doppelt so breit und doppelt so tief ist als *B*.

Fig. 445.



Die Grösse und Stellung des Mundlochs hat einen sehr bedeutenden Einfluss auf die Tonhöhe der Pfeife. Es ist schon bemerkt worden, dass, wenn man die Weite des Mundlochs, d. h. die Entfernung der Lippen, vergrössert, die Röhre leichter ihren Grundton giebt; dass sie aber leichter die Obertöne giebt, wenn man das Mundloch enger macht. Einen anderen Einfluss übt die Breite des Mundlochs aus. Wenn z. B. in einer quadratischen Röhre das Mundloch die ganze Breite einer Seite hat, so erhält man einen höheren Ton, als wenn man das Mundloch schmäler macht; man kann auf diese Weise den Ton selbst bis zur Septime herunterstimmen, besonders wenn die Röhre fast cubisch ist. Deshalb bringen auch die Orgelbauer zu beiden Seiten des Mundlochs keine Bleiplatten an, welche Ohren genannt werden und die man durch Biegen etwas nähert oder von einander entfernt, um die Tonhöhe zu reguliren.

Man weiss schon lange durch oft wiederholte Versuche, dass der Ton eines Hornes und einer Trompete von dem Stoff des Instrumentes und dem Grade der Härtung abhängt; ein Horn z. B., welches im Feuer gehärtet ist, ohne dass man seine Gestalt geändert hat, würde nur gedämpfte Töne geben. Die Orgelbauer kennen auch den Einfluss des Stoffes der Röhren auf die Natur des Tons, und sie versichern, dass man die Natur des Zinns an den Metallröhren oder die des Holzes an den Holzröhren nur

Digitized by Google

etwas zu verändern brauche, um das Instrument schlecht zu machen. Diese Beobachtungen sind durch die zahlreichen Versuche bestätigt worden, welche Savart mit Röhren von mehr oder weniger gespanntem Pergament und mehr oder weniger feuchtem Papier angestellt hat; er fand: 1) dass der Ton in quadratischen Röhren, deren Seite 9 Linien und deren Höhe 1 Fuss beträgt, sich um mehr als eine Octave herunterstimmen lässt, wenn man das Papier, welches die Wände bildet, mehr und mehr anfeuchtet; dieses Papier war auf die festen Kanten des Prismas wie auf einen Rahmen aufgeklebt; 2) dass sich der Ton durch dieses Mittel um so leichter herabstimmen lässt, je kürzer die Röhren sind; in cubischen Röhren kann man ihn um mehr als zwei Octaven herabstimmen; 3) dass man nur einen Theil der Wand aus Papier oder Pergament zu machen braucht, um den Ton herabzustimmen.

Die musikalischen Töne. Nachdem wir nun ein Mittel kennen 168
gelernt haben, reine Töne hervorzubringen, nämlich durch Orgelpfeifen, nachdem wir gesehen haben, wie die Höhe und Tiefe dieser Töne von der Länge der Pfeifen abhängt, dass man also durch Verlängerung und Verkürzung der Röhren die Pfeifen beliebig stimmen kann, wollen wir nun die Tonreihe näher betrachten, welche in der Musik zur Anwendung kommt.

Gehen wir von dem Tone aus, den eine 4 Fuss lange, gedeckte Pfeife als Grundton giebt; es ist dies ein Ton, welcher in der Musik mit C bezeichnet wird.

Fragen wir nach den harmonischen Tönen von C, d. h. nach denjenigen Tönen, die mit C zusammen einen angenehmen Eindruck auf das Ohr hervorbringen, so finden wir, dass es solche sind, deren Oscillationsgeschwindigkeit in einem einfachen Verhältnisse zu der von C steht; es sind diejenigen Töne, deren Wellenlänge $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$ von der des Tones C beträgt, die also durch solche Pfeifen hervorgebracht werden, deren Länge $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$ von der Länge der Pfeife C ist.

Da sich die Oscillationsdauer umgekehrt wie die Wellenlänge verhält, so macht also der erste der erwähnten Töne zwei Schwingungen, während C eine macht; dieser Ton heisst die Octave von C und er wird mit c bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $^2/_3$ von der des Tones C beträgt, macht 3 Oscillationen, während C deren 2 macht; dieser Ton ist die Quinte von C, er wird mit G bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $^3/_4$ von der des Tones C ist, macht 4 Schwingungen, während C deren 3 macht; er wird die Quarte von C genannt und mit F bezeichnet.

Der Ton, dessen Wellenlänge $^4/_5$ von der des Tones C ist, macht 5 Schwingungen, während C deren 4 macht; es ist die grosse Terz von C und wird mit E bezeichnet.

Der zuletzt erwähnte Ton, dessen Wellenlänge $^5/_6$mal so gross ist als die von C, macht 6 Schwingungen, während C deren 5 vollendet; es ist dies die kleine Terz von C; sie wird mit Es bezeichnet.

Digitized by Google

Ebenso wie C seine Octav, Quint, Quart, grosse und kleine Terz hat, so giebt es auch eine Octav, Quint, Quart, grosse und kleine Terz von c.

Der Grundton C mit seiner grossen Terz E und seiner Quint G bilden den Cdur-Accord.

Nach den eben angegebenen Verhältnissen machen gleichzeitig

C	E	F	G	c
1	$^5/_4$	$^4/_3$	$^3/_2$	2

Schwingungen.

Um die Reihe der Töne gehörig zu vervollständigen, müssen nun aber E, F und G ebenso ihre Accorde, als ihre Terz und Quint haben wie C.

Die Quint von G ist ein Ton, welcher $^3/_2$mal so viel Schwingungen macht als G; auf 1 Schwingung von C kommen also $^3/_2 \cdot {^3/_2} = {^9/_4}$ Schwingungen des fraglichen Tones, den wir mit d bezeichnen wollen. Die nächst tiefere Octav von d, welche mit D bezeichnet wird, macht also $^9/_8$ Schwingungen, während C eine vollendet.

Die grosse Terz von G, die man mit H bezeichnet, macht $^5/_4$mal so viel Schwingungen als G, also $^3/_2 \cdot {^5/_4} = {^{15}/_8}$mal so viel Schwingungen als C.

Die Schwingungszahl der Quint von F ist $^4/_3 \cdot {^3/_2} = 2$, die Octav von C ist also zugleich die Quint von F.

Die Schwingungszahl der grossen Terz von F, eines Tones, den man mit A bezeichnet, ist $^4/_3 \cdot {^5/_4} = {^5/_3}$mal so gross als die Schwingungszahl von C.

So haben wir denn eine Reihe von Tönen, welche den Namen der diatonischen Tonleiter führt. Es machen gleichzeitig

C	D	E	F	G	A	H	c . . .	g
1	$^9/_8$	$^5/_4$	$^4/_3$	$^3/_2$	$^5/_3$	$^{15}/_8$	2	3

D ist die Second, A ist die Sext, H ist die Septime und g (die Quint der Octav) ist die Duodecime des Grundtons C. Auf 1 Schwingung von C kommen 3 Schwingungen seiner Duodecime.

Die Differenzen zwischen je zwei auf einander folgenden Tönen dieser Reihe sind nicht gleich. In der folgenden Reihe giebt der zwischen zwei Buchstaben etwas tiefer gesetzte Bruch an, wie vielmal grösser die Schwingungszahl eines Tones ist als die des nächst niedrigeren:

$$C \quad \underset{^9/_8}{} \quad D \quad \underset{^{10}/_9}{} \quad E \quad \underset{^{16}/_{15}}{} \quad F \quad \underset{^9/_8}{} \quad G \quad \underset{^{10}/_9}{} \quad A \quad \underset{^9/_8}{} \quad H \quad \underset{^{16}/_{15}}{} \quad c;$$

in gleichen Zeiten macht also D $^9/_8$mal so viel Schwingungen als C, E $^{10}/_9$mal so viel als D, F $^{16}/_{15}$mal so viel als E u. s. w.

Das Intervall von C zu D, von D zu E, von F zu G, von G zu A, von A zu H heisst ein ganzer Ton. Man unterscheidet aber grosse ganze Töne, wenn das Intervall $^9/_8$, und kleine, wenn es $^{10}/_9$ beträgt.

Nach den Bezeichnungen, welche wir soeben kennen gelernt haben, können wir nun auch die Obertöne der Pfeifen genauer bezeichnen.

Digitized by Google

Bei einer offenen Röhre nämlich ist der erste Oberton die Octave, der zweite Oberton aber die Duodecime des Grundtons, während bei einer gedeckten Pfeife der erste Oberton die Duodecime des Grundtons ist.

Der tiefste Ton, welcher in der Musik zur Anwendung kommt, ist derjenige, welchen eine gedeckte Pfeife von 16 Fuss giebt. Nun wissen wir aber, dass, wenn eine gedeckte Pfeife ihren tiefsten Ton giebt, die Wellenlänge dieses Tons 4mal so gross ist als die Länge der Pfeife; die Wellenlänge des Grundtons einer 16füssigen gedeckten Pfeife ist demnach in gewöhnlicher Luft 64 Fuss.

Bezeichnen wir mit m und n zwei Töne, von welchen der eine um einen kleinen, der andere um einen grossen ganzen Ton höher ist, als ein dritter Ton r, so verhalten sich die Schwingungszahlen von m und n wie $\frac{10}{9}$ zu $\frac{9}{8}$, das Intervall dieser beiden Töne, welches als Comma bezeichnet wird, ist also $\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$; es ist so klein, dass man in der musikalischen Praxis den Unterschied zwischen grossen und kleinen ganzen Tönen vernachlässigen kann.

Das Intervall zwischen E und F, so wie das zwischen H und c ist $\frac{16}{15}$, also grösser als das Intervall $\sqrt{\frac{10}{9}}$, welches wir erhalten, wenn wir das Intervall eines ganzen Tones in zwei gleiche Theile theilen. Bezeichnen wir die Schwingungszahl eines Tones T mit z, so ist die Schwingungszahl eines um $^1/_2$ Ton höheren $z\frac{16}{15}$, und wenn wir von diesem aus abermals um $^1/_2$ Ton aufsteigen, so kommen wir zu einem Ton, dessen Schwingungszahl $z\frac{16^2}{15^2} = z\frac{256}{225}$ ist, während die Schwingungszahl desjenigen Tones, welcher um einen kleinen ganzen Ton höher ist als T, gleich $z \cdot \frac{10}{9}$ oder $z \cdot \frac{250}{225}$ ist.

Das Intervall eines kleinen ganzen Tones lässt sich in zwei ungleiche Intervalle zerlegen, von denen das eine $\frac{25}{24}$, das andere $\frac{16}{15}$ ist, denn es ist $\frac{25}{24} \cdot \frac{16}{15} = \frac{10}{9}$. Das Intervall $\frac{25}{24}$ wird als kleiner halber Ton bezeichnet.

Der Uebersicht wegen folgt hier der Werth der eben besprochenen Intervalle in Decimalbrüchen ausgedrückt:

Digitized by Google

$$\frac{9}{8} = 1{,}12500 \qquad \frac{25}{24} = 1{,}04166$$

$$\frac{10}{9} = 1{,}11111 \qquad \frac{16^2}{15^2} = 1{,}13777$$

$$\frac{16}{15} = 1{,}06666 \qquad \frac{81}{80} = 1{,}01250.$$

Die oben angeführte Reihe von Tönen ist aber ungenügend, wenn man, wie es die Musik verlangt, von jedem beliebigen Ton ausgehend nach dem Gesetz der diatonischen Tonleiter, also in folgender Ordnung der Intervalle

$$1,\ 1,\ {}^1/_2,\ 1,\ 1,\ 1,\ {}^1/_2$$

soll aufsteigen können (es bezeichnet hier, den Unterschied zwischen grossen und kleinen ganzen Tönen unberücksichtigt lassend, 1 einen ganzen und $^1/_2$ einen halben Ton).

Will man z. B. den Ton *G* zum Ausgangspunkt der diatonischen Tonleiter machen, so haben wir in obiger Tonreihe, in der That, wie es das Gesetz der diatonischen Tonleiter fordert, zunächst zwei Intervalle von einem ganzen Ton, nämlich *G* zu *A*, *A* zu *H*; dann einen halben Ton *H* zu *c*; dann wieder zwei Ganze *c* zu *d* und *d* zu *e*. Nun aber folgt in der Tonleiter auf Seite 400 der Ton *f*, welcher um $^1/_2$ Ton höher ist als *e*, während in der von *G* ausgehenden diatonischen Tonleiter ein Ton folgen muss, welcher um einen ganzen Ton höher ist als *e*. Diesen Ton nun erhält man, wenn man zwischen *f* und *g* den Ton *fis* einschaltet, dessen Schwingungszahl $\frac{25}{24}$mal grösser ist, als die von *f*. Das Intervall von *e* zu *fis* ist alsdann ein ganzer, das von *fis* zu *g* ist ein halber Ton. Die von *G* ausgehende diatonische Tonleiter ist also

G A H c d e fis g.

Um von *D* aus nach dem Gesetz der diatonischen Tonleiter aufsteigen zu können, muss man zwischen *c* und *d* den Ton *cis* einschalten u. s. w.

Die verschiedenen Molltonleitern erfordern die Einschaltung von Tönen, welche um einen kleinen halben Ton tiefer sind als die einzelnen Töne der *C dur*-Tonleiter und welche durch ein angehängtes *es* bezeichnet werden. So ist *des* ein Ton, dessen Schwingungszahl $\frac{24}{25}$mal kleiner ist als die von *d*, *ges* ist um einen kleinen halben Ton tiefer als *g* u. s. w.

Man sieht also, dass die Töne *cis* und *des*, *fis* und *ges* u. s. w. streng genommen keineswegs identisch sind.

169 **Musikalische Temperatur.** Bei Instrumenten, für welche es, wie bei der Violine in der Gewalt des Spielers liegt, die Tonhöhe nach Belieben zu reguliren, kann man jede Tonleiter in voller Reinheit spielen. Bei Instrumenten mit fester Stimmung aber, bei welchen man auf eine begränzte Anzahl gegebener Töne beschränkt ist, wie bei dem Clavier, ist

Digitized by Google

es nicht immer möglich die volle Reinheit der Intervalle zu wahren, selbst wenn man den Unterschied zwischen kleinen und grossen ganzen Tönen vernachlässigt. So ist zwischen je zwei ganzen Tönen des Claviers nur ein Ton eingeschaltet, es wird also ein und derselbe Ton für *cis* und *des*, ein und derselbe für *fis* und *ges* u. s. w. gebraucht.

Wenn der Grundton eine Schwingung in einer bestimmten Zeit macht, so muss seine grosse Terz in derselben Zeit $^5/_4$, die grosse Terz dieses Tones $^5/_4 \cdot {}^5/_4$ oder $^{25}/_{16}$, und die Terz dieses Tones endlich $^5/_4 \cdot {}^5/_4 \cdot {}^5/_4$ oder $^{125}/_{64}$ Schwingungen machen. Der letztere Ton stimmt nun nicht genau mit der Octav des Grundtons überein, welchem $^{128}/_{64}$ Schwingungen entsprechen; wenn man also in reinen Terzen fortschreitet, so kommt man nicht zur reinen Octav, und will man die Reinheit der Octaven wahren, so muss man von der vollkommenen Reinheit der Terzen abstrahiren. Aehnliches ergiebt sich beim Fortschreiten nach reinen Quinten. Man ist deshalb, um die Reinheit der Octaven zu erhalten, genöthigt, in der Musik die Töne etwas höher oder tiefer zu stimmen, als es die reinen Terzen oder Quinten verlangen; man muss, wie die Musiker sagen, den Ton etwas oberhalb oder unterhalb schweben lassen. Diese Ausgleichung nennt man die Temperatur. Die nähere Besprechung der verschiedenen Arten der Temperatur würde uns hier zu weit führen, es mag nur noch bemerkt werden, dass die sogenannte gleichschwebende Temperatur die zweckmässigste und auch die verbreitetste ist. Nach der gleichschwebenden Temperatur wird die ganze Octave in 12 vollkommen gleiche Intervalle abgetheilt, so dass die Schwingungszahl jedes folgenden Tones $\sqrt[12]{2}$, also 1,05946.. mal so gross ist als die des vorhergehenden. Man sieht, dass auf diese Weise die Differenz zwischen grossen und kleinen halben Tönen, sowie zwischen grossen und kleinen ganzen Tönen wegfällt. Die folgende Tabelle giebt in der zweiten Verticalreihe die Verhältnisse der Schwingungszahlen für die 12 Töne einer Octave nach der gleichschwebenden Temperatur, während in der letzten Verticalreihe die Verhältnisse der Schwingungszahlen des Grundtons zur reinen grossen Terz, zur reinen Quart und zur reinen Quint angegeben sind.

c	100000	100000
cis	105946	
d	112246	
dis	118921	
e	125992	125000
f	133484	133333
fis	141421	
g	149831	150000
gis	158740	
a	168179	
b	178180	
h	188775	
$\bar{c}$	200000	200000

Digitized by Google

Wenn unser Ohr empfindlicher wäre, so würde es durch die erwähnte Unreinheit der Terzen und Quinten unangenehm afficirt werden, es würde kaum ein musikalischer Genuss möglich sein.

Die nach lauter halben Tönen fortschreitende Tonleiter wird die chromatische genannt.

170 **Schwingungszahl der musikalischen Töne.** Nach Paragraph 167 ist $z\lambda = n$

also auch

$$z = \frac{n}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

man kann also die Schwingungszahl eines Tones berechnen, wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeit n des Schalles und seine Wellenlänge in Luft bekannt ist.

Wie wir oben gesehen haben ist $n = 341$ Meter oder 1050 pariser Fuss. Da man nun die Wellenlänge eines Tones (wenigstens annähernd genau) aus der Länge der Pfeife ableiten kann, welche diesen Ton erzeugt, so lässt sich die Schwingungszahl des Tones leicht nach Gl. 1) berechnen. Auf diese Weise ergiebt sich für den Ton einer 16füssigen gedeckten Pfeife die Schwingungszahl

$$z = \frac{1050}{64} = 16{,}4.$$

Ebenso findet man, wieviel Oscillationen in der Secunde die Luft in irgend einer gedeckten Pfeife macht, wenn sie ihren tiefsten Ton giebt, indem man mit der vierfachen Länge der Pfeife (in pariser Fussen ausgedrückt) in 1050 dividirt.

Im Ganzen umfasst die Musik 9 Octaven. Der erwähnte tiefste Ton einer 16füssigen gedeckten Pfeife wird mit $\underline{\underline{C}}$ bezeichnet.

Da dieser Ton nun 16,4 (oder genauer 16,5) Schwingungen in der Secunde macht, so ist Folgendes die Schwingungszahl der auf einander folgenden Octaven dieses Tons:

das Subcontra-C	$\underline{\underline{C}}$	16,5
das Contra-C	$\underline{C}$	33
das grosse C	C	66
das kleine c	c	132
das eingestrichene c	$\bar{c}$	264
das zweigestrichene c	$\bar{\bar{c}}$	528.

Danach kommen also $264\,{}^{5}/_{3} = 440$ Schwingungen auf $\bar{a}$, das sogenannte Stimmgabel-*A*.

Mit unseren Noten werden diese Töne folgendermaassen bezeichnet:

Digitized by Google

Genaue Bestimmung der absoluten Schwingungszahl der Töne. 171 Wir haben zwar gesehen, wie man die einem bestimmten Tone entsprechende Schwingungszahl aus der Länge der Pfeife ableiten kann, welche diesen Ton giebt; doch ist diese Methode nicht sehr genau. Genauere Resultate erhält man mit Hülfe der Sirene oder gezahnter Räder.

Cagniard La Tour ist der Erfinder der Sirene. Fig. 446 stellt eine solche dar, wie sie Stöhrer in Dresden in sehr übersichtlicher Form construirt. *AA* ist eine cylindrische Büchse von Messing, welche mittelst des Rohres *BB* luftdicht auf eine Windlade aufgesetzt werden kann.

In der oberen Deckplatte dieser Büchse befindet sich eine Reihe von Löchern, etwa 12, welche im Kreise um den Mittelpunkt herumstehen; dicht über dieser Deckplatte aber ist eine Messingscheibe *ss* angebracht, welche, um eine verticale Axe in Spitzen laufend, möglichst leicht beweglich sein muss, und welche ebenfalls mit 12 gleichweit von einander abstehenden Löchern versehen ist, wie Fig. 447 zeigt, welche diese Platte von oben gesehen darstellt. Je nach der Stellung der beweglichen Platte

Fig. 446. Fig. 447.

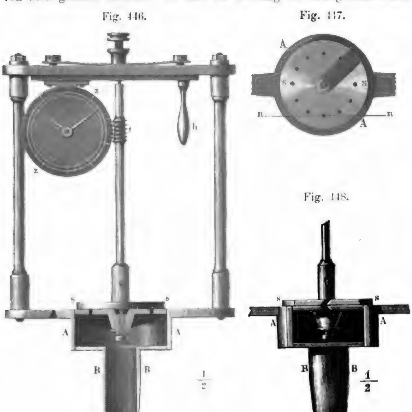


Fig. 448.

Digitized by Google

sind alle 12 Oeffnungen der unteren gleichzeitig geöffnet oder gleichzeitig geschlossen.

Sowohl die Löcher der drehbaren Scheibe *ss* als auch die Löcher der darunter befindlichen Platte sind schräg gestellt, und zwar die der rotirenden Platte *ss* in entgegengesetzter Richtung, wie die der Deckplatte der Büchse, wie man Fig. 448 a. v. S. sieht, welche einen Durchschnitt der Büchse, *AA* nach der Linie *nn* der Fig. 447 darstellt. Es ist also klar, dass der Wind, welcher den Löchern der Deckplatte entströmt, gegen die Wände der Löcher der drehbaren Scheibe *ss* anstösst und diese dadurch in eine Rotation versetzt, deren Schnelligkeit von der Stärke des Windes abhängt.

Wird nun aus der Windlade Luft durch das Ansatzrohr *BB* eingeblasen, so beginnt die Scheibe *ss* sich zu drehen und alsbald lässt sich ein anfangs tiefer Ton hören, welcher allmälig höher und stärker wird, wenn die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe *ss* zunimmt, und welcher auf einer bestimmten Tonhöhe stehen bleibt, wenn Gleichgewichtszustand eingetreten ist zwischen der beschleunigenden Kraft des ausströmenden Windes und den zu überwindenden Widerständen.

Der Ton entsteht dadurch, dass jedesmal ein Luftstrom durch die Löcher der Scheibe *ss* hervordringt, wenn die Löcher der rotirenden Scheibe gerade über den Löchern der festen sich befinden; bei einer jeden Umdrehung der Scheibe *ss* werden also 12 solcher Stösse, also auch 12 Verdichtungswellen erzeugt werden; man kann daher leicht die Schwingungszahl des durch die Sirene hervorgebrachten Tons berechnen, wenn man weiss, wie viel Umdrehungen die Scheibe *ss* in einer Secunde macht.

Um die Zahl der in einer gegebenen Zeit gemachten Umdrehungen der Scheibe *ss* zu bestimmen, dient nun ein besonderes Zählerwerk. Hinter dem in 100 gleiche Theile getheilten Zifferblatt *zz*, Fig. 446, befinden sich nämlich zwei Räder, von denen das eine 100, das andere 99 Zähne hat; das erstere führt den grossen, das letztere den kleinen Zeiger. Wenn nun der Ton der Sirene eine constante Höhe erreicht hat, so wird das eben besprochene Zählerwerk mit Hülfe des Griffes *h* etwas nach der rechten Seite gezogen, so dass die Zähne der beiden Räder in die Schraube *t* eingreifen, und nun wird natürlich bei jeder Umdrehung der Scheibe *ss* jedes der gezahnten Räder um einen Zahn fortgeschoben; für je 100 Umdrehungen aber wird der kleine Zeiger um einen Theilstrich mehr hinter dem grossen zurückbleiben, so dass man aus der Vermehrung des Abstandes beider Zeiger erfährt, wie viel hundert, und aus der Stellung des grossen wie viel einzelne Umdrehungen noch über diese hinaus in einer gegebenen Zeit gemacht wurden.

Es versteht sich von selbst, dass das Zählerwerk so leicht gehen muss, dass das Einsetzen desselben keinen merklichen Einfluss auf den Gang der Sirene ausübt.

Eine wesentliche Verbesserung hat Stöhrer an seiner Sirene dadurch angebracht, dass er in der rotirenden Scheibe und der darunter befind-

Digitized by Google

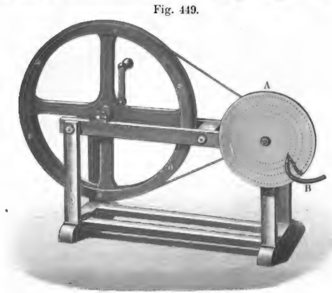
lichen Platte statt der runden Löcher radial gestellte Schlitze in Anwendung bringt.

Dove hat eine Sirene mit mehreren Löcherreihen construirt, zu denen der Wind beliebig zugelassen oder abgesperrt werden kann. Gewöhnlich hat die innerste Löcherreihe 8, die zweite 10, die dritte 12 und die vierte 16 Löcher.

Eine sehr einfache Construction der Sirene, welche auch noch zu anderen akustischen Versuchen anwendbar ist, hat Seebeck angegeben.

Eine Scheibe A, Fig. 449, von starkem Pappendeckel, welche ungefähr 1 Fuss Durchmesser hat, ist mit ihrer Mitte auf einer eisernen Axe befestigt, welche durch die aus unserer Figur leicht verständliche Anordnung leicht in rasche Rotation versetzt werden kann. Auf dieser Scheibe sind 4 concentrische Löcherreihen eingeschlagen. Die innerste

Fig. 449.



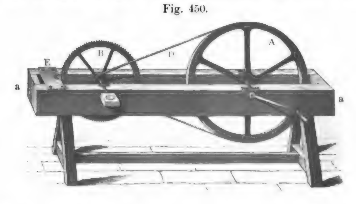
Reihe hat 48 in gleichen Zwischenräumen auf einander folgende Löcher, deren jedes ungefähr 5mm Durchmesser hat. Die folgenden Löcherreihen haben der Reihe nach 60 und 70, die äusserste hat 96 Löcher.

Durch ein Kautschukrohr B, in welchem ein Holzröhrchen eingesetzt ist, dessen Mündung etwas enger sein muss als der Durchmesser eines Loches, und welche ziemlich dicht an die Ebene der Scheibe hinzuhalten ist, wird nun ein Luftstrom gegen die in Rotation befindliche Löcherreihe geblasen und dadurch ein Ton erzeugt, dessen Schwingungszahl gleich ist der Anzahl der Löcher, welche während 1 Secunde vor der Mündung der Röhre B passiren, eine Zahl, welche sich ergiebt, wenn man ermittelt hat, wie viel Umdrehungen der Scheibe A auf eine Umdrehung der Kurbel gehen.

Digitized by Google

Die Methode, die absolute Schwingungszahl mit Hülfe **gezähnter Räder** zu zählen, rührt von Savart her (Annal. de Phys. et de Chim. T. 44 et 47): sein Apparat ist Fig. 450 dargestellt. a ist ein sehr festes Gestell von Eichenholz, welches noch dadurch stabiler gemacht wird, dass man es auf dem Boden befestigt; A ist ein Rad von 1,8 Meter Durchmesser, welches sich um eine sehr starke Axe dreht und durch eine Kurbel in Bewegung gesetzt wird; durch eine Schnur ohne Ende wird die rotirende Bewegung auf ein zweites Rad B in der Weise übertragen, dass die Umdrehung der Axe von B weit schneller ist, als die Umdrehung der Axe des Rades A, dass z. B. 10 Umdrehungen des Rades B auf eine

Fig. 450.



Umdrehung von A kommen. B ist ein gezahntes Metallrad, welches ungefähr 600 Zähne hat; wenn man die Kante einer Karte dem Stosse der Zähne aussetzt, so kann man leicht 24000 Stösse in der Secunde erhalten, wenn A 4 Umdrehungen in 1 Secunde macht. Man erhält mehr oder weniger Stösse, je nachdem man rascher oder weniger rasch dreht. Der Ton, welchen man auf diese Weise erhält, ist rein und andauernd, seine Höhe hängt von der Schnelligkeit der Umdrehung ab, man kann es also leicht dahin bringen, dass er mit der Stimmgabel im Einklange ist. Der Stoss der Zähne gegen das Plättchen giebt einen Ton, weil es dadurch in Schwingungen versetzt wird; während der Zahn vorübergeht, wird das Plättchen gehoben, geht aber in Folge seiner Elasticität zurück, ehe der folgende Zahn kommt. So erzeugt jeder vorübergehende Zahn einen Hin- und Hergang des Plättchens, also eine Vibration; man hat also nur zu ermitteln, wie viel Zähne in einer gegebenen Zeit vorübergehen, um auch die Schwingungszahl des erzeugten Tons zu kennen; zu diesem Zwecke ist an der Axe des Rades B eine Schraube ohne Ende angebracht, welche ganz in ähnlicher Weise wie bei der Sirene ein Zählerwerk in Bewegung setzt. Savart hat auf diese Weise bestätigt, dass $\overline{a}$ 440 Schwingungen in der Secunde macht, wie man auch mit der Sirene gefunden hatte.

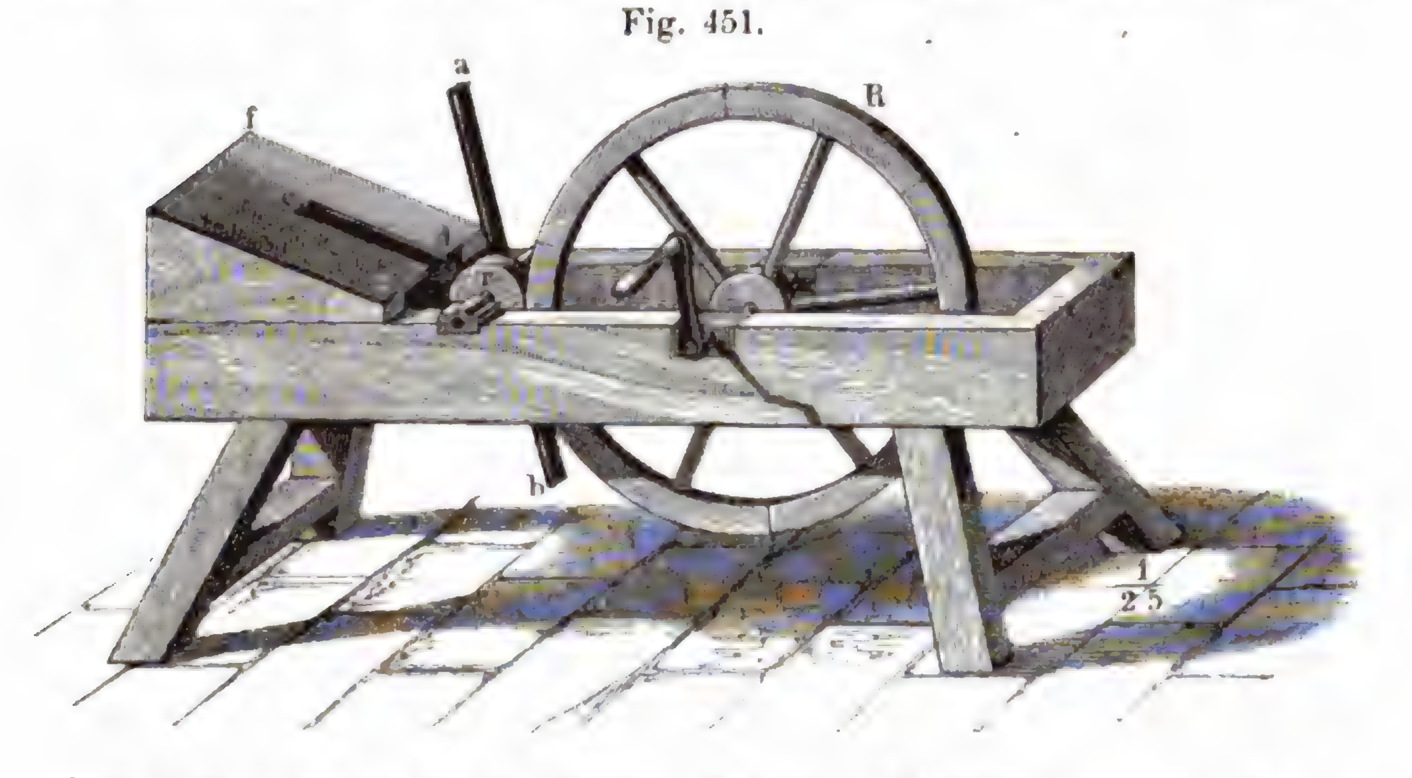
Weiter unten werden wir sehen, auf welche Weise man die Schwingungszahl einer Stimmgabel unmittelbar bestimmen kann.

Google

Gränzen der Hörbarkeit. Der tiefste in der Musik zur Anwendung gebrachte Ton ist der einer 16füssigen gedeckten Pfeife, welcher durch $16\frac{1}{2}$ Schwingungen in der Minute erzeugt wird. Wahrscheinlich bildet dieser Ton die untere Gränze der Wahrnehmbarkeit für das menschliche Gehörorgan. Noch tiefere Töne glaubt zwar Savart mit Hülfe des Fig. 451 dargestellten Apparates hervorgebracht zu haben. Durch Umdrehung des Rades R wird die Scheibe r in Rotation versetzt und mit ihr der eiserne Stab ab, welcher bei jeder Umdrehung zweimal durch eine in dem dünnen Brette fg angebrachte Spalte cd hindurchschlägt, und zwar möglichst genau an den Rändern dieser Spalte streifend.

Man nimmt bereits ein dumpfes continuirliches Geräusch wahr, wenn die Umdrehung des Apparats mit solcher Geschwindigkeit ausgeführt wird,

Fig. 451.



dass 7 bis 8 Stösse in der Secunde erfolgen. Während Savart dies als den tiefsten wahrnehmbaren Ton bezeichnet, wird von anderer Seite, und zwar wohl mit Recht, bezweifelt, dass man es hier mit einem einfachen Ton zu thun habe.

Um die Gränze der hohen Töne zu finden, wandte Savard ein gezahntes Rad an, dessen Umfang 720 Zähne trug, um zu machen, dass 24000 Zähne in der Secunde vorübergehen, wodurch 24000 Schwingungen in der Secunde erzeugt werden. Der auf diese Weise entstehende Ton war noch hörbar, obwohl sehr fein. Unser Gehörorgan ist also mit einer bewundernswürdigen Empfindlichkeit ausgerüstet, so dass es alle Töne hören und von einander unterscheiden kann, welche durch 16- bis 24000 Schwingungen in der Secunde erzeugt werden.

Nach späteren Versuchen wird der höchste überhaupt noch wahrnehmbare Ton durch 36000 Schwingungen in der Secunde erzeugt.

Digitized by Google

Zweites Capitel.

Gesetze der Schwingungen und Töne fester Körper.

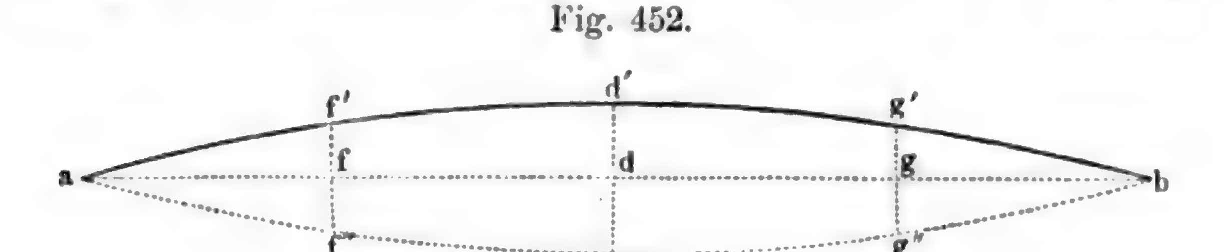
---

173 **Stehende Seilwellen.** Wenn eine längs eines gespannten Seiles fortlaufende Welle von dem festen Endpunkte desselben reflectirt wird, so kommt die reflectirte Welle mit der neu einfallenden in ähnlicher Weise zur Interferenz, wie wir dies für Luftwellen in §. 169 schon näher betrachtet haben, und durch diese Interferenz bilden sich stehende Seilwellen.

Eine gespannte Saite verhält sich wie ein gespanntes Seil. Auf irgend eine Weise aus ihrer Gleichgewichtslage entfernt und dann sich selbst überlassen, geht sie alsbald in den Zustand stehender Schwingungen über, welche wir nun näher betrachten wollen.

Der einfachste Fall ist der, dass das Seil seiner ganzen Länge nach schwingt, wie es Fig. 452 dargestellt ist. Man kann diese Bewegung da-

Fig. 452.



durch hervorbringen, dass man die Mitte eines nicht gar fest gespannten Seiles von 10 bis 20 Fuss Länge etwas aus ihrer Gleichgewichtslage (am besten etwas nach der Rechten oder Linken) entfernt und dann das Seil sich selbst überlässt. Alle Theilchen befinden sich gleichzeitig auf der einen und dann wieder auf der anderen Seite der Gleichgewichtslage; sie erreichen gleichzeitig das Maximum ihrer Entfernung von der Gleichgewichtslage auf der rechten Seite und kommen gleichzeitig auf den Endpunkten ihrer Bahnen auf der anderen Seite an. Die Theilchen also, deren Gleichgewichtslage f, d und g ist, kommen gleichzeitig in f', d' und g' an,

Digitized by Google

sie passiren gleichzeitig ihre Gleichgewichtslage, nach derselben Richtung sich bewegend, sie kommen gleichzeitig in f'', d'', g'' an.

Während also alle Theilchen sich gleichzeitig stets auch in gleichen Schwingungszuständen befinden, ist nur die Amplitude ihrer Oscillationen ungleich, sie ist für das Theilchen d grösser als für f und g.

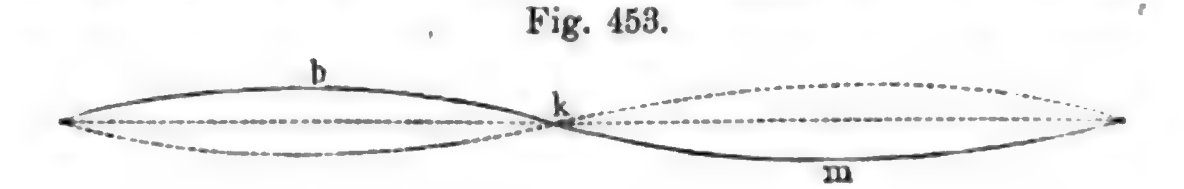
Die Schwingungen einer gespannten Saite, welche man aus ihrer Gleichgewichtslage bringt, oder die man mit einem Fiedelbogen anstreicht, sind ganz von derselben Art. Die Schwingungen der Saite sind aber so schnell, dass man die einzelnen Oscillationen als solche nicht mehr unterscheiden kann, dahingegen bringen sie nun einen Ton hervor, dessen Tonhöhe von der Schwingungszahl der Saite abhängt.

Die Schwingungen eines nicht gar stark gespannten Seiles sind langsam genug, um sie zählen zu können; es hält aber schwer, auf die angegebene Weise eine ganz regelmässige Oscillationsbewegung hervorzubringen, wenn man die Mitte des Seiles in der Richtung von unten nach oben aus ihrer Gleichgewichtslage bringt, weil alsdann nicht allein die Elasticität des Seiles die Theilchen in ihre Gleichgewichtslage zurückführt, sondern auch die Schwere; wenn man aber die Mitte des Seiles nach der Rechten oder Linken aus der Gleichgewichtslage bringt, so ist die Bewegung theilweise eine förmliche Pendelbewegung, weil, wenn das Seil nicht sehr stark gespannt ist, die Mitte immer etwas herabhängt; spannt man es aber stärker, so werden die Schwingungen zu schnell, um sie einzeln unterscheiden zu können.

Am besten lassen sich die stehenden Schwingungen an einem Seile zeigen, wenn man das eine Ende desselben befestigt, das andere aber in der Hand hält, und mit demselben mit gleichförmiger Geschwindigkeit kleine Kreise beschreibt. Wenn man die richtige Geschwindigkeit für die Bewegung der Hand gefunden hat, was während des Versuchs ganz leicht ist, so wird das Seil in eine solche Bewegung gerathen, dass die Mitte desselben einen grossen Kreis um ihre Gleichgewichtslage beschreibt. Alle anderen Punkte des Seiles drehen sich dann gleichfalls in Kreisen um ihre Gleichgewichtslage, nur sind die Kreise um so kleiner, je näher die Punkte gegen die Enden des Seiles liegen.

Wenn man nun die Bewegung der Hand beschleunigt, so wird die Regelmässigkeit der Bewegung des Seiles gestört; es ist aber leicht, die Geschwindigkeit der Hand so zu beschleunigen, dass sich in der Mitte des Seiles ein Ruhepunkt bildet. Jede Hälfte des Seiles schwingt dann ganz in der Weise, wie in dem vorigen Falle das ganze Seil; die Mitte einer jeden Hälfte beschreibt grössere Kreise als alle übrigen Punkte; hier bildet sich also ein Bauch. In Fig. 453 haben wir zwei Bäuche und

Fig. 453.



Digitized by Google

einen Knoten; so nennt man nämlich den ruhenden Punkt k, welcher die beiden schwingenden Theile scheidet.

Wenn b seine höchste Stelle erreicht, so erreicht m gleichzeitig seine tiefste, und umgekehrt.

Bei noch grösserer Geschwindigkeit der Hand gelangt man leicht dahin, im Seile zwei Knoten und drei Bäuche zu erzeugen, wie dies Fig. 454 dargestellt ist.

Fig. 454.

Ebenso ist es möglich, dass sich das Seil in noch mehr Abtheilungen theilt, die immer durch einen Knotenpunkt getrennt sind.

Auch an gespannten Saiten lassen sich die Knotenpunkte beobachten. Fig. 455 stelle eine gespannte Saite dar, an welcher durch einen Steg ein

Fig. 455.

Stück abgeschnitten wird, dessen Länge $^1/_3$ von der Länge der ganzen Saite beträgt, so also, dass durch den Steg die Saite in zwei Theile getheilt wird, von denen der eine halb so gross ist als der andere. Wenn man nun das kleinere Stück mit dem Fiedelbogen anstreicht, so geräth auch das andere Stück in Vibrationen, und zwar so, dass sich ein Knoten in n und zwei Bäuche in v und v' bilden. Der Knoten lässt sich dadurch nachweisen, dass man an verschiedenen Stellen der Saite leichte Papierreiterchen aufsetzt, welche überall sonst abgeworfen werden, während sie auf den Knotenpunkten sitzen bleiben.

Wenn man den Steg so setzt, dass durch ihn die Saite in zwei Theile getheilt wird, von denen der kleinere $^1/_4$ von der ganzen Länge der Saite ist, so bilden sich, wenn man diesen kleineren Theil mit dem Fiedelbogen anstreicht, im grösseren Theil der Saite zwei Knoten und drei Bäuche u. s. w.

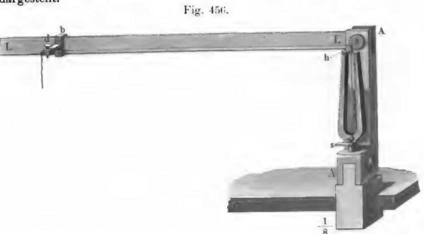
Am schönsten lässt sich die Bildung stehender Wellen gespannter Saiten an dem in Fig. 456 dargestellten, nach Melde's Angaben (Pogg. Annal. Bd. CIX und CXI) von Schubart in Marburg ausgeführten Apparat erläutern.

Auf einem Holzstück A, welches an ein Tischblatt festgeschraubt werden kann, ist eine Stimmgabel angebracht, deren linker Schenkel oben ein Messingplättchen mit einer kleinen Hülse h trägt, deren Axe mit der Mittellinie der ganzen Gabel zusammenfällt. Auf dem anderen Schenkel ist ein zweites Messingplättchen aufgeschraubt, welches lediglich dazu

Digitized by Google

dient, dass auf dem linken Schenkel aufgeschraubte zu äquilibriren. In Fig. 457 ist das obere Ende der beiden Schenkel in natürlicher Grösse dargestellt.

Fig. 456.



Durch diese Hülse h ist ein Seidenfaden (oder auch eine Violin-e-Saite) gezogen, welcher einerseits in dem Zapfen s am unteren Ende der Stimmgabel befestigt, andererseits aber durch einen Spalt des Messingschiebers b gezogen ist und hier mittelst der kleinen Schraube d festgeklemmt werden kann. Durch Umdrehung des Zapfens s kann man die Spannung des Fadens nach Belieben vermehren oder vermindern.

Fig. 457.

Der Messingschieber b ist an einer 1 Meter langen Latte L verschiebbar, so dass man den Faden nach Belieben verlängern oder verkürzen kann.

Die Latte L selbst ist um den Zapfen z drehbar, so dass man den Faden, welcher in unserer Figur eine horizontale Richtung hat, um jeden beliebigen Winkel von der horizontalen entfernen und auch ganz vertical stellen kann, wenn man die Latte L aus der horizontalen Lage um 90° dreht.

Auch die Stimmgabel ist um den Zapfen drehbar, mittelst dessen sie in das Holzstück A eingeschraubt ist.

Betrachten wir nun zunächst die Erscheinungen, welche man an dem Apparat beobachten kann, wenn Alles in der Fig. 456 dargestellten Lage ist.

Wird die Stimmgabel zum Tönen gebracht, was am einfachsten durch Anstreichen mit einem Bassgeigen-Fiedelbogen geschieht, so werden durch die Vibrationen der Hülse h Wellen in dem Faden erzeugt, welche in der Richtung von h gegen d hin fortschreiten und bei d reflectirt wieder gegen h hin zurücklaufen. Durch die Interferenz der directen und der

Digitized by Google

reflectirten Wellen wird nun der Faden in **stehende Schwingungen** versetzt, wenn die Länge des Fadens genau ein Vielfaches von der halben Länge der Wellen ist, welche die vibrirende Stimmgabel in dem Faden erzeugt.

Je stärker der Faden gespannt ist, desto schneller pflanzen sich die von der Stimmgabel ausgehenden Vibrationen in demselben fort, desto grösser wird also die Länge der Wellen, welche der Faden fortpflanzt. Durch Veränderung der Fadenspannung hat man es also in der Gewalt, zu machen, dass die Länge des Fadens 1mal, 2mal, 3mal u. s. w. so gross ist als die halbe Wellenlänge.

Ist der Faden so gespannt, dass seine Länge gleich $^1/_2$ Wellenlänge ist, so schwingt er seiner ganzen Länge nach entsprechend der Fig. 452.

Ist der Faden so gespannt, dass seine Länge gleich $^2/_2$ Wellenlängen, so schwingt er in der durch Fig. 453 dargestellten Weise, d. h. es bildet sich ein Schwingungsknoten in der Mitte des Fadens.

Ist der Faden so gespannt, dass seine Länge gleich ist $^3/_2$ Wellenlängen, so schwingt er in der durch Fig. 455 dargestellten Weise, d. h. es bilden sich zwei Schwingungsknoten und drei Bäuche.

Hat man bei der gegenseitigen Stellung der Stimmgabel und des Fadens, wie sie in Fig. 456 dargestellt ist, die Spannung des Fadens so regulirt, dass er seiner ganzen Länge nach schwingt (entsprechend der Fig. 452), wenn man die Stimmgabel anstreicht, so ist der Ton des Fadens (welcher namentlich ganz gut hörbar ist, wenn er durch eine Violin-*e*-Saite gebildet wird) die nächst tiefere Octav vom Ton der Stimmgabel. Ist also der Gabelton $\bar{c}$, so ist der Fadenton unter den angegebenen Umständen *c*; die entsprechende Spannung des Fadens wollen wir mit S_1 bezeichnen.

Vermindert man nun die Spannung des Fadens mehr und mehr, so gelangt man endlich zu einer Spannung S_2, bei welcher sich, wenn man die Stimmgabel anstreicht, ein Knoten in der Mitte des Fadens bildet (Fig. 453). Auch unter diesen Umständen ist der Ton des Fadens die nächst niedere Octav von dem der Stimmgabel; bei der Spannung S_2 würde also der Ton des Fadens, wenn er ohne Schwingungsknoten seiner ganzen Länge nach oscillirte, um zwei Octaven tiefer sein als der Stimmgabelton.

Zwischen der Spannung S_1 und der Spannung S_2 giebt es eine andere, die wir mit S_a bezeichnen wollen, für welche sich der Faden in der der Fig 454 entsprechenden Weise abtheilt, also drei Bäuche bildet. In diesem Falle aber ist die Schwingungsweite des Fadens bei weitem geringer als man sie bei den Spannungen S_1 und S_2 beobachtet.

Die Bahn, welche der Punkt *h* beschreibt, während die Stimmgabel vibrirt, ist nun nicht geradlinig, sondern elliptisch. Die grosse Axe dieser Ellipse fällt mit der Richtung des Fadens zusammen, sie ist **longitudinal**; die allerdings bei weitem kleinere kleine Axe dieser Ellipse steht rechtwinklig zur Richtung des Fadens, sie ist **transversal**.

Die bei der Spannung S_1 und S_2 beobachteten Oscillationen des Fadens rühren von dem longitudinalen Vibrationsantheil der Gabelvibra-

Digitized by Google

tionen her. Die durch die longitudinale Bewegung von *h* erzeugten Wellen sind aber nicht allein weit intensiver, als die durch die Transversalbewegung von *h* erzeugten, sondern sie pflanzen sich auch im Faden mit doppelt so grosser Geschwindigkeit fort.

Bei den Spannungen S_1 und S_2 sind die Oscillationen des Fadens, welche durch die Longitudinalvibrationen des Punktes *h* erzeugt werden, so überwiegend, dass gegen sie die Oscillationen verschwinden, welche von den Transversalvibrationen von *h* herrühren.

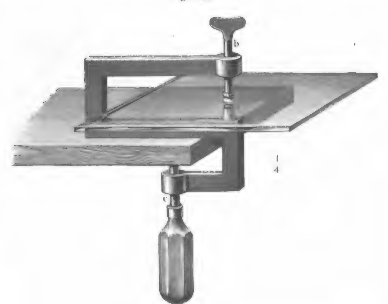
Bei der Spannung S_a dagegen können die Longitudinalvibrationen von *h* keine stehenden Wellen des Fadens erzeugen, weil die Fadenlänge unter diesen Umständen $^3/_4$ von der Länge der Wellen ist, welche durch die Longitudinalvibrationen von *h* im Faden erzeugt werden; deshalb aber werden bei der Spannung S_a die stehenden Wellen sichtbar, welche in dem Faden durch die Transversalvibrationen von *h* erzeugt werden.

Dreht man die Leiste *LL* aus der in Fig. 456 dargestellten Lage um 90°, so dass der Faden vertical steht, so sind die Vibrationen von *h* durchaus transversal zum Faden. Dieser zeigt alsdann

bei der Spannung S_1	2	Bäuche	und	1	Knoten
" " " S_a	3	"	"	2	"
" " " S_2	4	"	"	3	"

Klangfiguren. In Platten, Glocken u. s. w. lassen sich ebenfalls stehende Schwingungen hervorbringen. Um Platten vibriren zu machen, kann man die Zange, Fig. 458, anwenden, welche aber selbst sehr gut 174

Fig. 458.



Digitized by Google

befestigt sein muss. Die Platte wird zwischen den Cylinder *a* und die Schraube *b* gebracht, welche beide mit einem Stückchen Kork oder Leder endigen. Wenn die Platte gehörig festgeschraubt ist, kann man die Vibrationen durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen hervorbringen.

Man kann auf diese Weise Platten von Holz, Glas, Metall u. s. w. in Schwingungen versetzen, sie mögen nun dreieckig, viereckig, rund oder elliptisch u. s. w. sein. Die vibrirenden Platten erzeugen ebenso wie die vibrirenden Saiten Töne, welche bald höher, bald tiefer sind. Man beobachtet ferner, dass sich die Platte für jeden dieser Töne in schwingende Theile abtheilt, welche durch Ruhelinien oder Knotenlinien getrennt sind. Im Allgemeinen wird die Ausdehnung der schwingenden Theile um so kleiner, die Knotenlinien also um so zahlreicher, je höher der Ton wird.

Um die Existenz dieser Knotenlinien nachzuweisen, streut man auf die obere Fläche der Tafel feinen trockenen Sand, welcher während des Tönens in die Höhe hüpft und niederfällt und sich endlich an den Knotenlinien anhäuft. Auf diese Weise entstehen die sogenannten Klangfiguren, deren Erfinder Chladni ist.

Savart hat ein sinnreiches Mittel ausgedacht, um auf eine vollständig correcte Weise diese Figuren aufzubewahren, die man doch nur sehr schwer copiren könnte, wenn sie complicirt und verwickelt sind. Er wandte nämlich statt des Sandes Lackmus an, welches mit Gummi pulverisirt und zu einem Teige angemacht, getrocknet, von Neuem pulverisirt und durchgesiebt wird, um Körnchen von passender Dicke zu erhalten. Wenn dieses farbige und hygroskopische Pulver auf der Platte sich in den Knotenlinien angesammelt hat, so reicht es hin, auf die Platte ein mit etwas Gummiwasser befeuchtetes Blatt Papier zu legen, um die Figur durch einen leichten Druck auf demselben zu fixiren. Auf diese Weise ist es Savart gelungen, mehrere hundert solcher Figuren derselben Platte zu sammeln, welche verschiedenen Tönen entsprechen.

Mit derselben Platte lassen sich, wie schon bemerkt, eine Menge verschiedener Figuren erzeugen, je nachdem man mit dem Bogen stärker oder schwächer, schneller oder langsamer streicht, oder je nachdem man den Unterstützungspunkt der Platte verändert und an verschiedenen Stellen des Randes streicht.

Die Figuren 459 bis 462 stellen vier bei centraler Einspannung (d. h. wenn die Platte gerade in ihrem Mittelpunkt von der Zange Fig. 458 festgehalten wird) erhaltene Klangfiguren dar, welche entstehen, wenn

Digitized by Google

man an den mit *a* bezeichneten Stellen des Randes einen Finger anlegt und dann an der durch *b* bezeichneten Stelle mit dem Fiedelbogen streicht.

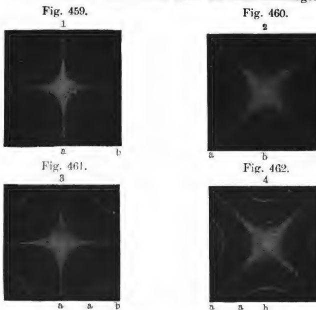


Fig. 459. Fig. 460. Fig. 461. Fig. 462.

Die Figuren 463 bis 467 stellen einige der unendlich mannigfaltigen Klangfiguren dar, welche bei excentrischer Einspannung erhalten

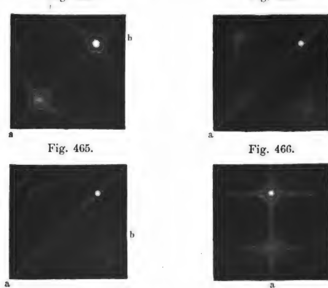
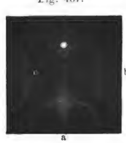


Fig. 463. Fig. 464. Fig. 465. Fig. 466.

Digitized by Google

werden, und zwar ist die Stelle, welche gerade von der Zange Fig. 458 festgehalten wird, als ein ganz weisser Punkt dargestellt. Die Stelle des Randes, welche mit dem Fiedelbogen anzustreichen ist, ist auch hier mit *b*, die mit dem Finger anzuhaltende durch *a* bezeichnet. Um die Fig. 467 sicher zu erhalten, muss man noch bei *c* einen Finger aufsetzen.

Fig. 467.



Nicht alle Glasplatten von gleicher Grösse und Gestalt geben bei gleichem Verfahren genau dieselbe Figur, sondern es kommen Abweichungen vor, welche man als Varietäten desselben Grundtypus bezeichnen kann. So sind Fig. 464 und Fig. 465 Klangfiguren, die bei gleichem Verfahren mit zwei verschiedenen aber gleich grossen Glasplatten erhalten wurden. Häufig beobachtet man auch mehr oder weniger bedeutende Abweichungen vom regelmässigen Verlauf der Klangfiguren, was durch Ungleichförmigkeiten in der Masse der Glasplatten zu erklären ist.

Dreieckige und vieleckige Platten geben ähnliche Erscheinungen.

Kreisförmige Platten geben auch unzählig viele Töne, und jedem derselben entspricht auch eine besondere Figur. Man unterscheidet d i a m e t r a l e, c o n c e n t r i s c h e und g e m i s c h t e Systeme.

Das diametrale System ist nur aus Durchmessern zusammengesetzt, wie Fig. 468 und 469, und theilt den Umfang in eine gerade Anzahl von Theilen.

Man erhält solche Figuren, wenn man die Platte in ihren Mittelpunkt einspannt und am Rande streicht. Die Fig. 468 erhält man, wenn man mit dem Finger einen Punkt des Randes berührt, welcher 45⁰ von der Stelle absteht, an welcher man streicht. Um die Fig. 469 zu erhalten, muss man zwei Punkte des Randes berühren, welche um 60⁰ von einander abstehen, und an einer Stelle streichen, welche 30⁰ von dem einen dieser Punkte entfernt ist.

Fig. 468.

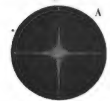
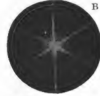


Fig. 469.



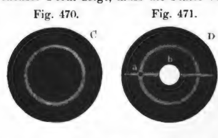
An Metallscheiben von 3 bis 4 Decimeter Durchmesser beobachtet man oft 36 bis 40 Abtheilungen am Umfange. Es ist leicht einzusehen, warum bei dieser Theilungsart durch Radien stets eine gerade Anzahl von Abtheilungen entstehen muss; denn 1) ist klar, dass die Schwingungen aller Abtheilungen im Einklange sein müssen, d. h. sie müssen alle in gleicher Zeit gleichviel Schwingungen machen, und da sie gleiche Länge haben, so muss auch ihre Ausdehnung dieselbe sein; 2) müssen die neben einander liegenden Abtheilungen entgegengesetzte Bewegungen

Digitized by Google

haben, und dies ist bei einer ungeraden Anzahl von Abtheilungen nicht möglich.

Um concentrische Knotenlinien zu erhalten, wovon Fig. 470 die einfachste Form zeigt, muss die Platte vom Mittelpunkte aus in Schwingungen versetzt werden, was am besten dadurch bewerkstelligt werden kann, dass man aus der Mitte ein Stück herausschneidet, wie Fig. 471 andeutet, welches gross genug ist, um mit einem Fiedelbogen hineinzukommen. Nachdem nun diese Platte excentrisch in die Schraubklemme, Fig. 458, Seite 416, eingespannt worden ist, wird eine beliebige Stelle des inneren Randes mit dem Fiedelbogen gestrichen. Ist z. B. der Punkt a, Fig. 471, eingeklemmt, so entsteht die hier abgebildete Figur, wenn man bei b streicht.

Fig. 470. Fig. 471.



Um ringförmige Knotenlinien zu erzeugen, kann man sich auch einer Metallplatte bedienen, in deren Mitte ein ungefähr 2 Linien dicker und gegen 4 Fuss langer Stahlstab eingesteckt und angelöthet ist. Wenn man den Stab in der Mitte seiner Länge zwischen zwei Fingern der linken Hand festhält und am oberen Ende dann mit den Fingern der anderen Hand, zwischen denen man vorher etwas Colophonium zerrieben hat, herabstreicht, wie Fig. 472 andeutet, so giebt der Stahlstab seinen Längston, und der auf die Platte gestreute Sand ordnet sich dabei zu mehreren concentrischen Ringen.

Fig. 472.

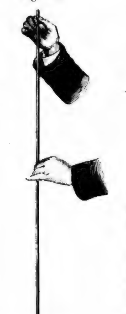


Fig. 473. Fig. 474.

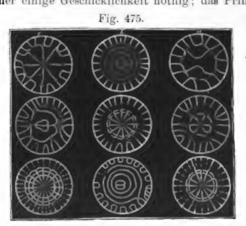
Dieser Versuch lässt sich auch dahin abändern, dass man eine Glas- oder Metallplatte in der Fig. 473 und Fig. 474 anschaulich ge-

Digitized by Google

machten Weise auf dem oberen Ende eines gegen 3 Fuss langen, 2 bis 3 Linien dicken, unten in einen Holzklotz eingeleimten Holzstäbchens befestigt und dieses durch Streichen mit dem Finger zum Tönen bringt.

Das gemischte System von Knotenlinien besteht aus diametralen Linien, welche mehr oder weniger gebogen, und Kreisen, die ebenfalls mehr oder weniger verändert sind. Um solche Figuren zu erhalten, ist immer einige Geschicklichkeit nöthig; das Princip besteht darin, mit den Fingern auf mehrere der Punkte zu drücken, durch welche die Knotenlinien gehen sollen. In Fig. 475 sind mehrere solcher zusammengesetzten Klangfiguren dargestellt.

Fig. 475.



Savart hat auch die Klangfiguren runder Platten studirt und hat z. B. gefunden, dass die diametralen Linien sich nicht bis zur Mitte fortpflanzen, wenn ihre Anzahl etwas gross wird. Nach Strehlke sind überhaupt alle Knotenlinien gekrümmt, die scheinbar geraden Linien in manchen dieser Figuren sind nur Zweige hyperbolischer Curven.

Eine höchst merkwürdige von Savart aufgefundene Thatsache ist die Verrückung der Knotenlinien. Wenn man eine sorgfältig gearbeitete Messingplatte von ungefähr 4 Decimeter Durchmesser und 2 bis 3 Millimeter Dicke in der Weise befestigt, wie man Fig. 476 sieht, und, nachdem man Semen lycopodii, welches weit leichter ist als Sand, darauf gestreut hat, mit einem Fiedelbogen am Rande streicht, so beobachtet man, für gewisse tiefe und volle Töne, welche einer diametralen Figur von 4, 6 oder 8 Strahlen entsprechen, dass die Knotenlinien nicht fest bleiben; sie erleiden eine entschiedene Oscillationsbewegung, und wenn man mit der Bewegung des Fiedelbogens fortfährt, gelangt man selbst dahin, ihnen eine continuirliche Rotationsbewegung zu ertheilen, so dass das Pulver eine Art Wirbel bildet, welcher in einer bestimmten Entfernung vom Umfange der Scheibe, dem er parallel beibt, die Ebene der Scheibe durchläuft. Savart erklärt diese interessante Erscheinung auf folgende Weise: In den Scheiben, sie mögen noch so gut gearbeitet sein, ist die Elastici-

Fig. 476.

Digitized by Google

tät nicht nach allen Richtungen dieselbe; es giebt zwei Durchmesser, von welchen einer der grössten, ein anderer der kleinsten Elasticität entspricht. Wenn man nun mit dem Fiedelbogen an einer solchen Stelle anstreicht, dass die Knotenlinien auf diese Durchmesser fallen, so bleiben die Knotenlinien unbeweglich; wenn man aber an einem anderen Punkte anstreicht, so sind die Bewegungen, welche der Fiedelbogen an dem Rande der Scheibe hervorbringt, unsymmetrisch, und die Knotenlinien, welche sich bilden, haben ein Bestreben, in die erste Lage zurückzukehren, und deshalb oscilliren sie um diese Lage, oder sie drehen sich continuirlich, wenn die hinlänglich grossen Excursionen der Scheibe ihnen eine hinreichende Amplitude geben, damit sie ihre Ruhelage verlassen können.

Die Glocken machen in der Regel normale Schwingungen, wie die Platten, und theilen sich auch durch Knotenlinien, welche sehr unregelmässig sein können. Die Vibrationen einer Glocke lassen sich mit Hülfe des Apparates Fig. 477 zeigen, welcher im Wesentlichen aus einer Glasglocke (einer sog. Käseglocke) besteht, welche mit ihrem Knopf in ein Stativ von Holz eingekittet ist. Von einem darüber angebrachten Drahtringe hängen an Fäden befestigt vier Kügelchen von Holz herab (jedes hat gegen 2 Linien Durchmesser), welche den Rand der Glocke an vier Punkten berühren, von denen jeder um 90° vom anderen absteht. Streicht man nun mit dem Fiedelbogen den Rand der Glocke dicht neben einer solchen Kugel, so werden alle vier Kugeln lebhaft weggeschleudert, weil sie sich gerade an den Stellen der lebhaftesten Vibrationen befinden; streicht man aber in der Mitte zwischen zwei Kugeln, so bleiben dieselben fast ganz unbeweglich, vorausgesetzt, dass die Glocke ihren tiefsten Ton giebt, weil sie jetzt die Glocke in Knotenpunkten berühren.

Fig. 477.

Sehr schön lassen sich die Knoten einer solchen vibrirenden Glocke auch zeigen, wenn man sie ungefähr bis zu $^1/_3$ ihrer Höhe mit Wasser füllt und dann am Rande streicht. An der Stelle, welche vertical unter der gestrichenen Stelle liegt, kräuselt sich das Wasser zu einem kleinen Berge. Dasselbe geschieht an der Stelle, welche der eben bezeichneten diametral gegenüber liegt, und an den Punkten, welche um 90° von ihm abstehen. An den vier Stellen dagegen, welche in der Mitte zwischen den vier Punkten der stärksten Bewegung liegen, bleibt die Oberfläche des Wassers ruhig. — Wenn die Vibrationsbewegung eine lebhafte ist, so steigen die Wasserberge an den Stellen der kräftigsten Vibrationen ziem-

Digitized by Google

lich hoch an und kleine Wassertröpfchen werden dann von hier aus gegen die Mitte des Gefässes hin fortgeschleudert.

Es ist klar, dass alle festen Körper ebenso wie Stäbe und Platten vibriren können, und dass sie sich dabei durch Knotenflächen, welche mehr oder weniger unregelmässig sind, abtheilen.

175 **Töne gespannter Saiten.** Die Gesetze der Vibrationen gespannter Saiten sind zuerst von Mersenne experimentell begründet worden. Um zu untersuchen wie die Schwingungszahl einer Saite von ihrer Länge und ihrer Spannung abhängt, experimentirte er mit Saiten, welche lang genug waren, um ihre Schwingungen zählen zu können, und kam so zu dem wichtigen Satze, dass die Schwingungszahl einer Saite bei unveränderter Spannung ihrer Länge, bei unveränderter Länge aber der Quadratwurzel aus der Spannung umgekehrt proportional sei. Die mathematische Entwickelung des Problems der schwingenden Saiten wurde zuerst von Taylor (*Methodus incrementorum* 1716) in Angriff genommen und theilweise gelöst. Dieses Problem veranlasste ein halbes Jahrhundert lang die lebhaftesten Discussionen zwischen den ersten Mathematikern. J. Bernouilli, d'Alembert, Euler und Daniel Bernouilli hatten viel darüber geschrieben, als Lagrange im Jahre 1759 fast zu Anfange seiner wissenschaftlichen Laufbahn alle Schwierigkeiten hob und den Discussionen ein Ende machte.

Bezeichnet

l die Länge einer Saite,
p das Gewicht derselben,
s die Kraft, welche sie spannt,
g die beschleunigende Kraft der Schwere (also 981, wenn man das Centimeter zur Längeneinheit nimmt, wobei dann das Gramm zur Gewichtseinheit genommen werden muss, in welcher p und s auszudrücken sind),
t die Schwingungsdauer der Saite, d. h. die Zeit, welche sie zu einem Hingang braucht,

so ist

$$t = \sqrt{\frac{p \cdot l}{g \cdot s}}.$$

Bezeichnet φ das specifische Gewicht der Substanz, aus welcher die Saite verfertigt ist, r aber den Halbmesser derselben, so ist $p = \pi r^2 l \varphi$ also auch

$$t = r \cdot l \sqrt{\frac{\pi \cdot \varphi}{g \cdot s}}.$$

Bezeichnet ferner z die Anzahl der Schwingungen, welche die Saite in einer Secunde vollendet, so ist $zt = 1$ oder $z = \frac{1}{t}$, folglich auch

$$z = \frac{1}{r \cdot l} \sqrt{\frac{g \cdot s}{\pi \cdot \varphi}}.$$

Digitized by Google

Das durch diese Formel, deren Ableitung ohne höhere Mathematik nicht wohl möglich ist, ausgesprochene Gesetz heisst in Worten ausgedrückt:

1. Die Schwingungszahl einer Saite verhält sich umgekehrt wie ihre Länge, d. h. wenn eine Saite auf irgend ein Instrument, wie einer Violine, einer Guitarre u. s. w., aufgespannt ist und in einer gegebenen Zeit eine bestimmte Anzahl von Schwingungen macht, so macht sie in derselben Zeit 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. soviel Schwingungen, wenn man bei unveränderter Spannung nur $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$ u. s. w. der ganzen Länge schwingen lässt; sie würde $^3/_2$, $^4/_3$, $^5/_4$mal so schnell schwingen, wenn man nur $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$ der ganzen Länge schwingen liesse.

2. Die Zahl der Schwingungen einer Saite ist der Quadratwurzel aus den spannenden Gewichten proportional, d. h. wenn das Gewicht, welches die Saite spannt, 4mal, 9mal, 16mal so gross gemacht wird, während ihre Länge unverändert bleibt, so wird die Geschwindigkeit der Schwingungen 2mal, 3mal, 4mal so gross.

3. Die Schwingungszahlen verschiedener Saiten derselben Materie verhalten sich umgekehrt wie ihre Dicke. Wenn man z. B. zwei Stahlsaiten von gleicher Länge nimmt, deren Durchmesser sich wie 1 zu 2 verhalten, so wird die dünnere bei gleicher Spannung in derselben Zeit doppelt so viel Schwingungen machen als die dickere. Für Darmsaiten ist dieses Gesetz wohl nicht immer genau wahr, weil sie nicht immer ganz gleichartig sind.

4. Die Schwingungszahlen von Saiten verschiedener Materien verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln ihrer specifischen Gewichte. Wenn z. B. eine Saite von Kupfer, deren specifisches Gewicht 9 ist, und eine Darmsaite, deren specif. Gewicht 1 ist, gleiche Länge und gleichen Durchmesser haben, und wenn beide durch gleiche Gewichte gespannt sind, so schwingt die Kupfersaite dreimal langsamer als die Darmsaite.

Es versteht sich von selbst, das diese Gesetze nur für solche Saiten gelten, die ihrer ganzen Dicke und Länge nach homogen sind, dass sie also nicht auf Darmsaiten, welche mit Metallfäden übersponnen sind, angewandt werden können. Die metallische Hülle ist hier eine träge Masse, welche durch die Elasticität der Saite in Bewegung gesetzt werden muss und welche also die Schwingungsdauer vergrössert.

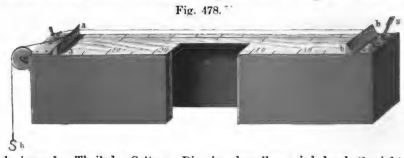
Um die wichtigsten Gesetze der Oscillationen gespannter Saiten und ihrer Töne durch den Versuch nachzuweisen, bedient man sich eines unter dem Namen des Monochordes bekannten Instruments, welches aber doch in der Regel mit mehr als einer Saite versehen ist. Fig. 478 (a. f. S.) stellt ein Monochord mit zwei Saiten dar.

Die beiden Saiten sind über einem Kasten ausgespannt, der, um seine Construction sichtbar zu machen, in unserer Figur so gezeichnet ist, als ob ein Stück aus demselben herausgeschnitten wäre; er besteht aus vier starken Seitenbrettern, auf welche oben der Resonanzboden, d. h. ein

Digitized by Google

ganz dünnes Brett von Tannenholz, geleimt ist, dessen Bedeutung später erläutert werden wird. Die beiden Stege *aa* und *bb* begränzen den frei

Fig. 478.



schwingenden Theil der Saiten. Die eine derselben wird durch Gewichte gespannt, welche man an den Haken *h* hängt, die andere dagegen durch den Stimmstock *s*.

Betrachten wir zuerst den Zusammenhang, welcher zwischen der Spannung der Saite und der Tonhöhe besteht.

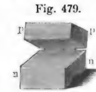
Wenn für ein Gewicht 1000 (etwa 1000 Gramm), welches an den Haken *h* gehängt wird, die Saite einen bestimmten Ton giebt, den wir mit *c* bezeichnen wollen, so muss man

das Gewicht 1562,5 anhängen, um die grosse Terz,
" " 2250 " " " Quint,
" " 4000 " " " Octav

von *c* zu erhalten. Nun verhalten sich aber die Zahlen 1000 : 1562,5 : 2250 : 4000 zu einander wie $1 : \frac{25}{16} : \frac{9}{4} : 4$, oder wie die Quadrate von $1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, 2$, wodurch der Satz unter Nr. 2 bewiesen ist.

Um das Gesetz unter Nr. 1 experimentell zu bestätigen, ist es bequemer, die zweite Saite anzuwenden. Man kann dieselbe entweder ihrer ganzen Länge nach schwingen lassen, oder mit Hülfe des beweglichen Steges, Fig. 479, die Schwingungen auf einen beliebigen Theil der Gesammtlänge beschränken, indem man diesen Steg an die entsprechende Stelle hinschiebt und die Saite zwischen dem Fussstück *nn* und dem Deckel *pp* einklemmt.

Fig. 479.



Von dem Grundton, welchen die Saite giebt, wenn man sie ihrer ganzen Länge nach schwingen lässt, erhält man:

die grosse Terz, wenn der frei schwingende Theil $^4/_5$,
die Quint, " " " " " $^2/_3$,
die Octav, " " " " " $^1/_2$

der ganzen Saitenlänge beträgt.

Ein für genaue Versuche bestimmtes Monochord beschreibt Weber im XV. Bande (1829) von Poggendorff's Annalen.

Digitized by Google

Transversalschwingungen elastischer Stäbe. Unter elastischen Stäben verstehen wir starre Körper von solcher Form, dass ihre Länge sehr bedeutend ist im Vergleich zu ihrer Breite und Dicke, welche aber doch noch breit und dick genug sind, um ihnen die Biegsamkeit der Saiten zu benehmen, so dass also solche Stäbe ohne Weiteres schon Elasticität genug haben, um zu vibriren und zu tönen, und nicht erst einer Spannung bedürfen, wie die Saiten. 176

Ein solcher Stab kann, wie eine gespannte Saite, mehrere Töne geben, je nachdem sich mehr oder weniger Knotenlinien in demselben bilden.

Die Beziehungen der Schwingungszahl eines Stabes und seiner Dimensionen ist durch die Formel

$$z = C \frac{e}{l^2} \sqrt{\frac{gK}{\varphi}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

ausgedrückt, in welcher z die Schwingungszahl, l die Länge des Stabes, e dessen Dicke in der Richtung der Schwingungen, und C einen constanten Factor bezeichnet, welcher von der Art abhängt, in welcher der Stab unterstützt oder eingeklemmt ist, sowie auch von der Anzahl der Schwingungsknoten, durch welche er sich abtheilt. Es bezeichnet ferner g die beschleunigende Kraft der Schwere, K den Elasticitätsmodulus, und φ das specifische Gewicht der Substanz, aus welcher der Stab verfertigt ist.

Nach Gleichung 1) ist also die Schwingungszahl eines Stabes

1. direct proportional der Dicke,
2. umgekehrt proportional dem Quadrat der Länge,
3. direct proportional der Quadratwurzel aus dem Elasticitätsmodulus,
4. umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus dem specifischen Gewichte der Substanz.

Von der Breite des Stabes ist die Schwingungszahl unabhängig.

Den tiefsten Ton, dessen ein Stab überhaupt fähig ist, giebt er, wenn sich seiner ganzen Länge nach kein Schwingungsknoten bildet, wie es der Fall ist, wenn das eine Ende desselben auf zweckmässige Weise eingeklemmt wird.

Fig. 480.

Bei einem elastischen Streifen, welcher eingeklemmt ist, wie Fig. 480 zeigt, und welcher langsam genug schwingt, um seine einzelnen Schwingungen zählen zu können, lässt sich ganz direct die Richtigkeit der Gleichung 1) in Beziehung auf die Länge nachweisen. Macht z. B. ein so eingeklemmter 1 Meter langer Streifen 40 Schwingungen in 30 Secunden, so wird er, auf 75^{cm} verkürzt, 71 Schwingungen in der gleichen Zeit machen, woraus sich leicht ergiebt, dass die Schwingungszahlen sich umgekehrt verhalten, wie die Quadrate der schwingenden Längen.

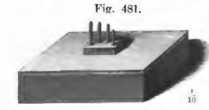
Je bedeutender die Dicke des Stabes im Ver-

Digitized by Google

gleich zu seiner Länge wird, desto mehr nimmt die Zahl der Schwingungen zu, so dass man sie alsbald nicht mehr einzeln verfolgen und zählen kann; alsdann aber hat man an der Tonhöhe ein Mittel, die Richtigkeit des obigen Gesetzes zu controliren.

Auf einem Resonanzboden seien vier Stahlstäbchen von gleicher Dicke befestigt, wie es Fig. 481 zeigt, deren Längen sich verhalten wie $1 : \sqrt{\frac{4}{5}} : \sqrt{\frac{2}{3}} : \sqrt{\frac{1}{2}}$, so wird, mit dem Fiedelbogen gestrichen, das zweite Stäbchen die grosse Terz, das dritte die Quint und das vierte die Octav desjenigen Tones geben, welchen man von dem ersten erhält.

Fig. 481.

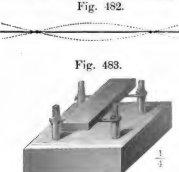


Wenn die beiden Enden eines Stabes frei schwingen sollen, so hängt die Schwingungszahl davon ab, welche Stellen desselben festgehalten oder unterstützt sind. Ist der Stab nun in der Mitte seiner Länge befestigt, so ist sein Grundton derselbe, wie der eines sonst gleichen Stabes von halber Länge, welcher an dem einen Ende befestigt ist.

Wenn sich in einem an beiden Enden frei schwingenden Stabe zwei **Schwingungsknoten** bilden, so liegt jeder derselben um $^1/_5$ der gesammten Stablänge von dem entsprechenden Stabende ab, so dass der Zwischenraum zwischen den beiden Schwingungsknoten $^3/_5$ der gesammten Stablänge beträgt, wie dies Fig. 482 andeutet. Man erhält diese Schwingungsart unter anderm, wenn man den Stab in einem der Schwingungsknoten zwischen zwei Fingern festhält und ihn mit einem Holzhammer in der Mitte seiner Länge anschlägt, oder auch, wenn man ihn, wie Fig. 483 andeutet, auf zwei Schnüre legt, welche ungefähr um $^3/_5$ der Stablänge von einander abstehen, und dann die Mitte oder das eine Stabende mit dem Holzhammer schlägt.

Fig. 482.

Fig. 483.



An so unterstützten Stäben ist es nun auch leicht, die Richtigkeit der Gleichung 1) S. 425 nachzuweisen.

Zwei Stahlstäbe, 1 und 2, Fig. 484, geben gleichen Ton, weil sie gleiche Länge und gleiche Dicke haben, obgleich 2 viel schmäler ist als 1.

Der Stab 3 giebt die Octav der Stäbe 1 und 2, weil bei gleicher Dicke seine Länge $\sqrt{\frac{1}{2}}$ also 0,707mal kleiner ist.

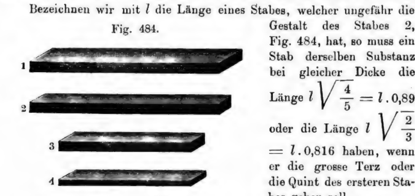
Digitized by Google

Da bei gleicher Länge der Stab 4 nur halb so dick ist wie 3, so giebt 4 die nächst tiefere Octav von 3, der Stab 4 hat also gleiche Tonhöhe mit 1 und 2.

Obgleich die Breite des Stabes ohne Einfluss auf die Tonhöhe ist, so ist sie doch von wesentlichem Einfluss für die Stärke und Reinheit des Tones.

Bezeichnen wir mit l die Länge eines Stabes, welcher ungefähr die Gestalt des Stabes 2, Fig. 484, hat, so muss ein Stab derselben Substanz bei gleicher Dicke die Länge $l\sqrt{\frac{4}{5}} = l\,.\,0{,}89$ oder die Länge $l\sqrt{\frac{2}{3}} = l\,.\,0{,}816$ haben, wenn er die grosse Terz oder die Quint des ersteren Stabes geben soll.

Fig. 484.



Will man mehrere harmonische Metallstäbe der eben besprochenen Art in einem Apparate vereinigen, so kann man jeden Stab an der Stelle der Schwingungsknoten parallel mit den Breitekanten durchbohren, wie beim Stab 1 Fig. 484 angedeutet ist, und sie dann mittelst durchgezogener Schnüre zusammenfassen, Fig. 486, oder man kann die Stäbe auf convergirenden gespannten Bändern aufleimen, wie man Fig. 485 sieht.

Fig. 485.

Fig. 486.

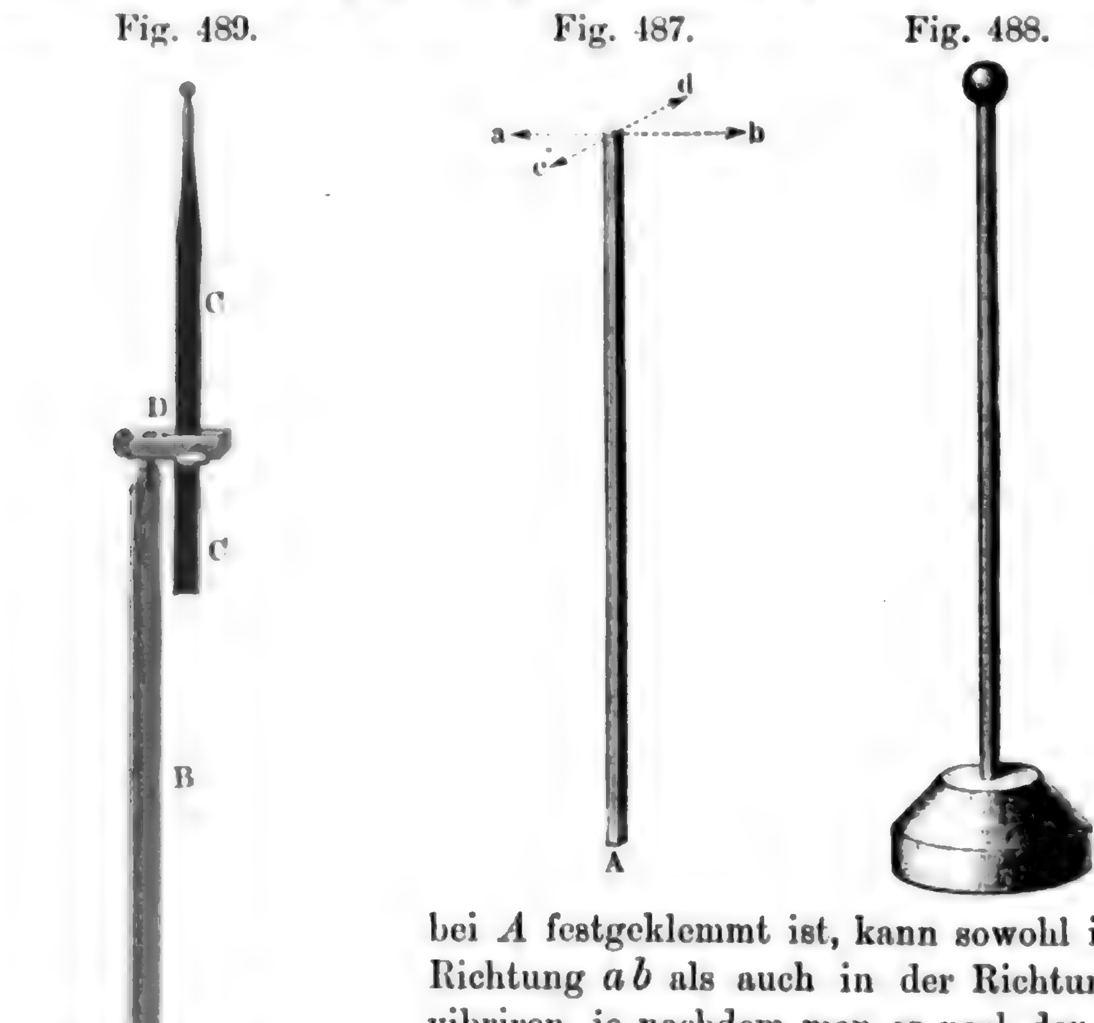
Nach Art der Fig. 486 ist das Lignum psalterium aus Holzstäben und die Glasharmonika aus Glasplatten construirt, welche mit Korkhämmern geschlagen werden.

Bei den bisher betrachteten Stäben war die Dicke unbedeutend gegen Länge und Breite, weshalb bei solchen Transversalschwingungen nur in der Richtung der Dicke stattfinden

Digitized by Google

können. Wenn aber Breite und Dicke eines rectangulären Stabes unbedeutend sind gegen seine Länge, so sind Transversalschwingungen sowohl in der Richtung der Dicke als auch der Breite möglich. Ein elastisches Stäbchen von der Form Fig. 487 z. B., welches mit seinem unteren Ende

Fig. 489. Fig. 487. Fig. 488.



bei A festgeklemmt ist, kann sowohl in der Richtung ab als auch in der Richtung cd vibriren, je nachdem man es nach der einen oder nach der andern dieser beiden Richtungen aus seiner Gleichgewichtslage bringt. Ist aber die Dicke des Stäbchens nach der Richtung ab nicht gleich der Dicke desselben nach der Richtung cd, so wird die Vibrationsgeschwindigkeit des Stäbchens in der Ebene $A\,a\,b$ verschieden sein von der Vibrationsgeschwindigkeit in der Ebene $A\,c\,d$. Wird das Stäbchen nach einer Richtung aus seiner Gleichgewichtslage gebracht, welche mit keiner der eben genannten Ebenen zusammenfällt, so vibrirt es in der Weise, dass sein oberes Ende eine Curve beschreibt, deren Gestalt abhängt von dem Verhältniss der Dicke des Stäbchens in der Richtung $a\,b$ zu der Dicke in der Richtung cd. Ohne hier auf die Construction dieser Curven, welche später noch ausführlich besprochen werden, näher einzugehen, soll nur bemerkt werden, dass sie sich sehr schön an Wheatstone's Kaleidophon beobachten lassen, welches aus einem derartigen Stäbchen besteht, dessen freies Ende einen glänzenden Knopf trägt, Fig. 488. (Das Stäbchen ist in Fig. 488 im Verhältniss zu seiner Länge viel zu dick gezeichnet.)

Als eine Vervollkommnung dieses Apparates ist Melde's Uni-

Digitized by Google

versal-Kaleidophon zu bezeichnen, welches in Fig. 489 dargestellt ist. In einen Holzklotz A, welcher in passender Weise an einem Tisch befestigt ist, ist eine Messingfeder B eingeklemmt, welche ungefähr $1^1/_2$ Millimeter dick und gegen 40 Centimeter lang ist. Oben trägt die Feder B eine Messingklammer D, in welcher eine, oben ein glänzendes Knöpfchen tragende Stahlfeder C steckt. Je nachdem man die Stahlfeder C mehr hinauf- oder herunterzieht, kann man machen, dass ihre Schwingungsdauer gleich, oder dass sie $^2/_3$ oder $^1/_2$ u. s. w. von der Schwingungsdauer der Feder B ist. Ist die Klammer D so aufgeschraubt, dass die Schwingungsebene der Feder C rechtwinklig steht zur Schwingungsebene der Feder B, so kann man mit diesem Apparat die verschiedenen Curven erzeugen, welche in §. 178 näher besprochen werden sollen.

Die Stimmgabel. Unter den in den letzten Paragraphen be- 177
sprochenen Gesetzen stehen auch die Vibrationen der **Stimmgabel** (*diapason*), welche vorzugsweise zur Bewahrung eines Normaltones und seiner Uebertragung bei der Stimmung angewandt wird. Die Stimmgabel wird durch einen gabelförmig gebogenen Metallstab (meist sind sie aus Stahl verfertigt) gebildet, an welchem an der Biegungsstelle ein zum Halten dienendes Metallstäbchen angesetzt ist. Fig. 490 erläutert die Art und Weise, wie die Stimmgabel schwingt, wenn sie ihren Grundton giebt.

Um die Stimmgabel ins Tönen zu bringen, fasst man gewöhnlich den Stiel zwischen zwei Finger und schlägt dann eine der Zinken gegen einen festen Körper an. Der Ton, welcher auf diese Weise hervorgebracht wird, ist ungemein schwach; um ihn zu verstärken, setzt man die Stimmgabel mit ihrem Fusse auf einen Resonanzboden auf oder man hält sie über eine Röhre von entsprechender Länge, wie dies bereits im §. 162 erwähnt wurde.

Um den Ton der Stimmgabel rein und kräftig zu erhalten, hat **Marloye** dieselbe auf ein Kästchen von Holz gesetzt, wie man Fig. 491

Fig. 490.

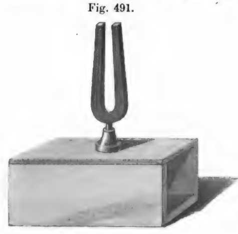


Fig. 491.

Digitized by Google

sieht. Die Länge dieses nur an einer Seite offenen Kästchens beträgt $^1/_4$ von der Wellenlänge des Tones, welchen die Stimmgabel giebt, so dass also die Vibrationen der in dem Kästchen eingeschlossenen Luftsäule denselben Ton erzeugen, wie die Stimmgabel selbst. Die Vibrationen der Stimmgabel theilen sich deshalb leicht der Luftsäule im Kästchen mit, wodurch dann ein ungemein kräftiger und reiner Ton entsteht.

Um die Stimmgabel dieses Apparates ins Tönen zu bringen, schlägt man sie entweder mit einem belederten hölzernen Hämmerchen an, oder man zieht zwischen den freien Enden der Gabel einen hölzernen Stab durch, dessen Dicke etwas grösser ist als der Abstand der Zinken, oder endlich, man streicht die Stimmgabel mit dem Fiedelbogen an.

Wenn man zwei gleich gestimmte Apparate der Art in einiger Entfernung von einander so aufstellt, dass die Längsaxen der beiden Kästchen in eine gerade Linie fallen und dass ihre Oeffnungen einander zugekehrt sind, so tönt die eine Stimmgabel mit, wenn man die andere anstreicht, wovon man sich leicht überzeugen kann, wenn man die angestrichene Gabel durch Anhalten am Forttönen hindert.

Die gewöhnliche Stimmgabel giebt den Ton ā, welcher durch 440 Schwingungen in der Secunde erzeugt wird. Doch ist das ā, nach welchem man in den Orchestern die Instrumente stimmt, keineswegs immer von genau gleicher Tonhöhe. So wurde im Jahre 1821 in der grossen Oper zu Paris für ā ein Ton genommen, welcher 431 Schwingungen in der Secunde machte, während gegenwärtig das ā der Pariser Oper bis auf 449 Schwingungen in der Secunde gestiegen ist.

Die in physikalischen Cabinetten gebrauchten, nach Marloye's Angabe auf Kästchen befestigten Stimmgabeln sind meist grösser als die gewöhnlichen und geben die Töne c̿ oder c̄. Marloye hat selbst Stimmgabeln verfertigt, welche den Ton c geben; sie sind aus Glockenmetall verfertigt, wiegen ohne Kasten 44 Pfund und werden durch einen Fiedelbogen angestrichen, an welchem die Pferdehaare durch einen Streifen Büffelleder ersetzt sind. Der Ton, welchen man mit denselben hervorbringen kann, ist sehr kräftig und schön.

178 **Optische Vergleichung der Stimmgabeln.** In Fig. 492 sei *R* eine auf einem festen Stativ befestigte Stimmgabel, deren Schenkel, in einer Verticalebene liegend, kleine Spiegel tragen. In der Nähe dieser ersten ist eine zweite Stimmgabel *S*, welche in gleicher Weise mit kleinen Spiegeln versehen ist, so aufgestellt, dass die Ebene ihrer Schenkel eine horizontale ist.

Die gegenseitige Stellung der beiden Stimmgabeln ist so angeordnet, dass ein vom Lichtpunkt *A* ausgehender Lichtstrahl, welcher den kleinen Spiegel *B* trifft, nach dem Spiegel *C* der zweiten Stimmgabel und von diesem endlich in der Richtung nach *D* reflectirt wird.

Ein in der Richtung des zum zweiten Mal reflectirten Strahles etwa

Digitized by Google

bei D befindliches Auge sieht das Bild des Lichtpunktes A, welches ruhig steht, so lange die beiden Stimmgabeln nicht vibriren.

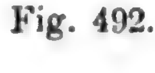
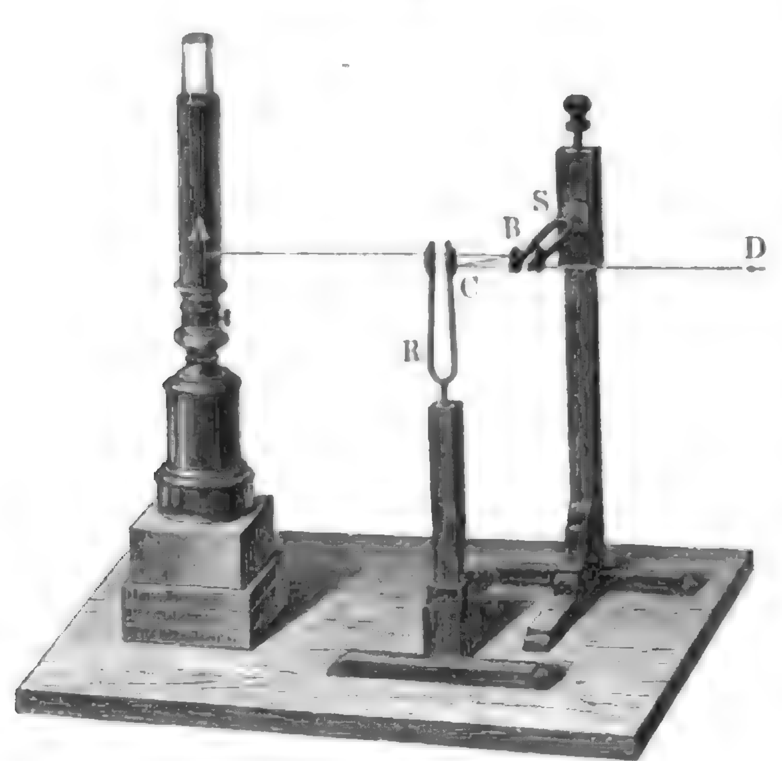


Fig. 492.



Wird aber die Stimmgabel R mit dem Fiedelbogen angestrichen, während S in Ruhe bleibt, so verlängert sich das Bild des Lichtpunktes zu einem verticalen Lichtstreifen. Vibrirt dagegen die Stimmgabel S allein, während R in Ruhe bleibt, so erscheint das Bild des Lichtpunktes zu einer horizontalen Linie verlängert.

Wenn aber beide Stimmgabeln gleichzeitig vibriren, so combiniren sich die horizontale und die verticale Bewegung des Lichtpunktes in der Weise, dass derselbe eine Curve beschreibt, deren Gestalt von dem akustischen Intervall der beiden Stimmgabeln und von dem Phasenunterschiede ihrer Vibrationen abhängt.

Durch das Studium dieser Curven, zu deren Hervorbringung Lissajous den in Fig. 492 abgebildeten Apparat construirt hat, ist derselbe zu einer Methode gelangt, nicht allein das Intervall zweier Stimmgabeln, mit einer bis dahin unbekannten Genauigkeit zu controliren, sondern auch Stimmgabeln von absolut genauer Schwingungszahl herzustellen. (Annal. de chim. et de phys. III. Ser. T. LI.)

Wenn in der Richtung AB statt des schwachen Strahls einer Argand'schen Lampe ein kräftiges Bündel paralleler Strahlen einfällt, entweder ein Bündel Sonnenstrahlen, welches durch eine kleine Oeffnung im Laden eines verfinsterten Zimmers eingetreten ist, oder die Strahlen einer elektrischen Lampe, welche durch eine Linse parallel gemacht sind, so ist das vom zweiten Spiegel in der Richtung CD reflectirte Strahlenbündel noch kräftig genug, um, auf einem weissen Schirm aufgefangen, einen hellen Lichtpunkt zu erzeugen, welcher dann auf dem Schirm die fragliche Curve beschreibt, wenn die Stimmgabeln vibriren. Diese objective Darstellung der Lissajous'schen Figuren gewährt den Vortheil, dass sie gleichzeitig von einem grossen Auditorium beobachtet werden können.

Gehen wir nun zu einer näheren Untersuchung der Stimmgabelcurven über.

Wenn der Lichtpunkt in Folge der Vibrationen nur einer der beiden Stimmgabeln sich in gerader Linie hin und her bewegt, so erfolgt

Digitized by Google

die Bewegung nach den in §. 117 besprochenen Gesetzen. Es sei *a*, Fig. 493, die Gleichgewichtslage des leuchtenden Punktes, *b* und *c* die Endpunkte seiner verticalen Bewegung (in Folge der Vibrationen der Stimmgabel *R*), so erhält man die mit 1′, 2′ 3′ u. s. w. bezeichneten Stellen, in welchen sich der Lichtpunkt vom Punkte *b* ausgehend nach $^1/_{12}$, $^2/_{12}$, $^3/_{12}$ u. s. w. seiner ganzen Oscillationsdauer befindet, wenn man mit dem Radius *ab* einen Kreis beschreibt, seinen Umfang in 12 gleiche Theile theilt und von den Theilpunkten Perpendikel auf *bc* fällt.

Fig. 493.

In Fig. 494 ist dieselbe Construction für die horizontale, von der Stimmgabel *S* herrührende Bewegung des Lichtpunktes in Anwendung gebracht.

Fig. 494.

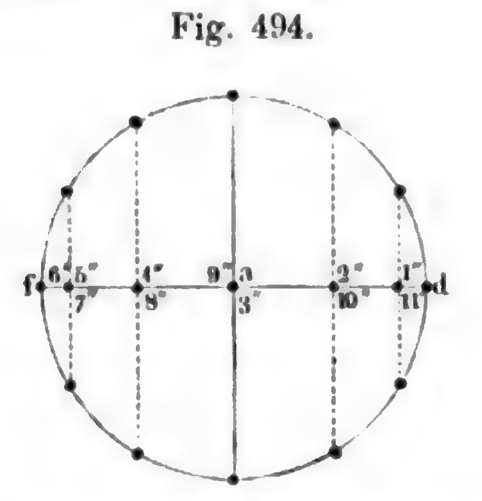
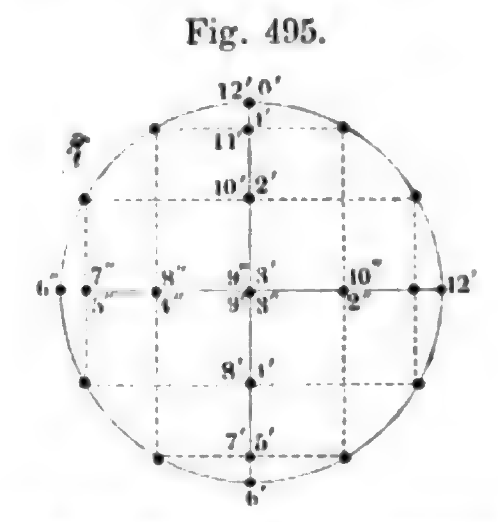


Fig. 495.



In Fig. 495 ist diese Construction zugleich für die horizontale und für die verticale Bewegung ausgeführt und zwar unter Voraussetzung gleicher Oscillationsamplitude für beide Richtungen.

Hat man die Stellen bestimmt, in welchen sich der leuchtende Punkt in einem gegebenen Moment befinden würde, wenn er entweder nur von der verticalen oder nur von der horizontalen Oscillation afficirt wäre, so erhält man den Ort, an welchem er sich in diesem Momente unter dem Einfluss beider Bewegungen wirklich befindet, wenn man durch den entsprechenden Punkt auf der verticalen Bahn eine horizontale und durch den entsprechenden Punkt auf der horizontalen Bahn eine verticale Linie zieht. Der Durchschnittspunkt dieser beiden Perpendikel ist der gesuchte Ort des leuchtenden Punktes.

Nach diesem Princip sind auf Tab. I die Curven, welche verschiedenen Phasenunterschieden entsprechen, für den Fall construirt, dass die beiden Stimmgabeln unisono sind, und dass die Oscillationsamplitude für die horizontale und für die verticale Bewegung dieselbe ist.

Bezeichnen wir die ganze Oscillationsdauer mit *u*, so sind die auf Tab. I a dargestellten Curven diejenigen, welche den Phasenunterschieden 0, $^1/_{12}u$, $^2/_{12}u$ u. s. w. bis $^6/_{12}u$ entsprechen.

Digitized by Google

Bei aufmerksamer Betrachtung der Figuren ergiebt sich die Construction dieser Curven ohne weitere Erläuterung.

Fig. I und VII auf Tab. I sind gerade Linien, Fig. II, III, V und VI sind Ellipsen, Fig. IV ist ein Kreis. Im Allgemeinen wird also der Lichtpunkt bei gleicher Schwingungszahl der beiden Stimmgabeln eine Ellipse beschreiben, welche in eine gerade Linie übergeht, wenn der Phasenunterschied 0 oder $^1/_2 u$ ist, in einen Kreis dagegen (gleiche Vibrationsintensität in horizontaler und verticaler Richtung vorausgesetzt), wenn der Phasenunterschied $^1/_4 u$ beträgt.

Die gleiche Ellipse entspricht dem Phasenunterschied $^5/_{12} u$ und $^7/_{12} u$, $^4/_{12} u$ und $^8/_{12} u$, $^2/_{12} u$ und $^{10}/_{12} u$, $^1/_{12} u$ und $^{11}/_{12} u$. Der Kreis entspricht dem Phasenunterschiede $^3/_{12} u$ und $^9/_{12} u$.

Wenn die verticale Stimmgabel R die Octav der horizontalen Stimmgabel S giebt, wenn also die Vibrationsdauer in horizontaler Richtung doppelt so gross ist als in verticaler, so entstehen Figuren wie sie auf Tab. II und zwar für die Phasendifferenzen 0, $^1/_{12} u$, $^2/_{12} u$ u. s. w. bis $^6/_{12} u$ dargestellt sind.

In der gleichen Weise könnte man auch die Curven für die Combinationen des Grundtons mit der Quint, des Grundtons mit der Octav der Quint u. s. w. construiren. Eine sehr einfache Methode, die Stimmgabelcurven der verschiedenen Intervalle darzustellen, findet man in §. 48 des zu meinem Grundriss der Physik gehörigen mathematischen Supplementbandes entwickelt.

Auf Tab. III sind in der ersten Verticalreihe die Hauptformen der Lichtcurven dargestellt, welche dem Intervall des Grundtons und der Quint, und in der zweiten Verticalreihe diejenigen, welche dem Intervall des Grundtons und der Duodecime entsprechen.

Die Stimmgabeln, welche zu dem durch Fig. 492 erläuterten Versuch dienen sollen, müssen solche Dimensionen haben, dass sie grosse und lange anhaltende Vibrationen machen. Die Schenkel der grössten Stimmgabel, welche König zu diesem Apparat giebt, sind 22^{cm} lang, 5^{mm} dick und 10^{mm} breit.

Drehende Bewegung der Stimmgabelcurven. Wir haben bisher nur den Fall in Betracht gezogen, dass die Schwingungszahlen der 179
beiden Stimmgabeln in einem einfachen Verhältniss zu einander stehen, dass also ihr Intervall vollkommen rein sei. In diesem Fall erhält man irgend eine der bisher besprochenen Lichtcurven, und diese bleibt dann, die allmälige Verkleinerung abgerechnet, unverändert. Wenn aber die zweite Stimmgabel dem reinen Intervall nur nahe kommt, so zeigt die Lichtcurve eine drehende Bewegung in der Art, dass sie nach und nach alle die Formen durchläuft, welche dem reinen Intervall, aber wechselnden Phasendifferenzen entsprechen.

Digitized by Google

Sind z. B. beide Stimmgabeln nahezu unisono, so scheint sich die Lichtcurve so zu drehen, dass sie aus der Gestalt der Fig. I Tab. I allmälig in die Formen Fig. II, III, IV, V u. s. w. übergeht.

Wenn die eine Stimmgabel sehr nahe die Octav der anderen ist, so dreht sich die Lichtcurve in der Art, dass sie der Reihe nach in die auf Tab. II verzeichneten Formen durchläuft.

Die Lichtcurve geht der Reihe nach in die der ersten oder in die in der zweiten Verticalreihe der Tab. III dargestellten Figuren über, wenn das Intervall der beiden Stimmgabeln sehr nahe der Quint oder der Duodecime entspricht.

Die interessante Erscheinung des Drehens der Lichtcurven lässt sich leicht mit solchen Stimmgabeln hervorbringen, welche ganz genau abgestimmt sind, also an und für sich kein Drehen der Lichtfiguren zeigen, wenn man an die eine nur etwas Wachs anklebt, in Folge dessen sie etwas langsamer schwingt als vorher.

Wenn die eine der beiden Stimmgabeln in jeder Secunde x Vibrationen mehr macht, als dem reinen Intervall entspricht, so wird die Lichtcurve x volle Umdrehungen in der Secunde machen.

Wenn also z. B. die Lichtcurve in 2 Secunden eine halbe Umdrehung macht, so kann man daraus schliessen, dass die eine der beiden Stimmgabeln in 4 Secunden eine Schwingung mehr macht als dem reinen Intervall entspricht, dass also auf jede Secunde eine Abweichung von $^1/_4$ Schwingung kommt.

Man sieht daraus, wie durch Beobachtung der Lissajous'schen Lichtcurven die geringste Abweichung vom reinen Intervall merklich wird.

Dies benutzt nun Lissajous, um Stimmgabeln mit fast absoluter Genauigkeit zu stimmen. An den in der Praxis zu benutzenden Stimmgabeln kann man freilich keine Spiegel anbringen, wie an den Stimmgabeln der oben beschriebenen, zu Demonstrationsversuchen in Vorlesungen bestimmten Vorrichtung, Fig. 492. Hier bedarf es also einer anderen Methode zur Beobachtung der Lichtcurven. Fig. 496 erläutert das zu diesem Zweck von Lissajous construirte Vibrationsmikroskop.

Die Normalstimmgabel A ist in einem passenden Stative so angebracht, dass ihre beiden Schenkel in einer Verticalebene liegen und ihre Schwingungen in dieser Verticalebene in der Richtung von Oben nach Unten vor sich gehen. — Der obere Schenkel der Normalstimmgabel trägt das Objectiv eines schwach vergrössernden Mikroskops, während an dem anderen Schenkel ein entsprechendes Gegengewicht angebracht ist. Die Stimmgabel ist so ajustirt, dass sie mit dem Objectiv und dem Gegengewicht belastet einen bestimmten Ton giebt, also eine bestimmte Anzahl von Schwingungen in der Secunde macht.

In Fig. 497 ist der vordere Theil der Stimmgabel A sammt dem daran angeschraubten Objectiv in grösserem Maassstab dargestellt.

Vor der Normalgabel A wird nun die zu prüfende Stimmgabel B, etwa auf einem Resonanzkästchen befestigt aufgestellt, und zwar so, dass

Digitized by Google

die Vibrationsrichtung ihrer Schenkel horizontal, also rechtwinklig ist zu der Vibrationsrichtung der Stimmgabel *A*. Auf dem oberen Ende des einen Schenkels, welcher gerade vor dem Objectiv *o* stehen muss, ist auf irgend eine Weise ein Punkt markirt, den wir *p* nennen wollen.

Das Rohr des Mikroskops, dessen Objectiv an die Stimmgabel *A* angeschraubt ist, steckt hinter diesem Objectiv in dem Stativ, wie man in Fig. 496 und noch deutlicher in Fig. 497 sieht. Dies Mikroskop unter-

Fig. 496.

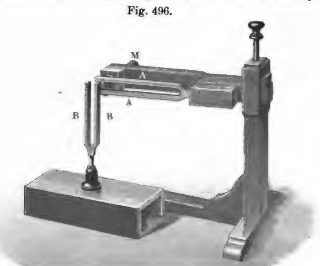


Fig. 497.

1/2

scheidet sich von einem gewöhnlichen nur dadurch, dass das Objectiv nicht an der Mikroskopröhre, sondern dicht vor derselben an der Stimmgabel befestigt ist.

Durch das Ocular bei *M* in das Mikroskop hineinschauend, sieht man nun das Bild des markirten Punktes *p*, welcher ruhig steht, wenn keine der Stimmgabeln vibrirt. Oscillirt die Stimmgabel *A* allein, so beschreibt der Punkt *p* eine verticale Linie; vibrirt die Stimmgabel *B* allein, so beschreibt er eine horizontale Linie, wenn aber endlich beide Stimmgabeln

Digitized by Google

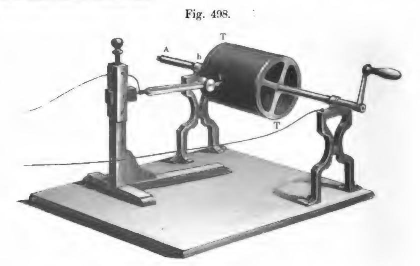
vibriren, so beschreibt p eine Curve, deren Gestalt von dem Intervall der Stimmgabeln abhängt.

Nehmen wir z. B. an, die Stimmgabel A sei so justirt, dass sie 128 Schwingungen in der Secunde macht, und B soll die Octav von A geben, so muss der Punkt p eine der auf Tab. II. verzeichneten Curven beschreiben. Ist die Stimmgabel zunächst nur angenähert genau gestimmt, so wird die Figur die oben erwähnte drehende Bewegung zeigen, und man hat alsdann an der Stimmgabel in entsprechender Weise abzufeilen, bis das Drehen der durch den markirten Punkt p beschriebenen Curve aufhört.

180 **Genaue Zählung der Schwingungszahl einer Stimmgabel.** Um die Schwingungen irgend einer Stimmgabel oder irgend eines anderen vibrirenden festen Körpers graphisch darzustellen, versah Duhamel denselben mit einem feinen Stiftchen und rückte dasselbe dicht an die Oberfläche eines Glas- oder Metallcylinders, dessen Oberfläche über einer russenden Flamme geschwärzt war, und welcher um seine Axe gedreht wurde, während die Stimmgabel vibrirte. Ein nach diesem Princip construirter Apparat wird Phonautograph genannt. Wertheim und später König haben denselben wesentlich verbessert.

Fig. 498 stellt den Phonautographen von König ungefähr in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse dar.

Fig. 498.



Ein eiserner Stab, welcher an seinem einen Ende bei A mit einem durch die Schraubenmutter b geführten Schraubengewinde versehen ist, auf der anderen Seite aber mittelst einer Kurbel umgedreht werden kann, trägt in seiner Mitte eine messingene Trommel T. Auf diese Trommel wird in einer Weise, dass man ihn leicht wieder wegnehmen kann, ein

Digitized by Google

Papiermantel befestigt, und über einer stark russenden Lampe geschwärzt. An diese beruste Fläche wird nun zunächst die in einem passenden, durch ein Gewicht zu beschwerenden Stativ befestigte Stimmgabel herangerückt, an deren einem Ende die Schreibspitze *r* befestigt ist.

Wird nun die Stimmgabel durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen in Vibrationen versetzt und dann der Cylinder sogleich mit entsprechender Geschwindigkeit umgedreht, so beschreibt die auf der Stimmgabel befestigte Spitze auf der berusten Fläche eine Sinuscurve in der Art, wie Fig. 499 zeigt.

Fig. 499.

Um zu zählen, wie viel Schwingungen die Stimmgabel in einer gegebenen Zeit macht, dürfte wohl folgende Methode die einfachste und sicherste sein: Das Schreibspitzchen wird gebildet, indem man ein Stückchen von ganz dünnem Messingblech spitzig zuschneidet und dieses schwach gebogen mit Siegellack auf das eine Stimmgabelende aufkittet, wie Fig. 500 im Grund- und Aufriss zeigt. Nachdem die Stimmgabel an ihre Stelle gerückt ist, wird sie durch einen Kupferdraht mit dem einen, der metallische Träger der Trommel *T* aber mit dem anderen Pole eines Funkeninductors, dessen Beschreibung erst im zweiten Bande folgen kann, in leitende Verbindung gebracht. So oft nun der magnetische Hammer des Funkeninductors eine Oscillation macht, schlägt von der Spitze *r* ein Funken auf die metallische Trommel über, welcher, das Papier durchbohrend, einen kleinen Fleck an der Stelle der Sinuscurve macht, an welcher sich in diesem Moment gerade die Schreibspitze befindet. Hat man, während die Stimmgabel vibrirte und der Inductionsapparat im Gang war, die Trommel gedreht, so erhält man auf der Sinuscurve eine Reihe von Punkten *a*, *b*, *c* u. s. w., und kann dann leicht zählen, wie viel Schwingungen die Stimmgabel während einer Oscillation des Hammers macht.

Fig. 500.

Bei einem derartigen Versuch, bei welchem ein durch drei Bunsen'sche Becher in Thätigkeit gesetzter Stöhrer'scher Funkeninductor angewandt wurde, dessen Hammer 82 Oscillationen in 30 Secunden machte, ergab sich für die grösste der Stimmgabeln, welche zu dem auf S. 431 besprochenen Apparat gehören, dass zwischen zwei aufeinander folgenden Funkenmarken im Durchschnitt 23,4 Stimmgabelschwingungen liegen, diese Stimmgabel macht also

$$23{,}4 \cdot \frac{82}{30} = 63{,}96,$$

Digitized by Google

d. h. beinahe 64 Schwingungen in der Secunde, der Ton dieser Stimmgabel ist also das grosse C (wenn $\bar{a}$ zu 427 Schwingungen genommen wird).

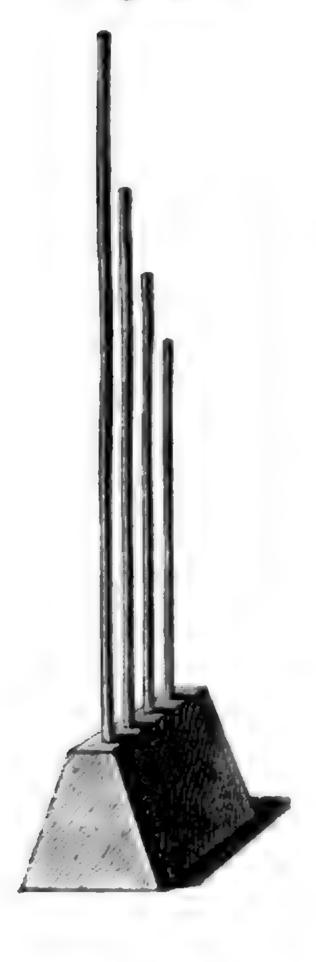
181 **Longitudinalschwingungen der Saiten und Stäbe.** Wir haben bisher nur die Querschwingungen der Saiten und Stäbe betrachtet; dieselben können aber auch ihrer Länge nach schwingen, ganz ähnlich wie eine in einer Röhre eingeschlossene Luftsäule. Solche Längenschwingungen kann man dadurch erzielen, dass man eine gespannte Saite unter sehr spitzem Winkel mit einem Fiedelbogen streicht oder eine Glasröhre mit nassen Fingern oder einem nassen Tuche der Länge nach reibt.

Nimmt man z. B. eine Glasröhre von etwa 2 Meter Länge, welche einen Durchmesser von 2 bis 3 Centimeter hat, und hält man sie in der Mitte mit einer Hand fest, während man die andere Hälfte mit einem in der anderen Hand gehaltenen nassen Tuche reibt, so wird man einen Ton hören, den man mit einiger Geschicklichkeit leicht rein und voll erhalten kann. Die Schwingungen, welche man auf diese Weise erzeugt, sind offenbar Longitudinalschwingungen. Durch schnelleres Reiben und stärkeren Druck kann man ausser dem Grundton des Stabes auch noch höhere Töne erzeugen.

Man erhält dieselben Resultate mit langen cylindrischen und prismatischen vollen Glasstäbchen, mit Röhren und Stäben von Holz und Metall; bei den letzteren wendet man aber statt des nassen Tuches ein mit Harz bestreutes Tuch an.

Zur Hervorbringung von Longitudinalschwingungen hölzerner Stäbe kann man den Apparat Fig. 501 anwenden. In einem Holzklotz von entsprechender Grösse sind mehrere Holzstäbchen von ungefähr 3 Linien Dicke eingeleimt. Streicht man diese Stäbchen von oben nach unten fahrend zwischen zwei Fingern, mit denen man vorher etwas Colophonium gerieben hat, so entstehen reine volle Töne. Gesetzt, die Länge der Stäbchen verhielte sich wie 30 : 24 : 20 : 15, so geben sie den Grundton, seine grosse Terz, seine Quint und seine Octav.

Fig. 501.



Die Longitudinalschwingungen eines Stabes sind im Wesentlichen den Vibrationen der Luftsäulen in Pfeifen ganz analog, d. h. die einzelnen Querschichten oscilliren in der Richtung der Längenaxe des Stabes hin und her. Der Longitudinalton eines Stabes ist demnach zunächst von seiner Länge abhängig. Die Schwingungszahlen zweier Stäbe desselben Materials verhalten sich wie ihre Längen. Man kann sich davon leicht mit Hülfe des Apparates Fig. 501 überzeugen.

Digitized by Google

Stäbe, welche in der Mitte festgehalten, an beiden Enden aber frei sind, verhalten sich wie offene, Stäbe dagegen, welche an einem Ende befestigt sind, wie die in Fig. 501, verhalten sich wie gedeckte Pfeifen.

Wie die Tonhöhe der Pfeifen von dem Querschnitte derselben nicht ganz unabhängig ist, so verhält es sich auch mit den Längsschwingungen von Stäben. Von zwei Stäben derselben Holzart, welche gleiche Länge, aber ungleichen Durchmesser haben, giebt der dickere einen etwas höheren Ton.

Da die Longitudinalschwingungen von Stäben, deren eines Ende vollkommen festgeklemmt ist, wie in Fig. 501, ganz den Gesetzen der stehenden Schwingungen in Röhren eingeschlossener Luftsäulen folgen, so ist auch die Länge eines solchen Stabes $^1/_4$ der Wellenlänge, mit welcher sich sein Grundton in dem Medium des Stabes fortpflanzen würde.

Dies giebt ein sehr einfaches Mittel an die Hand, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in irgend einem festen Stoff experimentell zu bestimmen. Man mache nur aus diesem Stoff einen Stab, den man mit seinem einen Ende festklemmt, um ihn dann in Longitudinalschwingungen zu versetzen. Es verhält sich dann die Länge des Stabes zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in seinem Material, wie die Länge einer gedeckten Pfeife, welche denselben Ton giebt, zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Luft.

So findet man z. B., dass ein 1 Meter langer Stab von Erlenholz in der durch Fig. 501 erläuterten Weise befestigt einen Longitudinalton giebt, welcher dem Longitudinalton einer 7 Centimeter langen gedeckten Pfeife gleich ist. Die Wellenlänge eines Tones in Erlenholz verhält sich demnach zur Wellenlänge desselben Tones in Luft wie 1 zu 0,07, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles ist also $\frac{100}{7} = 14{,}3$ mal grösser für Erlenholz als für Luft.

Nach dieser Methode haben Chladni sowohl wie auch Savart die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in verschiedenen festen Körpern bestimmt. Die folgende Tabelle enthält einige der von Chladni erhaltenen Resultate.

Digitized by Google

Namen der Substanzen	Geschwindigkeit, verglichen mit Schallgeschwindigkeit in der Luft
Fischbein	$6^2/_3$
Zinn	$7^1/_2$
Silber	9
Nussbaumholz	$10^2/_3$
Messing	$10^2/_3$
Eichenholz	$10^2/_3$
Kupfer	12
Ahornholz	$12^1/_3$
Acacienholz	$14^2/_5$
Ebenholz	$14^2/_5$
Erlenholz	$14^2/_5$
Lindenholz	15
Glas	$16^2/_3$
Eisen oder Stahl	$16^2/_3$
Tannenholz	18

Hier dürfte wohl der geeignetste Ort für die Bemerkung sein, dass Wasser den Schall nicht allein zu leiten im Stande ist, sondern dass es unter Umständen auch als tönender Körper fungiren kann. Die Sirene ertönt auch, wenn sie vollständig unter Wasser getaucht ist und ein Strom von Wasser durch die Oeffnungen hindurchtreibt, wie es bei den gewöhnlichen Sirenen mit der Luft geschieht. Wertheim hat förmliche Wasserpfeifen construirt, d. h. Pfeifen, in welchen eine Wassersäule ebenso in tönende Schwingungen versetzt wird, wie die Luftsäule in gewöhnlichen Pfeifen (Annal. de Chim. et de Phys. 3. Ser. T. XXIII).

Fig. 503.

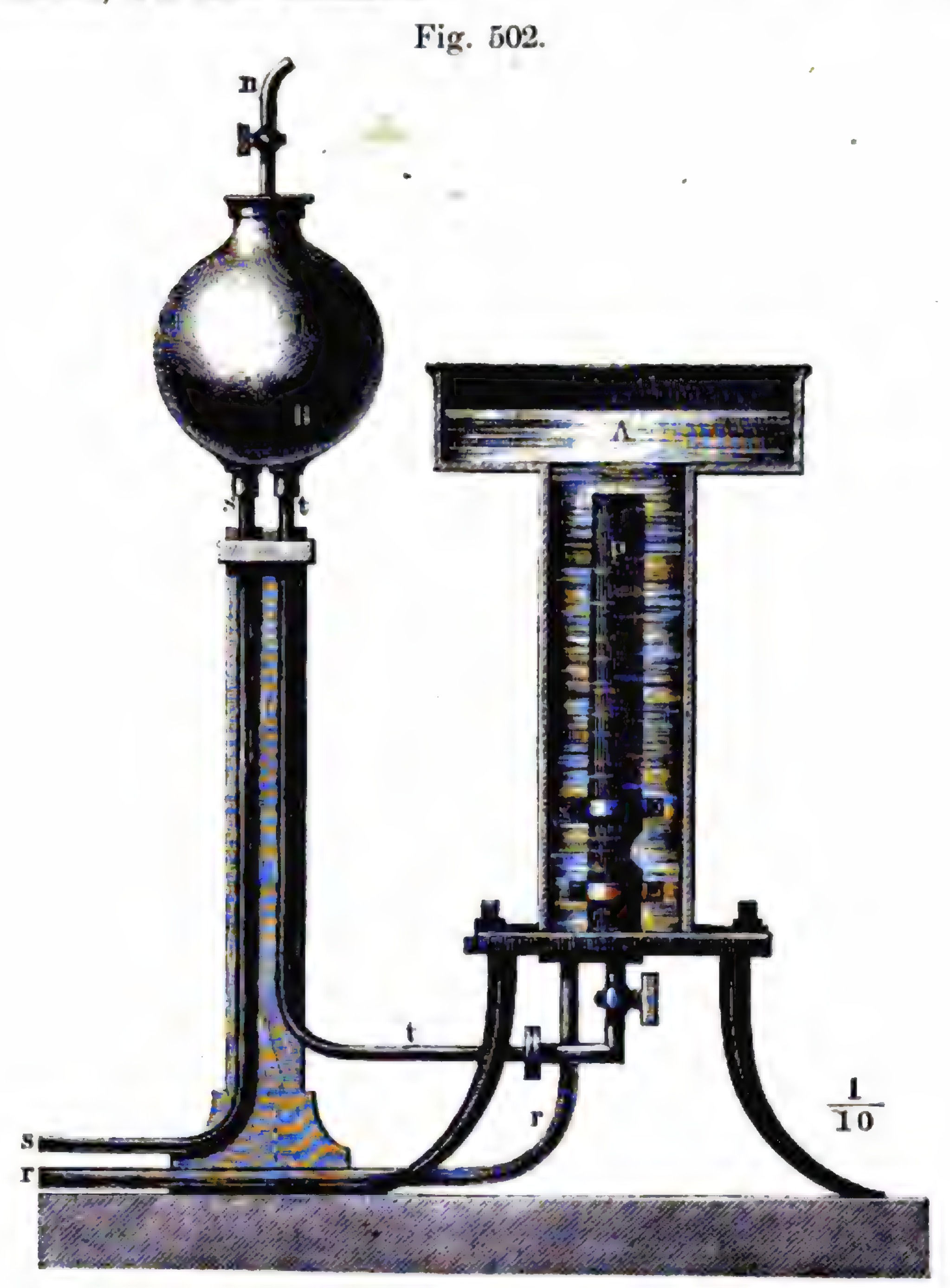
Die ganz mit Wasser gefüllte offene oder gedeckte Pfeife *p*, Fig. 502, befindet sich in einem 52 Centimeter hohen mit Wasser gefüllten Gefässe *A*. Mittelst einer Druckpumpe wird beim Aufziehen des Kolbens durch das Rohr *r* Wasser aus dem Gefäss *A* herausgesaugt, beim Niedergange des Kolbens aber wird es durch das Rohr *s* in den Windkessel *B* hineingepresst, aus welchem es durch den Druck der comprimirten Luft durch die Röhre *t* in den Fuss der Pfeife *p* getrieben wird. Die Röhre *n* führt zu einem Manometer.

Fig. 503 stellt das Mundstück der Pfeife *p* in grösserem Maassstabe dar.

Digitized by Google

Dieser Versuch beweist, dass die Wassersäule in *p* ganz in ähnlicher Weise vibrirt, wie eine Luftsäule.

Fig. 502.



Die Zungenpfeifen. Wenn ein Luftstrom durch eine Oeffnung hervordringt, welche durch die Vibrationen eines elastischen Körpers in regelmässigen Intervallen geschlossen und wieder geöffnet wird, so entsteht ein Ton ganz in der Weise, welche wir bei der Sirene kennen lernten. Bei jedem Freiwerden der Oeffnung nämlich entsteht ein Luftstoss, welcher eine Verdichtungswelle erzeugt. Solche Instrumente nun, durch welche nach diesem Princip Töne erzeugt werden, nennt man Zungenwerke. 182

Die einfachste Form der Zungen wird durch Fig. 504 (a. f. S.) erläutert. In der Mitte einer Messingplatte *aa*, welche in Fig. 504 A perspectivisch, in Fig. 504 B aber im Durchschnitt dargestellt ist, befindet sich eine rectanguläre Oeffnung *bb*, welche durch ein elastisches Metallblättchen *zz* bedeckt wird. In ihrer Ruhelage sowohl wie in der Lage zz_1,

Fig. 504 B, wird die Oeffnung durch die Zunge geschlossen, während sie frei ist, wenn die Zunge in der Lage $z z_1$ ist.

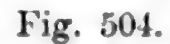
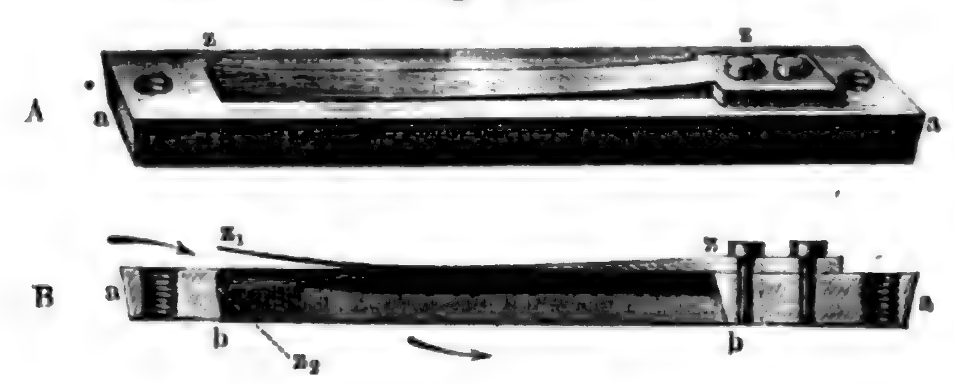


Fig. 504.



Wenn nun die Messingplatte aa die untere Gränzfläche eines geschlossenen Raumes bildet, in welchem durch Einblasen die Luft verdichtet wird, so übt die verdichtete Luft einen Druck auf die Zunge aus, durch welchen die Vibrationen derselben eingeleitet werden; so oft aber die oscillirende Zunge in die Lage $z z_1$ kommt, dringt in der Richtung des Pfeils ein Luftstoss durch die freigewordene Oeffnung hervor, und so entsteht ein Ton, welcher von der Schwingunsdauer der federnden Zunge abhängt.

Zungen der eben beschriebenen Art sind es, welche die Töne der Mundharmonika, der Blasbalgharmonika und der Physharmonika geben.

Hierher gehören auch die Zungenwerke unserer Orgeln, deren Einrichtung durch Fig. 505 und Fig. 506 erläutert wird. In dem durchbohrten hölzernen Stopfen s, Fig. 506, ist unten eine Rinne r von Messingblech befestigt, deren Querschnitt ungefähr einen Halbkreis bildet, und welche den Namen Canile führt. Oben ist diese Rinne offen, unten ist sie geschlossen und ihre seitliche Oeffnung wird durch die elastische Platte l bedeckt, welche bei ihrer Vibration auf die Ränder der Rinne aufschlagend dieselbe vollständig verschliesst und dann wieder zurückschwingend einen Luftstrom in die Canile eintreten lässt.

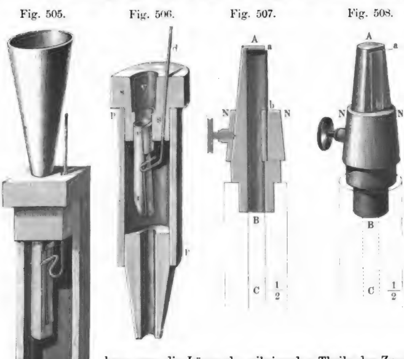
Dieser Stopfen s mit der Canile r und der Zunge l wird nun in das kurze Rohr pp eingesetzt, in welches man von unten her den Wind einblasen kann. Sobald dies geschieht, beginnt die Zunge l zu vibriren, es wird also in den durch die Zunge bedingten Intervallen ein Luftstrom aus dem Inneren der Röhre p durch die Canile und die Höhlung v hervordringen, um dann sogleich wieder unterbrochen zu werden. Durch dieses stossweise Vordringen des Luftstroms wird nun der Ton erzeugt, zu dessen Verstärkung man noch ein kegelförmiges Rohr, den Schallbecher, aufsetzt, wie man es Fig. 505 sieht.

Solche Zungen, welche wie die in Fig. 504 und Fig. 505 dargestellten etwas kleiner sind als die zugehörige Oeffnung, so also, dass sie mit den Rändern derselben nicht in Berührung kommen, nennt man durchschlagende Zungen, im Gegensatz zu den aufschlagenden, welche, wie die Zunge Fig. 506, bei jeder Oscillation auf den Rahmen schlagen. Die

Digitized by Google

aufschlagenden Zungen werden ihres rasselnden Tones wegen selten mehr gebraucht.

Durch Aufziehen oder Niederdrücken des Stimmdrahtes d, dessen unteres horizontal gebogenes Ende die Zunge gegen die Canile andrückt,



kann man die Länge des vibrirenden Theils der Zunge vergrössern oder verkleinern und dadurch die Tonhöhe abändern.

Wenn gar kein Schallbecher oder doch nur eine kurze Röhre auf das Zungenwerk aufgesetzt ist, so hängt die Schwingungsgeschwindigkeit der Zunge, also der Ton, den sie giebt, von ihrer Elasticität und von ihren Dimensionen ab; wenn aber eine lange Röhre aufgesetzt wird, so modificirt diese den Ton wesentlich; die Bewegung der Zunge hängt dann mehr von der Bewegung der in der langen Pfeife hin und her laufenden Luftwellen als von ihrer eigenen Elasticität ab; sie wird also eigentlich mehr geschwungen als sie selbst schwingt.

W. Weber hat über diesen Gegenstand eine Reihe ausführlicher Versuche angestellt (Pogg. Annal. XIV, XVI und XVII). Fig. 507 und Fig. 508 stellen seinen Apparat in $^1/_2$ der natürlichen Grösse dar, und zwar Fig. 507 im Durchschnitt, Fig. 508 in perspectivischer Ansicht. Der schraffirte Theil AB ist aus Messing verfertigt, ba ist die vibrirende Zunge. Bei B können hölzerne Röhren von beliebiger Länge angesteckt

Digitized by Google

werden, wie man aus den Figuren ersieht, wo sie nur durch Contouren angegeben sind.

Diese Vorrichtung wird nun mittelst des konischen Zapfens NN in eine entsprechende Oeffnung einer Windlade so eingesetzt, dass A nach Unten, die hölzerne Ansatzröhre BC aber nach Oben steht.

Als in den Apparat, Fig. 507 (a. v. S.), eine 0,22 Linien dicke Messingzunge eingesetzt war und in die Windlade Luft eingepresst wurde, erhielt Weber ohne Ansatz eines Holzrohres den Ton $\bar{g}$. Als nun aber der Reihe nach Holzröhren von verschiedener Länge aufgesetzt wurden, erhielt er die folgenden Töne, wenn die Gesammtlänge der mittönenden Luftsäule die nebenstehenden, in Pariser Linien ausgedrückten Werthe hatte:

$\bar{g}$	41'''	$\bar{c}$	129'''
$\overline{fis}$	79''	*ais*	147'''
$\bar{f}$	90''	g	175
$\bar{d}$	112'''	$\bar{g}$	195

Kurze Ansatzröhren bringen also keine merkliche Veränderung der Tonhöhe hervor; bei allmäliger Verlängerung der Röhre wird aber der Ton tiefer, und zwar bis zur nächst niederen Octave des Anfangstones, um dann für eine bestimmte Länge l (im vorliegenden Falle 195,3''') wieder auf den Ton zurückzuspringen, welchen die Zunge für sich allein giebt.

Die Länge l (hier 195,3''') ist die Länge einer offenen Pfeife, deren Grundton unisono ist mit dem Ton, welcher der Schwingungszahl der nur unter dem Einfluss ihrer Elasticität vibrirenden Zunge entspricht.

Eine Verlängerung der Röhre über die Länge l hinaus macht, dass der Ton abermals tiefer wird, und zwar in unserem Falle bis $\bar{d}$ für die Röhrenlänge 384''', um für $2l$ (hier 390''') zum zweitenmale auf den ursprünglichen Ton zurückzuspringen.

Kurz, der Ton der Zungenpfeife ist für die Röhrenlängen l, $2l$, $3l$ u. s. w. derselbe wie ohne Ansatzrohr, während jede andere Länge der Ansatzröhre den Ton der Zungenpfeife tiefer macht, wenn sie durch Einblasen von Luft in die Windlade zum Tönen gebracht wird, wie es bei den eben besprochenen Versuchen der Fall war.

Wird dagegen die Zungenpfeife dadurch zum Tönen gebracht, dass die Luft aus der Windlade ausgesaugt wird, so hat das Ansetzen von Röhren eine Erhöhung des Tones zur Folge.

Der Grund dieser Erscheinung ergiebt sich aus folgender Betrachtung:

Fig. 509 stelle eine an beiden Enden offene Röhre dar, welche eine im Zustande stehender Schwingungen sich befindliche Luftsäule enthält. Schwingungsknoten befinden sich in k und k', Bäuche dagegen in b und an den Enden der Röhre in b' und b''.

Der Ton dieser Pfeife wird nun keinerlei Aenderung erfahren, wenn an irgend einer Stelle im Inneren der Röhre ein Scheibchen angebracht

Digitized by Google

wäre, dessen Ebene rechtwinklig auf der Röhrenaxe steht und welches genau dieselben Oscillationen machte, welche einer an dieser Stelle befindlichen Luftschicht in Folge des Tönens der in der Röhre eingeschlossenen Luftsäule zukommen. An die Stelle dieses Scheibchens könnte aber auch ohne merkliche Aenderung eine in gleicher Weise oscillirende Zunge eingesetzt werden.

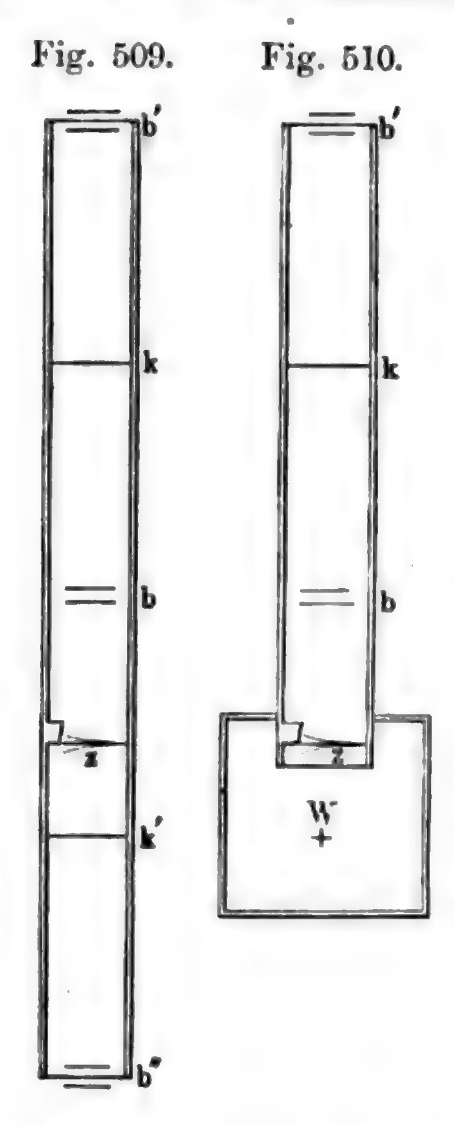


Fig. 509. Fig. 510.

Es sei nun eine solche Zunge in der Röhre Fig. 509 bei z zwischen dem Schwingungsknoten k' und dem Bauche b angebracht, welche so eingerichtet ist, dass sie die Verbindung zwischen dem oberen und unteren Theil der Röhre absperrt, während sie aus ihrer Gleichgewichtslage nach Oben (also in Beziehung auf den oberen Theil der Röhre nach Innen) entfernt ist, dass dagegen die Verbindung zwischen der Luft im oberen und unteren Theile der Röhre hergestellt ist, während die Zunge nach Unten (respective nach Aussen) gebogen ist.

Die Zunge z wird sich aber von ihrer Gleichgewichtslage nach Unten (Aussen) bewegen müssen, während die benachbarten Luftschichten in Folge der stehenden Wellen in der Röhre gleichfalls von einer nach Unten gerichteten Bewegung afficirt sind, während sich also beim Knoten k' eine Luftverdichtung bildet. Während der äusseren Schwingung der Zunge ist es offenbar einerlei, ob die Luft unmittelbar über z mit der bei k' verdichteten Luft im unteren Theil der Röhre $b'b''$ oder mit der gleich verdichteten Luft in der Windlade w, Fig. 510, communicirt; während der inneren Schwingung der Zunge aber ist die Verbindung zwischen dem unteren Theil des Röhrenstückes zb' mit dem unter z befindlichen Raum ohnehin unterbrochen, es ist also in dieser Periode gleichgültig, ob sich unterhalb z das Röhrenstück zb'' oder die Windlade befindet.

Man kann also ohne in den Vibrationen der Zunge und der Luftschichten in dem Röhrenstück zb' etwas zu ändern, das Röhrenstück zb'' mit einer Windlade vertauschen, welche entsprechend verdichtete Luft enthält.

Aus diesem Raisonnement ergiebt sich nun auch, dass in einer Zungenpfeife, welche auf einer Windlade mit verdichteter Luft aufgesetzt wird, sich in der Röhre über der Zunge zunächst ein Bauch, und erst jenseits des Bauches ein Knoten bilden kann.

Betrachten wir aber nun den Einfluss, welchen die abwechselnde Verdichtung und Verdünnung der Luft am Fusse der Röhre zb' auf die Schwingungen der Zunge ausüben muss.

Digitized by Google

Während der inneren Schwingung der Zunge ist die untere Endabtheilung der Luftsäule zb' verdünnt, und sie beschleunigt die Platte nach Innen, während dieselbe durch ihre eigene Elasticität nach Aussen beschleunigt ist. Während der äusseren Schwingung der Zunge ist dagegen die untere Endabtheilung der Luftsäule zb' verdichtet und sie beschleunigt die Platte nach Aussen, während dieselbe durch ihre eigene Elasticität eine Beschleunigung nach Innen erleidet.

Der Einfluss der schwingenden Luftsäule hält also immer einem Theile der elastischen Kraft der Zunge das Gleichgewicht, sie wird also langsamer schwingen, der Ton der Zungenpfeife wird also tiefer sein, als der Ton der isolirt schwingenden Zunge.

Denken wir uns dagegen die Zunge in der Röhre $b'b''$, Fig. 511, zwischen dem Knoten k und dem Bauche b eingesetzt, so ist klar, dass die äussere (nach Unten gerichtete) Schwingung der Zunge z mit einer Verdünnung der Luft zwischen b und k zusammenfallen muss. Während also die Zunge z so steht, dass der obere Theil zb' der Röhre mit dem unteren zb'' communicirt, ist die Luft unmittelbar über und unter z verdünnt; man kann also, ohne die Schwingungen in dem Röhrenstück zb' zu alteriren, statt des unteren Röhrenstücks zb'' eine Windlade W, Fig. 512, substituiren, welche verdünnte Luft enthält; in diesem Falle aber muss sich in der Röhre zunächst über der Zunge ein Knoten und erst jenseits desselben ein Bauch bilden.

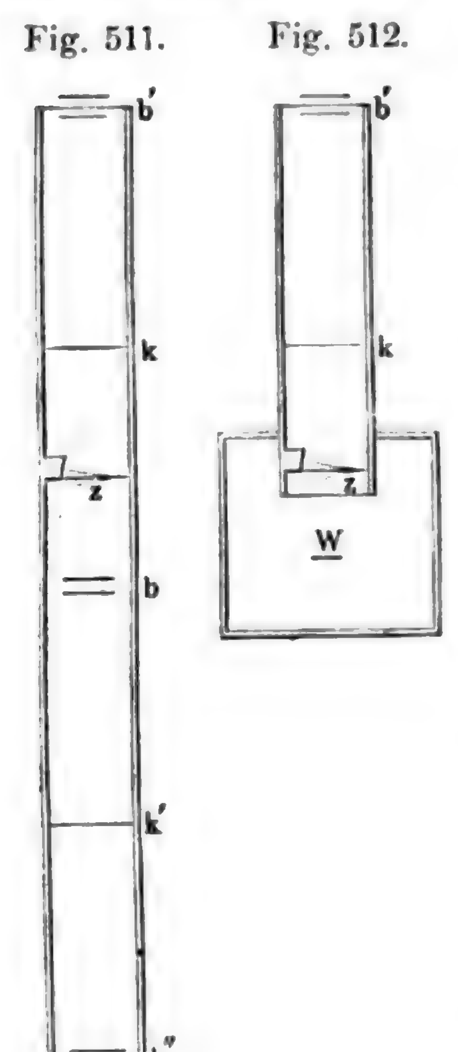


Fig. 511. Fig. 512.

Für den Fall, dass die Luft in der Windlade verdünnt wird, ist also während der äusseren Schwingung der Zunge das untere Ende der Luftsäule zb', Fig. 512, verdünnt und beschleunigt die Platte nach Innen, während sie durch ihre eigene Elasticität nach derselben Richtung beschleunigt wird. Während der inneren Schwingung der Zunge aber ist die Luft im unteren Ende der Röhre zb' verdichtet, und beschleunigt die Platte gleich ihrer eigenen Elasticität nach Aussen.

Da also hier der Einfluss der schwingenden Luftsäule stets in gleichem Sinne auf die Zunge wirkt, wie deren eigene Elasticität, so muss sie schneller schwingen, ihr Ton muss höher werden, als der Ton der isolirt schwingenden Platte.

Wenn die Zunge gerade an der Stelle eines Bauches sich befindet, so findet unmittelbar über derselben weder Verdünnung noch Verdichtung

Digitized by Google

der Luft statt, die stehenden Wellen der Luftsäule in der Röhre üben also in diesem Falle weder einen beschleunigenden noch einen verzögernden Einfluss auf die Vibrationen der Zunge aus, der Ton der Luftsäule ist unisono mit dem der isolirt schwingenden Zunge.

Eine zweite Art der Zungenwerke wird durch membranöse elastische Platten gebildet, welche die beiden Lippen eines schmalen Spaltes bilden und welche durch ihre Oscillationen den Spalt abwechselnd öffnen und schliessen. Joh. Müller construirte membranöse Zungenpfeifen in der durch Fig. 513 erläuterten Weise, indem er auf ein rechtwinklig zur Axe abgeschnittenes Rohr zwei Lappen von vulcanisirtem Kautschuk so aufband, dass nur ein schmaler Spalt zwischen ihnen frei blieb. Noch besser als diese sprechen solche membranöse Zungenpfeifen an, wie sie in Fig. 514 dargestellt sind. Das obere Ende des hölzernen Rohres, in welches Unten die Luft eingeblasen wird, ist von zwei Seiten

Fig. 513.

Fig. 514.

$\frac{1}{3}$

Fig. 515.

$\frac{1}{8}$

Fig. 516.

schräg abgeschnitten, wie man Fig. 515 sieht, so dass zwei ungefähr rechtwinklige Spitzen zwischen den beiden schrägen Schnittflächen stehen bleiben. Ueber die beiden Abdachungsflächen werden alsdann mit leichter Spannung Streifchen von Kautschuk so gelegt, dass sie einen schmalen Spalt zwischen sich lassen, und endlich mit einem Faden festgebunden.

Sehr leicht lässt sich eine membranöse Zungenpfeife auch in folgender Weise herrichten: von einer Röhre dünnen vulcanisirten Kautschuks, welche $^1/_2$ bis $^3/_4$ Zoll weit ist, schneide man ein $1^1/_2$ bis 2 Zoll langes Stück ab und befestige es am Ende eines Glasrohres von entsprechender Weite, wie man Fig. 516 sieht. Wenn man nun die Kautschukröhre an ihrem oberen Ende an zwei gegenüberliegenden Punkten fasst und auseinanderzieht, so bildet sich eine Ritze, wie sie unsere Figur zeigt, deren Ränder von Kautschuk sind, und wenn man dann unten in das Rohr

Digitized by Google

hineinbläst, so erhält man einen Ton, der um so höher wird, je stärker die beiden Lippen angespannt werden. Man kann dabei ganz deutlich die Vibrationen der beiden Kautschuklippen sehen, welche die Ritze bilden.

183 **Mittheilungen der Schallschwingungen zwischen festen, flüssigen und luftförmigen Körpern.** Wenn mehrere feste Körper unter einander zu einem Ganzen verbunden sind, so verbreiten sich die von einem Theile dieses Systems ausgehenden Vibrationen mit der grössten Leichtigkeit als fortschreitende Wellen über die ganze Masse; an der Gränze angekommen, gehen nun aber die Wellen nur theilweise in das angränzende Mittel, einen luftförmigen oder flüssigen Körper, über, theilweise aber werden sie reflectirt, und durch die Interferenz der reflectirten Wellen mit den neu ankommenden bilden sich in den einzelnen Theilen des festen Systems stehende Schwingungen. Ein solches System bildet ein Ganzes, welches sich, wenn ein Punkt in Schwingungen versetzt wird, wie ein einzelner fester Körper in einzelne schwingende Theile abtheilt, die durch Schwingungsknoten getrennt sind. Jeder einzelne Theil verliert gewissermaassen seine Individualität; seine Verbindung mit den benachbarten Stücken hindert ihn, so zu schwingen, wie es geschehen würde, wenn er allein wäre.

Savart hat viele Versuche über diesen Gegenstand gemacht; er hat seine Apparate auf mancherlei Weise abgeändert, um zu zeigen, dass sich die Vibrationen wirklich über ein ganzes System von Platten, Streifen, Glocken, Saiten u. s. w. verbreiten. Unter den Resultaten, die in seiner Abhandlung (Annal. de Phys. et de Chim. T. XXV) niedergelegt sind, wollen wir folgendes Beispiel hervorheben, welches den Vortheil hat, zugleich den Einfluss nachzuweisen, welchen die Richtung der Bewegung auf die Bildung der Schwingungsknoten hat. Eine Holzplatte *a*, Fig. 517, ist an dem einen Ende befestigt, an dem anderen aber durch eine Saite *b* gespannt, und diese kann durch einen Schlüssel mehr oder weniger angezogen werden. Sobald die Saite durch einen Fiedelbogen angestrichen wird, geräth auch die Platte *a* in Schwingungen. Für denselben Ton sind die Knotenlinien, welche sie auf der oberen Seite zeigt, von der Schiefe des Fiedelbogens oder der Richtung abhängig, in welcher die Platte

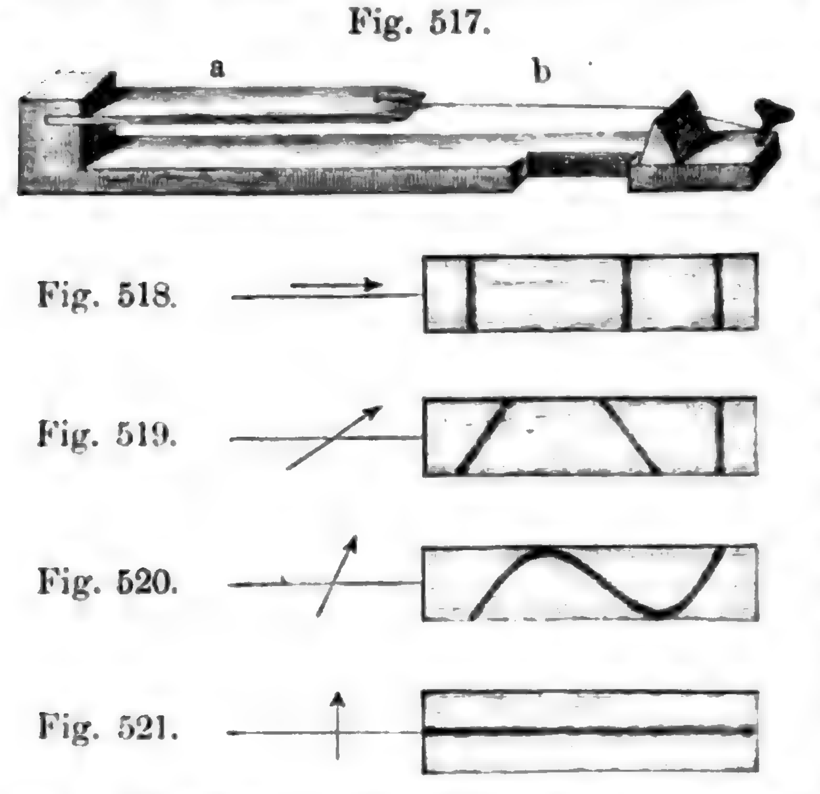


Fig. 517.
Fig. 518.
Fig. 519.
Fig. 520.
Fig. 521.

Digitized by Google

schwingt, wie man in Fig. 518 bis 521 sieht, wo die entsprechende Richtung, in welcher der Fiedelbogen streicht, durch einen kleinen Pfeil bezeichnet ist.

Während sich die Schallwellen leicht über ein System von festen Körpern verbreiten, gehen sie nicht so leicht von einem festen Körper auf einen flüssigen, weniger leicht auf einen gasförmigen über; so kommt es denn, dass mancher ziemlich stark vibrirende feste Körper doch nur einen ganz schwachen Ton hören lässt, nur weil er seine Schwingungen der Luft nicht gehörig mittheilen kann. Dies ist z. B. bei der Stimmgabel der Fall, welche, stark angeschlagen und frei in der Luft gehalten, doch nur einen ganz schwachen Ton hören lässt.

Um den Ton eines solchen Körpers zu verstärken, muss man die Mittheilung seiner Schwingungen an die Luft durch **Resonanz**, d. h. dadurch befördern, dass man die stehenden Schwingungen des tönenden Körpers noch auf einen anderen zu übertragen sucht. Ein Mittel dazu haben wir schon kennen gelernt, die schwach tönenden, aber doch stark vibrirenden Körper vor eine Röhre von entsprechender Länge zu halten, und so die Luftmasse in derselben zum Mittönen zu bringen.

Ein zweites Mittel, den Ton zu verstärken, besteht darin, den tönenden Körper mit einem anderen, leicht in Schwingungen zu versetzenden festen Körper von verhältnissmässig grosser Oberfläche in Berührung zu bringen. Es bilden sich dann auf diesem, wie schon erwähnt wurde, ebenfalls stehende Schallschwingungen, und diese theilen sich, der grossen Oberfläche des mittönenden (resonirenden) Körpers wegen, der Luft leichter mit. Setzt man z. B. die stark angeschlagene, aber in freier Luft schwachtönende Stimmgabel auf einen Kasten von dünnem elastischen Holze, so hört man den Ton ungleich stärker. Darauf beruht die Anwendung des **Resonanzbodens** in verschiedenen musikalischen Instrumenten. Bei Flöten, Orgelpfeifen u. s. w. ist kein Resonanzboden nöthig, weil hier die stehenden Schwingungen einer Luftmasse den Ton geben, und diese sich ganz leicht der umgebenden Luft mittheilen.

So wie Vibrationen fester Körper Schallwellen in der Luft erzeugen, so können auch umgekehrt Schallwellen, die, sich in der Luft verbreitend, einen festen Körper treffen, diesen zum Vibriren bringen. So sieht man z. B. die Saite eines Instrumentes in Schwingungen gerathen, wenn sie von den Schallwellen des Tones, welchen sie selbst giebt, oder eines seiner harmonischen Töne getroffen wird; so erzittern die Fensterscheiben heftig unter dem Einfluss gewisser Töne der Stimme oder des Knalls einer Kanone. Diese Erscheinung, welche man so auffallend an leicht beweglichen Körpern wahrnimmt, findet auch bei grösseren Massen und weniger elastischen Körpern statt; alle Pfeiler und Mauern eines Domes erzittern mehr oder weniger beim Läuten der Glocken.

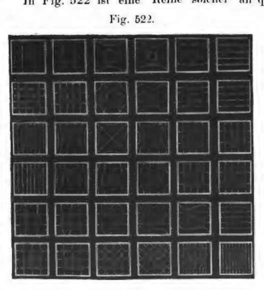
Leicht in Schwingungen zu versetzende Körper theilen sich, wenn sie durch Schallwellen, welche sie treffen, in Vibrationen versetzt werden, durch Knotenlinien auf ähnliche Weise in einzelne vibrirende Abthei-

Digitized by Google

lungen, wie dies auch bei selbsttönenden Körpern der Fall ist. Savart, welcher diese Erscheinungen ganz besonders studirt hat, befestigte Membranen von Papier, Pergament oder Goldschlägerhaut, indem er ihre Ränder auf einen Holzrahmen oder über die Oeffnung einer Glasglocke klebte; sie wurden mehr oder weniger befeuchtet, um ihnen eine grössere oder geringere Spannung zu ertheilen. Um sie in Schwingungen zu versetzen, näherte er eine schwingende Stimmgabel oder eine Orgelpfeife, deren Ton voll und andauernd war. Sobald der Ton sich hören lässt, vibrirt die Membran gerade so, als ob sie direct wäre erschüttert worden; die Sandkörnchen, welche sie bedecken, springen auf der Oberfläche umher, um sich in den Knotenlinien anzuhäufen. Die Figuren, welche man erhält, sind äusserst mannigfaltig und hängen von der Spannung der Membran und der Höhe der Töne ab, welche sie treffen.

In Fig. 522 ist eine Reihe solcher an quadratischen Membranen beobachteter Knotenlinien dargestellt. Savart hat beobachtet, dass, wenn man durch irgend einen Ton eine bestimmte Figur erzeugt hat, dieselbe allmälig in andere übergeht, wenn der Ton höher und höher wird. In unserer Figur enthält jede Horizontalreihe eine Reihe solcher auf einander folgender Modificationen.

Fig. 522.



Dreieckige, vieleckige und kreisförmige Membranen bieten ähnliche Erscheinungen dar.

Digitized by Google

Drittes Capitel.

Interferenz der Schallwellen.

Interferenz isochroner Schallwellen. Schon oben haben wir gesehen, wie in Röhren durch Interferenz der directen und reflectirten Schallwellen stehende Luftwellen sich bilden; wir wollen hier nun noch einige andere Interferenzerscheinungen der Schallwellen untersuchen. 184

Wenn man eine Röhre von Holz oder Pappe, welche sich unten, wie man Fig. 523 sieht, in zwei offene Arme theilt, und an deren oberem Ende sich eine zweite Röhre *b* auf- und abschieben lässt, die in einem mit einer schwach gespannten Membran verschlossenen Kästchen *a* endigt, über eine tönende Glas- oder Metallplatte bringt, so lässt sich die gegenseitige Einwirkung zweier Schallwellen sehr deutlich zeigen. Eine quadratische Platte, Fig. 524, wird zu diesem Zwecke gerade so eingeschraubt, wie zur Erzeugung von Klangfiguren, und so gestrichen, dass die Diagonalen des Quadrates Ruhelinien sind, wie Fig. 524 zeigt. Hält man nun die gabelförmigen Enden der Röhre über die in Fig. 524

Fig. 523.

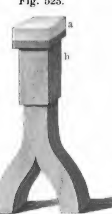
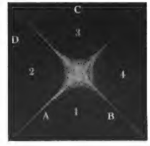


Fig. 524.



mit *A* und *B* bezeichneten Stellen der Platte, so wird der Sand, den man auf die Membran des Apparates Fig. 523 gestreut hat, in lebhafte Bewegung gerathen. Die Stellen *A* und *B* befinden sich nämlich stets in gleichen Schwingungszuständen, beide gehen gleichzeitig auf und nieder, sie

Google

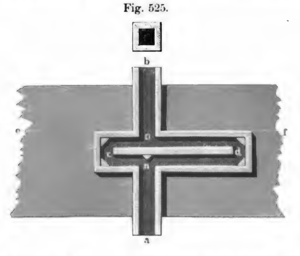
senden also gleichzeitig Verdichtungen und Verdünnungen in die offenen Enden der Gabel, die sich in dem oberen Theile der Röhre gegenseitig verstärken. Hält man aber die Gabel so, dass die eine Oeffnung über *C*, die andere über *D* steht, so bleibt der Sand auf der Membran in Ruhe, denn wenn *C* sich aufwärts bewegt, so geht *D* nieder, und umgekehrt; während also eine Verdichtung in dem einen Gabelende eintritt, tritt durch das andere eine Verdünnung ein, und beide werden sich, in dem oberen Theile des Apparates zusammentreffend, gegenseitig aufheben.

Am klarsten und entschiedensten zeigt sich die Interferenz der Schallwellen, wenn man einen Ton in eine Röhre eintreten lässt, welche in eine, zwei Zimmer trennende Wand eingemauert ist und die sich im Inneren der Wand in zwei alsbald sich wieder vereinigende Canäle theilt. Wenn die Differenz der Wege gerade $^1/_2$ Wellenlänge des einfallenden Tones beträgt, so müssen sich die aus den beiden Canälen kommenden Schallwellen bei ihrem Zusammentreffen aufheben. Wenn also in dem einen Zimmer der richtige Ton in die Röhre eintritt, so wird man im anderen nichts hören, wenn beide Canäle offen sind, während der Ton sogleich wieder erscheint, wenn einer der Canäle verschlossen wird.

Die Idee dieses Versuchs rührt ursprünglich von Herschel her, aber erst Nörrenberg hat nach diesem Princip einen Apparat construirt, welcher genügende Resultate liefert.

Fig. 525 stellt eine Nörrenberg'sche Interferenzröhre im hori-

Fig. 525.



zontalen Durchschnitt dar. Der ganze Apparat ist in eine Wand eingemauert, welche zwei Zimmer trennt, so dass die Luft der beiden Zimmer nur durch die Canäle des Apparates in Verbindung steht. Wenn nun die Schallwellen bei *a* in die Röhre eintreten, so gelangen sie bei *n* an eine Scheidewand, welche bewirkt, dass die Wellen sich theilen; ein Theil zieht rechts über *d*, ein anderer links über *c* nach *o*; bei *o* treffen also

Digitized by Google

die von beiden Seiten kommenden Wellen wieder zusammen, um endlich in der Richtung *ob* in das andere Zimmer einzutreten.

Der Querschnitt der Interferenzröhre ist quadratisch, wie man aus der über der Hauptfigur angebrachten Erläuterungsfigur sieht. Die Dimensionen des Apparates sind von der Art, dass der Weg von *n* über *d* nach *o* um 12 Zoll länger ist, als der Weg von *n* über *c* nach *o*; wenn also die Wellenlänge des bei *a* einfallenden Tones 24 Zoll ist, so beträgt der Gangunterschied gerade eine halbe Wellenlänge.

Treten also bei *a* die Wellen des fraglichen Tones ein, so kommt von der linken Seite her bei *o* gerade eine Luftverdünnung an, während von der rechten Seite her gleichzeitig ein Maximum der Verdichtung hier anlangt, und umgekehrt; die beiden Wellensysteme heben sich auf, man wird also im anderen Zimmer nichts hören. Sobald man aber bei *b* einen Schieber einschiebt, welcher den einen Seitencanal, entweder den auf der rechten oder den auf der linken Seite absperrt, so wird der Ton sogleich wieder hörbar.

Fig. 526.

Wenn dagegen bei *a* ein Ton eintritt, dessen Wellenlänge nur 12 Zoll beträgt, so ist der Gangunterschied der bei *o* von beiden Seiten her zusammentreffenden Wellen gerade eine ganze Wellenlänge, man wird also jetzt eine Verstärkung des Tones wahrnehmen, wenn beide Oeffnungen frei sind.

Zur Erzeugung des Tones wendet man am besten eine 12zöllige offene Pfeife von Buchsbaumholz an, deren innere Höhlung ungefähr 8 Millimeter weit ist. Diese Pfeife wird zur besseren Regulirung des Windes auf eine grosse Flasche gesteckt, wie Fig. 526 zeigt, und dann die Axe der Pfeife gerade gegen die Mitte des Rohres *a*, Fig. 525, gerichtet. Der Wind wird am bequemsten durch einen Blasebalg etwa von der in Fig. 439 (a. S. 394) abgebildeten Einrichtung gegeben. Eine andere Vorrichtung zur Erzeugung des Windes findet man in Frick's physikalischer Technik 3te Aufl. S. 226 beschrieben. Bei schwächerem Winde giebt die Pfeife ihren Grundton, dessen Wellenlänge 24 Zoll beträgt, bei stärkerem Wind einen Ton, dessen Wellenlänge 12 Zoll ist.

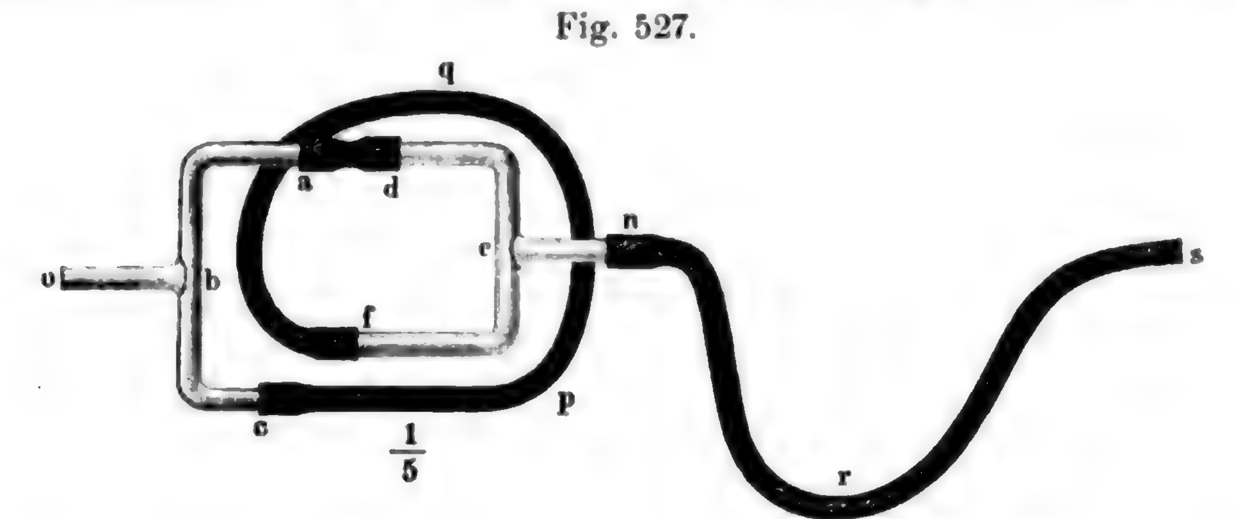
Fig. 527 a. f. S. stellt einen von Quincke construirten Apparat dar, welcher bestimmt ist, das Stimmgabel *a* (von 440 Schwingungen in der Secunde) auszulöschen. Die Enden zweier gabelförmig gebogenen Glasröhren *obac* und *nedf* sind einerseits durch den kurzen Kautschuk-

Digitized by Google

schlauch *ad*, andererseits durch den ungefähr 39 Centimeter langen Kautschukschlauch *cpqf* verbunden, so dass die Differenz der Wege *cdab* und *efqpcb* gleich ist der halben Wellenlänge des Tones $\overline{a}$ in der Luft. Das eine Ende *o* des Apparates wird mittelst eines kurzen Kautschukrohres in den Gehörgang des einen Ohres eingesetzt, während das andere Ohr verstopft wird.

Lässt man nun den Klang einer entsprechenden Stimmgabel durch das offene Ende *s* des langen Kautschukschlauches *srn* in den Apparat eintreten, so hört man den Ton $\overline{a}$ nicht, wohl aber die mitklingende Octav $\overline{\overline{a}}$, während $\overline{a}$ sogleich kräftig ertönt, wenn man den Gummischlauch *cpqf* mit den Fingern zudrückt.

Fig. 527.



Die bequemste Art, den Ton der Stimmgabel einfallen zu lassen, dürfte wohl die sein, dass man eine mit einem Resonanzkasten versehene Stimmgabel mit dem Fiedelbogen streicht und das offne Ende *s* der Interferenzröhre vor die Oeffnung des Resonanzkastens hält.

Näheres über Quincke's akustische Interferenzapparate im CXXVIII. Bande von Poggendorff's Annalen.

185 **Stösse.** Wenn zwei einander sehr nahe stehende aber doch nicht ganz isochrone Töne unser Ohr treffen, so vernehmen wir ein periodisch abwechselndes Anschwellen und Nachlassen des Tones, welches man das Schweben der Töne nennt. Scheibler hat für diese Erscheinung die Bezeichnung der Stösse (*battement*) eingeführt.

Man hört diese Stösse sehr deutlich, wenn man gleichzeitig zwei Orgelpfeifen tönen lässt, welche sehr nahe unisono sind. Auch mit zwei Stimmgabeln, welche einer reinen Consonanz sehr nahe stehen, lassen sich die Stösse deutlich wahrnehmen. Besonders geeignet zur Nachweisung der Stösse sind solche Stimmgabeln, welche in der Fig. 528 dargestellten Weise auf consonirenden Kästchen aufgesetzt sind. Hat man zwei solcher Stimmgabeln, welche vollkommen unisono sind, neben einander gestellt, so braucht man nur die eine mit etwas Wachs zu beschweren, um die Stösse sehr deutlich hörbar zu machen, wenn beide Stimmgabeln durch Anstreichen mit dem Fiedelbogen gleichzeitig zum Tönen gebracht werden.

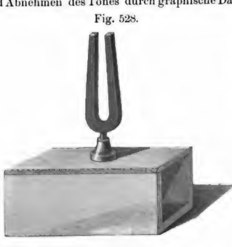
Der Grund dieser Erscheinung ist leicht einzusehen. Wenn in einem

Digitized by Google

bestimmten Moment durch beide Töne gleichzeitig eine Verdichtung hervorgebracht wird, so wird dieses Zusammenfallen bald aufhören, und nach einiger Zeit wird gleichzeitig eine Verdünnung des einen Tones mit einer Verdichtung des anderen stattfinden. Wenn aber die Verdichtungen des einen Tones gerade mit denen des anderen zusammenfallen, so verstärken sie sich gegenseitig; sie heben sich aber gegenseitig auf, wenn die Verdichtungen des einen mit den Verdünnungen des anderen zusammentreffen.

Wie bald Verdichtung mit Verdichtung und Verdünnung mit Verdünnung und dann wieder Verdichtung mit Verdünnung zusammentreffen, wenn zwei nicht ganz isochrone Töne zusammenwirken, kann man sich durch zwei nicht ganz isochron schwingende Pendel recht anschaulich machen; am deutlichsten ergiebt sich aber das abwechselnde Anschwellen und Abnehmen des Tones durch graphische Darstellung. In Fig. 529 (a. f. S.) sollen die beiden schwach gezogenen Curven die Wellensysteme der beiden nicht isochronen Töne darstellen. Die Wellenberge entsprechen den Verdichtungen, die Thäler den Verdünnungen. Summirt man die Ordinaten der beiden Curven, so erhält man für jeden Moment die Intensität der Verdünnung oder Verdichtung, mit welcher beide Wellensysteme zusammen das Ohr afficiren; auf diese Weise ist die stark gezogene Curve construirt; bei *a*, *b*, *c*, *h*, *i* und *k* werden durch das Zusammenwirken beider Wellensysteme verstärkte Verdichtungen und Verdünnungen, also ein Anschwellen des Tones, hervorgebracht. In der Nähe von *M* aber, wo sich die beiden Wellensysteme fast ganz aufheben, ist die resultirende Curve fast ganz flach, was einem Nachlassen des Tones entspricht.

Fig. 528.



Schon Sauveur hat die Stösse angewandt um die absolute Schwingungszahl der Töne zu ermitteln. Er zählte nämlich die Stösse, welche zwei tiefe Töne mit einander geben, von denen der eine um einen kleinen halben Ton höher war als der andere. Macht der eine dieser Töne $24n$ Schwingungen in der Secunde, so ist $25n$ die Schwingungszahl des anderen; und wenn p die beobachtete Anzahl der Stösse ist, so ergiebt sich

$$25n - 24n = p \text{ oder } n = p.$$

Nehmen wir z. B. an, man habe beobachtet, dass die Töne *F* und *Fis*

Digitized by Google

in 10 Secunden 36 Stösse mit einander machen, so ist $p = n = 3,6$, also die Schwingungszahl von F gleich $24 . 3,6 = 86,4$. Demnach wäre die Schwingungszahl von C gleich 64,8; es wären ferner 259,2 und 432 die Schwingungszahlen der Töne $\overline{c}$ und $\overline{a}$.

In anderer Weise hat Scheibler die Stösse benutzt, um die absolute Schwingungszahl der Töne zu bestimmen. Er stellte zwei Stimmgabeln her, von denen die eine genau eine Octave tiefer war als die andere, so dass also $2x$ die Schwingungszahl der letzteren war, wenn man mit x die Schwingungszahl der ersteren bezeichnet. Alsdann verfertigte er $p - 1$ weitere Stimmgabeln, deren Töne zwischen jenen lagen, und zwar so, dass jede folgende mit der vorhergehenden 4 Stösse in der Secunde machte. Daraus ergiebt sich nun

$$2x = x + 4p \text{ oder } x = 4p.$$

Beträgt z. B. die Zahl der Stimmgabeln, welche man zwischen a und $\overline{a}$ einschalten muss, wenn jede folgende mit der vorhergehenden 4 Stösse geben soll, 54, so ist $p = 55$, $x = 4 . 55 = 220$, also die Schwingungszahl von $\overline{a}$ gleich 440.

Der Vorzug dieser allerdings etwas mühsamen Methode beruht darauf, dass das Ohr für die Reinheit der Octaven ganz besonders empfindlich ist.

Fig. 529.

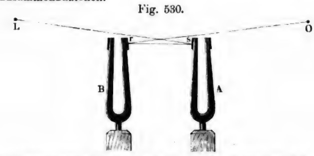
Es bedarf wohl keiner weiteren Erläuterung, dass das Phänomen der Stösse auf demselben Princip beruht, wie das Drehen der Lichtcurven, welches wir im §. 179 kennen lernten. In der That kann man auch die dort beschriebenen, mit Spiegeln versehenen Stimmgabeln anwenden, um die Stösse dem Auge sichtbar zu machen. In Fig. 530 stelle A eine solche vertical gestellte Stimmgabel dar, deren Spiegel den vom Lichtpunkt L kommenden Lichtstrahl in der Richtung sr reflectirt. Dieser Lichtstrahl wird nun von dem Spiegel einer zweiten Stimmgabel B aufgefangen, welche mit der ersten parallel, also gleichfalls vertical gestelllt ist. Der Strahl sr wird von dem Spiegel der zweiten Gabel in der Richtung rO reflectirt.

Ein Auge in O sieht das Bild des Lichtpunktes zu einer verticalen Linie verlängert, wenn nur eine Gabel vibrirt. Sind beide Gabeln genau unisono, so wird beim Tönen beider die beobachtete verticale Lichtlinie je nach dem Phasenunterschied der Vibrationen länger oder kürzer sein, als wenn nur eine schwingt. Die Länge dieser Lichtlinie nimmt allmälig ab in dem Maasse, als die Vibrationen der Gabeln nach und nach kleiner werden. Sind aber

Digitized by Google

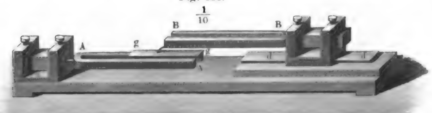
die Gabeln nur dem Unisono nahe, so sieht man die Lichtlinie in regelmässigen Intervallen länger werden, um sich alsbald wieder auf ein Minimum zusammenzuziehen.

Fig. 530.



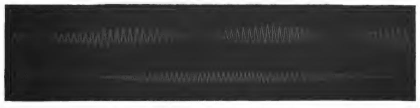
Die Schwebungen lassen sich mit Hülfe des Apparates Fig. 531 auch sehr nett graphisch darstellen. Er besteht aus zwei grossen Stimmgabeln,

Fig. 531.



A und *B*, von welchen die erstere feststeht, während die letztere in einem Schlitten befestigt ist, dem das Brettchen *d* in der Weise zur Führung dient, dass die Stimmgabel *B* sich selbst parallel über die Stimmgabel *A* weggezogen werden kann. Die feste Stimmgabel trägt einen schmalen Streif *g* von dünnem Spiegelglas, welcher berusst wird, oder auf welchem noch besser ein berusster Papierstreifen befestigt ist. An dem einen Arm der Stimmgabel *B* ist in der bereits auf Seite 437 beschriebenen Weise ein Schreibstiftchen in der Weise befestigt, dass es auf der berussten Fläche seine Spur zurücklässt, wenn die Stimmgabel *B* über das Brettchen *d* abgezogen wird. Fig. 532 stellt die Curven dar, welche das

Fig. 532.



Stiftchen der Gabel *B* schrieb, als die Schwingungszahlen der beiden Stimmgabeln sich verhielten wie 24 zu 25 und wie 80 : 81.

Je näher die beiden Töne einander liegen, desto langsamer folgen

Digitized by Google

die Stösse, so dass man sie bequem zählen kann. Macht der eine Ton in jeder Secunde 3, 4, 5 u. s. w. Schwingungen mehr als der andere, so werden 3, 4, 5 Stösse in der Secunde entstehen; die Anzahl der Stösse hängt ab von der Anzahl der Schwingungen, welche der eine Ton in jeder Secunde mehr macht als der andere. Wenn aber die Töne mehr und mehr ungleich werden, so werden die Stösse schneller und schneller, bis sie endlich nicht mehr als getrennte Eindrücke wahrgenommen werden können.

So lange die Schwebungen (Stösse) langsam genug sind, um ohne Schwierigkeit gezählt zu werden, machen sie auf das Ohr durchaus keinen unangenehmen Eindruck. Wenn aber die Differenz der beiden Töne bis zu einem Halbton wächst, so wächst die Zahl der Schwebungen bis zu 20 oder 30 in der Secunde; es bleibt dann dem Ohre immer noch der Eindruck getrennter Tonstösse, wenn man sie auch nicht mehr einzeln wahrnehmen oder zählen kann, aber der Gesammteindruck wird wirr. Ein solcher schnell schwebender Zusammenklang ist knarrend und rauh.

Ein knarrender, intermittirender Ton ist aber für den Gehörnerven dasselbe, wie ein flackerndes Licht für den Gesichtsnerven. Es wird dadurch eine viel intensivere und unangenehmere Reizung des Organes hervorgebracht, als durch einen gleichmässig andauernden Ton. In diesen raschen Schwebungen ist also wohl vorzugsweise der Grund der Dissonanz zu suchen, welcher das Zusammenklingen zweier Töne charakterisirt, deren Intervall einen ganzen oder einen halben Ton beträgt.

Der Grad der Dissonanz hängt aber keineswegs allein von der Anzahl der Stösse ab, welche zwei Töne mit einander geben, sondern auch von der Grösse ihres Intervalls. So geben z. B. der Rechnung nach folgende Intervalle:

der Halbton	$\bar{h}\,\bar{\bar{c}}$
der Ganzton	$\bar{c}\,\bar{d}$
die kleine Terz . . .	eg
die grosse Terz . . .	ce
die Quint	CG

die gleiche Anzahl von 33 Schwebungen in der Secunde, und doch geben nur die beiden ersten eine entschiedene Dissonanz, während die grösseren Intervalle mehr und mehr von der Rauhigkeit frei werden.

Wie es kommt, dass bei gleicher Anzahl von Stössen die Dissonanz mit der Grösse des Intervalls abnimmt, lässt sich nur durch physiologische Gründe erklären, in Betreff derer wir auf die „Lehre von den Tonempfindungen von Helmholtz (Braunschweig 1862)“ verweisen müssen.

186 **Combinationstöne.** Wenn zwei musikalische Töne von verschiedener Höhe gleichzeitig, kräftig und gleichmässig anhaltend erklingen, so hört man häufig noch andere Töne mit, deren Tonhöhe von dem Inter-

Digitized by Google

vall der beiden primären Töne abhängt. Diese unter dem Namen der **Combinationstöne** bekannten Töne sind 1740 zuerst von **Sorge** entdeckt, und später durch **Tartini**, nach welchem sie auch die **Tartini'schen Töne** genannt werden, allgemeiner bekannt geworden.

Die **Schwingungszahl eines Combinationstones ist stets gleich der Anzahl von Stössen, welche die beiden primären Töne mit einander geben**, sie ist also gleich der Differenz der Schwingungszahlen der primären Töne, weshalb **Helmholtz** sie auch **Differenztöne** nennt.

So hört man die nächst tiefere Octave eines Tones mit, wenn gleichzeitig noch seine Quinte erklingt.

Bei gleichzeitigem Ertönen von Grundton und Quart hört man die tiefere Duodecime des Grundtons mit.

Grundton und grosse Terz geben einen Combinationston, welcher um 2 Octaven tiefer ist als der Grundton u. s. w. Es geben also

$\bar{c}$ und $\bar{g}$ den Combinationston c
$\bar{c}$ und $\bar{f}$ „ „ F
$\bar{c}$ und $\bar{e}$ „ „ C.

Nach **Thomas Young** ist die Erklärung der Combinationstöne auf die bereits im vorigen Paragraphen besprochenen Schwebungen zurückzuführen, indem der Gesammteindruck der Stösse, welche zu schnell sind, um einzeln unterschieden zu werden, als ein eigener Ton hörbar wird, dessen Schwingungszahl gleich ist der Anzahl jener Stösse. Fig. 533 erläutert, wie die nächst tiefere Octave des Grundtons als Combinationston mitklingt, wenn neben dem Grundton noch seine Quint ertönt. Die mittlere Punktenreihe stellt nämlich die auf einander folgenden Verdichtungsstösse des Grundtons, die obere Punktenreihe stellt die seiner Quint dar. Nun aber fällt jedesmal der zweite Stoss der mittleren Reihe mit einem Stosse der oberen zusammen, und so werden die verstärkten Stösse in solchen Intervallen hervorgebracht, wie man in der unteren Reihe sieht; diese stellt aber die nächst tiefere Octave des Tones der mittleren Reihe dar.

Fig. 533.

g
c
C

In gleicher Weise erläutert Fig. 534 die Bildung des Differenztones, wenn neben dem Grundton noch seine grosse Terz erklingt.

Fig. 534.

e
c
C

Diese Erklärung der Combinationstöne bedarf aber, wie **Helmholtz** in seinem bereits angeführten Werke gezeigt hat, noch wesentlicher Modificationen. Zunächst haben wir bereits im vorigen Paragraphen gesehen,

Digitized by Google

dass unter Umständen eine namhafte Anzahl von Stössen in der Secunde erfolgen kann, ohne als Combinationston wahrgenommen zu werden, welche nur die Dissonanz der beiden gleichzeitig erklingenden Töne bedingen. Dann aber ist die Vernehmbarkeit der Combinationstöne auch nicht allein von dem Intervall und der Stärke der beiden primären Töne, sondern wesentlich auch von ihrer Entstehungsweise abhängig. Die Bedingung für ihre Erzeugung ist, dass dieselbe Luftmasse von beiden Tönen in heftige Erschütterung gesetzt wird. Dies geschieht am stärksten in Dove's mehrstimmiger Sirene, in welcher dieselbe rotirende Scheibe zwei oder mehrere Löcherreihen enthält, die aus demselben Windkasten gleichzeitig angeblasen werden. Die Luft im Windkasten ist verdichtet, so oft die Löcher geschlossen sind; wenn sie geöffnet werden, stürzt ein grosser Theil derselben ins Freie, es tritt eine beträchtliche Druckverminderung ein. So geräth die Luft im Windkasten in heftige Schwingungen. Werden zwei Löcherreihen angeblasen, so entstehen solche Schwingungen in der Luftmasse des Windkastens beiden Tönen entsprechend, und durch jede Reihe von Oeffnungen wird nicht ein gleichmässig zufliessender Luftstrom entleert, sondern ein Luftstrom, welcher durch den anderen Ton schon in Schwingungen versetzt ist. Die Combinationstöne, welche unter diesen Umständen sehr stark sind, existiren hier schon objectiv in der Luftmasse.

Aehnlich der Sirene sind die Verhältnisse bei der Physharmonika; auch hier sind die Combinationstöne objectiv vorhanden und sehr deutlich, wenn auch lange nicht so stark wie bei der Sirene.

Wenn dagegen die Erregungsstellen der beiden Töne ganz von einander getrennt sind und keinen mechanischen Zusammenhang mit einander haben, wenn also z. B. zwei Singstimmen oder zwei Violinen die Töne angeben, so sind die Combinationstöne äusserst schwach und nur durch sehr geübte Ohren wahrnehmbar.

Ausser den eben besprochenen Differenztönen giebt es, wie Helmholtz gezeigt hat, noch eine zweite Art von Combinationstönen, welche er Summationstöne nennt und welche der Summe aller getrennt auftretenden Stösse entspricht. Fig. 535 erläutert die Entstehung des Summationstones, für den Fall dass neben dem Grundton noch seine Quint erklingt. In diesem Fall ist der Summationston die nächst höhere Octav des Grundtones.

Fig. 535.

Die Summationstöne sind ungleich schwieriger wahrnehmbar als die Differenztöne.

187 **Klangfarbe und Schwingungsform.** In §. 156 haben wir bereits gesehen, dass verschiedene musikalische Klänge durch ihre Ton-

Digitized by Google

höhe ihre Stärke und ihre Klangfarbe unterschieden sind; wir haben ferner gesehen, dass die Stärke der Töne von der Weite, die Tonhöhe aber von der Dauer der Schwingungen abhängt. Die Klangfarbe kann demnach nur davon abhängen, wie die Bewegung innerhalb jeder einzelnen Schwingungsperiode vor sich geht.

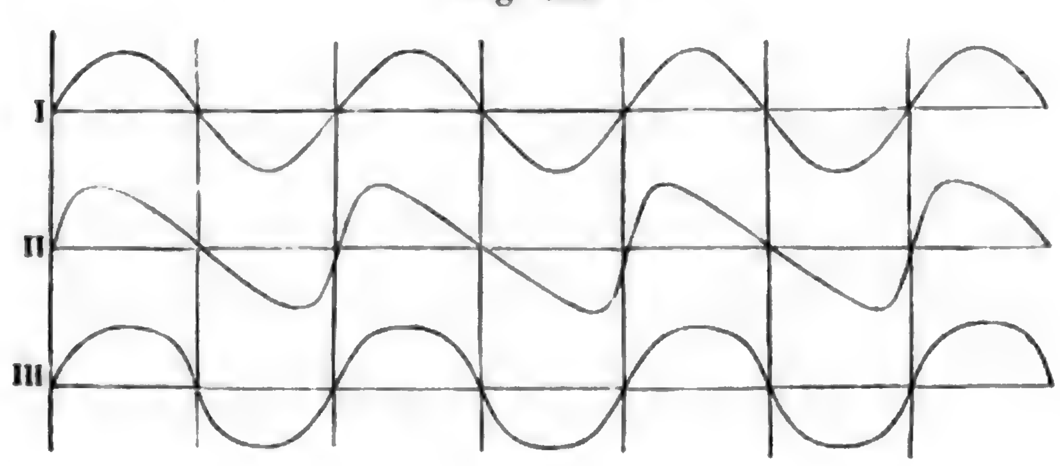
Wir haben bisher angenommen, dass die Schwingungen eines tönenden Körpers pendelartig seien, d. h. dass sie denselben Gesetzen folgen, wie die Schwingungen einer Stimmgabel, welche wir in Paragraph 117 betrachteten.

Das Gesetz einer solchen pendelartigen Oscillation lässt sich, wie wir bereits in §. 118 gesehen haben, durch die Schwingungscurve Fig. 346 Seite 238 graphisch darstellen und in §. 180 haben wir ein Verfahren kennen gelernt, durch eine pendelartig oscillirende Stimmgabel ihre Schwingungscurve selbst aufzeichnen zu lassen.

Nun kann aber die Bewegung eines oscillirenden Körpers bei gleicher Schwingungsdauer und bei gleicher Schwingungsweite auch irgend ein anderes Gesetz befolgen, als das durch die Gleichung 1) auf Seite 282 ausgesprochene.

Welches aber auch dieses Gesetz sein mag, so kann man es in ähnlicher Weise durch eine Schwingungscurve darstellen, indem man auf einer horizontalen Linie Längen aufträgt, welche der vom Beginn der Oscillationen verflossenen Zeit proportional sind, die zugehörigen Ordinaten aber dem entsprechenden Abstand des schwingenden Punktes von seiner Gleichgewichtslage proportional macht und die so erhaltenen Punkte durch eine Curve verbindet. Fig. 536 zeigt drei verschiedene Schwin-

Fig. 536.



gungscurven, welche gleicher Schwingungsdauer und gleicher Schwingungsweite entsprechen. Die oberste ist die Schwingungscurve eines pendelartig oscillirenden Punktes, jede der beiden anderen entspricht aber einer Oscillationsbewegung, welche von dem Gesetz der Pendelbewegung abweicht.

Indem nun die Physiker diese Curvenformen im Sinne haben, welche das Gesetz der Bewegung eines tönenden Körpers darstellen, sprechen sie dann auch geradezu von der Schwingungsform eines tönenden Körpers,

Digitized by Google

und schon lange hat man die Ansicht aufgestellt, dass wohl von dieser Schwingungsform die Klangfarbe abhängig sei. Erst in neuerer Zeit aber ist diese Ansicht durch die Bemühungen verschiedener Gelehrter, namentlich aber durch die Untersuchungen von Helmholtz, theoretisch und experimentell begründet worden.

Schon in §. 155 haben wir gesehen, dass die Vibrationen eines tönenden Körpers in der ihn umgebenden Luft eine Wellenbewegung hervorrufen, welche dadurch fortgepflanzt wird, dass die auf einander folgenden Lufttheilchen der Reihe nach ähnliche Vibrationen machen wie der oscillirende Körper selbst. Wenn also der tönende Körper selbst pendelartige Oscillationen macht, so werden auch die Schwingungen der Lufttheilchen, welche seinen Schall fortpflanzen, dem Gesetz der Pendelschwingungen folgen; eine abweichende Schwingungsform des tönenden Körpers hat aber auch die gleiche Veränderung in der Schwingungsform der einzelnen Lufttheilchen zur Folge, durch deren Oscillationen der Schall jenes Körpers zum Ohr fortgepflanzt wird. Die Verschiedenheit der Klangfarbe ist demnach durch Verschiedenheiten in der Schwingungsform der Schallwellen bedingt, welche in unser Ohr gelangen.

Wenn ein geübtes Ohr genau und aufmerksam einen Klang untersucht, welcher von einem tönenden Körper herrührt, dessen Oscillationen nicht dem Gesetz der Pendelschwingungen folgen, so ergiebt sich die merkwürdige Thatsache, dass man ausser dem Grundton, welcher der Schwingungsdauer seiner Vibrationen entspricht, noch einer Reihe harmonischer Obertöne dieses Grundtones mithört; kurz das Ohr zerlegt einen solchen Klang in eine Reihe von Partialtönen, deren tiefster, nach dessen Tonhöhe wir die Tonhöhe des ganzen Klanges beurtheilen, in der Regel auch der stärkste ist; oder mit anderen Worten: das menschliche Ohr empfindet nach einem zuerst von G. S. Ohm aufgestellten Satze nur eine pendelartige Schwingung der Luft als einfachen Ton, und es zerlegt jede andere periodische Luftbewegung in eine Reihe von pendelartigen Schwingungen, welche als eine Reihe einfacher Töne empfunden werden.

Nach der eben aufgestellten Behauptung ist also die Klangfarbe der Töne verschiedener Instrumente dadurch bedingt, dass zu dem Grundton einige seiner harmonischen Obertöne und zwar mit grösserer oder geringerer Intensität hinzutreten. Um diesen Gegenstand weiter verfolgen zu können, müssen wir aber zunächst die Reihe der Obertöne näher betrachten, welche einem bestimmten Grundton angehören, von denen wir in §. 166 nur die tiefsten kennen lernten.

Als Obertöne eines Grundtons sind alle diejenigen zu bezeichnen, deren Schwingungszahl ein Ganzes, Vielfaches von der Schwingungszahl des Grundtons ist. Bezeichnen wir also die Schwingungszahl des Grundtons mit 1, so sind die Schwingungszahlen seiner harmonischen Obertöne

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 u. s. w.

Digitized by Google

Die harmonischen Obertöne von c sind also:

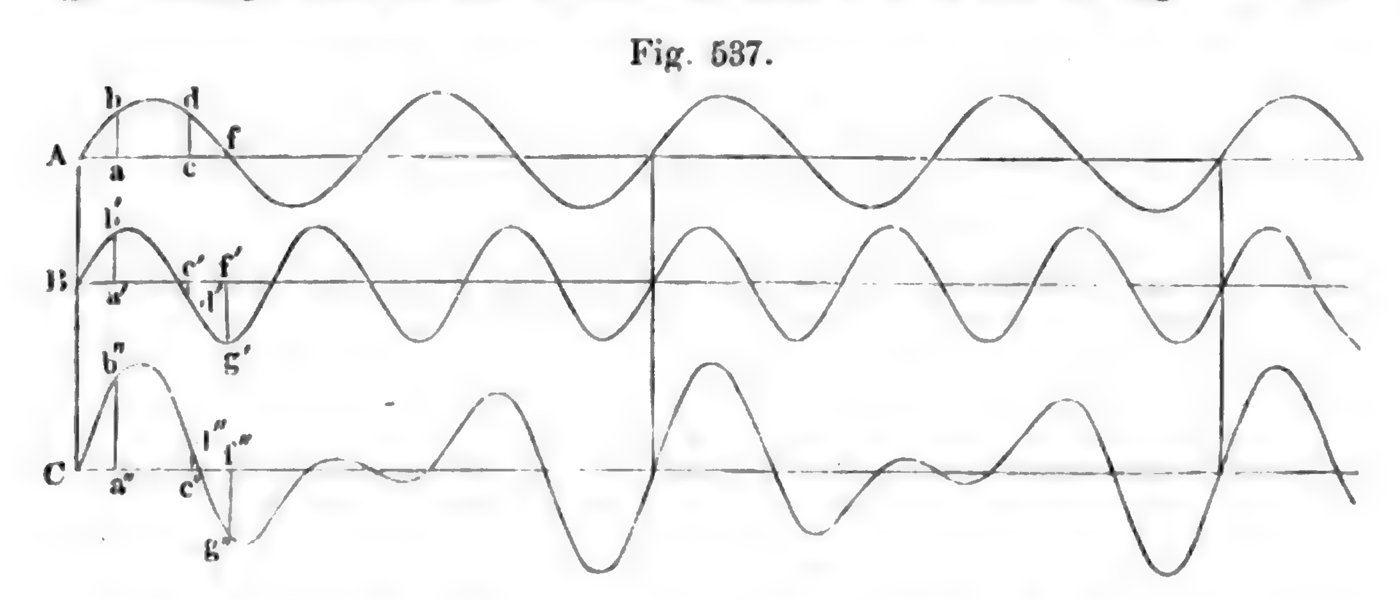
$$\bar{c},\ \bar{g},\ \bar{\bar{c}},\ \bar{\bar{e}},\ \bar{\bar{g}},\ \bar{\bar{b}},\ \bar{\bar{\bar{c}}},\ \bar{\bar{\bar{d}}},\ \bar{\bar{\bar{e}}} \text{ u. s. w}$$

Die tieferen Töne dieser Reihe $\bar{c}$ und $\bar{g}$, $\bar{g}$ und $\bar{\bar{c}}$, $\bar{\bar{c}}$ und $\bar{\bar{e}}$ bilden, wie man sieht, grössere Intervalle und sind unter einander harmonisch, während die kleineren Intervalle der höheren Obertöne z. B. $\bar{\bar{\bar{c}}}$ und $\bar{\bar{\bar{d}}}$, $\bar{\bar{\bar{d}}}$ und $\bar{\bar{\bar{e}}}$ zusammen entschiedene Dissonanzen bilden.

Zusammensetzung der Wellen. Wenn mehrere tönende 188
Körper in dem uns umgebenden Luftraume gleichzeitig Schallwellensysteme erregen, so sind sowohl die Veränderungen der Dichtigkeit der Luft, als auch die Verschiebungen und Geschwindigkeiten der Lufttheilchen im Inneren des Gehörganges gleich der Summe derjenigen Veränderungen, Verschiebungen und Geschwindigkeiten, welche die einzelnen Schallwellenzüge einzeln genommen hervorgebracht haben würden; und in diesem Sinne können wir sagen, dass alle die einzelnen Schwingungen, welche die einzelnen Wellenzüge hervorgebracht haben würden, ungestört nebeneinander und gleichzeitig in unserm Gehörgange bestehen.

Demnach können wir auch die Schwingungscurve eines Lufttheilchens im Gehörgang für den Fall construiren, dass gleichzeitig die Schallwellen zweier verschiedener Töne in das Ohr eintreten, wenn die Schwingungscurven der einzelnen Töne bekannt sind. Unter dem Einfluss beider Wellensysteme ist nämlich der Abstand eines Lufttheilchens von seiner Gleichgewichtslage stets gleich der Summe der Abstände, um welche dasselbe gleichzeitig durch jedes einzelne Wellensystem von dieser Gleichgewichtslage entfernt sein würde. Es seien z. B. A und B, Fig. 537, die

Fig. 537.



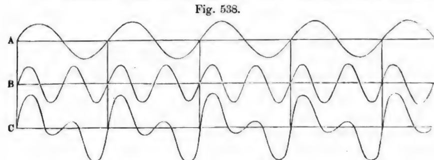
Schwingungscurven eines Tones und seiner Quint, so ergiebt sich als Resultat des Zusammenwirkens dieser beiden Wellensysteme eine oscillirende Bewegung der Lufttheilchen, deren Schwingungscurve durch C, Fig. 537, dargestellt ist. Jede Ordinate der Curve C ist die Summe der Ordinaten der Curven A und B, welche derselben Abscisse angehören; so

Digitized by Google

ist z. B. die Ordinate $a'' b''$ gleich $ab + a' b'$; ferner ist $c'' d'' = c d - c' d'$, weil $c' d'$ von der Abscissenaxe nach unten gekehrt ist, während cd die entgegengesetzte Lage hat. Die nach unten gerichtete Ordinate $f'' g''$ ist gleich $f' g'$, weil die dem Abscissenpunkte f entsprechende Ordinate der Curve A gleich Null ist.

In derselben Weise ist in Fig. 538 bei C die Schwingungscurve

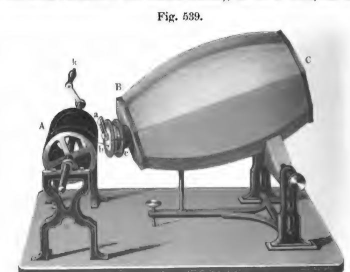
Fig. 538.



eines Lufttheilchens construirt worden, welches gleichzeitig durch die Schallwellen des Grundtons und seiner Octav afficirt ist, und zwar unter der Voraussetzung, dass die Vibrationsintensität beider Töne gleich sei.

Dass die Schallwellen zweier verschiedener Töne durch ihr Zusammenwirken in der That eine nach dem oben besprochenen Princip combinirte Vibrationsbewegung erzeugen, lässt sich mit Hülfe des Phonautographen von Scott und König darthun, welcher Fig. 539 dargestellt ist. Ein ungefähr 50 Centimeter langes hohles Ellipsoid von Gyps (König hat es jetzt durch ein Paraboloid von Metall ersetzt), ist bei C offen, am anderen

Fig. 539.



Digitized by Google

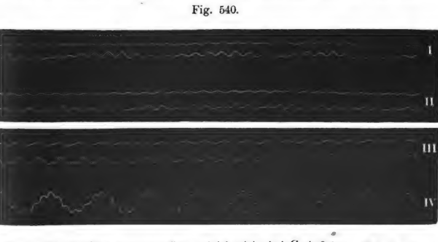
Ende bei B aber ist es durch einen festen Boden bedeckt, in dessen Mitte ein kurzes messingenes, an seiner Aussenseite durch eine elastische Membran von Goldschlägerhaut oder Kautschuk geschlossenes Rohr eingesetzt ist. Auf dieser Membran, deren Spannung nach Bedürfniss abgeändert werden kann, ist ein leichtes, steifes Stielchen b aufgekittet. Das verschiebbare Stäbchen a, welches mit seinem einen Ende auf die Membran drückt, muss so gestellt werden, dass sich das Stielchen b während der Vibrationen der Membran auf einem Bauche derselben und nicht auf einem Knoten befindet.

Diese Vorrichtung hat, wie man sieht, grosse Aehnlichkeit mit dem Ohr; die Membran repräsentirt das Trommelfell, während das Ellipsoid dem Gehörgang entspricht. — Wenn nun die Wellen irgend eines Tones bei C eintreten, so wird die Membran sammt dem Stiftchen in Schwingungen versetzt, welche unisono mit dem einfallenden Tone sind; wenn aber gleichzeitig die Schallwellen zweier Töne bei C einfallen, werden die Vibrationen der Membran der Combination der beiden Wellensysteme entsprechen.

Der eben besprochene Apparat wird nun, wie Fig. 539 zeigt, an den mit geschwärztem Papier überzogenen Cylinder A herangerückt, welchen wir bereits in Fig. 498 S. 436 kennen lernten (das Stielchen b steht aber weder normal zur Membran noch normal zum Cylinder, wie die Fig. 539 zeigt, sondern es ist in entsprechender Weise schräg gestellt), und man erhält eine graphische Darstellung der von der Membran ausgeführten Oscillationen, wenn der Cylinder gedreht wird, während die Membran unter dem Einfluss bestimmter, bei C einfallender Töne vibrirt.

In Fig. 540 sind die unteren Curven in Nro. I, II, und III die Copien von Curven, welche mit dem Apparat geschrieben wurden, als zwei

Fig. 540.



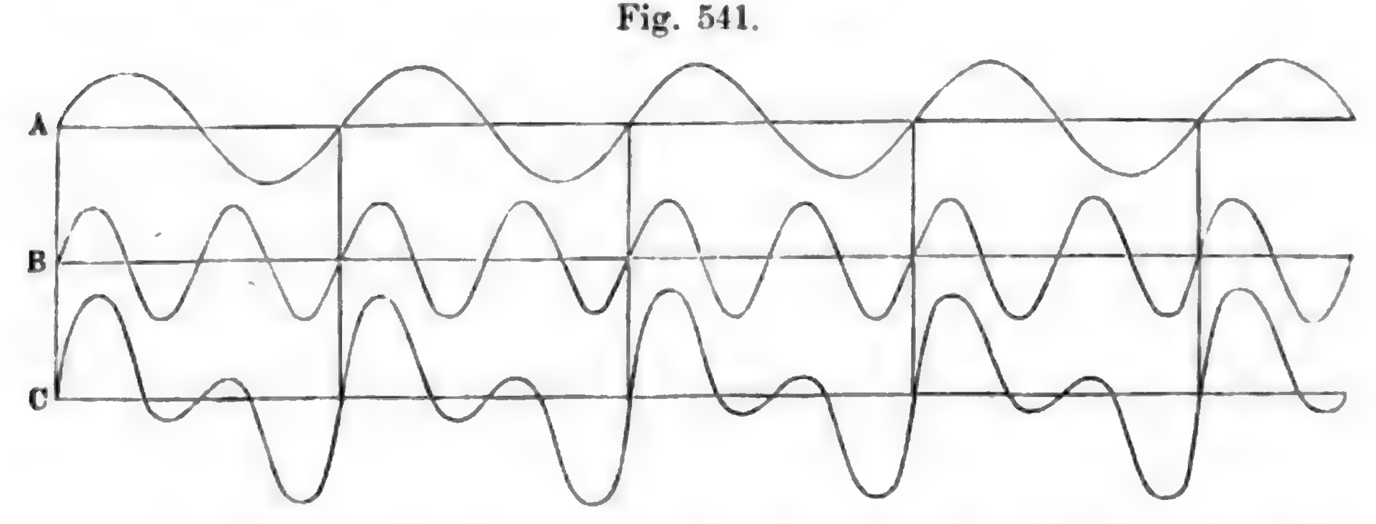
durch Orgelpfeifen erzeugte Töne gleichzeitig bei C einfielen. Nro. I entspricht der Combination des Grundtons mit einem um einen ganzen Ton ($^9/_8$) höheren. Nro. II entspricht der Combination des Grundtons mit der Quint

und Nro III. der Combination des Grundtons mit seiner Octav. Die obere Curve jeder Abtheilung ist gleichzeitig durch eine Stimmgabel geschrieben, welche unisono war mit dem tieferen der beiden bei C einfallenden Pfeifentöne.

Nro. IV ist ohne Vermittelung der Membran des Scott'schen Phonautographen erhalten; es zeigt die Schwingungen einer Stimmgabel, deren Grundton stark von einem Oberton begleitet war.

Hier sind es die Combinationscurven von II und III, welche uns näher interessiren. In der unteren Curve Nro. II erkennt man leicht alle charakteristischen Eigenschaften der theoretisch construirten Curve C, Fig. 541, d. h. dass sich nach je zwei Schwingungen des Grundtons stets dieselbe Form der Combinationscurve wiederholt.

Fig. 541.



So stimmt auch die Curve Nro. III Fig. 540, welche von dem Phonautographen unter gleichzeitigem Ertönen des **Grundtons seiner Octav** geschrieben wurde, im Wesentlichen mit der theoretischen Curve C, Fig. 541, überein. Nach jeder Schwingung des Grundtons wiederholt sich die gleiche Form der Combinationscurve.

Was hier von den Vibrationen eines Lufttheilchens gesagt ist, welches gleichzeitig durch die Schallwellen zweier oder mehrerer Töne afficirt wird, gilt auch von den Vibrationen eines materiellen Punktes, welcher einem tönenden Körper angehört, der gleichzeitig neben seinem Grundton auch noch einen oder mehrere Obertöne hören lässt, wie dies z. B. auch durch die auf die rotirende Trommel geschriebene Schwingungscurve Nro. IV Fig. 540, erläutert wird, welche die Vibrationen des äussersten Endes einer Stimmgabel darstellt, die neben dem Grundton auch noch den siebenten Oberton hören lässt. In diesem Falle kann das Ohr eben so leicht den Oberton neben dem Grundton hören, wie das Auge in der Schwingungscurve Nro. IV Fig. 540 die Vibrationen des Obertons verfolgen kann.

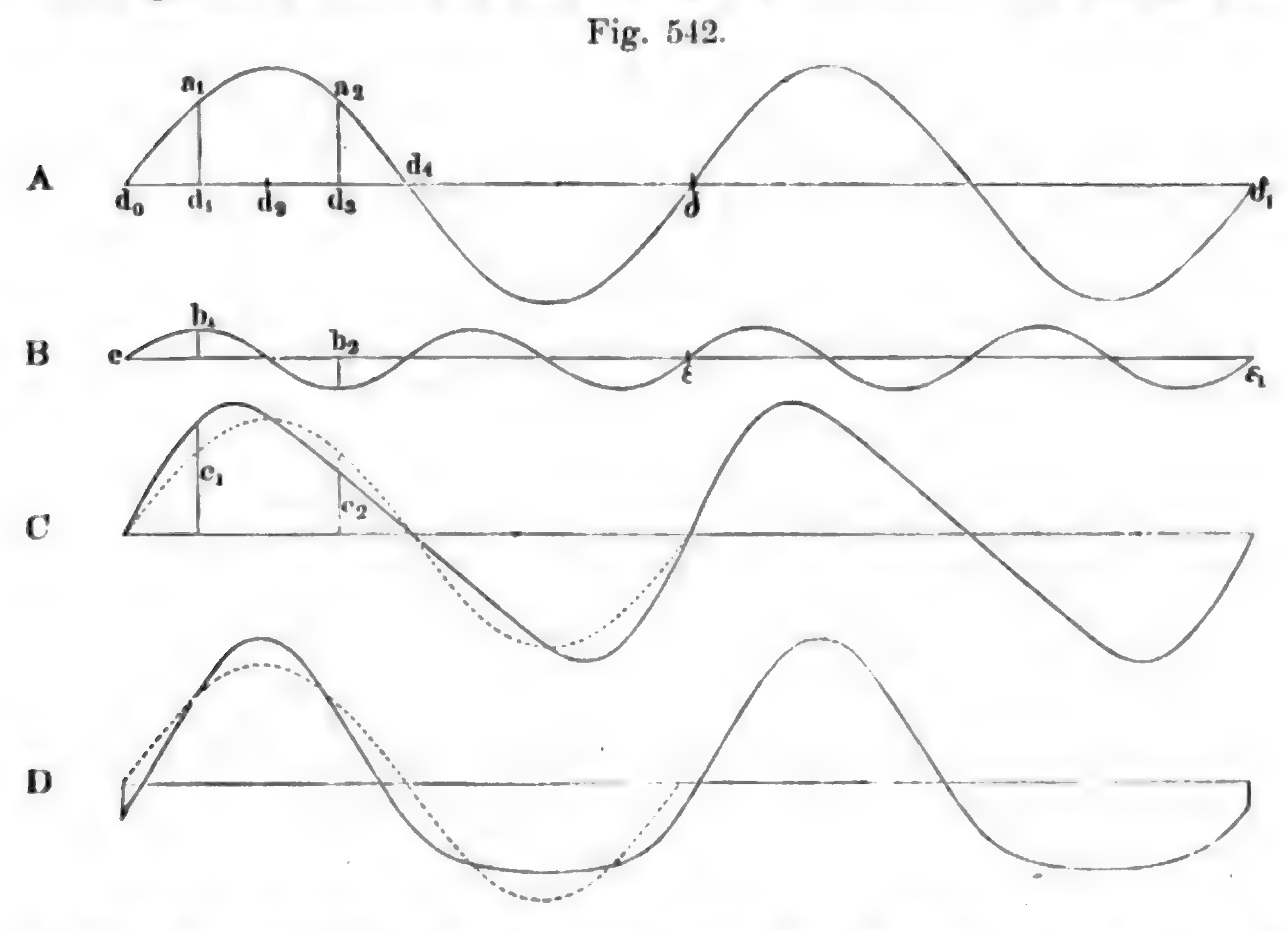
Da auf jede ganze Schwingung des Grundtons n ganze Schwingungen eines harmonischen Obertons kommen, so **wird durch das Hinzutreten des Obertons die Periode der Vibrationen des Grundtons durchaus nicht alterirt**; die gleiche Schwingungsform muss sich nach

Digitized by Google

jeder Vibration des Grundtons in gleicher Weise wiederholen, wie wir dies in Fig. 538 sowohl als in Fig. 541 sehen.

Bei der Construction der Schwingungscurve *C*, Fig. 541, war die Vibrationsintensität der Octav gleich der des Grundtons angenommen worden. Nach dem gleichen Verfahren ist nun in Fig. 542 die Schwingungscurve *C* für den Fall construirt, dass die Schwingungsweite der Octav ungefähr nur $^1/_6$ von der Schwingungsweite des Grundtones ist. Um die Zusammensetzung der ausgezogenen Schwingungscurve *C* anschaulicher zu machen, ist die Schwingungscurve *A* des Grundtons noch punktirt beigesetzt worden. Man sieht leicht, dass die Curve *C* sich überall eben

Fig. 542.



so viel über die Höhe von *A* erhebt oder darunter sinkt, als die Curve *B* über oder unter der Abscissenaxe hinläuft.

Wird die Schwingungscurve *B*, Fig. 542, um $^1/_4$ Wellenlänge nach der Rechten verschoben, so also dass der Gipfel des Wellenberges b_1 vertical unter dem Punkt d_2 zu stehen kommt, so wird sich die Curve *D* als Resultat der Combination der Curven *A* und *B* ergeben. Eine Verschiebung der Curve *B* gegen die Curve *A* entspricht aber einer Veränderung der Phase des Obertones gegen den Grundton.

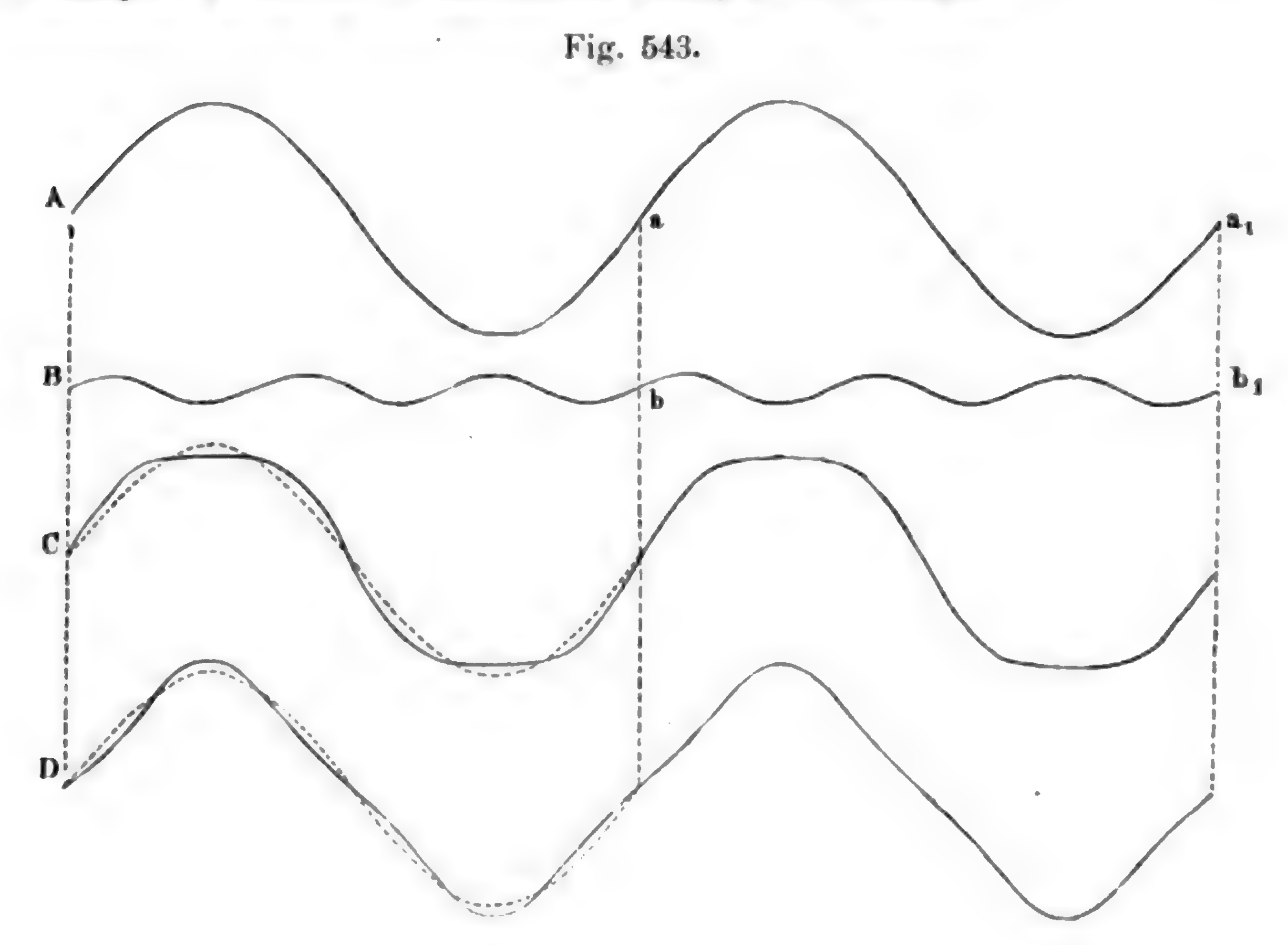
Denken wir uns die punktirte Linie weg, welche die Uebersicht erleichtert, so lassen sich im Verlauf der Curven *C* und *D* die Vibrationen der Octav schon bei weitem nicht so gut verfolgen, wie in der Curve *C*, Fig. 541, wie denn auch die schwächeren Obertöne weniger leicht aus dem Gesammtklange herauszuhören sind; doch werden wir weiter unten die Mittel kennen lernen, durch welche Helmholtz noch schwächere Obertöne selbst für weniger geübte Ohren wahrnehmbar gemacht hat.

Digitized by Google

Bei C, Fig. 543, ist die Schwingungscurve dargestellt, wie sie sich aus der Combination der Schwingungscurve A des Grundtons mit der Schwingungscurve B seiner Duodecime ergiebt. Wird die Curve B um $^1/_2$ Wellenlänge verschoben und dann mit A combinirt, so erhält man die bei D dargestellte Schwingungscurve.

Diese Beispiele mögen genügen, um darzuthun, dass durch die Combination der Schwingungen des Grundtons mit denen seiner Obertöne in der That solche Schwingungsformen erzeugt werden, welche, wie in §. 188 behauptet wurde, die verschiedenen Klangfarben bedingen.

Fig. 543.



189 **Beobachtung der Obertöne.** In seinem bereits angeführten Werke über die Lehre von den Tonempfindungen hat Helmholtz verschiedene Methoden beschrieben, mit Hülfe deren man die Klänge der meisten musikalischen Instrumente in ihre Partialtöne zerlegen oder, mit anderen Worten, mit Hülfe deren man die in einem musikalischen Klang enthaltenen Obertöne auch einem ungeübteren Ohre wahrnehmbar machen kann.

Zunächst ist zu bemerken, dass man in der Regel den 3ten, den 5ten, den 7ten u. s. w., also die ungeradzahligen Obertöne leichter hört als die geradzahligen, also leichter als den 2ten, den 4ten u. s. w. So hört man die den Grundton c begleitenden Obertöne $\overline{g}$ und $\overline{\overline{e}}$ leichter als $\overline{c}$ und $\overline{\overline{c}}$

Will man anfangen, Obertöne zu beobachten, so lasse man unmittelbar vor dem Klange, welcher analysirt werden soll, ganz schwach diejenige Note erklingen, welche man aufsuchen will. Sehr geeignet sind zu diesen Ver-

Digitized by Google

suchen das **Clavier** und die **Physharmonica**, welche beide ziemlich starke Obertöne geben.

Man schlage z. B. auf einem Clavier zuerst $\overline{g}$ an und indem man die Taste verlässt, so dass deren Saiten nicht mehr fortklingen können, gleich darauf kräftig die Note c, so wird man den Ton $\overline{g}$ noch aus dem Klange c heraushören. Ebenso, wenn man zuerst den fünften Oberton $\overline{\overline{e}}$ und dann c anschlägt. Der 7te und 9te Oberton sind auf den Clavieren neuerer Construction meist schwach oder gar nicht vorhanden.

Noch geeigneter als das eben beschriebene Verfahren am Clavier ist es, an irgend einem Saiteninstrumente, Clavier, Monochord oder Violine den Ton, welchen man zu hören wünscht, erst als Flageoletton der Saite hervorzubringen, indem man sie anschlägt oder streicht, während man einen Knotenpunkt des entsprechenden Tons auf der Saite mit einem Finger oder mit den Haaren eines Malerpinsels berührt. Will man also den 3ten, den 5ten Oberton hören, so hat man einen Punkt zu berühren, welcher um $^1/_3$ um $^1/_5$ der Saitenlänge vom einen Ende der Saite entfernt ist. Indem man nun die Saite zum Tönen bringt, bald mit Berührung des Knotenpunktes, bald ohne solche Berührung, bekommt man bald den gesuchten Oberton allein als Flageoletton, bald die ganze Klangmasse der Saite zu hören, und erkennt dann verhältnissmässig leicht, dass der betreffende Oberton darin enthalten ist.

Schwerer als an Saiteninstrumenten und an der Physharmonica sind die Obertöne der meisten Blasinstrumente und der menschlichen Stimme wahrzunehmen.

Das sicherste und bequemste Mittel, um die Wahrnehmung von Obertönen zu vermitteln, sind die von **Helmholtz** angegebenen **Resonanzkugeln**. Es sind dies gläserne oder messingene Hohlkugeln von der in Fig. 544 dargestellten Form. Die eine Oeffnung a hat scharf abgeschnittene Ränder, die andere ist trichterartig und so geformt, dass man sie in das Ohr einsetzen kann.

Fig. 544.

Die in einem solchen **Resonator** eingeschlossene Luftmasse wird, wie die Luftsäule in einer einerseits offenen, andererseits geschlossenen Röhre (s. §. 162), nur dann in den Zustand kräftiger stehender Schwingungen versetzt, wenn durch die Oeffnung a die Schallwellen eines bestimmten, den Dimensionen der Kugel entsprechenden Tones einfallen, den wir den **Eigenton** der Kugel nennen wollen. In der folgenden Tabelle sind die Dimensionen solcher

Digitized by Google

Kugeln angegeben, welche den in der ersten Verticalreihe angegebenen Eigentönen entsprechen.

Tonhöhe	Durchmesser der Kugel	Durchmesser der Oeffnung	Volumen des Hohlraums
g	154 Millim.	35,5 Millim.	1773 Cubikcent.
$\bar{c}$	130 „	30,2 „	1053 „
$\bar{e}$	115 „	30 „	546 „
$\bar{g}$	79 „	18,5 „	235 „
$\bar{\bar{c}}$	70 „	20,5 „	162 „

Eine Verengung der Oeffnung *a* hat eine Vertiefung des Eigentons des Resonators zur Folge.

Hat man sich das eine Ohr verstopft und setzt man dann an das andere einen solchen Resonator, so hört man die meisten Töne, welche in der Umgebung hervorgebracht werden, viel gedämpfter als sonst; wird dagegen der Eigenton des Resonators angegeben, so schmettert er mit gewaltiger Stärke ins Ohr hinein. Hält man z. B. einen Resonator vor das Ohr dessen Eigenton $\bar{g}$ ist, so hört man denselben sehr deutlich, wenn *c* auf dem Clavier angeschlagen oder auf der Violine gespielt wird, während man diesen Ton gar nicht oder doch nur sehr schwach hört, wenn das *c* von einer weiten gedeckten Orgelpfeife herrührt.

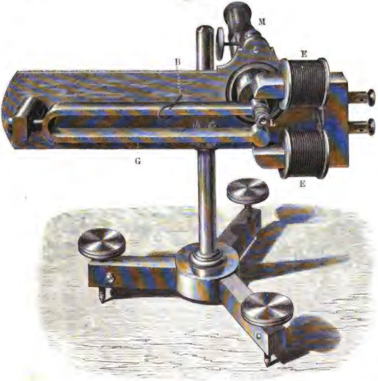
König verfertigte zur Beobachtung der Obertöne einen Apparat, welcher aus einer Zungenpfeife besteht, die in einem Kästchen eingeschlossen mit Schallbechern versehen und auf eine Windlade aufgesetzt einen ungemein kräftigen an Obertönen reichen Klang giebt. Dazu gehören dann 10 Resonatoren von Messingblech, von welchen der grösste 22 Centimeter im Durchmesser hat und dem Grundton *C* der Zungenpfeife entspricht. Hält man diese Kugel an das Ohr, so hört man den Grundton sehr kräftig und frei von Obertönen; die folgenden Resonatoren, deren kleinster einen Durchmesser von 3 Centimetern hat, entsprechen den Obertönen c, g, $\bar{c}$, $\bar{e}$, $\bar{g}$, $\bar{b}$, $\bar{\bar{c}}$, $\bar{\bar{d}}$ und $\bar{\bar{e}}$. Hält man eine dieser Kugeln ans Ohr, so hört man ihren Ton sehr deutlich aus der Klangmasse der übrigen, welche mehr zurücktreten, hervor. Besonders deutlich ist dies bei $\bar{e}$, $\bar{g}$, $\bar{b}$, und $\bar{\bar{c}}$.

190 **Schwingungsform einer gestrichenen Saite.** Dass die Schwingungsform eines tönenden Körpers von entschiedener Klangfarbe, dessen Klangmasse sich durch die angegebenen Mittel in Partialtöne zerlegen lässt, in der That von der Sinuscurve wesentlich abweicht, hat Helmholtz für gestrichene Saiten auf eine sehr sinnreiche Weise nachgewiesen, indem er mittelst des Lissajous'schen Vibrationsmikroskops die Vibrationen der tönenden Saite mit denen einer Stimmgabel verglich.

Digitized by Google

Fig. 545 stellt das Vibrationsmikroskop in der Form dar, in welcher es Helmholtz zur Anwendung brachte. Das eine Stimmgabelende trägt das Objectiv L eines Mikroskops, dessen Ocularstück M hinter der Metallplatte befestigt ist, welche die Stimmgabel trägt. Der Elektromagnet E dient nur dazu, die Stimmgabel dauernd in Vibration zu erhalten; für das Verständniss des Folgenden ist eine nähere Besprechung dieses Elektromagnets nicht nöthig. Die Stimmgabel ist so gestellt, dass die Objectivlinse L sich in verticaler Richtung auf- und abbewegt, wenn die Stimmgabel vibrirt.

Fig. 545.



Will man die Vibrationen einer Violinsaite untersuchen, so wird die Violine vor dem Apparat Fig. 545 so befestigt, dass die fragliche Saite in verticaler Richtung gerade vor die Mitte des Objectivs L zu stehen kommt. Um ein Pünktchen auf der Saite zu markiren, welches durch das Mikroskop beobachtet werden soll, wird die betreffende Stelle der Saite mit Tinte geschwärzt, wenn sie trocken geworden ist mit Klebwachs eingerieben und dann etwas Stärkemehl darauf gepulvert, wo-

Digitized by Google

von einige Körnchen haften bleiben, von denen dann eines durch das Mikroskop beobachtet wird, während Stimmgabel und Saite vibriren.

Vibrirt die Stimmgabel allein, so erscheint das beobachtete weisse Pünktchen als eine verticale Linie; vibrirt die Saite allein, so erscheint es als eine horizontale Linie; vibriren aber beide gleichzeitig, so beobachtet man eine Curve, welche von dem musikalischen Intervall der Stimmgabel und der Saite abhängt.

Nehmen wir z. B. an, die Saite sei unisono mit der Stimmgabel, so müsste eine der auf Tab. I dargestellten Figuren erscheinen, wenn die Vibrationen der Saite nach demselben Gesetz vor sich gingen wie die Schwingungen der Stimmgabel. Für den Fall, dass die Mitte der Saitenlänge dem Mikroskopobjectiv gegenübersteht und dass die Saite mit dem Violinbogen gestrichen wird, erscheint aber in der That die Curve *A*, Fig. 546, statt der geraden Linie bei Nro. I auf Tab. I. Die Curven *B* und *C*, Fig. 546, erscheinen statt den Ellipsen Nro. II und III bei IV, und die Curve *D* erscheint statt des Kreises; die Curven in

Fig. 546.

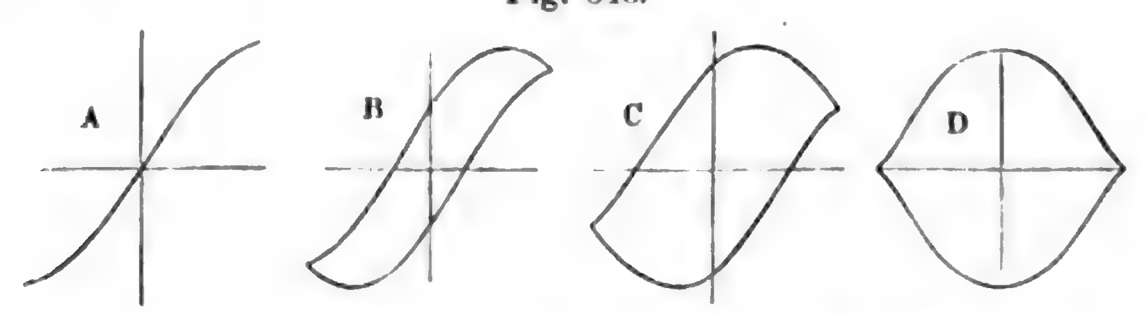
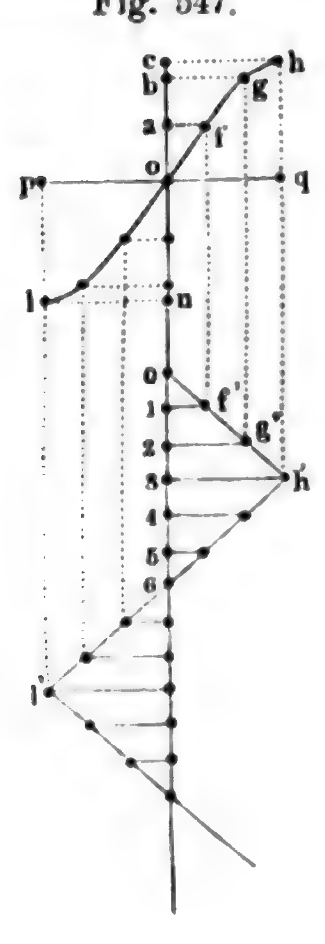


Fig. 546 sind in $^2/_3$ des Maassstabes gezeichnet, welcher für Tab. I angenommen war. Aus dieser veränderten Form der Lichtcurven kann man aber auf die Schwingungsform der Saite schliessen.

Fig. 547.



In Fig. 547 sei *cn* die verticale Lichtlinie, welche das weisse Pünktchen beschreibt, wenn nur die Stimmgabel, *pq* sei die horizontale Lichtlinie, welche es beschreibt, wenn nur die Saite vibrirt, *loh* aber sei die Curve, welche man bei gleichzeitiger Vibration beider beobachtet, wenn die Phasendifferenz beider Oscillationsbewegungen gleich Null ist.

Denken wir uns die Schwingungsdauer u der Stimmgabel in 12 gleiche Theile getheilt, so sind (der in §. 117 besprochenen Construction zufolge) *a*, *b*, *c* u. s. w. die Punkte, in welchen das Lichtpünktchen in den Momenten $^1/_{12}\,u$, $^2/_{12}\,u$, $^3/_{12}\,u$ u. s. w. nach dem Durchgang durch die Gleichgewichtslage erscheinen würde, wenn seine Bewegung lediglich durch die Vibrationen der Stimmgabel bedingt würden. Zieht man durch *a*, *b*, *c* u. s. w. horizontale Linien bis zur Durchschnei-

Digitized by Google

dung mit der Lichtlinie *loh*, so erhält man die Punkte *f*, *g*, *h* u. s. w., in welchen sich das Lichtpünktchen in den bezeichneten Momenten wirklich befindet, wenn Stimmgabel und Saite gleichzeitig vibriren.

Von dem Momente ausgehend, in welchem die Saite nach der Rechten hin sich bewegend ihre Gleichgewichtslage passirt, wird sie sich also in der Zeit $^1/_{12}\,u$ um die Länge *af*, in der Zeit $^2/_{12}\,u$ um die Länge *bg*, in der Zeit $^3/_{12}\,u$ um die Länge *ch* von ihrer Gleichgewichtslage entfernen. Diese Data genügen aber, um die Schwingungscurve der Saite in dem in §. 118 erläuterten Sinne zu construiren.

Auf der hier vertical gestellten Abscissenlinie (weil die Vibrationen der Saite denen parallel die Ordinaten aufzutragen sind, in horizontaler Richtung vor sich gehen) sind die Punkte 0, 1, 2, 3 u. s. w. in gleichen Abständen aufgetragen; der Abstand jedes dieser Punkte vom folgenden entspricht einem Zeitintervall von $^1/_{12}u$. Wird nun rechtwinklig zur Abscissenaxe in 1 die Länge f' 1 gleich *fa*, in 2 die Länge g' 2 gleich *gb*, in 3 die Länge h' 3 gleich *hc* u. s. w. aufgetragen, so erhält man die Punkte f', g', h' u. s. w., über welche die Schwingungscurve der Saite zu ziehen ist. Die so erhaltene Schwingungscurve ist aber aus geraden Linien zusammengesetzt, denn die Punkte o, f', g', h' liegen in einer geraden Linie, und ebenso alle zwischen h' und l' fallenden Punkte.

Daraus geht also hervor, dass die Vibrationen einer gestrichenen Saite wesentlich von der Bewegung eines pendelartig oscillirenden Körpers abweichen. Die Mitte einer gestrichenen Saite vibrirt in der Weise, dass sie sich zwischen den Endpunkten ihrer Oscillationsbewegung mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegt.

Digitized by Google

Viertes Capitel.

Die musikalischen Instrumente, das Stimm- und das Gehörorgan.

---

191 **Die Blasinstrumente.** Die Gesetze, welche wir in den beiden letzten Capiteln kennen gelernt haben, kommen nun bei den verschiedenen musikalischen Instrumenten zur Anwendung, welche in zwei Hauptabtheilungen zerfallen, nämlich 1) solche, bei welchen der Ton durch einen Luftstrom erzeugt wird, die Blasinstrumente, und 2) solche, bei welchen der Ton von den Vibrationen eines festen Körpers herrührt.

Die Blasinstrumente selbst zerfallen wieder in zwei Classen. In die erste Classe der Blasinstrumente gehören solche röhrenförmige Vorrichtungen, in welchen die eingeschlossene Luftsäule ganz nach den Gesetzen vibrirt, welche wir in §. 163 und §. 165 kennen lernten, also die offenen und gedeckten Orgelpfeifen, das Flageolet und die Flöte. Auch die Syrinx oder die Pansflöte der Alten gehört in diese Classe.

Während bei der Orgel jeder Pfeife nur ein Grundton entspricht, wird bei der Flöte mit demselben Rohr die ganze Tonreihe der chromatischen Tonleiter dadurch erzeugt, dass man durch Oeffnen der entsprechenden Seitenlöcher die Länge der tönenden Luftsäule und die Lage der Schwingungsknoten verändert.

Von den Blasinstrumenten, welche mit Zungenwerken versehen sind, haben wir bereits einige in §. 182 kennen gelernt, nämlich die Mundharmonika, die Blasbalgharmonika (Physharmonika) und die Zungenwerke der Orgeln.

Die beiden erstgenannten Instrumente haben gar kein Ansatzrohr, während der Schallbecher oder das Ansatzrohr der Orgelzungenwerke nur den Zweck hat, den Ton zu verstärken, ohne dass dadurch die Vibrationsgeschwindigkeit der Zunge wesentlich alterirt wird.

Digitized by Google

Ganz anders verhält es sich mit solchen Instrumenten, deren Zunge aus sehr leicht beweglichem Material (meist aus dünnen Blättchen von italienischem Rohr) gebildet, sich den Schwingungen der Luftsäule accommodirt, welche in dem Ansatzrohr zum Tönen gebracht wird. Hierher gehört die *Oboe*, das *Fagot*, die *Clarinette* u. s. w. Das Mundstück der Clarinette wird durch ein vorn schneidenförmig verdünntes, aufschlagendes Rohrblatt gebildet, während das Mundstück des Fagots und der Oboe aus zwei Rohrblättchen besteht, deren obere schwach gewölbte Enden eine feine Spalte bilden.

Bei der *Posaune*, dem *Horn* und der *Trompete* treten die Lippen des Musikers an die Stelle der beiden Rohrblätter des Oboemundstücks. Das kessel- oder trichterförmige Mundstück des Instruments wird so gegen den Mund gepresst, dass die vorderen häutigen Theile der Lippen nur noch einen engen Spalt für den Durchgang der Luft lassen. Die Ränder der Lippen gerathen beim Anblasen selbst in Oscillationen, durch welche ein stossweises Hervorquellen der Anblaseluft bewirkt wird.

Das mehr oder weniger gebogene oder gewundene Rohr dieser Instrumente ist, den Schallbecher abgerechnet, sehr eng im Verhältniss zu seiner Länge, so dass es nie seinen Grundton, sondern nur eine Reihe von Obertönen desselben geben kann.

Bezeichnen wir die Schwingungszahl des Grundtons mit 1, so sind die Schwingungszahlen für seine Obertöne

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 u. s. w.

Für ein dreifüssiges offenes Rohr ist der Grundton B, seine Obertöne sind also

$$b, \bar{f}, \bar{b}, \bar{\bar{d}}, \bar{\bar{f}}, \bar{\bar{gis}}, \bar{\bar{b}}, \bar{\bar{\bar{c}}}, \bar{\bar{\bar{d}}},$$

Eine dreifüssige Trompete giebt aber als ihren tiefsten Ton $\bar{f}$, also den zweiten Oberton, die Duodecime des ihrer Länge entsprechenden Grundtons. Auf diesen Ton folgen dann bei unveränderter Länge des Rohres, bei entsprechend verstärktem Anblasen die weiteren Töne $\bar{b}$, $\bar{\bar{d}}$, $\bar{\bar{f}}$ u. s. w., welche den Namen der *Naturtöne* führen. Erst vom achten Oberton an befolgen dieselben die Tonreihe der diatonischen Tonleiter. Um die grösseren Intervalle der tieferen Naturtöne auszufüllen und auch für diese tieferen Tonlagen die nöthigen Zwischentöne zu erhalten, hat man an diesen Instrumenten verschiedene Vorrichtungen (Züge, Klappen u. s. w.) angebracht, durch welche man die Länge des Rohres entsprechend abändern kann.

Saiteninstrumente und tönende Platten. Die Töne ge- 192
spannter Saiten finden in der Musik eine ebenso vielfache als mannigfache Anwendung. Die Oberfläche der Saiten ist aber viel zu gering, als dass sie selbst bei den lebhaftesten Vibrationen kräftige Schallwellen in der Luft erzeugen könnten, es ist deshalb nöthig, die Vibrationen

Digitized by Google

der Saite auf einen leicht beweglichen festen Körper von grösserer Oberfläche zu übertragen, weshalb denn auch der Resonanzboden, wenn auch in sehr verschiedener Gestalt, bei allen Saiteninstrumenten in Anwendung gebracht wird.

Die wesentlichsten Unterschiede unter den Saiteninstrumenten sind durch die Art und Weise bedingt, wie die Saiten in Oscillationen versetzt werden; bei dem Clavier geschieht dies durch Anschlag, bei der Guitarre und der Harfe durch Zupfen, bei der Violine, dem Violoncello und der Bassgeige geschieht es durch Streichen mit dem Fiedelbogen, weshalb diese letzteren Instrumente auch Streichinstrumente genannt werden.

Metallene Platten und Glocken haben für sich selbst schon eine hinlängliche Oberfläche, um kräftige Schallwellen in der Luft zu erzeugen. Als selbstständige musikalische Instrumente werden sie aber kaum gebraucht, während sie im Orchester verbunden mit anderen Instrumenten von trefflicher Wirkung sind.

193 Klangfarbe verschiedener musikalischer Instrumente.

Die Verschiedenheiten der Klangfarbe hängen nach dem Vorhergehenden davon ab, welche Obertöne den Grundton begleiten und in welcher Stärke sie vorhanden sind; in dieser Beziehung aber bieten die verschiedenen musikalischen Instrumente die grössten Mannigfaltigkeiten dar.

Einfache Töne, also Klänge ohne Obertöne werden am einfachsten hervorgebracht, wenn man eine angeschlagene Stimmgabel vor die Mündung einer Resonanzröhre von entsprechender Länge hält. Diese Töne sind ungemein weich und frei von allem Scharfen und Rauhen.

Die Klänge der Flöte stehen den einfachen Tönen ziemlich nahe, indem sie nur wenige und schwache Obertöne haben.

Weite gedeckte Pfeifen geben, namentlich wenn sie schwach angeblasen werden, den Grundton fast ganz rein; engere lassen neben dem Grundton auch noch die Duodecime (Quint der Octav) hören, weshalb sie auch Quintaten genannt werden.

Bei weiten, offenen Orgelpfeifen ist die Octav des Grundtons noch ziemlich deutlich, die Duodecime schon sehr schwach. Engere offene Pfeifen der Orgel lassen dagegen, namentlich wenn sie stark angeblasen werden, eine Reihe von Obertönen hören, welche den Grundton kräftig begleiten, was dem Klange den schärferen geigenähnlichen Charakter giebt (Geigenprincipal).

Die weiten Orgelpfeifen, welche auch bei stärkerem Anblasen nicht in einen Oberton überspringen, und welche den Grundton voll und rein geben, werden Principalstimmen genannt.

Wo es darauf ankommt, ein Register von scharf durchdringender Klangfarbe anzuwenden, wie es z. B. nöthig ist, um den Gesang der Gemeinde zu begleiten, genügen die Principalregister nicht, weil ihr Ton zu mild, zu arm an Obertönen ist. Geigenregister und Quintaten genü-

Digitized by Google

gen nicht, weil ihr Ton zwar schärfer, aber auch schwächer ist. Bei solchen Gelegenheiten wird das Mixturregister angewandt, in welchem jede Taste mit mehreren Pfeifen verbunden ist, die sie gleichzeitig öffnet, von denen die eine den Grundton, die anderen aber die ersten Obertöne desselben (meist Octav und Duodecime) geben. — Die Klänge der meisten musikalischen Instrumeute hat man sich nun in ähnlicher Weise zusammengesetzt zu denken.

Die Obertöne, welche in der Klangmasse gespannter Saiten auftreten, hängen von der Art ab, wie die Saite zum Tönen gebracht, ob sie gezupft, geschlagen oder gestrichen wird, und an welcher Stelle dies geschieht; sie sind ferner bedingt durch das Material, aus welchem die Saite besteht u. s. w. Helmholtz hat diesen Gegenstand in seinem schon mehrfach erwähnten Werke ausführlich besprochen. Wir müssen uns hier auf einige Notizen beschränken.

Bei gut construirten Clavieren sind die Obertöne bis zum sechsten sehr kräftig, während der siebente und neunte, deren Mitklingen die Harmonie der übrigen beeinträchtigen würde, ganz fehlen oder doch sehr schwach sind.

Solche Saiten, welche im Verhältniss zu ihrer Länge sehr dünn sind, geben, in entsprechender Weise angeschlagen, leicht viele hohe Obertöne. Diese vielen hohen Obertöne aber, welche einander in der Scale sehr nahe liegen, veranlassen ein eigenthümlich unharmonisches Geräusch, welches wir mit dem Worte Klimpern zu bezeichnen pflegen.

Im Klange der Streichinstrumente ist der Grundton verhältnissmässig kräftiger als beim Clavier; die ersten Obertöne sind schwächer, die höheren aber vom sechsten bis zum zehnten dagegen viel deutlicher, und verursachen die Schärfe des Klanges der Streichinstrumente.

Geschlagene Metallstäbe und Metallplatten der Art, wie wir sie in §. 176 betrachtet haben, lassen neben dem Grundton eine Reihe sehr hoher unharmonischer Obertöne anhaltend und im gleichmässigen Flusse mitklingen, und davon scheint die Eigenthümlichkeit herzurühren, welche man als metallische Klangfarbe, als Metallklang bezeichnet.

Der Klang der Glocken ist ebenfalls von unharmonischen Obertönen begleitet, welche aber nicht so nahe beisammen liegen wie bei den ebenen Platten.

Wenn eine Glocke nicht ganz symmetrisch in Beziehung auf ihre Axe ist, wenn z. B. die Wand an einer Stelle des Umfangs etwas dicker ist als anderen, so giebt die Glocke beim Anschlag im Allgemeinen zwei wenig von einander verschiedene Töne, welche mit einander Schwebungen geben.

Ausser den Unterschieden der Klangfarbe bieten aber die Klänge verschiedener Instrumente auch noch andere Eigenthümlichkeiten, welche einerseits davon abhängen, wie die Töne ansetzen, verlaufen und aufhören, andererseits aber auch durch Geräusche bedingt sind, welche mit der

Digitized by Google

Erzeugungsweise der Töne zusammenhängen. So hört man bei den durch einen Luftstrom unterhaltenen Klängen der Blasinstrumente meistentheils noch ein Sausen und Zischen der Luft, die sich an den scharfen Rändern der Anblaseöffnung bricht. Bei den mit dem Violinbogen gestrichenen Saiten hört man ziemlich viel Reibegeräusch u. s. w.

Was die Klangfarbe der Zungenpfeifen anlangt, so ist das Ansatzrohr von wesentlichem Einfluss auf dieselbe. Freie Zungen, d. h. solche, welche ohne Ansatzrohr angeblasen werden, haben, da sie die Luftstösse sehr abgerissen, discontinuirlich hervortreten lassen, einen scharfen, schneidenden, knarrenden Klang, und man hört in der That mit bewaffnetem oder unbewaffnetem Ohre eine lange Reihe von Obertönen, bis zum 16ten ja selbst bis zum 20sten. Die Stärke der Obertöne, welche eine Zunge ohne Ansatzrohr giebt, hängt aber ab von ihrer Beschaffenheit, ihrer Stellung zum Rahmen u. s. w.

Durch Ansatzröhren wird der Klang der Zungen wesentlich verändert, indem diejenigen Obertöne ausserordentlich verstärkt werden und aus der Klangmasse vortreten, welche den Eigentönen des Ansatzrohres entsprechen.

Als z. B. Helmholtz über eine Messingzunge, wie sie in Orgeln gebraucht werden, und welche *b* gab, eine seiner grösseren Resonanzkugeln als Ansatzrohr aufsetzte, welche gleichfalls auf *b* abgestimmt war, erhielt er bei starkem Druck im Blasebalg einen vollen, starken und weichen Klang, dem fast alle Obertöne fehlten.

Als wesentlichste Resultate der Untersuchungen über Klangfarbe stellt Helmholtz Folgendes zusammen:

1. Einfache Töne, wie Stimmgabeln mit Resonanzröhren und weite gedeckte Pfeifen klingen weich und angenehm ohne alle Rauhigkeit, aber unkräftig und in der Tiefe dumpf.

2. Klänge, welche von einer Reihe niederer Obertöne, etwa bis zum 6ten hinauf, in mässiger Stärke begleitet sind, sind klangvoller, musikalischer. Sie haben, mit den einfachen Tönen verglichen, etwas Reicheres und Prächtigeres. Hierher gehören die Klänge des Claviers, der offenen Orgelpfeifen u. s. w.

3. Wenn nur ungeradzahlige Obertöne da sind, wie bei engen gedeckten Pfeifen, den in der Mitte geschlagenen Clavierseiten, den Clarinetten u. s. w., so bekommt der Klang einen hohlen, und bei grösserer Zahl von Obertönen einen näselnden Charakter.

4. Wenn die höheren Obertöne jenseits des 6ten und 7ten sehr deutlich sind, so wird der Klang scharf und rauh. Bei geringerer Stärke beeinträchtigen die hohen Obertöne die musikalische Brauchbarkeit nicht, sie sind im Gegentheil günstig für den Charakter und die Ausdrucksfähigkeit der Musik. Von der Art sind die Klänge der Streichinstrumente, die meisten Zungenpfeifen, die Physharmonika u. s. w. Solche Klänge, bei welchen die hohen Obertöne ganz besonders stark sind,

Digitized by Google

wie bei den Blechinstrumenten, erhalten dadurch etwas ungemein Durchdringendes.

Das menschliche Stimmorgan. Das Stimmorgan ist aus 194
mehreren Theilen zusammengesetzt, welche ohne anatomische Betrachtung nicht vollständig studirt werden können, wir müssen uns aber hier darauf beschränken, im Allgemeinen die Anordnung der Theile zu betrachten, welche am directesten zur Hervorbringung der Stimme mitwirken.

Es ist bekannt, dass die Luftröhre eine Röhre ist, welche auf der einen Seite mit dem Schlunde, auf der anderen in den Lungen endigt. Ihre wesentlichste Function ist, die Luft durchzulassen, sei es nun beim Ein- oder beim Ausathmen; sie ist fast cylindrisch und aus knorpeligen Ringen zusammengesetzt, welche durch biegsame häutige Ringe verbunden sind. Am unteren Ende theilt sie sich in zwei Röhren, die Bronchien, von denen die eine rechts, die andere links geht. Jeder dieser Aeste verzweigt sich weiter nach allen Seiten hin in das Gewebe der Lunge. Das obere Ende der Luftröhre wird durch den Kehlkopf gebildet, welcher vorzugsweise das Stimmorgan ist.

Der Kehlkopf besteht aus vier Knorpeln, welche erst in späterem Alter verknöchern, nämlich dem Ringknorpel (Cartilago cricoidea), dem Schildknorpel (Cartilago thyroidea) und den beiden Giesskannenknorpeln (Cartilagines arytenoideae). Diese Knorpel sind unter sich und mit dem oberen Ringe der Luftröhre verbunden und können durch verschiedene Muskeln auf das Mannigfaltigste bewegt werden. Die innere Wand des Kehlkopfes bildet eine Verlängerung der Luftröhre, die immer enger wird, bis zuletzt nur eine von vorn nach hinten gerichtete Spalte, die Stimmritze (Glottis), übrig bleibt. Die Ränder dieser Stimmritze sind durch die Stimmbänder gebildet. Nach vorn hin sind diese Stimmbänder an dem Schildknorpel, am entgegengesetzten Ende aber ist das eine Stimmband an dem einen, das andere Stimmband an dem anderen Giesskannenknorpel angewachsen, so dass, je nachdem die Knorpel durch die entsprechenden Muskeln mehr genähert oder entfernt werden, die Stimmbänder mehr oder weniger gespannt sind, und die Stimmritze weiter oder enger wird. Die Stimmbänder selbst bestehen aus einem sehr elastischen Gewebe.

Ueber den Lippen der Stimmritze befinden sich zwei sackartige Höhlungen, die eine auf der rechten, die andere auf der linken Seite, welche sich 8 bis 9 Linien weit seitwärts erstrecken; es sind dies die Ventriculi Morgagni. Die oberen Ränder dieser Ventrikeln bilden gleichsam eine zweite Stimmritze, welche 5 bis 6 Linien über der anderen liegt. Die obere Stimmritze kann durch den Kehldeckel (Epiglottis), welcher eine fast dreieckige Haut oder vielmehr ein Knorpel ist, verdeckt werden; dieser Kehldeckel ist mit der einen Seite nach vorn hin angewachsen, und verhindert, wenn er die Stimmritze verdeckt, dass

Digitized by Google

Speisen und Getränke in die Luftröhre gerathen können, indem diese über den Kehldeckel hinweg in den Schlund gelangen.

Der Bau des Kehlkopfes wird durch die Figuren 548 und 549 deutlicher werden.

Fig. 548 stellt die vordere Hälfte des durch einen senkrechten Schnitt getheilten Kehlkopfes, und zwar von hinten gesehen dar.

Fig. 548.

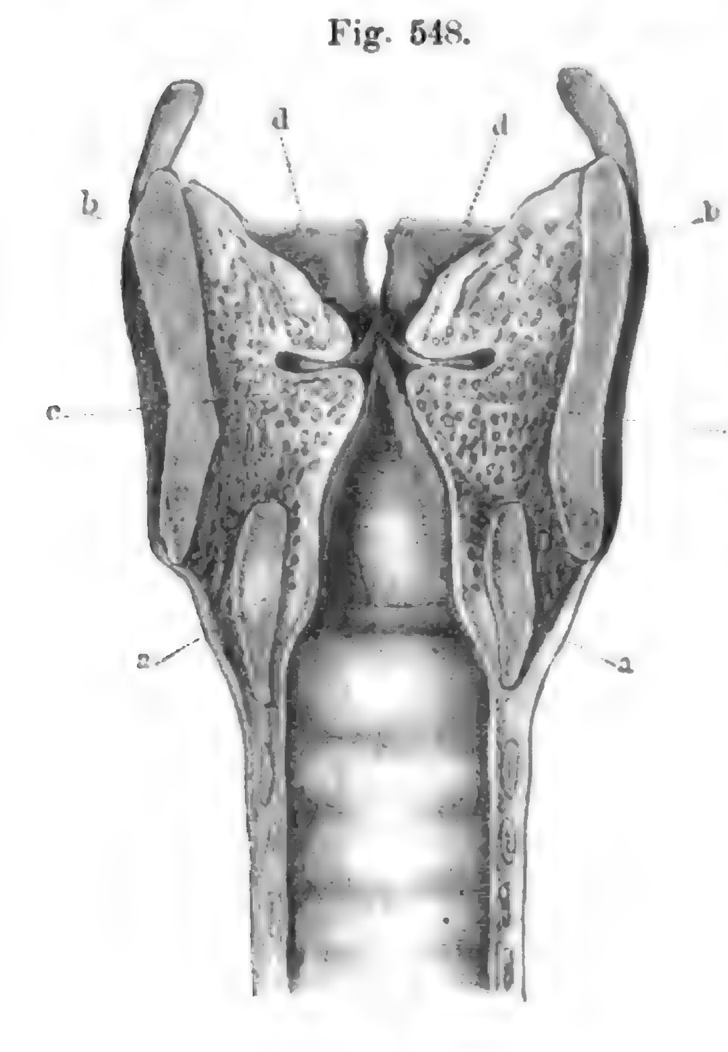


Fig. 549.

Es ist

a der Durchschnitt durch den Ringknorpel,

b der Durchschnitt durch den Schildknorpel,

c der Durchschnitt durch die unteren Stimmbänder,

d der Durchschnitt durch die oberen Stimmbänder.

Zwischen den unteren und oberen Stimmbändern sieht man in Fig. 548 deutlich die Ventriculi Morgagni. Ferner ersieht man aus dieser Figur, wie sich die Luftröhre gegen die unteren Stimmbänder hin verengt. Fig. 549 zeigt die Stimmritze von oben gesehen.

Schon Ferrain (Mém. de l'acad. d. sc. 1741) hat durch treffliche Versuche, die auch von Anderen bestätigt wurden, gezeigt, dass die Stimmbänder in gewisser Beziehung mit gespannten Saiten zu vergleichen seien; Biot und Cagniard de la Tour ersetzten die Stimmbänder durch elastische Membranen von Kautschuk, die sie über eine Röhre spannten; doch reichen diese Versuche noch nicht hin, um eine vollkommene Parallele zwischen diesen Zungenwerken und dem Stimmorgane zu begründen. Erst Johannes Müller hat es durch seine classischen Untersuchungen über diesen Gegenstand (Handbuch der Physiologie des Menschen, zwei-

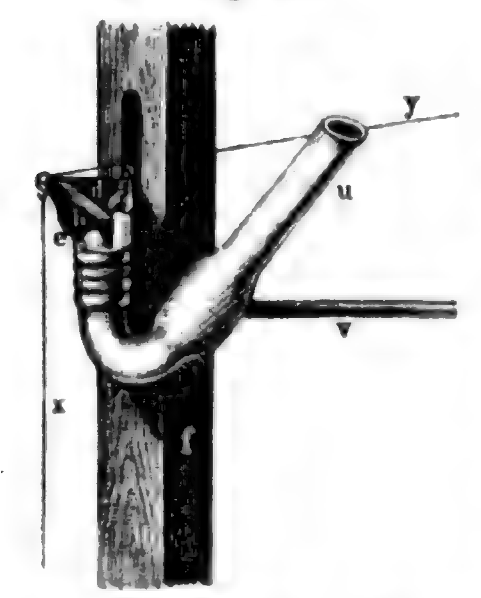
Digitized by Google

ten Bandes erste Abtheilung; und: Ueber die Compensation der physischen Kräfte am menschlichen Stimmorgan) ausser Zweifel gesetzt, dass die Bildung von Tönen im Kehlkopfe der in membranösen Zungenpfeifen ganz analog ist, welche wir bereits in §. 182 kennen lernten.

Sowohl Beobachtungen an lebenden Menschen und Thieren, als auch die Versuche an ausgeschnittenen Kehlköpfen menschlicher Leichen zeigen, dass die Töne in der Stimmritze und weder über noch unter ihr gebildet werden. Befindet sich eine Oeffnung in der Luftröhre (also unter der Stimmritze), so hört die Stimme auf, sie kehrt aber wieder, sobald diese Oeffnung verschlossen wird; dahingegen bringt eine Oeffnung in den Luftwegen oberhalb der Stimmritze eine solche Wirkung nicht hervor.

Die entscheidendsten Versuche stellte Müller mit ausgeschnittenen Kehlköpfen an, die er auf eine passende Weise auf einem Brettchen befestigte. Fig. 550 stellt einen solchen Kehlkopf von der Seite gesehen dar. *a* ist einer der Cartilagines arytenoideae (der andere liegt hinter dem gezeichneten), *b* ist der untere Theil des Schildknorpels, *d* die innere Haut des Kehlkopfes, die in den Stimmbändern endigt, welche zwischen den Knorpeln *a* und *b* ausgespannt sind. Der obere Theil des Schildknorpels bis zu der Stelle, wo die Stimmbänder angewachsen sind, die Ventriculi Morgagni, die oberen Stimmbänder und der Kehldeckel sind weggeschnitten, damit man die Ränder der Stimmritze besser sehen kann.

Fig. 550.



Um den Kehlkopf gehörig zu befestigen, wird er mit seiner hinteren Wand auf das Brettchen gelegt und der Ringknorpel darauf festgebunden; um die Cartilagines arytenoideae zu befestigen, wird ein Pfriemen quer durch dieselben gesteckt, so dass sie neben einander auf demselben fixirt sind und man sie nach Belieben von einander entfernen oder dicht zusammenrücken kann; der Pfriemen selbst wird alsdann durch Schnüre ebenfalls an das Brettchen unbeweglich angezogen. Ist nun auf diese Art die hintere Wand des Kehlkopfes befestigt, so lässt sich den Stimmbändern durch Anziehen des Schildknorpels jede beliebige Spannung geben. Mit so präparirten Kehlköpfen machte Müller eine Menge von Versuchen; wir können hier nur die wichtigsten seiner Resultate hervorheben.

Die unteren Stimmbänder geben bei enger Stimmritze volle und reine Töne beim Anspruch durch Blasen von der Luftröhre aus; diese Töne kommen denen der menschlichen Stimme sehr nahe; sie unterscheiden sich von denen, welche man erhält, wenn die Ventriculi Morgagni, die oberen Stimmbänder und der Kehldeckel noch vorhanden sind, nur

Digitized by Google

durch ihre geringere Stärke, indem diese Theile, wenn sie vorhanden sind, stark mitschwingen und resoniren; die Ventriculi Morgagni haben offenbar nur den Zweck, die Stimmbänder von aussen frei zu machen.

Bei gleicher Spannung der Stimmbänder hat die grössere oder geringere Enge der Stimmritze keinen wesentlichen Einfluss auf die Höhe des Tones, nur spricht bei weiter Stimmritze der Ton schwerer an und ist weniger klangvoll.

Im Leben geschieht die Spannung der Stimmbänder hauptsächlich dadurch, dass die Musculi crico-thyreoidei den Schildknorpel gegen den Ringknorpel herabziehen, was an unserm Präparate dadurch nachgeahmt werden kann, dass man in dem Schildknorpel mittelst eines Hakens eine Schnur x befestigt und diese mit Gewichten belastet. Indem Müller diese Gewichte von $1/2$ bis 37 Loth vermehrte, konnte er alle Töne zwischen *ais* und $\overline{\overline{\overline{dis}}}$, also ungefähr $2 1/2$ Octaven, hervorbringen.

Wenn auch der Faden x nicht durch Gewichte belastet ist, so sind doch die Stimmbänder noch nicht völlig abgespannt; um eine stärkere Abspannung und noch tiefere Töne zu erhalten, bringt man eine Schnur y, Fig. 547, an, welche über eine Rolle gehend mit den Gewichten belastet wird, um dadurch den Schildknorpel gegen die Cartilagines arytenoideae zu ziehen, wodurch die Wirkung des Musculus thyreo-arytenoideus nachgeahmt wird. Bei einem solchen Versuche erhielt Müller durch ein Gewicht von $3/10$ Loth den Ton $\overline{dis}$, durch Vermehrung des Gewichtes bis zu 3,8 Loth konnte der Ton bis H vertieft werden; durch eine solche Abspannung der Stimmbänder kann man also die tiefsten Basstöne der Bruststimme hervorbringen.

Dass die Stimmbänder bei den Brusttönen schlaff, bei den Falsettönen gespannt sind, ist von Biscovius zuerst entdeckt worden; indessen lässt sich bei einem gewissen Grade der Abspannung bei verschiedenem Anspruche sowohl ein Brustton als ein Falsetton hervorbringen. Bei den Falsettönen schwingt aber nicht, wie bei den Flageolettönen der Saiten, ein aliquoter Theil der Länge der Stimmbänder; der wesentliche Unterschied beider Register besteht darin, dass bei den Falsettönen bloss die feinen Ränder der Stimmbänder, bei den Brusttönen die ganzen Stimmbänder lebhaft und mit grossen Excursionen schwingen. Die Thatsache ist zuerst von Lehfeldt beobachtet worden. Der Falsetton erfolgt leichter bei ganz schwachem Blasen.

Bei grosser Abspannung sind die Stimmbänder nicht allein ganz ungespannt, sondern im Zustande der Ruhe auch runzelig und faltig; sie erhalten erst durch das Blasen die zum Schwingen nöthige Tension.

Bei gleicher Spannung der Stimmbänder lässt sich durch stärkeres Blasen der Ton oft bis zu einer Quinte und mehr in die Höhe treiben.

195 **Stimmorgan der Thiere.** Bei den Säugethieren sind die Stimmorgane im Wesentlichen ebenso construirt wie beim Menschen; auch bei ihnen wird der Ton durch die unteren Stimmbänder erzeugt,

Digitized by Google

ja bei den Wiederkäuern fehlen die Ventriculi Morgagni und die oberen Stimmbänder sogar ganz. Bei den Affen sind die resonirenden Theile des Stimmorgans sehr eigenthümlich; so findet sich z. B. beim Orang-Utang, dem Mandrill und dem Pavian ein häutiger Sack unter dem Zungenbeine. Am grössten ist dieser resonirende Apparat bei den Heulaffen der neuen Welt.

Die Stimme der Amphibien entsteht wie bei den Säugethieren im Kehlkopfe; sowohl die Frösche als auch die Krokodile haben Stimmbänder. Beim männlichen Frosche treten beim Tongeben zugleich häutige Säcke am Halse nach aussen, welche zur Verstärkung des Tones dienen. Bei den Fröschen fehlt die Luftröhre; die Bronchien gehen sogleich aus dem Kehlkopfe hervor.

Bei den Vögeln befindet sich das Stimmorgan nicht am oberen, sondern am unteren Ende der Luftröhre, nämlich da, wo sie sich in die Bronchien theilt; Cuvier zeigte, dass eine Amsel, eine Elster, eine Ente nach Durchschneidung der Luftröhre noch zu schreien vermögen. Die anatomische Untersuchung bestätigt dies Resultat, denn man findet am oberen Ende der Luftröhre nur eine Verengerung, eine Spalte, welche keineswegs zur Erzeugung von Tönen geeignet ist, während man am unteren Ende einen wunderbar eingerichteten, zur Hervorbringung einer grossen Reihe hoher und tiefer Töne geeigneten Apparat findet; doch ist es nicht möglich, davon eine Idee zu geben, ohne zu sehr in anatomische Details einzugehen.

Klangfarbe der menschlichen Stimme. Da der Ursprung **196**
der menschlichen Stimme in den Stimmbändern liegt, welche bei laut tönender Stimme wie membranöse Zungen wirken und wie alle Zungen zunächst eine Reihe discontinuirlicher und scharf getrennter Luftstösse hervorbringen, so lässt sich erwarten, dass ihre Klänge aus einer ziemlich langen Reihe von Obertönen zusammengesetzt erscheinen werden, die sich mit Hülfe von Resonatoren in der That auch nachweisen lassen.

Der Kehlkopf steht aber mit der Mundhöhle in Verbindung, welche hier ganz die Functionen eines Ansatzrohres übernimmt. Wie bei anderen Zungenpfeifen werden deshalb diejenigen Obertöne als ganz besonders begünstigt aus der Klangmasse sich hervorheben, welche mit den Eigentönen der Mundhöhle zusammenfallen, und dadurch gerade ist die Eigenthümlichkeit der menschlichen Stimme bedingt, von welcher der Vocalcharakter abhängt.

Gestalt und Rauminhalt der Mundhöhle werden durch veränderte Form der Mundöffnung, durch veränderte Lage der Zunge u. s. w. mannigfach modificirt und dem entsprechend auch ihre Eigentöne abgeändert. — Wenn eine Stimmgabel, deren Ton *f* ist, vor den zum Aussprechen des Vocals *U* geformten Mund gehalten wird, so hört man die eingeschlossene Luftmasse deutlich resoniren, beim Aussprechen von *U* ist also *f* der Eigenton der Mundhöhle. In derselben Weise findet man,

Digitized by Google

dass für ein vollklingendes *O* die Stimmung der Mundhöhle $\overline{b}$ ist. Der dem Vocal *A* entsprechende Eigenton der Mundhöhle ist $\overline{\overline{b}}$ bis $\overline{\overline{d}}$.

Die Gestaltung der Mundhöhle, welche den Vocalen *Ä*, *Ö*, *E*, *Ü* und *I* entspricht, gleicht einer mit einem engen Halse versehenen Flasche, deren Luftmasse für zwei Töne anspricht, von denen der eine anzusehen ist als Eigenton des Bauches, der andere als solcher des Halses. Für *Ä* sind diese beiden Eigentöne $\overline{b}$ und $\overline{\overline{\overline{g}}}$; für *E* sind sie $\overline{f}$ und $\overline{\overline{\overline{b}}}$, für *I* aber sind sie *f* und $\overline{\overline{\overline{\overline{d}}}}$. In den meisten Fällen kommt der tiefere dieser beiden Töne wohl wenig zur Geltung.

Während nun durch den Einfluss der Mundhöhle alle mit den Eigentönen derselben zusammenfallenden Obertöne verstärkt werden, erscheinen die übrigen Obertöne mehr oder weniger gedämpft.

So ist der Charakter des Vocals *U*, selbst wenn der charakteristische Ton *f* nicht hörbar wird, durch die Dämpfung aller Obertöne bedingt.

Die Vocalklänge unterscheiden sich von den Klängen anderer musikalischer Instrumente wesentlich dadurch, dass ihre Obertöne nicht von der Ordnungszahl derselben, sondern von der absoluten Tonhöhe abhängen. Wenn man z. B. den Vocal *A* auf die Note *Es* singt, so ist der verstärkte Ton $\overline{\overline{\overline{b}}}$ der 12te Oberton des Klanges; wenn man aber denselben Vocal auf die Note $\overline{b}$ singt, so ist es der 2te Oberton des Klanges, welcher verstärkt wird.

Diese Theorie der Vocallaute lässt sich durch künstliche Zungenpfeifen bestätigen, welche mit passenden Ansatzröhren combinirt sind, wie dies zuerst durch Willis geschehen ist. Noch besser und deutlicher als mit cylindrischen Röhren erhält man die Vocale durch Anwendung abgestimmter kugelförmiger Hohlräume. Als Helmholtz auf eine Zungenpfeife, welche *b* gab, eine gleichfalls auf *b* abgestimmte gläserne Resonanzkugel aufsetzte, erhielt er den Vocal *U*. Mit der Kugel $\overline{b}$ erhielt er *O*; ein geschlossenes *A* erhielt er mit der Kugel $\overline{\overline{b}}$, ein scharfes *A* mit der Kugel $\overline{\overline{\overline{d}}}$. Auch ist es ihm gelungen, mit derselben Zungenpfeife die Vocale *Ä*, *E* und *I* hervorzubringen, indem er gläserne Hohlkugeln aufsetzte, in deren äussere Oeffnung noch ein 6 bis 10 Centimeter langes Glasröhrchen eingefügt war, um die doppelte Resonanz der Mundhöhle bei diesen Vocalen nachzuahmen.

Helmholtz hat die Vocalklänge auch durch Combination von Stimmgabeltönen nachgeahmt, welche durch resonirende Hohlräume verstärkt waren. In Betreff dieser interessanten Versuche müssen wir aber auf dessen schon mehrfach citirtes Werk über die physikalische Theorie der Musik verweisen.

Die Consonanten der menschlichen Sprache rühren von Geräuschen her, welche, mit den Lippen, den Zähnen, der Zunge u. s. w. her-

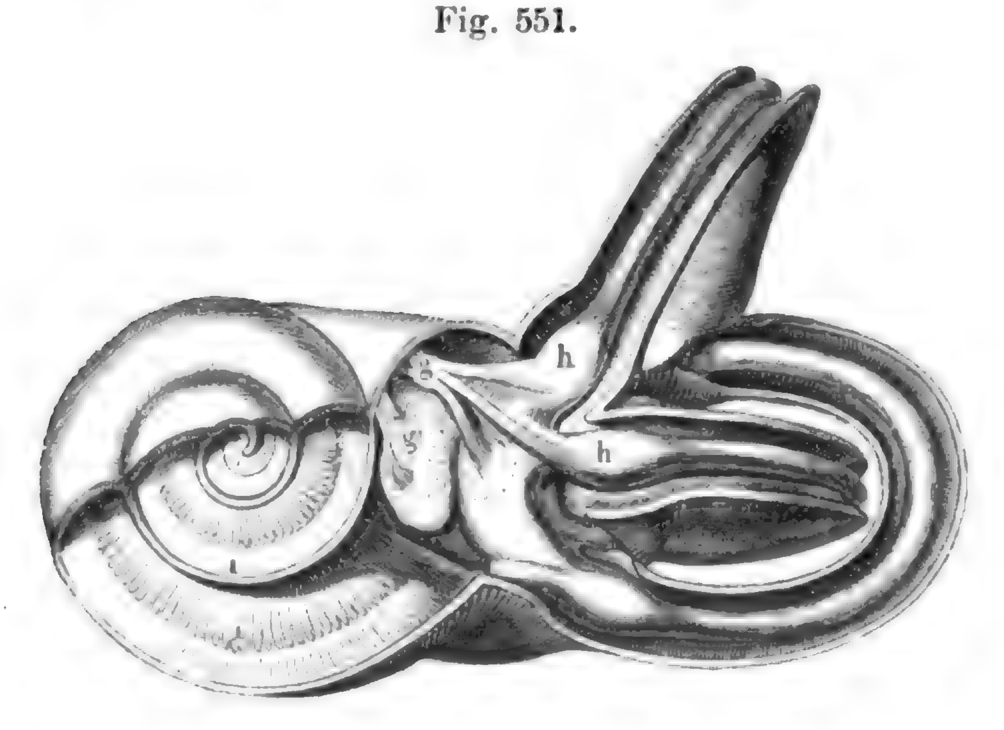
Digitized by Google

vorgebracht, den Anfang oder das Ende der Vocalklänge begleiten. Diese Geräusche sind meist weniger intensiv als die Vocalklänge selbst und verschwinden deshalb in einiger Entfernung bereits vollständig, wenn man die Vocalklänge noch deutlich und unterscheidbar hört. Es geht daraus auch hervor, dass man, um für etwas schwerhörige Personen verständlich zu reden, keineswegs lauter zu sprechen nöthig hat, sondern dass es genügt die Consonanten schärfer hervorzuheben.

Das Gehörorgan besteht aus drei Haupttheilen, dem äusseren Ohre, welches durch die Ohrmuschel und den Gehörgang gebildet wird; der Trommelhöhle, welche von dem Gehörgange durch das Trommelfell getrennt ist, und dem Labyrinthe. Das Labyrinth besteht aus knöchernen Höhlungen, welche mit einer Flüssigkeit angefüllt sind, in welcher sich der Gehörnerv verbreitet; um auf diesen Nerven wirken zu können, müssen die Schallvibrationen der ganz von Knochen umgebenen Flüssigkeit im Labyrinthe mitgetheilt werden; dies wird durch zwei Oeffnungen des Labyrinthes vermittelt, sie heissen das ovale und das runde Fenster; beide sind mit einem zarten Häutchen überspannt; auf die Membran des ovalen Fensters ist ein Knöchelchen aufgewachsen, welches Steigbügel genannt und von welchem sogleich näher die Rede sein wird. 197

Die Fig. 551 stellt das Labyrinth in stark vergrössertem Maass-

Fig. 551.



stabe zum Theil geöffnet dar. Es besteht aus drei Haupttheilen, der Schnecke, dem Vorhof und den halbkreisförmigen Canälen. Der akustische Nerv verbreitet sich theils in den Vorhof, wo er sich auf die Ampullen, Röhren, welche in den halbkreisförmigen Canälen liegen und mit einer besonderen Flüssigkeit gefüllt sind, ansetzt, grösstentheils aber, in ganz feine Verzweigungen ausgehend, in die Schnecke. Die

Digitized by Google

einzelnen Windungen der Schnecke sind nämlich durch eine diesen Windungen parallele feine knöcherne Scheidewand in zwei Theile getheilt. Diese Scheidewand ist sehr porös und zellig, und in diese Zellen verbreiten sich die letzten Verzweigungen des akustischen Nerven, wie dies in unserer Figur an dem aufgebrochenen Theile der Schnecke zu sehen ist.

Zu dem Labyrinthe werden nun die Schallschwingungen durch die in der Trommelhöhle befindlichen kleinen Knöchelchen fortgeleitet; diese Knöchelchen sind der Hammer, welcher mit seinem Griffe an der inneren Seite des Trommelfelles angewachsen ist; an den Hammer setzt sich der Amboss an, und mit diesem hängt durch das linsenförmige Knöchelchen des Sylvius der Steigbügel zusammen, dessen Tritt gerade das ovale Fenster verschliesst. Aus der Uebersichtsfigur Fig. 552, in welcher der Deutlichkeit wegen die inneren Theile des Ohrs

Fig. 552.

unverhältnissmässig gross gezeichnet sind, ist ungefähr die gegenseitige Lage aller dieser Theile zu ersehen. *a* ist der Gehörgang, welcher die Schallwellen von der Ohrmuschel zum Trommelfell führt. Das Trommelfell trennt die Trommelhöhle von dem Gehörgange. Durch die Eustachische Röhre *b* steht die Trommelhöhle mit der Mundhöhle in Verbindung, so dass die Luft in der Trommelhöhle stets mit der äusseren sich ins Gleichgewicht stellen kann. *d* ist der Hammer, welcher einerseits an das Trommelfell angewachsen, mit seinem anderen Ende aber an den Amboss *e* angesetzt ist. *f* ist der Steigbügel, welcher, wie man

Digitized by Google

sieht, das ovale Fenster verschliesst, *o* ist das runde Fenster; *n* ist der akustische Nerv, welcher sich im Labyrinthe verbreitet.

Das runde Fenster sowohl wie das ovale sind, wie bereits bemerkt wurde, durch Membranen verschlossen. Auf der Mitte der Membran des ovalen Fensters ist die Platte des Steigbügels aufgewachsen.

Die einzelnen Theile des Gehörorgans sind nicht so freiliegend, wie es aus Fig. 552 etwa scheinen möchte; hier ist die knöcherne Hülle, welche Alles einschliesst, der Deutlichkeit wegen ganz weggelassen. Der Gehörgang selbst geht durch den Knochen des Schlafbeins hindurch, die Trommelhöhle ist ringsum von Knochenwänden umgeben, und das Labyrinth ist ebenfalls so vollständig in einen Knochen, welcher seiner Härte wegen den Namen des Felsenbeins trägt, eingewachsen, dass man es nur mit Mühe blosslegen kann. Um eine richtige Vorstellung davon zu geben, wie die einzelnen Theile des Gehörgangs in die Knochenmasse eingewachsen sind, ist in Fig. 553 ein wirklich anatomischer Durchschnitt desselben in natürlicher Grösse dargestellt. *a* ist der Durchschnitt der Schnecke, *b* einer der halbzirkelförmigen Canäle, *n* der akustische Nerv, *t* das Trommelfell; auch der Hammer, Amboss und der Steigbügel sind in Fig. 553 deutlich zu erkennen.

Fig. 553.

Die Ohrmuschel dient dazu, die Schallwellen aufzunehmen und durch den Gehörgang zum Trommelfelle hinzuleiten; dadurch nun wird das Trommelfell in Vibrationen versetzt, die durch die Gehörknöchelchen zum Labyrinthe geleitet werden. Durch einen Muskel kann das Trommelfell mehr oder weniger gespannt und nach innen gezogen, durch einen andern Muskel kann der Steigbügel bewegt, dadurch aber auch natürlich die Intensität der Mittheilung des Schalles modificirt werden.

Was die Functionen des runden Fensters betrifft, so war man früher der Ansicht, dass es bestimmt sei, solche Schallschwingungen aufzunehmen und der Schnecke zuzuführen, welche sich von dem Trommelfell auf die

Digitized by Google

Luft in der Trommelhöhle fortgepflanzt haben. Eduard Weber hat aber gezeigt, dass diese Ansicht irrig sei. Nach ihm ist die Fenestra rotunda eine Gegenöffnung des Labyrinthes, welche dazu dient, die Mittheilungen der Bewegungen des Steigbügels an das Labyrinthwasser möglich zu machen. Wenn die Höhle des Labyrinthes nur eine Oeffnung, das ovale Fenster, hätte, so könnten die Bewegungen des auf der verschliessenden Membran dieser Oeffnung befestigten Steigbügels nur dadurch dem Labyrinthwasser mitgetheilt werden, dass diese fast incompressibele Flüssigkeit comprimirt und dilatirt würde, was die schwachen Bewegungen des Steigbügels nicht zu leisten im Stande sind. Die Stösse des Steigbügels werden vielmehr von dem ovalen Fenster zum runden Fenster durch das Labyrinthwasser hindurch fortgepflanzt und setzen die dasselbe verschliessende Membran in entsprechende Schwingungen. Indem die Membranen des ovalen und des runden Fensters synchronisch hin und her schwingen, wird das zwischen ihnen befindliche Labyrinthwasser mechanisch, d. h. ohne Verdichtungs- und Verdünnungswellen, hin und her bewegt und mit ihnen die Säckchen der Ampullen des häutigen Labyrinths.

Das Wesentlichste am Gehörorgane ist der Gehörnerv; daher kann das Trommelfell verletzt und die Reihe der Gehörknöchelchen unterbrochen sein, ohne dass deshalb das Gehör ganz aufhört; ja bei manchen Thieren, wie bei den Krebsen, besteht das Gehörorgan nur aus einem mit Flüssigkeit gefüllten Bläschen, auf welchem sich der Hörnerv ausbreitet.

Bei den Fischen fehlt die Schnecke; die nackten Amphibien haben nur ein, nämlich nur das ovale Fenster, welches durch den Steigbügel verschlossen wird.

Dass das Trommelfell in der That ganz dieselbe Rolle spielt, wie die elastische Membran des Phonautographen Fig. 539, d. h. dass sie ganz nach den in §. 188 besprochenen Principien durch die in den Gehörgang eintretenden Schallwellen in Vibrationen gesetzt wird, geht auch daraus hervor, dass Politzer ganz ähnliche Zeichnungen, wie die in Fig. 540 dargestellten, einfach dadurch hervorbrachte, dass er den Scott'schen Phonautographen ohne weiteres durch das Gehörorgan ersetzte. Das schreibende Stielchen war entweder auf dem Hammer, oder auf dem Amboss, oder endlich an der unteren Fläche des Steigbügels befestigt; die Töne wurden durch Orgelpfeifen erzeugt und im Ohre durch einen Helmholtz'schen Resonator verstärkt.

Digitized by Google

Drittes Buch.

OPTIK,

ODER

DIE LEHRE VOM LICHTE.

Digitized by Google

Erstes Capitel.

Allgemeine Bemerkungen über die Fortpflanzung des Lichtes.

Einleitung. Die von einem leuchtenden Körper ausgehenden 198 Lichtstrahlen verbreiten sich im Raum gleichförmig nach allen Seiten hin.

Alle leuchtenden Körper bestehen wesentlich aus wägbarer Materie; der leere Raum kann wohl das Licht fortpflanzen, aber nicht erzeugen. Alle leuchtenden Körper lassen sich in immer kleinere und kleinere Theilchen zerlegen, und die letzten noch physikalisch wahrnehmbaren Theilchen heissen leuchtende Punkte. Sowie also jeder Körper eine Vereinigung von Molekülen ist, so ist ein leuchtender Körper eine Vereinigung leuchtender Punkte.

Die undurchsichtigen Körper lassen das Licht nicht durch ihre Masse hindurchdringen; die Undurchsichtigkeit hängt aber immer von der Dicke der Körper ab, denn alle Körper, wenn man sie nur dünn genug machen kann, lassen immer etwas Licht durch. So nimmt man z. B. durch ein dünnes Goldblättchen, welches auf eine Glasplatte aufgeklebt ist, ein bläulich-grünes Licht wahr, wenn man nach einer Kerzenflamme oder dem hellen Himmel sieht.

Durchsichtige Körper gestatten dem Lichte den Durchgang, und durch sie kann man deutlich die Gestalt der Gegenstände erkennen. Die Gase, die Flüssigkeiten, die meisten krystallisirten Körper scheinen vollkommen durchsichtig zu sein, wenn man sie in kleinen Massen nimmt, denn sie erscheinen in diesem Falle ungefärbt und lassen nicht allein die Form der Körper, sondern auch ihre Farben deutlich wahrnehmen; die durchsichtigsten Körper jedoch erscheinen gefärbt, wenn sie eine hinlängliche Dicke haben, ein Beweis, dass sie einen Theil des Lichtes absorbiren. Ein Tropfen Wasser z. B. erscheint vollkommen farblos, während das Wasser in Masse eine entschieden bläulich-grüne Farbe hat.

Die durchscheinenden Körper lassen allerdings einiges Licht durch, ohne dass man aber durch sie die Gestalt oder die Farbe der Gegenstände zu erkennen im Stande ist.

Digitized by Google

199 **Geschwindigkeit des Lichtes.** Vergeblich hatten die Mitglieder der Florentinischen Akademie durch Versuche auf der Erde die Geschwindigkeit des Lichtes zu ermitteln versucht. Erst Olaf Römer, ein Däne, war so glücklich, durch seine fleissigen Beobachtungen der Jupiterstrabanten, die er in den Jahren 1675 und 1676 mit Cassini dem Aelteren auf der Sternwarte zu Paris anstellte, dieselbe zu bestimmen. Näheres darüber findet man in meiner kosmischen Physik.

Vor einigen Jahren ist es Fizeau gelungen, auch ohne astronomische Beobachtungen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu messen. Folgendes ist das Princip seiner äusserst sinnreichen Methode.

Wenn eine Scheibe, deren Umfang nach Art der gezahnten Räder in eine Anzahl gleicher abwechselnd voller und leerer Abtheilungen getheilt ist, rasch um ihre Axe umgedreht wird, so ist die Zeit, welche verstreicht, während ein solcher Zahn oder ein solcher Zwischenraum vor einem bestimmten Punkte vorübergeht, ausserordentlich gering. Man kann es leicht dahin bringen, dass die Zeit des Vorüberganges eines Zahnes oder einer Lücke nur etwa $^1/_{10000}$ Secunde beträgt, und in so kurzer Zeit legt auch das Licht einen nicht gar grossen Weg von ungefähr 4 Meilen zurück. Dringt nun durch einen Zwischenraum am Umfange des rotirenden Rades ein Lichtstrahl hindurch, der von einem entfernten Spiegel in derselben Richtung reflectirt wird, in welcher er kam, so wird er bei seiner Rückkehr zum Rade, an der Stelle, wo er die Lücke passirte, je nach der Rotationsgeschwindigkeit des Rades entweder einen Zahn oder eine andere Lücke finden, er wird also je nach den Umständen entweder durch einen Zahn aufgehalten werden oder durch eine Lücke hindurchgehen.

Darauf gründet nun Fizeau sein Verfahren. Fig. 554 stellt seinen Apparat, von welchem man im vierten Bande von Arago's populärer Astronomie (deutsch bearbeitet von Hankel) eine perspectivische Ansicht findet, schematisch dar.

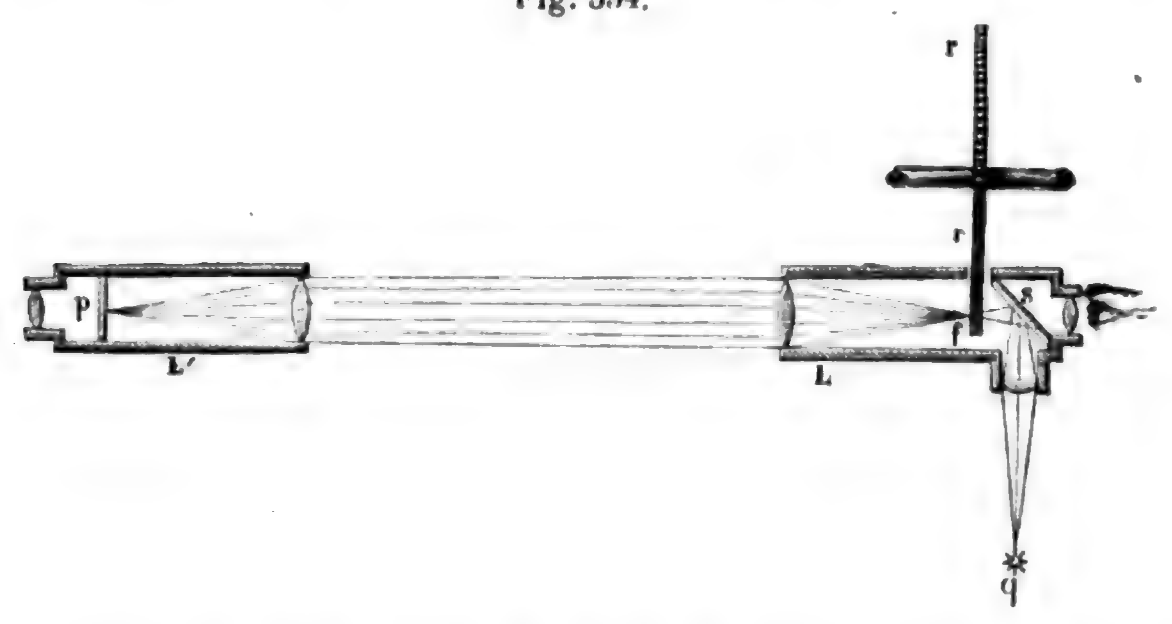
L und *L'* sind zwei Fernröhre, welche in einer Entfernung von 8633 Metern von einander so aufgestellt waren, dass man durch jedes das Objectiv des anderen deutlich sehen konnte. In dem Fernrohre *L* ist unter einem Winkel von 45° gegen die Axe desselben ein durchsichtiger Spiegel *s* zwischen dem Ocular und dem Brennpunkte des Objectivs angebracht, welcher das seitlich einfallende Licht einer sehr hell leuchtenden Lampe *q* gegen das Objectiv hin reflectirt. In dem seitlichen Rohre ist eine Linse oder ein Linsensystem angebracht, durch welche ein Bild der Lichtquelle *q* im Brennpunkte des Objectivs entworfen wird, so also, dass die von *q* ausgehenden und durch den Spiegel *s* reflectirten Strahlen aus dem Objectiv des Fernrohres *L* als ein Bündel paralleler Strahlen austreten, und folglich im Brennpunkte des Objectivs von *L'* wieder vereinigt werden. Hier aber befindet sich ein Planspiegel *p*, welcher normal auf der Axe des Fernrohrs *L'* steht, die Strahlen gehen also auf demselben Wege wieder zum ersten Fernrohre zurück, um im Brennpunkt *f* seines Objectivs abermals vereinigt zu werden, wo das Bild der Lichtquelle

Digitized by Google

q nun durch den Spiegel s hindurch mittelst des Oculars des Fernrohres L betrachtet werden kann.

Auf der anderen Seite des Fernrohres L ist nun eine zweite Oeff-

Fig. 554.



nung angebracht, durch welche der Rand des gezahnten Rades rr in dasselbe hineinragt. Die Ebene des Rades rr geht gerade durch den Brennpunkt des Objectivs.

Der Versuch gelang vollkommen. Je nachdem die Rotationsgeschwindigkeit grösser oder kleiner war, sah man bald einen hellglänzenden Lichtpunkt oder das Gesichtsfeld blieb vollkommen dunkel. Die erste Verdunkelung trat bei 12,6 Umdrehungen in der Secunde ein. Bei der doppelten Umdrehungsgeschwindigkeit glänzte der Lichtpunkt von Neuem, bei der dreifachen wurde er wieder unsichtbar.

Die Scheibe hatte 720 Zähne und war mit einem durch Gewichte in Bewegung gesetzten Räderwerk in Verbindung gebracht. Ein Zählerwerk erlaubte die Umdrehungsgeschwindigkeit des Rades rr genau zu messen.

Die Breite jedes Zahnes oder jeder Lücke beträgt $^1/_{1440}$ vom Umfange des Rades, bei 12,6 Umdrehungen in der Secunde dauert es also $\frac{1}{1440 \,.\, 12,6} = {}^1/_{18144}$ Secunde, während eine Zahnlücke den Brennpunkt f passirt; das Licht aber, welches durch die Zahnlücke hindurchgeht, kommt gerade vom anderen Fernrohre zurück, während ein Zahn im Punkte f ist, folglich hat das Licht in $^1/_{18144}$ Secunden den Weg von $2 \,.\, 8633 = 17266$ Metern zurückgelegt, die Geschwindigkeit des Lichtes ist also $17266 \times 18144 = 313274304$ Meter oder $\frac{313274304}{7420} = 42220$ geographische Meilen in der Secunde.

Das Mittel von 28 solchen Beobachtungen ergab für die Geschwindigkeit des Lichtes 42505 Meilen in der Secunde, ein Resultat, welches mit den Ergebnissen der astronomischen Beobachtungen sehr gut harmonirt.

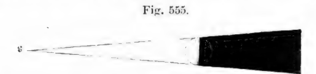
Digitized by Google

200 **Geradlinige Fortpflanzung des Lichtes.** So lange ein Lichtstrahl in einem und demselben überall gleich dichten Mittel (etwa in Luft oder in Wasser) bleibt, pflanzt er sich in gerader Linie fort. Wir wollen hier einige Consequenzen dieser geradlinigen Fortpflanzung näher betrachten.

Wenn ein undurchsichtiger Körper nur von einem einzigen leuchtenden Punkte aus erleuchtet wird, so ist der Schatten leicht zu bestimmen. Die Gesammtheit aller Linien, welche, von dem leuchtenden Punkte ausgehend, den dunklen Körper berühren, bildet eine konische Oberfläche, und derjenige Theil derselben, welcher jenseits des dunkelen Körpers liegt, bildet die Gränze des Schattens, Fig. 555.

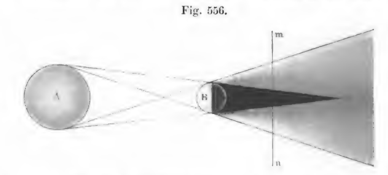
Wenn der leuchtende Körper eine namhafte Ausdehnung hat, so ist

Fig. 555.



ausser dem Schatten auch noch der Halbschatten zu unterscheiden. Der Schatten, der in diesem Falle auch der Kernschatten genannt wird, ist der Raum, welcher gar kein Licht empfängt, der Halbschatten hingegen ist die Gesammtheit aller der Orte, welche von einigen Punkten des leuchtenden Körpers Licht empfangen, von anderen aber nicht. Es

Fig. 556.



sei z. B. A, Fig. 556, eine grosse leuchtende Kugel, B eine kleinere undurchsichtige. Wie weit sich der Kernschatten, wie weit sich der Halbschatten erstreckt, ist aus der Figur deutlich zu ersehen. Durch einen Schirm in mn aufgefangen, würde der Schatten das Ansehen Fig. 557 haben. Der Durchmesser des Kernschattens nimmt mit der Entfernung vom leuchtenden Körper ab, der Durchmesser des Halbschattens aber nimmt zu. Ganz nahe beim schattengebenden Körper ist deshalb der Kernschatten nur von einem schmalen Halbschatten umgeben; nahe hinter dem Körper, welcher

Fig. 557.

Digitized by Google

den Schatten wirft, ist er deshalb ziemlich scharf begränzt; in grösserer Entfernung ist die Breite des Halbschattens bedeutender, der Uebergang vom Kernschatten zum vollen Lichte deshalb allmäliger, der Schatten erscheint nicht mehr scharf, sondern verwaschen. Jenseits des Punktes S hört der Kernschatten ganz auf, und der an der Breite immer zunehmende Halbschatten wird deshalb auch immer unbestimmter und schwächer.

Auf diese Weise erklärt sich, dass der Schatten eines dem Sonnenlichte ausgesetzten Körpers, dicht hinter demselben aufgefangen, scharf begränzt, in grösserer Entfernung hingegen ganz unbestimmt ist. So kann man z. B. nicht mehr mit Bestimmtheit den Punkt angeben, wo der Schatten einer Thurmspitze auf den Boden aufhört. Ein Haar, welches im Sonnenlichte dicht über ein Blatt Papier gehalten wird, wirft einen scharfen Schatten, hält man es aber nur zwei Zoll hoch über dem Papier, so ist wohl kaum noch ein Schatten wahrzunehmen.

Wenn man das von einem leuchtenden Punkte ausgehende Licht durch einen Schirm auffängt, in welchem eine ganz kleine Oeffnung gemacht ist, so wird das durch die Oeffnung durchgehende Licht einen scharf begränzten Lichtstrahl bilden; lässt man diesen Strahl auf einen zweiten Schirm fallen, von welchem sonst alles Licht abgehalten ist, so erhält man einen hellen Fleck auf dunklem Grunde. Auf diese Weise erhält man in einem ganz dunklen Zimmer auf einer Wand, welche der feinen Oeffnung im Laden gegenübersteht, ein Bild von jedem ausserhalb befindlichen leuchtenden Punkte, welcher Lichtstrahlen durch diese Oeffnung ins Zimmer sendet, und so entstehen auf der Wand verkehrte Bilder aller ausserhalb befindlichen Gegenstände, wie dies die Fig. 558 erläutert.

Diese Erscheinung auf die eben erwähnte Art zu beobachten, hat

Fig. 558.

man nicht immer die passenden Localitäten; mit einem sehr einfachen Apparate lässt sie sich überall zeigen. In einer Röhre A, Fig. 559 (a. f. S.), lässt sich eine zweite, B, aus- und einschieben, wie sich eine Fernrohrröhre in die andere schieben lässt. Die Röhre A ist auf der einen (in

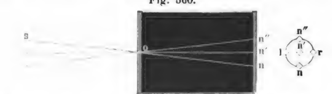
Digitized by Google

unserer Figur der rechten) Seite durch einen dünnen Deckel verschlossen, in dessen Mitte sich ein kleines, ungefähr 1/2 Linie weites Loch befindet. Die andere Röhre, *B*, ist an dem der kleinen Oeffnung zugekehrten Ende mit einem mattgeschliffenen Glase oder auch mit einem halbdurchsichtigen Papiere (Durchzeichenpapier) verschlossen. Sieht man nun von *n* aus in die Röhre *B*, so erblickt man auf dem durchscheinenden Schirm die verkehrten Bilder der Gegenstände, gegen welche der Apparat gerichtet ist.

Fig. 559.

Wenn man das Licht der Sonne durch eine kleine Oeffnung fallen lässt, so erhält man jederzeit ein rundes Sonnenbild, welches auch die Gestalt der Oeffnung selbst sein mag. Diese anfangs auffallend erscheinende Thatsache erklärt sich ganz einfach. Wenn die Sonne ein einziger leuchtender Punkt wäre, so würde auf der Wand, welche der Oeffnung gegenüberliegt, ein heller Fleck sich bilden, welcher genau die Gestalt der Oeffnung hat. Nehmen wir an, die Oeffnung *o*, Fig. 560, sei viereckig, so wird das vom höchsten Punkte der Sonnen-

Fig. 560.



scheibe ausgehende Licht in der Richtung *son* auf den Schirm fallen, und bei *n* wird ein kleiner viereckiger heller Fleck entstehen. Der tiefste Punkt der Sonne veranlasst ein viereckiges Bild bei *n''*; der mittlere Punkt der Sonnenscheibe aber den eckigen Flecken *n'*. Das Bildchen *l* rührt von dem äussersten Punkte am rechten, *r* aber von dem äussersten Punkte am linken Sonnenrande her. Alle übrigen Punkte des Sonnenrandes geben viereckige Bilder, die auf den Umfang des Kreises *ln''rn* fallen, während die übrigen Punkte der Sonne das Innere dieses Kreises erleuchten; die Gesammtheit aller der einzelnen viereckigen hellen Bildchen zusammengenommen bildet mithin einen kreisförmigen hellen Fleck.

201 **Die Intensität des Lichtes nimmt im umgekehrten Verhältniss des Quadrats der Entfernung ab.** Denken wir uns einen leuchtenden Punkt in der Mitte einer Hohlkugel, so wird die Oberfläche derselben alles von dem Punkte ausgehende Licht auffangen. Befände sich derselbe leuchtende Punkt in der Mitte einer Hohlkugel von einem 2mal, 3mal, 4mal so grossen Halbmesser, so würden auch die Oberflächen dieser grösseren Kugeln alles von dem leuchtenden Punkte ausgehende Licht auffangen. Nun aber lehrt uns die Geometrie, dass die Oberflächen der Kugeln sich verhalten wie die Quadrate ihrer Halbmesser; wenn sich also die Halbmesser der Kugeln verhalten wie 1 : 2 : 3,

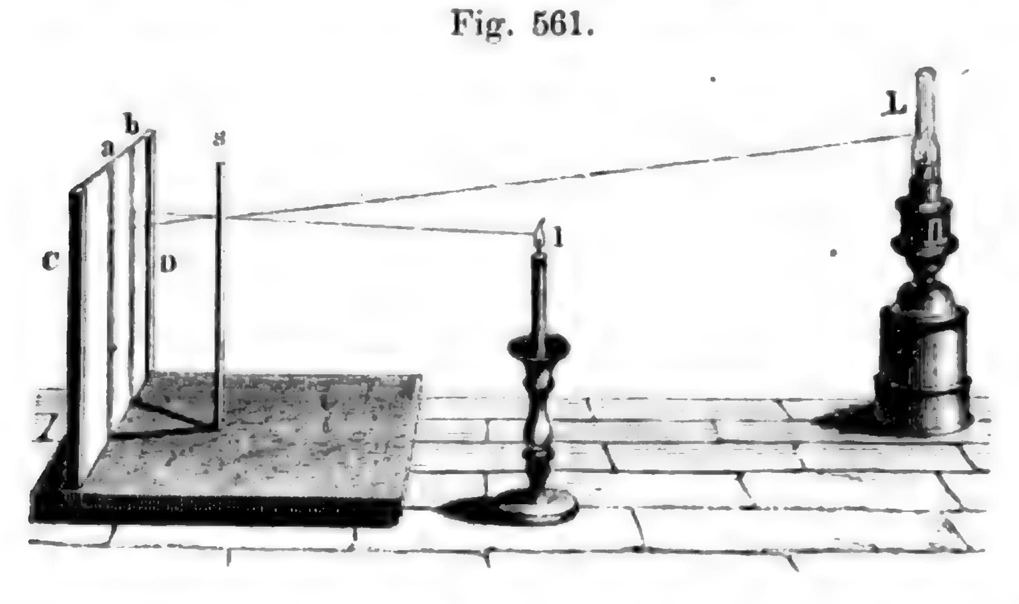
Digitized by Google

so verhalten sich ihre Oberflächen wie 1 : 4 : 9. Wenn sich also derselbe leuchtende Punkt in der Mitte einer Kugel von 2mal, 3mal so grossem Halbmesser befindet, so muss sich dieselbe Lichtmenge über eine 4mal, 9mal so grosse Oberfläche verbreiten; die Intensität der Erleuchtung muss also 4mal, 9mal schwächer sein, wenn sich die erleuchteten Flächen in einer 2mal, 3mal so grossen Entfernung vom leuchtenden Punkte befinden, oder allgemein: die Intensität der Erleuchtung nimmt in dem Verhältnisse ab, in welchem das Quadrat der Entfernung wächst.

Dieser Satz lässt sich nicht mehr mit aller Strenge auf einen leuchtenden Körper von namhafter Oberfläche anwenden, dessen Licht man in geringen Entfernungen auffängt.

Auf den Satz, dass die Stärke der Erleuchtung sich umgekehrt verhält, wie das Quadrat der Entfernung von der Lichtquelle, gründen sich die verschiedenen unter dem Namen Photometer bekannten Vorrichtungen, die man anwendet, um die Lichtstärke verschiedener Lichtquellen zu vergleichen. Das Wesentliche des Rumford'schen Photometers kann man aus Fig. 561 ersehen. *CD* stellt eine weisse Wand dar; nahe vor der-

Fig. 561.



selben ist ein undurchsichtiges Stäbchen *s*, etwas dicker als ein Bleistift aufgestellt; wenn sich nun eine Kerzenflamme in *l*, eine andere Flamme in *L* befindet, so werden auf der Wand zwei Schatten des Stäbchens entstehen, der eine in *a*, der andere in *b*. Derjenige Theil der Wand, auf welchem sich kein Schatten befindet, ist von beiden Flammen beschienen, der Schatten *b* aber ist nur durch die Flamme *L*, *a* nur durch *l* beleuchtet. Wenn nun beide Lichtquellen vollkommen gleich sind, so werden die beiden Schatten gleich dunkel erscheinen, wenn sich die beiden Flammen in gleicher Entfernung befinden. Wenn aber die Lichtquelle *L* stärker leuchtet, so wird bei gleicher Entfernung der Schatten *a* dunkler erscheinen als *b*, und um die beiden Schatten wieder gleich zu machen, müsste man *L* weiter vom Schirme entfernen.

Will man die Intensitäten *i* und *J* der beiden Lichtquellen *l* und *L* mit einander vergleichen, so hat man bei unveränderter Stellung der

Digitized by Google

einen die andere so weit zu verrücken, dass die beiden Schatten a und b vollkommen gleich stark erscheinen. Bezeichnet man nun für diesen Fall die Entfernungen der Lichtquellen l und L vom Schirm mit d und D, so ist

$$i : J = d^2 : D^2,$$

also

$$J = i \frac{D^2}{d^2}.$$

Es sei z. B. l eine Wachskerze, welche 3 Fuss weit vom Schirm entfernt ist, L eine Argand'sche Lampe, welche man bis auf 7 Fuss vom Schirm entfernen muss, wenn die beiden Schatten gleich sein sollen, so ergiebt sich

$$J = i \cdot \frac{49}{9} = i \cdot 5{,}44,$$

die Leuchtkraft der Argand'schen Lampe wäre für diesen Fall 5,44, also beinahe $5^1/_2$mal so gross als die der Wachskerze.

Das Bunsen'sche Photometer besteht im Wesentlichen aus einem Papierschirm, in dessen Mitte sich ein mit Wachs oder Stearin gemachter Fettfleck befindet. Dieser Fleck erscheint hell auf dunklem Grunde, wenn der Schirm von der Rückseite her stärker erleuchtet ist, als von der Vorderseite.

Das Licht, welches den Papierschirm trifft, wird, wie Bohn gezeigt hat, in drei Theile zerlegt; ein Theil wird zurückgeworfen, ein Theil wird durchgelassen und ein dritter Theil endlich wird absorbirt. Es sei für den nicht gefetteten Theil des Schirms a die zurückgeworfene, b die durchgelassene und c die absorbirte Lichtmenge, so haben wir, wenn 1 die Intensität des auffallenden Lichtes bezeichnet,

$$a + b + c = 1.$$

Ebenso sei für den Fettfleck α die zurückgeworfene, β die durchgelassene und γ die absorbirte Lichtmenge, so haben wir abermals, wenn die Intensität des auffallenden Lichtes gleich 1 ist,

$$\alpha + \beta + \gamma = 1.$$

Nehmen wir nun an, dass von der rechten Seite her Licht von der Intensität i, von der linken Seite aber Licht von der Intensität i' auf den Schirm fällt, so ist die Helligkeit, mit welcher der nicht befettete Theil des Schirms einem von der rechten Seite her schauenden Beobachter erscheint,

$$J = ia + i'b,$$

die Helligkeit, mit welcher der Fettfleck von derselben Seite betrachtet erscheint, ist aber

$$J' = i\alpha + i'\beta.$$

Fände nun gar keine Absorption statt ($c = o$ und $\gamma = o$) oder

Digitized by Google

wäre die Lichtabsorption an der befetteten Stelle des Schirmes eben so gross wie auf den nicht befetteten Partien, wäre also $c = \gamma$, so wäre auch $a + b = \alpha + \beta$, folglich würde $J = J'$ sein, wenn $i = i'$, d. h. der Fettfleck müsste gleich hell erscheinen wie der Grund, er müsste also unbemerkbar sein, wenn der Schirm gleich stark von beiden Seiten erleuchtet ist.

Dies ist aber in der That nicht der Fall. Wenn gleich weit vor und hinter dem Schirm zwei gleiche, gleich hell brennende Kerzen aufgestellt werden, so verschwindet der Fettfleck nicht, er erscheint hell auf dunklem Grunde.

Es rührt dies daher, dass das nicht gefettete Papier mehr Licht absorbirt als die gefettete Stelle, dass also $c > \gamma$; daraus folgt dann

$$a + b < \alpha + \beta,$$

für den Fall, dass der Schirm von beiden Seiten gleich stark erleuchtet ist, dass also $i = i'$, haben wir aber

$$J = i\,(a + b)$$
$$J' = i\,(\alpha + \beta),$$

also

$$J' > J.$$

Wenn auf beiden Seiten des Schirms gleich helle Kerzenflammen aufgestellt sind, so muss die auf der Rückseite etwas weiter vom Schirm entfernt, oder die auf der Vorderseite etwas genähert werden, wenn für den auf der Vorderseite stehenden Beobachter der Fleck verschwinden soll. Daraus geht auch hervor, dass der Fleck nicht gleichzeitig auf beiden Seiten des Schirms verschwinden kann.

Es geht ferner daraus hervor, dass wenn man zwei Lichtquellen l und L zu beiden Seiten des Schirms so aufgestellt hat, dass von einer Seite des Schirms gesehen der Fettfleck verschwindet, dass man alsdann aus dem Verhältniss ihrer Abstände d und D nicht auf das Verhältniss ihrer Lichtstärken schliessen kann; um dies Verhältniss zu ermitteln, hat man vielmehr in folgender Weise zu verfahren:

Nachdem man eine dritte, wenigstens für die Dauer des Versuchs constante Lichtquelle in einer beliebigen Entfernung hinter dem Schirm aufgestellt hat, wird zunächst die Lichtquelle l vor demselben aufgestellt und in solche Entfernung d gebracht, dass der Fettfleck von vorn gesehen verschwindet. Alsdann wird l entfernt, statt ihrer die Lichtquelle L vor dem Schirm aufgestellt und die Entfernung D derselben vom Schirm ermittelt, für welche nun der Fettfleck gleichfalls verschwindet. Die Lichtstärken der beiden Lichtquellen l und L verhalten sich alsdann, wie die Quadrate von d und D.

Fig. 562 (a. f. S.) erläutert eine Vorrichtung, deren man sich zu photometrischen Versuchen nach dem eben besprochenen Princip bedienen kann. — In einer 12 bis 15 Fuss langen auf der Seite in Fuss und Zoll getheilten Rinne, die wir die optische Bank nennen wollen, sind drei

Digitized by Google

Schieber angebracht, die man an jede beliebige Stelle der Bank hinschieben kann. Der mittlere Schieber *s* trägt einen Rahmen, über welchen

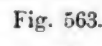
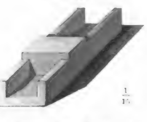


Fig. 563.



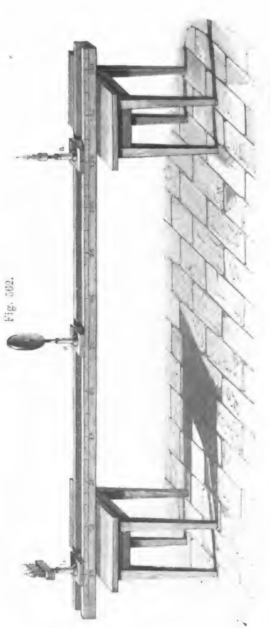


Fig. 562.

der in der Mitte mit einem Fettfleck versehene Papierschirm aufgespannt ist; die beiden anderen Schieber dienen als Träger der Lichtquellen, mit denen man Versuche anstellen will.

Der eben erwähnten optischen Bank wird später noch oft Erwähnung geschehen. Um ihre Einrichtung deutlicher zu machen ist in Fig. 563 ein Stück der Rinne sammt einem Schieber im doppelten Maassstab der Fig. 562 dargestellt.

Mit Hülfe dieser Vorrichtung kann man nun zunächst experimentell den Beweis führen, dass die Intensität der Erleuchtung im umgekehrten Verhältniss des Quadrats der Entfernung steht. Man stelle den Schieber *b*, auf welchem nebeneinander 4 gleiche und gleich brennende Stearinkerzen aufgesteckt sind, 5 Fuss weit vom Schirm *s* auf

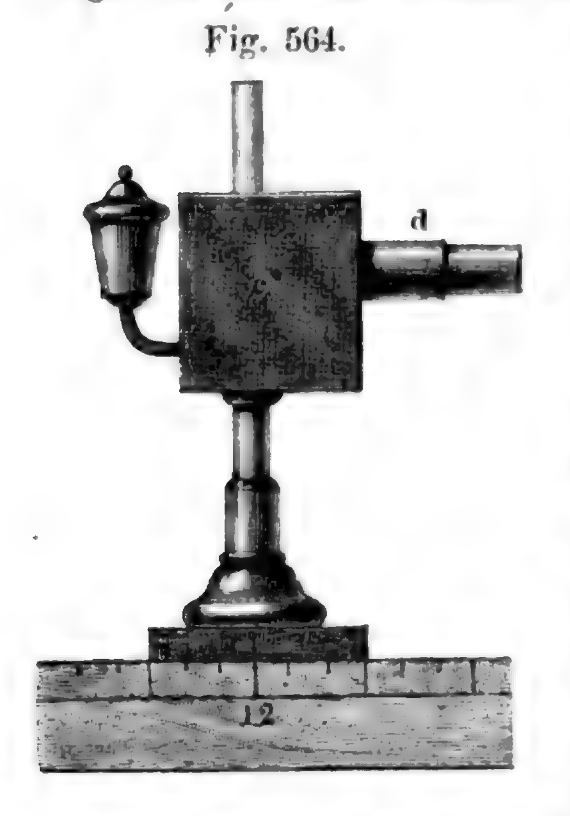
Digitized by Google

und rücke dann den Schieber *a*, welcher irgend eine Lichtquelle, etwa eine Kerze trägt, in solche Entfernung von *s*, dass der Fettfleck verschwindet, wenn man den Schirm von der linken Seite her betrachtet. Löscht man nun drei von den auf *b* steckenden Kerzen aus, so dass nur eine Flamme übrig bleibt, so muss man nun den Schieber *b* dem Schirm bis auf $2\frac{1}{2}$ Fuss nähern, wenn bei unverändertem Standpunkte des Beobachters und bei unveränderter Stellung des Schiebers *a* der Fettfleck abermals verschwinden soll.

Gewöhnlich vergleicht man die Lichtstärke verschiedener Lichtquellen mit der Lichtstärke der Flamme einer gewöhnlichen Sechser-Wachskerze, d. h. einer Wachskerze, von denen 6 auf 1 Pfund gehen. Solche Wachskerzen werden als Normalkerzen bezeichnet.

Fig. 564 stellt das Bunsen'sche Photometer in seiner ursprünglichen Gestalt dar. Als die Lichtquelle, mit welcher er alle anderen vergleicht, dient ihm eine Lampe, deren Flamme sich in einem inwendig geschwärzten Blechkasten *c* befindet, der mit dem Auszugsrohre *d* versehen ist. Die äussere Oeffnung dieses Rohres ist durch ein Papierdiaphragma verschlossen, welches in der Mitte einen kleinen Fleck von Stearin hat.

Fig. 564.



Um mit Hülfe dieser Vorrichtung die Intensität J einer Lichtquelle, etwa einer Gasflamme zu bestimmen, ermittelt man zuerst den Abstand l, in welchem man die Flamme der Normalkerze, und dann den Abstand L, in welchem man die Gasflamme vom Diaphragma bringen muss, damit der Fleck verschwindet. Die Lichtstärke J der Gasflamme ist alsdann

$$J = i\,\frac{L^2}{l^2},$$

wenn i die Lichtstärke der Normalkerze bezeichnet.

Das Bunsen'sche Photometer wird gegenwärtig von Desaga in Heidelberg in der Fig. 565 (a. f. S.) dargestellten Form ausgeführt. An dem einen Ende einer horizontalen getheilten Schiene ist die Normalkerze *c*, an dem anderen Ende derselben ist die Flamme *d* angebracht, deren Leuchtkraft mit der der Normalkerze verglichen werden soll.

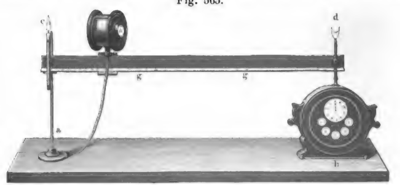
Auf der getheilten Schiene ist ein cylindrisches Gehäuse verschiebbar, dessen kreisförmige Rückwand vollkommen undurchsichtig ist, während in der vorderen Wand das Diaphragma mit dem Fettfleck angebracht ist. In der Mitte des Gehäuses befindet sich ein kleiner Gasbren-

Digitized by Google

ner, welchem das Leuchtgas durch einen Kautschukschlauch zugeführt wird.

Nach der linken Seite hin kann dieses Gehäuse nur bis zu einer bestimmten Gränze geschoben werden, indem der Schieber, welcher das Ge-

Fig. 565.



häuse trägt, hier an einer an der Schiene angebrachten Hervorragung anstösst. Dreht man das Gehäuse, wenn es sich an dieser Stelle befindet, aus der in der Figur dargestellten Lage um 180° herum, so dass das gefettete Diaphragma der Normalkerze zugekehrt ist, so beträgt der Abstand der Kerze von dem Papierschirm 20 Centimeter. Bei dieser Gränzstellung der Schiene nun wird der Zufluss des Gases zum Brenner im Inneren des Gehäuses so regulirt, dass der Fettfleck auf dem Diaphragma aufhört sichtbar zu sein.

Ist dies erreicht, so wird das Gehäuse wieder um 180° gedreht, so dass das Diaphragma nun der Flamme *d* zugekehrt ist und dann der Schieber mit dem Gehäuse so weit nach rechts geschoben, dass der Fettfleck auf dem Diaphragma abermals verschwindet. — Die Scala ist der Art eingerichtet, dass man unmittelbar die (auf die Normalkerze bezogenen) Lichtstärken ablesen kann. Mit 1, 2, 3, 4 u. s. w. sind also diejenigen Punkte der Schiene bezeichnet, auf welchen der Index des Schiebers einsteht, wenn das Diaphragma 20, $20\sqrt{2}$, $20\sqrt{3}$, $20\sqrt{4}$ u. s. w. Centimeter von der Flamme *d* entfernt ist.

Wenn die beiden Lichtquellen verschieden gefärbt sind, wenn z. B. die eine Flamme ein mehr röthliches, die andere ein mehr bläuliches Licht hat, so ist dies ein Umstand, welcher bei allen Photometern die Sicherheit der Beobachtung mehr oder weniger beeinträchtigt.

Digitized by Google

Zweites Capitel.

Von der Katoptrik oder der Reflexion des Lichtes.

Reflexion des Lichtes auf ebenen Flächen. Wenn man 202
in ein dunkles Zimmer einen Sonnenstrahl eintreten und auf eine polirte Metallfläche fallen lässt, so beobachtet man im Allgemeinen folgende zwei Erscheinungen: 1. man beobachtet in einer bestimmten Richtung einen Strahl, welcher von dem Spiegel herzukommen scheint und auf den Gegenständen, die er trifft, gerade so ein kleines Sonnenbildchen erzeugt, wie wenn der direct einfallende Sonnenstrahl diese Stelle getroffen hätte; solche Strahlen sind regelmässig reflectirt, ihre Lichtstärke ist um so bedeutender, je besser der Spiegel polirt ist; 2. von den verschiedenen Orten des dunklen Zimmers aus kann man denjenigen Theil des Spiegels unterscheiden, welcher von dem einfallenden Sonnenstrahl getroffen worden ist; es rührt dies daher, dass von der getroffenen Stelle des Spiegels ein Theil des einfallenden Lichtes unregelmässig reflectirt, d. h. nach allen Seiten hin zerstreut, diffundirt wird. Die Intensität des zerstreuten Lichtes ist um so grösser, je unvollkommener der Spiegel polirt ist.

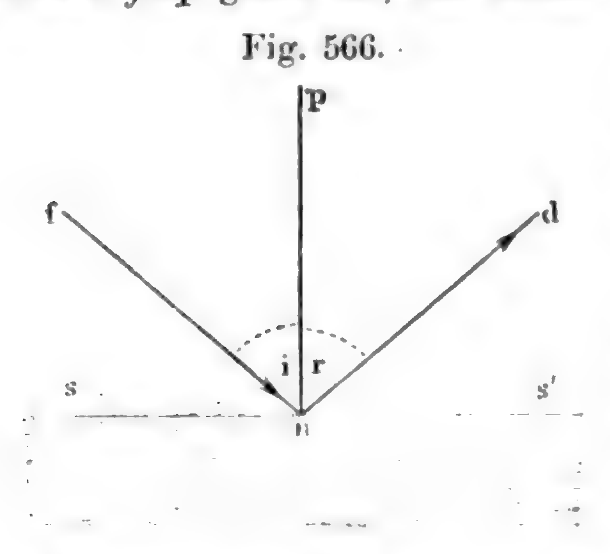
Wenn es absolut glatte spiegelnde Oberflächen gäbe, so würden wir sie durch unsere Augen gar nicht wahrnehmen können, denn die Körper sind in der Ferne nur durch die an ihrer Oberfläche zerstreuten Strahlen wahrnehmbar. Die regelmässig reflectirten Strahlen zeigen uns das Bild des leuchtenden Körpers, von dem sie kommen, aber nicht den reflectirenden Körper. Bei einem sehr guten Spiegel bemerken wir kaum die spiegelnde Ebene, welche sich zwischen uns und den Bildern befindet, die er uns zeigt.

Wir wollen nun die Richtung der regelmässig reflectirten Strahlen näher bestimmen. In Fig. 566 (a. f. S.) sei fn die Richtung des einfallenden Strahles und np ein in n auf der Ebene des Spiegels errichtetes Perpendikel, das Einfallsloth, so wird der Strahl in einer solchen Richtung

Digitized by Google

nd zurückgeworfen, dass der Reflexionswinkel *dnp* dem Einfallswinkel *fnp* gleich ist; der Strahl macht also vor und nach der Spiegelung einen gleichen Winkel mit dem Einfallslothe; ferner aber liegt der einfallende Strahl, das Einfallsloth, und der reflectirte Strahl in einer und derselben Ebene.

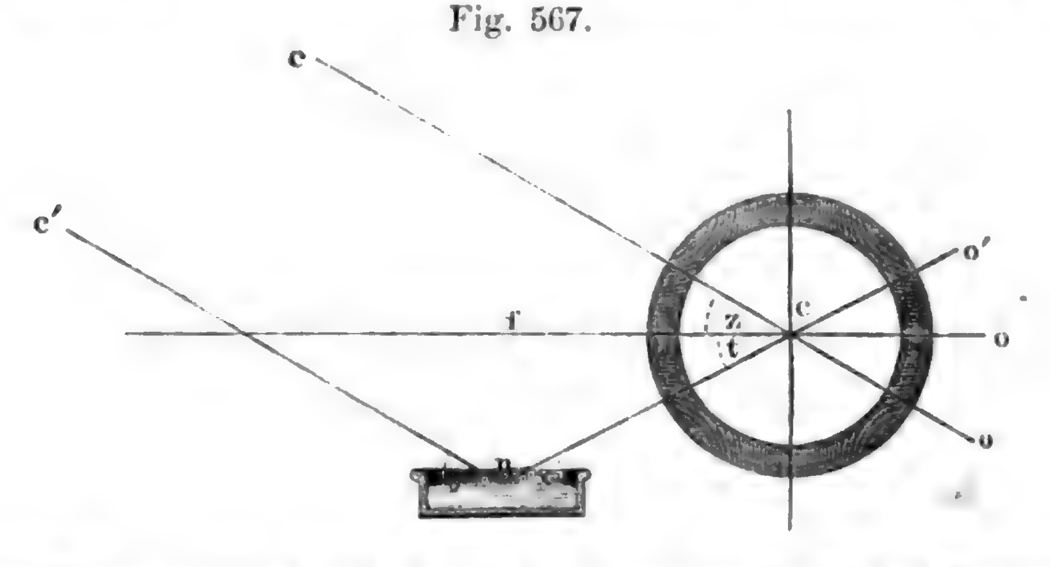
Fig. 566.



Diese beiden Sätze werden durch einen Versuch bewiesen, welchen die Astronomen oft mit der grössten Genauigkeit zu wiederholen Gelegenheit haben.

Um die Axe *c* eines Höhenkreises, Fig. 567, bewegt sich ein Fernrohr, mit welchem man die Gestirne beobachtet (man kann jedes Theodolith, welches mit einem Höhenkreise versehen ist, zu diesem Versuche anwenden). Erst visirt man nach irgend einem Stern und dann nach dem Bilde

Fig. 567.



desselben Sterns, welches von einem sogenannten künstlichen Horizont reflectirt wird. Ein künstlicher Horizont besteht aus einer flachen silbernen, mit Quecksilber gefüllten Schale, dessen Oberfläche einen vollkommenen horizontalen Spiegel bildet; da aber die Oberfläche des Quecksilbers seiner grossen Beweglichkeit wegen durch die geringste Erschütterung erzittert, so ist es schwer, mit einem solchen Quecksilberhorizont zu beobachten, wenn man ihn nicht an einem sehr ruhigen und festen Orte aufstellen kann; man bedient sich deshalb auch oft statt des Quecksilbers einer Mischung von Leinöl und Kienruss, welche noch flüssig genug ist, um leicht eine horizontale Ebene zu bilden, aber doch zu zäh, um durch jede kleine Erschütterung in Vibrationen versetzt zu werden. Misst man nun den Winkel *z*, welchen die nach dem Stern gerichtete Visirlinie *oe* mit der Horizontalen *cf* bildet, so findet man, dass er dem Winkel *t* gleich ist, welchen die nach dem Bilde des Sterns gerichtete Visirlinie *o'n* mit derselben macht. Nun aber ist der einfallende Strahl *e'n* mit *eo* parallel, weil beide von dem unendlich weit entfernten Sterne herkommen, folglich ist

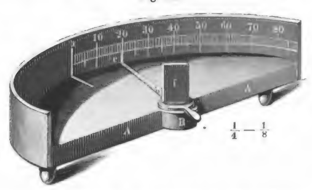
Digitized by Google

der Winkel y gleich Winkel z und $x = t$. Da nun aber $z = t$, so muss also auch $y = x$ sein. Sind aber die Winkel gleich, welche der einfallende und der reflectirte Strahl mit der Spiegelebene machen, so machen sie auch gleiche Winkel mit dem Einfallslothe.

Dieser Versuch muss jedoch zur Zeit der Culmination des Sterns vorgenommen werden, weil sich nur zu dieser Zeit die Höhe des Sterns während der Dauer des Versuchs nicht merklich ändert.

Noch einfacher lässt sich dieser wichtige Satz mit Hülfe des von mir construirten Apparates, Fig. 568, nachweisen. Der Spiegel f, welchen unsere Figur von der Rückseite zeigt, ist um eine verticale Axe drehbar,

Fig. 568.



welche durch den Mittelpunkt des horizontalen halbkreisförmigen Brettes A geht. Die Richtung des Einfallslothes für ein von a in horizontaler Richtung auf den Spiegel fallendes Strahlenbündel ist durch den Messingstreifen bc bezeichnet, welcher sich mit dem Spiegel dreht und bei c einen verticalen Zeiger trägt.

Um den gekrümmten Theil des Brettes A ist ein dasselbe überragender Halbkreis von Messingblech gelegt, welcher bei a einen verticalen Schlitz hat. Der Viertelskreis von a nach der rechten Seite ist in 90 Grad getheilt.

Ist der Spiegel so gestellt, dass der Zeiger c auf dem Theilstrich 10°, oder auf 20°, 30° u. s. w. steht, so wird ein Strahlenbündel, welches durch die Spalte bei a eindringt (am besten ein durch einen Spiegel horizontal gemachtes Bündel Sonnenstrahlen), mit dem Einfallslothe des Spiegels einen Winkel von 10, 20, 30 u. s. w. Graden machen und also nach den Theilstrichen 20°, 40°, 60° u. s. w. reflectirt werden.

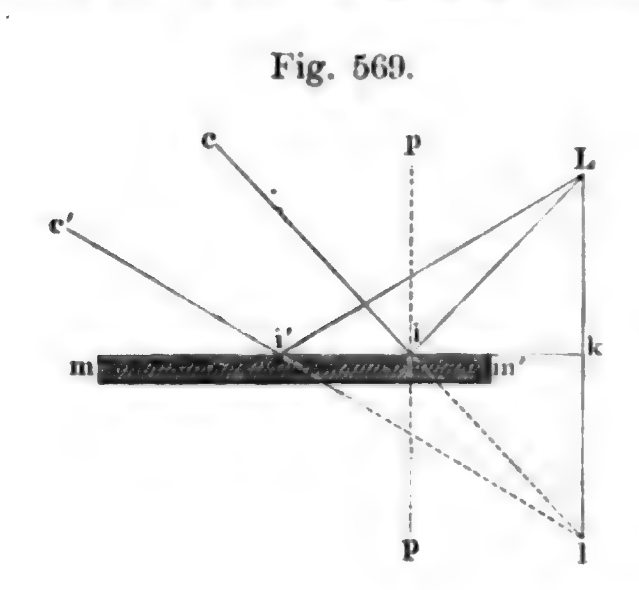
Bilder ebener Spiegel. Mit Hülfe dieser Grundsätze kann man 203
leicht zeigen, dass ein ebener Spiegel von Gegenständen, die sich vor seiner Ebene befinden, Bilder zeigt, und dass Bild und Gegenstand in Beziehung auf die spiegelnde Ebene symmetrisch sind.

Es sei $m'm$, Fig. 569 (a. f. S.), ein ebener Spiegel, L ein leuchtender

Digitized by Google

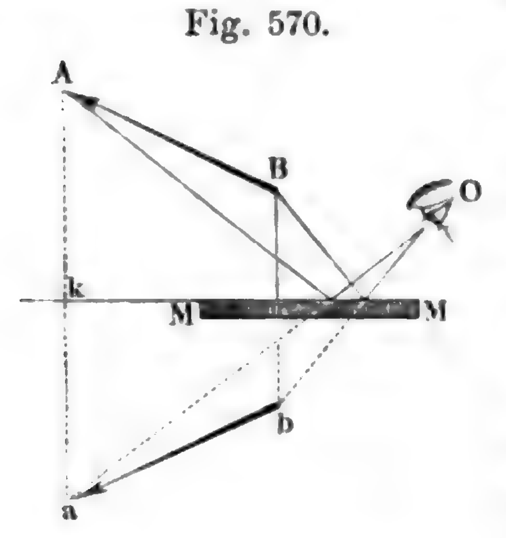
Punkt vor demselben, der einen Strahl Li auf den Spiegel sendet. Dieser Strahl wird nun nach den bekannten Gesetzen in der Richtung ic reflectirt, und wenn der gespiegelte Strahl ein Auge trifft, so macht er auf dasselbe denselben Eindruck, als ob er von einem Punkte hinter dem Spiegel käme. Ein Strahl Li' wird nach der Richtung $i'c'$ reflectirt, und wenn man die Strahlen ic und $i'c'$ rückwärts verlängert, so ist ihr Durchschnittspunkt l derjenige Punkt, von welchem alle von L kommenden Strahlen nach ihrer Reflexion durch den Spiegel mm' zu divergiren scheinen, kurz l ist das Spiegelbild von L. — Nun aber ist, wie leicht zu beweisen, das Dreieck $ii'L$ gleich dem Dreieck $ii'l$, folglich auch $iL = il$; ist aber $iL = il$, so lässt sich auch leicht beweisen, dass die Dreiecke iLk und ilk einander gleich sind, woraus dann endlich folgt, dass der Winkel ikL gleich ist dem Winkel ikl, dass also die Linie Ll rechtwinklig steht auf der Spiegelebene mm', und ferner, dass $kL = kl$. Um also das Bild eines leuchtenden Punktes in einem ebenen Spiegel zu finden, hat man nur von dem leuchtenden Punkte ein Perpendikel auf den Spiegel oder seine Verlängerung zu fällen und dasselbe hinter der Spiegelebene um eben so viel zu verlängern, als der leuchtende Punkt vor dem Spiegel liegt.

Fig. 569.



Da dies für jeden Punkt eines Körpers gilt, welcher Licht auf den Spiegel sendet, mag es nun eigenes oder zerstreutes Licht sein, so kann man leicht das Bild dieses Körpers construiren. In Fig. 570 sei MM ein ebener Spiegel, AB ein Pfeil, welcher sich vor demselben befindet. Man findet das Bild der Spitze, wenn man von A ein Perpendikel Ak auf die Spiegelebene fällt und die Verlängerung ak desselben gleich Ak macht; alle von A ausgehenden Strahlen scheinen nach der Spiegelung so zu divergiren, als ob sie von a kämen; a ist also das Bild von A; ebenso ergiebt sich, dass b das Bild von B ist; der Anblick der Figur zeigt deutlich, dass Bild und Gegenstand in Beziehung auf die Spiegelebene symmetrisch sind.

Fig. 570.



Ehe wir zur näheren Betrachtung einiger physikalischen Instrumente übergehen, in welchen ebene Spiegel zur Anwendung kommen, müssen

Digitized by Google

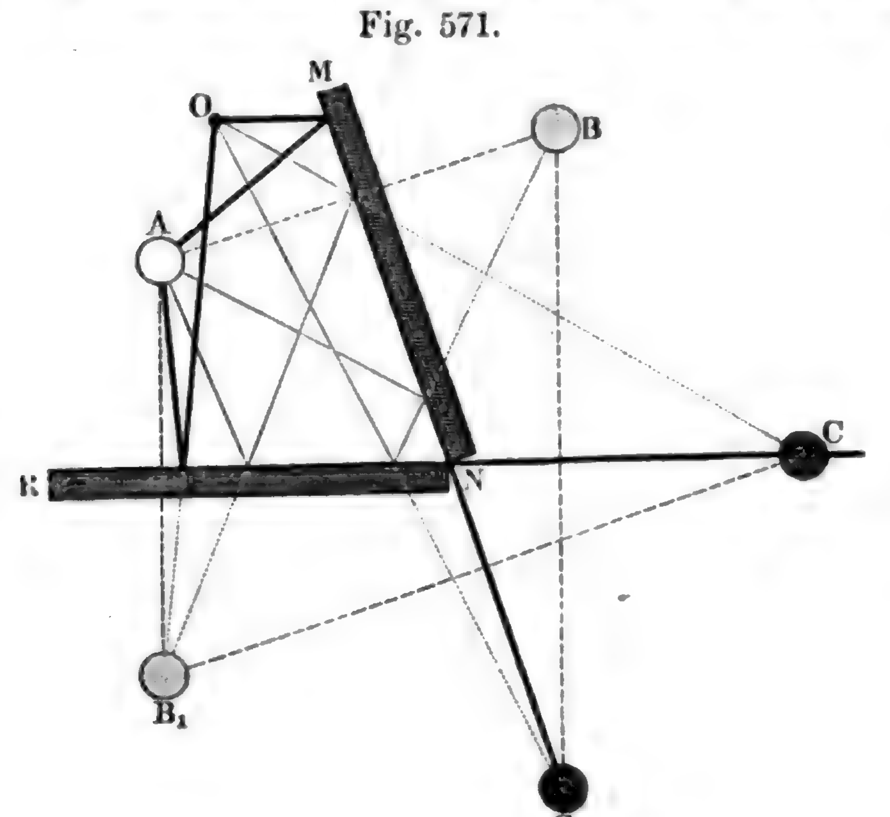
wir noch einige technische Bemerkungen über die Darstellung ebener Spiegel machen.

Die vollkommensten ebenen Spiegel sind unbedingt die **Metallspiegel**, d. h. polirte ebene Metallflächen, bei welchen die Intensität der reflectirten Strahlen nahezu gleich ist der der einfallenden. Bei vielen Instrumenten, wo es ebenso auf Reinheit wie auf Intensität der Bilder ankommt, wie z. B. beim Heliostat, werden deshalb nur Metallspiegel gebraucht, die gewöhnlich aus **Stahl** oder aus **Spiegelmetall** (eine Legirung von 2 Theilen Kupfer mit 1 Theil Zinn und $^1/_{16}$ Arsen) verfertigt werden. Bei unseren Zimmerspiegeln ist die spiegelnde Fläche allerdings auch eine Metallfläche, nämlich die Metallbelegung der hinteren Fläche einer ebenen und wohlpolirten Glastafel; bei diesen Spiegeln müssen also die Lichtstrahlen unmittelbar vor und nach der Spiegelung durch die Metallfläche das Glas durchlaufen, was in manchen Fällen störend sein kann. Dann aber liefert auch die vordere Fläche der Glastafel ein Spiegelbild, welches freilich viel lichtschwächer ist als das der Metallbelegung und welches deshalb beim gewöhnlichen Gebrauch ganz übersehen wird, in anderen Fällen aber, wie z. B. beim Heliostat, höchst störend ist.

Unter Umständen können auch die Spiegelbilder ebener, wohlpolirter Glastafeln (wie man sie in neuerer Zeit vielfach zu Schaufenstern verwendet) sehr lichtstarke Bilder geben, wenn nämlich der Gegenstand, dessen Bild man sieht, sehr stark erleuchtet ist, hinter der Glastafel aber nur ganz dunkle oder doch nur schwach erleuchtete Gegenstände sich befinden, sonst aber fremdes Licht möglichst abgehalten ist, wie man dies jetzt vielfach zur Production von Gespenstererscheinungen benutzt.

Winkelspiegel. Wenn zwei ebene Spiegel in irgend einem Winkel zusammengestellt werden, so sieht man von einem zwischen ihnen sich befindenden Gegenstande mehrere Bilder, deren Zahl von der Neigung der Spiegel abhängt. In Fig. 571 seien MN und RN zwei unter einem Winkel von 72° ($^1/_5$ des Kreisumfanges) zusammenstossende ebene Spiegel, 204

Fig. 571.



Digitized by Google

A ein leuchtender Punkt, der sich in der Mitte des von ihnen gebildeten Winkels befindet. Zunächst wird in jedem Spiegel ein Bild von A entstehen, und zwar ist das Bild für den einen Spiegel in B, für den anderen in B_1; ein in O befindliches Auge sieht also ausser dem Gegenstande A selbst, in Folge einer einmaligen Spiegelung, auch noch die Bilder B und B_1 desselben. Nun aber können solche Strahlen, die von dem einen Spiegel reflectirt worden sind, den zweiten treffen und an demselben eine abermalige Reflexion erleiden. Da alle vom ersten Spiegel MN reflectirten Strahlen so divergiren, als ob sie von B kämen, so ist B gewissermaassen selbst ein Gegenstand, welcher Strahlen auf den Spiegel RN sendet, und man kann demnach leicht das Bild des Bildes B im Spiegel RN finden; man fälle nur von B ein Perpendikel auf die Verlängerung von RN, und verlängere es auf die bekannte Weise, so erhält man das Bild C_1, von welchem alle Strahlen auszugehen scheinen, die von dem Spiegel MN auf den Spiegel RN reflectirt werden und an diesem eine abermalige Spiegelung erleiden; und so sieht das Auge in O nach zweimaliger Spiegelung noch ein Bild in C_1.

Das Bild B_1 ist aber auch ein Gegenstand für den Spiegel MN, und wenn man den Ort des Bildes von B_1 bestimmt, so findet man, dass es in C liegt.

Von dem Bilde C kann nun kein weiteres Bild entstehen, weil es hinter der Reflexionsebene des Spiegels MN und in der Reflexionsebene des Spiegels RN liegt. Dasselbe gilt vom Bilde C_1. Von dem Gegenstande A sieht man also hier noch vier Bilder, welche mit A selbst ein Fünfeck bilden.

Wären die Spiegel unter einem Winkel von 60^0, 45^0, 36^0 u. s. w. geneigt gewesen, d. h. betrüge der Winkel, den sie machen, $^1/_6$, $^1/_8$, $^1/_{10}$ des ganzen Kreisumfanges, so würde man, den Gegenstand selbst mitgerechnet, 6, 8, 10 u. s. w. Bilder sehen.

Auf diesem Principe beruht die Einrichtung des von Brewster erfundenen Kaleidoskops. Eine sehr zweckmässige Modification derselben ist das von Debus in Darmstadt erfundene und nach ihm genannte Debusskop.

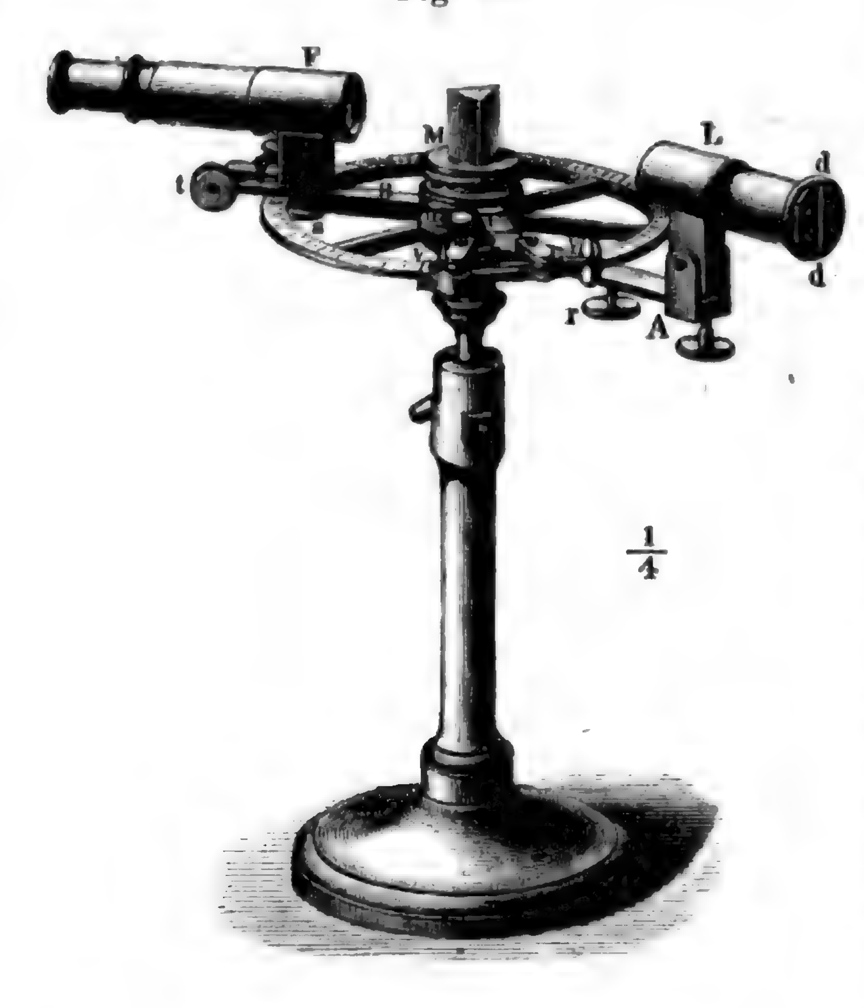
Wie man sieht, vermehrt sich die Anzahl der Bilder, wenn der Winkel kleiner wird; ihre Anzahl wird unendlich gross, wenn der Winkel der Spiegel Null ist, d. h. wenn die Spiegel einander parallel sind.

205 **Das Reflexionsgoniometer.** Wollaston wandte die Spiegelbilder der Krystallflächen zuerst an, um den Winkel zu messen, welchen je zwei Flächen eines Krystalles mit einander machen. Das Wollaston'sche Reflexionsgoniometer, dessen getheilter Kreis in einer Verticalebene liegt, findet man fast in allen Lehrbüchern der Mineralogie und der Krystallographie ausführlich beschrieben, wir können deshalb um so mehr von einer Besprechung desselben Umgang nehmen, als es lediglich zur Messung von Krystallwinkeln gebraucht werden kann; wir wollen dagegen

Digitized by Google

das **Babinet'sche Goniometer**, welches auf denselben Principien beruht, näher betrachten, weil es ein zu manchen anderen optischen Untersuchungen sehr brauchbarer Apparat ist.

Fig. 572.

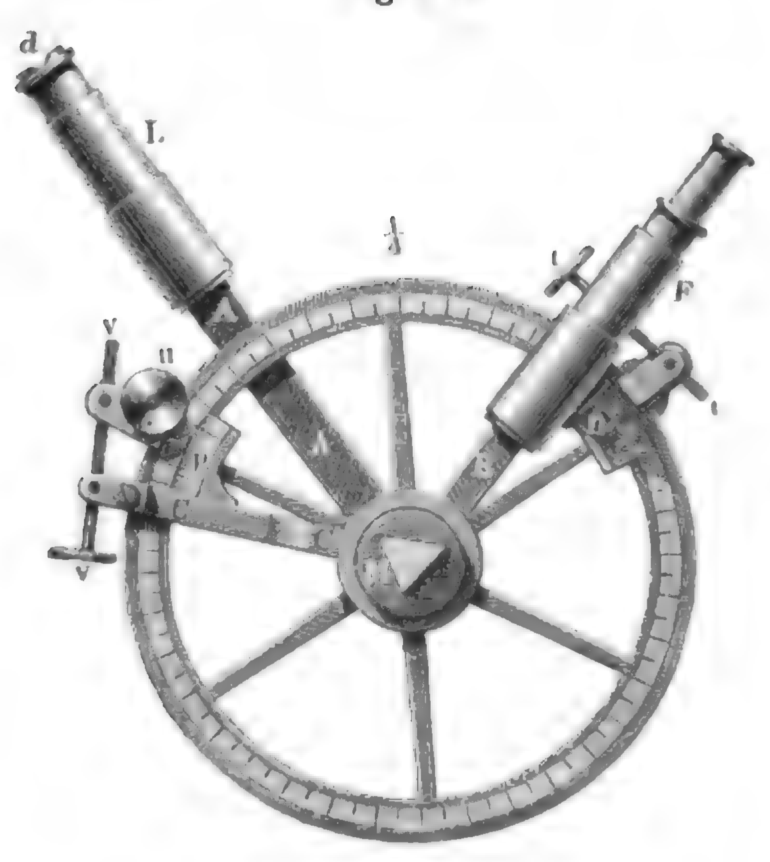


Babinet's Goniometer, von welchem Fig. 572 eine perspectivische Ansicht und Fig. 573 der Grundriss ist, besteht aus einem horizontalen getheilten Kreis, um dessen verticale Axe folgende Stücke in einer aus Fig. 574 (a. f. S.) zu ersehenden Weise drehbar sind.

1. Eine Messingschiene *A*. Sie bewegt sich dicht unterhalb des getheilten Kreises und kann mit Hülfe der Schraube *r* an denselben festgeklemmt werden. Das äussere Ende der Schiene *A*, welches in Fig. 574 (a. f. S.) fehlt, trägt das Rohr *L*, dessen Einrichtung weiter unten beschrieben werden soll.

2. Die Messingschiene *B*, welche sich unmittelbar über dem getheilten Kreise hin bewegt und welche durch die Klemmschraube *s* (in Fig. 572 und Fig. 573 nur theilweise sichtbar und in Fig. 574 ganz weggelassen) festgestellt und durch die Mikrometerschraube *t* fein verschoben werden kann. Mit dieser Schiene *B*, welche das Fernrohr *F* trägt, ist auch der Nonius *n* verbunden.

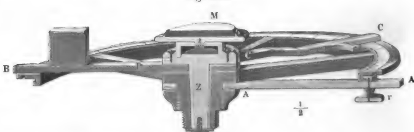
Fig. 573.



Digitized by Google

3. Die Schiene *C*, welche mit dem Zapfen *Z* ein Stück bildet. Mit der Schiene *C*, welche mittelst der Klemmschraube *u*, Fig. 572 und 573,

Fig. 574.



festgestellt und vermittelst der Mikrometerschraube *v* fein verschoben werden kann, ist der Nonius *p* verbunden.

Mit der Schiene *C* wird nun auch das Tischlein *M* um die verticale Axe des getheilten Kreises gedreht. Endlich kann aber noch

4. das Tischlein *M* für sich allein um die verticale Axe des Apparates gedreht werden, nachdem die Schiene *C* mittelst der Klemmschraube *u* festgestellt worden ist.

Das Fernrohr *F* ist ein kleines astronomisches Fernrohr mit Fadenkreuz.

Das Rohr *L* ist ein Fernrohr, an welchem man die Ocularröhre entfernt und statt dessen eine Röhre eingeschoben hat, die nach Aussen durch eine mit einer feinen verticalen Spalte *d*, Fig. 572, versehene Platte geschlossen ist.

Wenn sich die Spalte *d* im Brennpunkt der Objectivlinse befindet, welche das innere Ende des Rohres *L* verschliesst, so werden die durch die Spalte *d* einfallenden Strahlen die fragliche Objectivlinse als ein ihrer Axe paralleles Strahlenbündel verlassen, und wenn das Fernrohr *F* dem Rohre *L* diametral gegenübergestellt ist, so dass die Axen beider Rohre in eine gerade Linie zusammenfallen, so wird man durch das Fernrohr *F* bei richtiger Einstellung desselben ein scharfes Bild der Spalte *d* sehen.

Nach diesen Erörterungen ist die Anwendung unseres Instrumentes als Goniometer leicht verständlich.

Nachdem man die beiden Rohre *L* und *F* unter einem beliebigen gegenseitigen Winkel, etwa so wie es Fig. 573 zeigt, durch Anziehen der Klemmschrauben *r* und *s* festgestellt hat, wird auch die Schiene *C* in der Weise festgestellt, dass ihr Nonius *p* auf einen bestimmten Punkt der Theilung, etwa auf den Nullpunkt, einsteht. Alsdann wird der zu messende Krystall mit etwas Wachs auf das Tischlein *M* befestigt, dessen Platte aus einem Stücke Spiegelglas gemacht ist, und zwar so, dass die Kante der beiden Flächen, deren Winkel man messen will, genau vertical steht, also parallel ist mit der Spalte *d* des Rohres *L* und mit dem verticalen Faden des Fadenkreuzes im Fernrohr *F*.

Wenn nun irgend welches Licht, sei es nun diffuses Tageslicht oder

Digitized by Google

das Licht einer Kerzenflamme, welche man nahe vor der Spalte *d* aufgestellt hat, in das Rohr *L* einfällt, so kann man es durch Drehen des Tischleins *M* leicht dahin bringen, dass man durch das Fernrohr *F* das Spiegelbild der Spalte *d* in einer der beiden Krystallflächen sieht, deren Winkel man messen will.

Um das Spiegelbild der Spalte besser beobachten zu können, ist es gut, wenn man nicht ohnehin im dunkeln Zimmer arbeitet, durch passend angebrachte Schirme alles fremde Licht abzuhalten.

Nachdem man es mit Hülfe der Mikrometerschraube *t* dahin gebracht hat, dass der verticale Faden des Fadenkreuzes genau auf der Mitte des Spiegelbildes steht, wird die Klemmschraube *u* gelöst, die Schiene *C* sammt dem Tischlein *M* und dem Krystall um die verticale Axe des Instrumentes gedreht, bis das von der zweiten Krystallfläche erzeugte Spiegelbild der Spalte im Gesichtsfelde des Fernrohrs erscheint. Darauf wird mit Hülfe der Mikrometerschraube *v* die Mitte des Spaltenbildes wieder genau auf das Fadenkreuz eingestellt und endlich der Nonius abgelesen.

Zur Erläuterung mag folgendes Beispiel dienen. Auf das Tischlein *M* war ein säulenförmiger Schwerspathkrystall aufgesetzt, dessen Querschnitt ungefähr die Gestalt Fig. 575 hatte. Während der Nonius *p* auf 0^0 stand als das durch die Krystallfläche *g* erzeugte Spiegelbild des Spaltes auf das Fadenkreuz des Fernrohres *F* eingestellt erschien, musste man die Schiene *C* so weit drehen, dass der Nonius *p* auf $116^0 22'$ zu stehen kam, um das durch die Fläche *g'* erzeugte Bild der Spalte auf das Fadenkreuz eingestellt zu sehen.

Fig. 575.

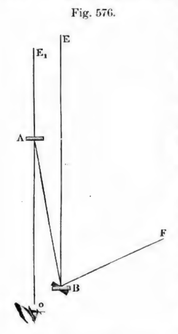
Der so gemessene Winkel ist aber offenbar der **Nebenwinkel** desjenigen, welchen die beiden Flächen *g* und *g'* mit einander machen. In unserem Falle ist also dieser Winkel $180^0 - 116^0 22' = 63^0 38'$.

Der Spiegelsextant, ein zuerst von **Newton** construirtes **Winkelmessinstrument**, ist eine sinnreiche Anwendung der Spiegelungsgesetze; das Princip, auf welchem seine Einrichtung beruht, ist folgendes: 206
Es sei *A*, Fig. 576 (a. f. S.), ein kleiner Spiegel, an dessen oberer Hälfte die Belegung abgenommen ist, so dass ein in *O* befindliches Auge durch den freien Theil der Glasplatte hindurchsehen kann; in *B* befinde sich nun ein zweiter Spiegel, der um eine Axe drehbar ist, welche rechtwinklig auf der Ebene der Figur steht. Steht der Spiegel *B* so, dass seine Ebene parallel mit der von *A* ist, so wird ein von einem fernen Gegenstande herkommender Strahl *EB*, welcher neben dem Spiegel *A* vorbeigeht, durch den Spiegel *B* nach *A* und dann vom Spiegel *A* nach *O* reflectirt, man wird also in dem belegten Theil von *A* das Spiegelbild des entfernten Gegenstandes erblicken, während das Auge in *O* gleichzeitig durch die unbelegte Hälfte des Spiegels *A* in der Richtung OE_1 den ferneren Gegenstand direct sieht. Wir wollen diese Stellung des Spiegels *B* die Anfangsstellung nennen.

Digitized by Google

Wenn aber nun der Spiegel B um seine Axe gedreht wird, wenn er etwa in die durch stärkere Schraffirung angedeutete Lage gebracht ist, so kann der Strahl EB nicht mehr nach A reflectirt werden, man wird also in dem unteren Theile des Spiegels A nicht mehr das Bild desselben Gegenstandes sehen, den man durch die obere Hälfte erblickt, sondern das Bild eines anderen Gegenstandes, von welchem der Strahl FB herkommt.

Fig. 576.

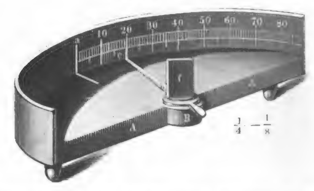


Des kürzeren Ausdruckes wegen wollen wir den Gegenstand, von welchem der Strahl EB herkommt, mit L, den Gegenstand, von welchem der Strahl FB herkommt, mit R bezeichnen.

Die Winkelmessung mit dem Sextanten beruht nun darauf, dass der Winkel, um welchen man den Spiegel B aus seiner Anfangsstellung drehen muss, um im unteren Theile des Spiegels A das Bild des Gegenstandes R zu sehen, während man durch seine obere Hälfte immer noch L erblickt, halb so gross ist als der Winkel EBF, welchen die nach L und R gerichteten Visirlinien BE und BF mit einander machen.

Die Richtigkeit dieser Behauptung lässt sich leicht mit Hülfe des schon betrachteten Apparates Fig. 577 darthun. Wenn der Spiegel f so gestellt ist, dass der Zeiger c vor die Spalte a zu stehen kommt, so wird ein durch diese Spalte nach dem Spiegel schauendes Auge das Bild des

Fig. 577.



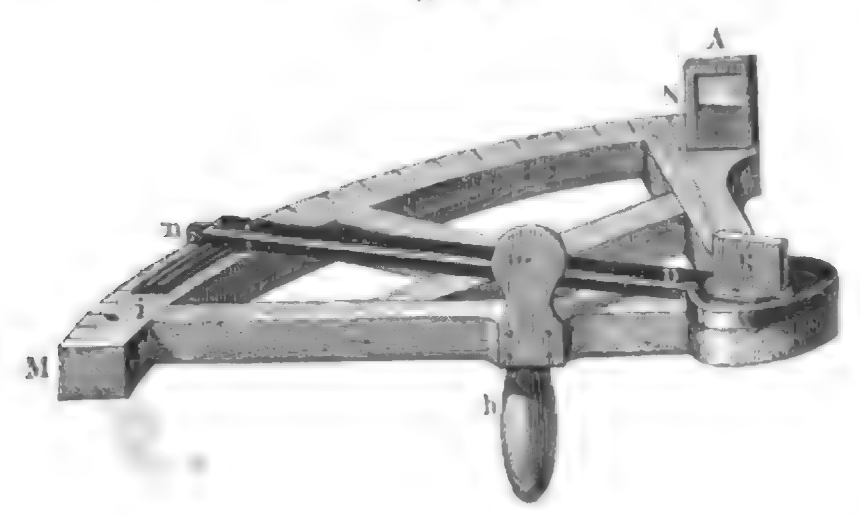
Zeigers und der Spalte selbst erblicken, wird aber jetzt der Spiegel um 10^0, 20^0, 30^0 u. s. w. gedreht, so sieht das Auge bei a das Bild der Theil-

Digitized by Google

striche 20°, 40°, 60° u. s. w. Kurz, wenn man den Spiegel *f* um einen Winkel *n* aus seiner Anfangsstellung gedreht hat, so sendet er nun das Bild eines um den Winkel 2*n* von der Spalte abstehenden Theilstrichs nach *a* hin. — Ebenso beim Spiegelsextant. Wird der Spiegel *B* um *n* Grad nach der rechten gedreht, so sendet er in der Richtung *BA*, Fig. 576, Strahlen nach dem Spiegel *A*, die von einem Gegenstande *R* kommen, welcher um 2*n* Grade rechts von *L* liegt.

In Fig. 578 ist ein Spiegelsextant abgebildet, und zwar ein Sextant von der einfachsten Einrichtung. *A* ist der feste oben durchsichtige Spiegel. Der Spiegel *B*, den unsere Figur von der Rückseite zeigt, ist um den Mittelpunkt des getheilten Kreisbogens *MN* drehbar. Dem Spiegel *A* gegenüber ist an das Gestell eine Messingplatte angeschraubt, in welcher sich ein kleines Loch *o* befindet, an welches man das Auge hält, um nach dem Spiegel *A* zu sehen. Der Spiegel *B* ist auf einer um ihren Mittelpunkt drehbaren Scheibe befestigt, von welcher wie ein Radius die Schiene *DC* ausgeht; wenn also der Spiegel *B* um seine Axe gedreht wird, so durchläuft das Ende *C* dieser Schiene die Theilung des Kreises; um genauer ablesen zu können, ist bei *C* an der Schiene *CD* ein Nonius *Ci* befestigt. Die Theilung ist so eingerichtet, dass der Nonius auf den Nullpunkt der Theilung zeigt, wenn die beiden Spiegel parallel sind. Jeder halbe Grad der Theilung ist für einen ganzen gezählt, d. h. die Theilstriche, die von dem Nullpunkte der Theilung um 10, 20, 30 u. s. w. Grade abstehen, sind mit 20, 40, 60 bezeichnet, weil man ja doch den Winkel, um welchen der Spiegel *B* gedreht wird, mit 2 multipliciren muss, um den Winkel der entsprechenden Visirlinien zu erhalten.

Fig. 578.



Gewöhnlich ist der getheilte Kreisbogen nur etwas mehr als $^1/_6$ des Kreisumfanges, daher der Name Sextant. Das Instrument bedarf keines Stativs, man nimmt es an dem Handgriffe *h* in die Hand und hält das Instrument dann so vor das Auge, dass man durch die Oeffnung *o* und den oberen Theil des Spiegels *A* denjenigen der beiden einzuvisirenden Gegenstände sieht, welcher links liegt, und dreht dann die Schiene *CD*, bis in dem unteren Theile des Spiegels *A* das Bild des rechts gelegenen Gegenstandes *R* gerade unter dem Bilde von *L* erscheint. Ist dies erreicht, so stellt man den drehbaren Radius mit Hülfe einer Schraube bei *n* fest und liest dann den Nonius ab.

An Spiegelsextanten, welche zu genaueren Messungen dienen sollen,

Digitized by Google

ist statt der kleinen Oeffnung *o* ein nach dem Spiegel *A* gerichtetes Fernrohr angebracht. Wenn man durch ein Fernrohr beobachtet, so sieht man nicht mehr, wie bei der Beobachtung mit blossem Auge, den Spiegel *A* in zwei Felder getheilt, d. h. man unterscheidet durch das Fernrohr sehend nicht mehr den belegten und den unbelegten Theil des Spiegels *A*, sondern die beiden Bilder fallen ganz über einander.

Fig. 579 stellt einen vollständiger ausgestatteten Spiegelsextanten dar. Die Figur ist nach den bisherigen Erklärungen wohl leicht zu ver-

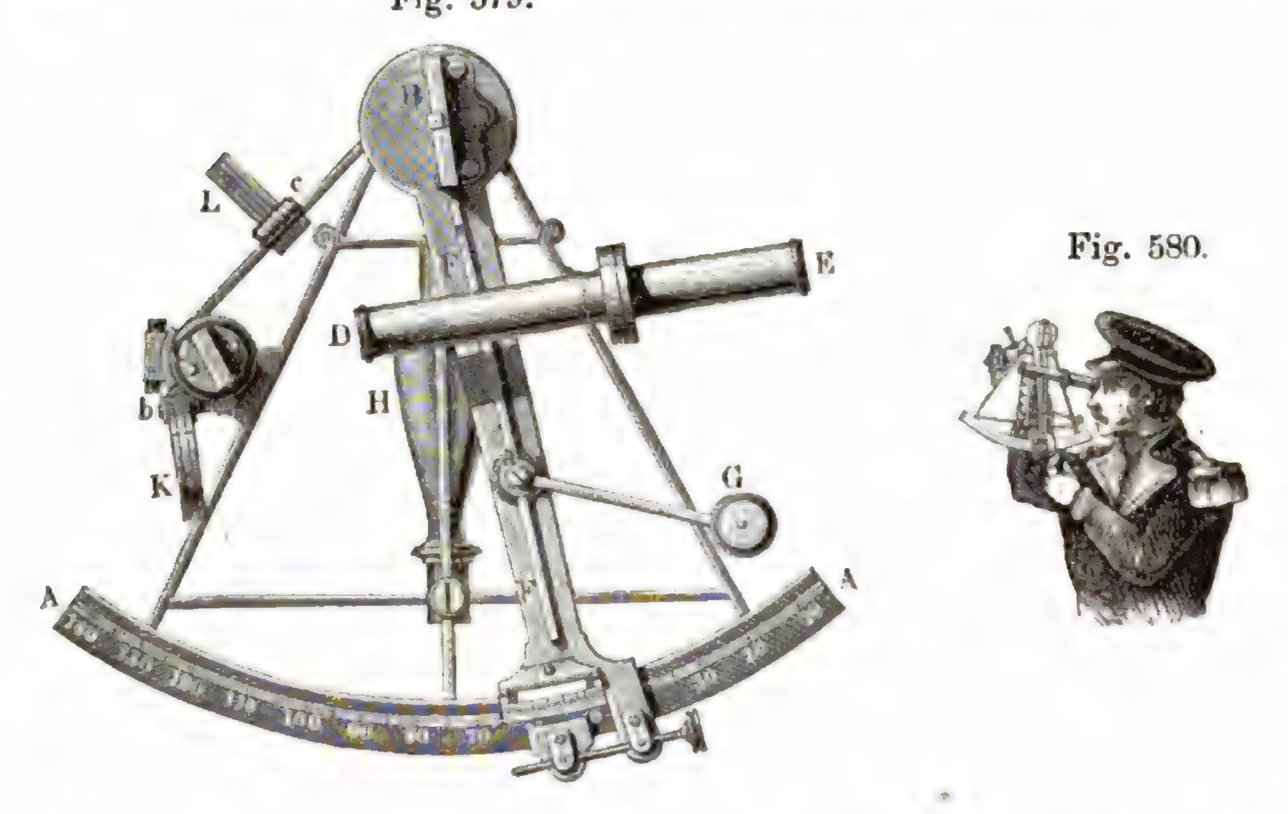


Fig. 579.

Fig. 580.

stehen. *C* ist der feste, *B* der drehbare Spiegel; *ED* ist das eben besprochene Fernrohr. *H* ist der Handgriff, welcher hier parallel mit der Ebene des Instrumentes angebracht ist. *G* ist eine Loupe, welche man über den Nonius stellt, um besser ablesen zu können.

Bei *L* und bei *K* sind dunkelfarbige Gläser, sogenannte **Blendgläser**, angebracht, welche man in den Weg der einfallenden Strahlen bringt, wenn man Sonnenhöhen messen will, weil das Sonnenlicht viel zu hell ist, als dass man ohne ein solches Hülfsmittel die Sonne visiren könnte.

Die Ebene des getheilten Kreises muss immer in die Ebene der Visirlinien fallen, deren Winkel man messen will. Um z. B. die Höhe eines Gestirnes über dem Horizonte zu messen, muss die Ebene des Kreises vertical gehalten werden, wir dies Fig. 580 erläutert.

Bei dem **Reflexionskreis von Pistor und Martins**, Fig. 581, ist der feste Spiegel des Sextanten durch ein feststehendes **Glasprisma** *e* ersetzt, auf dessen Rückwand die von dem drehbaren Spiegel *cd* reflectirten Strahlen eine **totale Reflexion** erfahren. — Die obere Endfläche des Prismas ist ungefähr in gleicher Höhe mit der Mitte des Fernrohrobjectivs, so dass durch die obere Hälfte des Objectivs von irgend einem entfernten Gegenstande *L* Strahlen direct in das Fernrohr gelangen, wäh-

Digitized by Google

rend die durch die untere Hälfte des Objectivs in das Fernrohr eintretenden, vom drehbaren Spiegel *cd* nach dem Prisma *e* reflectirten Strahlen das Bild irgend eines anderen Gegenstandes *R* zeigen.

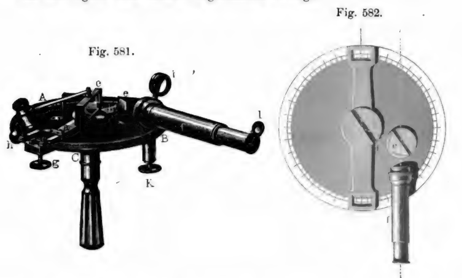


Fig. 581. Fig. 582.

Fig. 582 erläutert die Construction des Apparates. Sie stellt die drehbare Schiene, auf welcher der Spiegel *cd* befestigt ist, in derjenigen Stellung dar, für welche der Spiegel parallel ist mit der Rückwand des Prismas *e*, für welche also die Nonien auf den Nullpunkt der Scala zeigen und das durch das Fernrohr direct gesehene Bild eines entfernten Gegenstandes *L* mit dem durch den Spiegel *cd* und das Prisma *e* reflectirten zusammenfällt.

Das Heliostat. Bei vielen optischen Versuchen muss man durch eine kleine Oeffnung im Laden eines dunkeln Zimmers ein Bündel Sonnenstrahlen einfallen lassen. Damit die einfallenden Strahlen eine passende Richtung haben, lässt man sie aber nicht direct eintreten, sondern man bringt vor dem Laden einen ebenen Spiegel an, welcher die Sonnenstrahlen in passender Richtung durch die kleine Oeffnung in das Zimmer reflectirt. Nun aber ändert sich der Stand der Sonne fortwährend, und eine Folge davon ist, dass auch die Richtung der ins Zimmer reflectirten Strahlen sich ändert, wenn der Spiegel fest stehen bleibt. 207

Will man die Richtung der in das Zimmer reflectirten Strahlen unverändert erhalten, so muss also der Spiegel in einer der Bewegung der Sonne entsprechenden Weise gedreht werden, und jede Vorrichtung, durch welche dies ausgeführt wird, wird ein Heliostat genannt.

Bei den einfachen Heliostaten, wie sie in der Regel an Sonnenmikroskopen angebracht werden, geschieht die Drehung des Spiegels durch

Digitized by Google

die Hand. Zunächst kann der Winkel geändert werden, welchen der Spiegel mit der Ebene des Fensterladens macht; dann aber ist der Spiegel noch um eine zur Ebene des Fensterladens rechtwinklige Axe drehbar. Diese beiden Drehungen werden vermittelst zweier an der inneren Seite des Ladens angebrachter Schraubenköpfe ausgeführt, und man ist dadurch im Stande, den Spiegel stets so zu stellen, dass die von ihm reflectirten Sonnenstrahlen in horizontaler Richtung rechtwinklig zur Ebene des Fensterladens eintreten.

Fig. 583.

Den Spiegel beständig durch Drehen mit der Hand in richtiger Stellung zu erhalten, ist nicht allein lästig, sondern bei vielen Versuchen auch sehr störend; man hat deshalb Heliostate construirt, bei welchen die Drehung des Spiegels durch ein Uhrwerk besorgt wird.

Einer der übersichtlichsten hierher gehörigen Apparate ist das von Meyerstein construirte Heliostat, welches in Fig. 583 ungefähr in $^1/_3$ der natürlichen Grösse abgebildet ist. Das Instrument wird so aufgestellt, dass die Axe *aa* der Weltaxe parallel steht.

Nahe am unteren Ende ist an der Axe *aa* ein gezahntes Rad befestigt, welches durch das Uhrwerk *cc* in 24 Stunden einmal um seine Axe umgedreht wird, so dass also die Axe *aa* in jeder Stunde eine Drehung von 15^0 erleidet.

Eine auf das obere Ende der Axe *aa* aufgeschobene und mittelst einer Stellschraube fest zu klemmende Messinghülse endet oben mit einer halbkreisförmigen Gabel, zwischen deren Enden der ebene Spiegel *ss* so angebracht ist, dass er um eine rechtwinklig zu *aa* stehende Axe gedreht, und in jeder beliebigen Neigung gegen *aa* festgestellt werden kann.

Der Spiegel *s's* wird nun so gestellt, dass der einfallende Strahl *ro* nach *op*, der Verlängerung der Axe *aa*, reflectirt wird, dass also der reflectirte Strahl, in die Richtung der Weltaxe fallend, gegen den Nordpol des Himmels gerichtet ist.

Wird nun bei unveränderter Neigung des Spiegels *ss* gegen die Weltaxe die derselben parallele Axe *aa* durch das Uhrwerk mit derselben Winkelgeschwindigkeit gedreht, mit welcher die Sonne sich um die Welt-

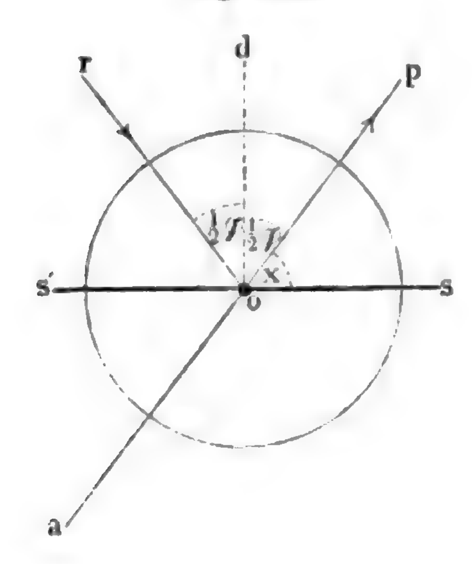
Digitized by Google

axe bewegt, so ist leicht zu übersehen, dass der reflectirte Strahl stets mit *op*, der Richtung der Weltaxe, zusammenfallen muss.

Wie gross die Neigung der Spiegelebene gegen die Weltaxe sein müsse, ergiebt sich aus folgender Betrachtung:

Es sei *ap*, Fig. 584, die Richtung der Weltaxe, *o* der Mittelpunkt des Spiegels, *ro* der einfallende Strahl. Die Poldistanz der Sonne, also den Winkel *rop* wollen wir mit φ bezeichnen. Soll nun der Strahl *ro* nach *op* reflectirt werden, so muss das Einfallsloth *od* den Winkel *rop* halbiren, der Winkel *dop* muss $\frac{1}{2}\varphi$ sein. Da ferner die Spiegelebene *s's* rechtwinklig auf *od* stehen, der Winkel *dos* also 90° sein muss, so ergiebt sich für den Winkel x, welchen die Spiegelebene *os* mit der Weltaxe *op* macht, der Werth

Fig. 584.



$$x = 90^0 - \frac{1}{2}\varphi.$$

Wäre z. B. für einen bestimmten Tag die nördliche Declination der Sonne gleich 20°, so wäre $\varphi = 90^0 - 20^0 = 70^0$, also $x = 55^0$. An einem Tage, an welchem die Sonne 20° südlich vom Aequator steht, ist $\varphi = 110^0$, an diesem Tage ist also der Spiegel so zu stellen, dass $x = 35^0$.

Zur richtigen Einstellung des Spiegels dient der getheilte Kreis *kk*, Fig. 583, über welchem sich parallel mit der Spiegelebene ein Zeiger bewegt, der auf Null steht, wenn die Spiegelebene mit der Weltaxe zusammenfällt, wenn also der Winkel *pos* gleich Null ist.

Bei richtiger Einstellung liefert also dieses Instrument einen reflectirten Strahl, welcher, während die Sonne ihre tägliche Bewegung fortsetzt, doch unverändert die Richtung der Weltaxe beibehält. Diese Richtung des reflectirten Strahles ist aber für die meisten Versuche höchst unbequem, und es bedarf eines zweiten Spiegels, um den in der Richtung der Weltaxe aufwärts sich fortpflanzenden Strahl in horizontaler Richtung ins verfinsterte Zimmer zu reflectiren.

Einmal richtig eingestellt, behält dieser zweite Spiegel seine Stellung unverändert bei. Beide Spiegel sollten, wenigstens zu genaueren Versuchen, Metallspiegel sein.

Das oben beschriebene Meyerstein'sche Heliostat ist eigentlich nur eine vereinfachte Form des Fahrenheit'schen, dessen sich auch Fraunhofer bediente. Beim Fahrenheit'schen Heliostat sind beide Spiegel auf demselben Stativ angebracht, während bei der Meyerstein'schen Vorrichtung der zweite Spiegel ein von dem eigentlichen Heliostat, Fig. 583, ganz getrenntes Stück bildet.

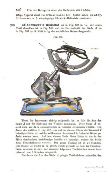
Da bei jeder Reflexion Licht verloren geht, so war man schon frühe bemüht, Uhrheliostate mit einem Spiegel zu construiren. Der erste der-

Digitized by Google

artige Apparat rührt von S'Gravesande her. Später haben Gambey, Silbermann u. A. einspiegelige Uhrwerk-Heliostate construirt.

268 **Silbermann's Heliostat** ist in Fig. 585 in $^1/_4$, der obere Theil desselben ist in Fig. 586 und ein Durchschnitt der Säule A ist in Fig. 587 (s. S. 520) in $^1/_2$ der natürlichen Grösse dargestellt.

Fig. 585.



Wenn das Instrument richtig aufgestellt ist, so fällt die Axe der Säule A mit der Richtung der Weltaxe zusammen. Diese Säule A besteht aber aus drei concentrischen in einander steckenden Theilen, von denen der mittlere x, Fig. 587, eine auf der ebenen Fläche der Trommel T befestigte Hülse ist, welche vollkommen feststehend in keinerlei Weise gedreht werden kann. Auf dem oberen Ende dieser Hülse ist die in der Mitte durchbohrte kreisförmige Scheibe mn befestigt, welche die Stelle eines Uhrzifferblattes vertritt. Der ganze Umfang ist in 24 Stunden, jede Stunde ist wieder in 12 gleiche Theile getheilt, so dass der Zwischenraum zwischen je zwei auf einander folgenden Theilstrichen einem Zeitintervall von 5 Minuten entspricht.

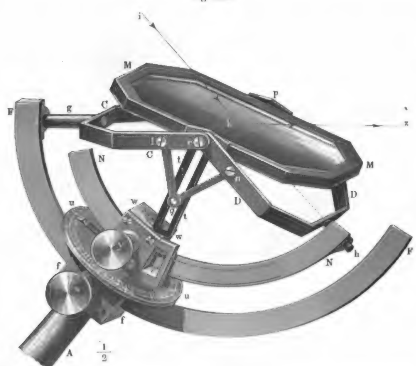
Die durch die Axe der Säule A gelegte Verticalebene schneidet das

Digitized by Google

Zifferblatt in den beiden Theilstrichen, welche, dem Mittag und der Mitternacht entsprechend, mit 12 bezeichnet sind.

Auf dieser festen, oben mit dem Zifferblatt endigenden Hülse x steckt

Fig. 586.



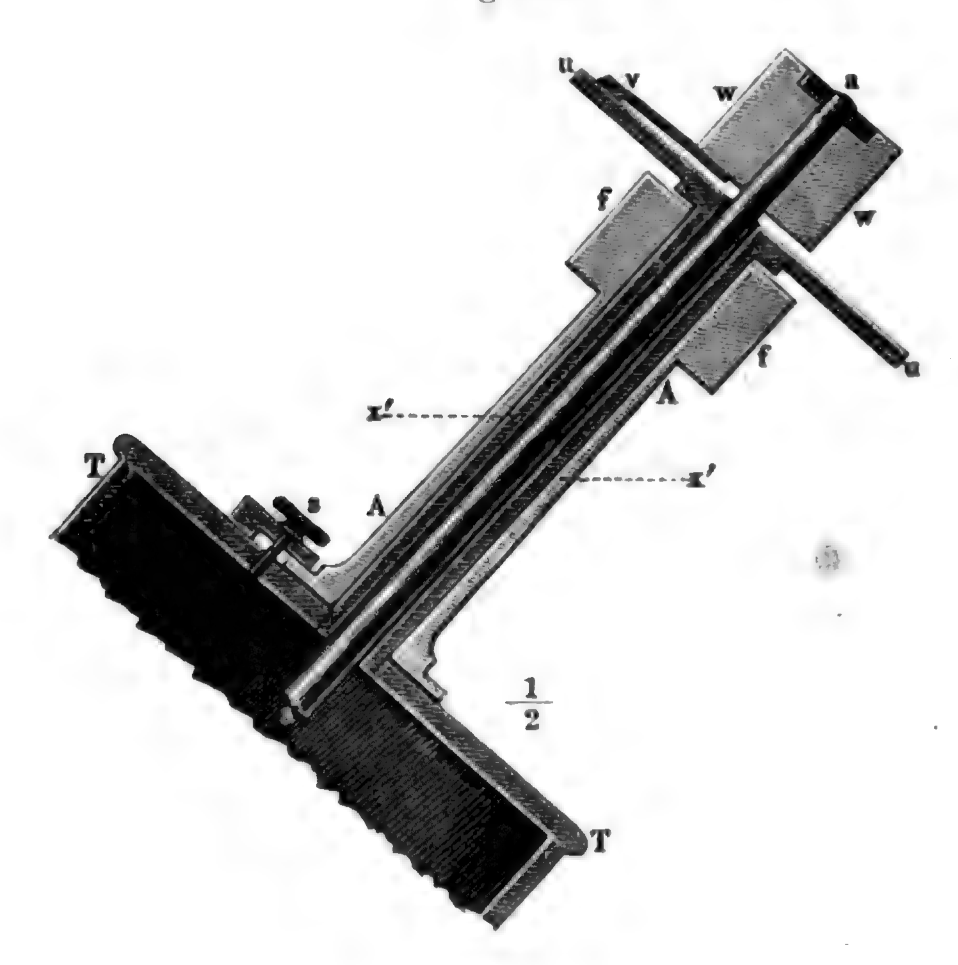
eine zweite, um die erstere frei drehbare Hülse, welche den äusseren Umfang der Säule A bildet und welche durch eine Klemmschraube s festgestellt werden kann. Oben endigt diese drehbare Hülse mit einem würfelförmigen Ansatz ff, in welchem der messingene Bogen FF, Fig. 586, verschiebbar ist und in jeder beliebigen Stellung durch die Klemmschraube x festgestellt werden kann.

Den innersten Theil der Säule A bildet eine Metallaxe a, welche durch das in der Trommel T befindliche Uhrwerk in 24 Stunden einmal umgedreht wird. Auf dem oberen Ende dieser Axe ist ein würfelförmiger Körper w aufgesteckt, welcher frei um diese Axe drehbar ist und in welchem der Messingbogen NN, Fig. 586, verschoben und in beliebiger Stellung durch die Klemmschraube y fixirt werden kann. An diesem Würfel w ist ein Zeiger v befestigt, welcher sich über die Stundentheilung der festen Scheibe u hinwegbewegt, wenn w um seine Axe gedreht wird.

Digitized by Google

Durch eine auf der Hinterseite des Würfels *w* gelegene, in unserer Figur also nicht sichtbare Klemmschraube kann der Würfel *w* fest mit seiner Axe verbunden werden. Ist dies geschehen, so kann der Würfel *w* freilich nicht mehr frei gedreht werden, er nimmt aber nun sammt dem

Fig. 587.



Zeiger *v* an der Umdrehung der Uhraxe *a* Theil, so dass der Zeiger in 6 Stunden einen Viertelskreis durchläuft.

Ist die Säule *A* mit der Weltaxe parallel und der Zeiger *v* auf 12 Uhr gestellt, so fällt der Messingbogen *NN* in die Ebene des Meridians. Hat man den Würfel *w* in dieser Stellung gerade in dem Moment eingestellt, in welchem die Sonne culminirt, und ihn sogleich an seine Axe angeklemmt, so wird, von dem Uhrwerk gedreht, der Zeiger *v* nach 1, 2, 3 u. s. w. Stunden auf 1, 2, 3 u. s. w. Uhr zeigen, und gleichzeitig wird auch der Bogen *NN* so um die Weltaxe gedreht, dass seine Ebene stets mit dem Stundenkreise der Sonne zusammenfällt.

Wenden wir uns nun zur Betrachtung des Spiegels und seiner Bewegung.

Die Mitte des Spiegels *MM*, Fig. 586, liegt in der Verlängerung der Säule *A*. Auf der einen Seite des Spiegelrahmens ist eine geschlitzte Schiene *t* befestigt, welche rechtwinklig auf der Spiegelebene steht, also dem Einfallsloth der auf den Spiegel fallenden Strahlen parallel ist.

Der Spiegel *MM* wird von zwei Gabeln *CC* und *DD* getragen, welche den Spiegel einerseits bei *c*, andererseits bei *p* fassen. Ein Metall-

Digitized by Google

stab g bildet die Verlängerung der Mittellinie der Gabel C, das Metallstäbchen h bildet die Verlängerung der Mittellinie der Gabel D.

Das Stäbchen h wird von dem einen Ende des messingenen Bogens NN und in gleicher Weise wird das Stäbchen g von dem einen Ende des Bogens FF getragen.

Der Gabel C ist eine Drehung um die Axe des Stäbchens g gestattet, während das an der Gabel D befestigte Stäbchen h in der cylindrischen Oeffnung drehbar ist, in welcher es steckt.

Durch das Leistchen lq ist die Gabel CC, durch das Leistchen nq ist die Gabel DD mit der Schiene tt verbunden, jedoch so, dass den Enden der Leisten bei l, bei n und bei q eine Drehung um den Verbindungszapfen gestattet ist und dass die beiden unteren Enden der Leistchen bei q durch den sie zusammenhaltenden Zapfen in der Spalte der Schiene t zu bleiben genöthigt sind.

Da nun $cl = cn$ und $lq = nq$, so ist das Dreieck lqc gleich dem Dreieck ncq, wie auch der Winkel geändert werden mag, welchen die Leistchen nq und lq bei q mit einander machen. Daraus folgt aber, dass die Ebene der Gabel C und die Ebene der Gabel D stets gleiche Winkel mit der Schiene t, mithin auch gleiche Winkel mit der Ebene des Spiegels MM machen.

Wenn also ein Lichtstrahl ik in einer solchen Richtung auf den Spiegel fällt, dass seine Verlängerung die Mittellinie der Gabel D und die Axe des Stäbchens h bildet, so wird dieser Strahl nach einer Richtung kz reflectirt, welche die Verlängerung des Stäbchens g und der Mittellinie der Gabel l bildet.

Um zu machen, dass die Mittellinie kh der Gabel D wirklich die Verlängerung des einfallenden Strahles ik bildet, muss man den Bügel NN mittelst der Stellschraube y in einer solchen Lage festklemmen, dass der Winkel, welchen kh mit der Weltaxe bildet, gleich ist der Poldistanz der Sonne für den Tag, an welchem man gerade das Instrument gebrauchen will.

Diese Einstellung lässt sich nach der dem Versuchstage entsprechenden Declination der Sonne mittelst einer auf dem Bogen NN angebrachten Theilung ausführen.

Ist dies geschehen, so wird der Würfel w in einer solchen Stellung an seine Axe angeklemmt, dass der Zeiger v auf den Theilstrich des Zifferblattes zeigt, welcher der wahren Zeit des Augenblicks entspricht, in welchem man das Uhrwerk in Gang setzt. Wird alsdann das Instrument so aufgestellt, dass die Säule A in den astronomischen Meridian zu liegen kommt, so fällt wirklich kh in die Verlängerung der einfallenden Strahlen und bleibt in der Verlängerung derselben, so lange das Uhrwerk die Axe der Säule A, also auch die Ebene des Bogens NN mit der entsprechenden Geschwindigkeit umdreht.

Digitized by Google

Wenn aber kh stets in der Richtung der einfallenden Strahlen bleibt, so fällt die Richtung der reflectirten Strahlen auch stets in die Verlängerung des Stäbchens g. Durch Verschieben des Bogens FF in dem Würfel f und durch Drehung der äusseren Hülse der Säule A, wodurch die Ebene des Bogens FF gedreht wird, kann man das Stäbchen g und die Mittellinie der Gabel C in jede beliebige Lage bringen und in derselben feststellen, wodurch dann auch den reflectirten Strahlen eine unveränderliche Richtung gesichert wird.

Ausser den erwähnten werden noch manche andere Anwendungen vom ebenen Spiegel für gäodätische und physikalische Zwecke gemacht. Eine sehr sinnreiche Anwendung hat Poggendorff von dem ebenen Spiegel gemacht, um die geringste Veränderung in der Lage einer Magnetnadel oder eines Magnetstabes zu beobachten und zu messen; es wird davon im zweiten Theile dieses Lehrbuches ausführlicher die Rede sein.

209 **Reflexion auf gekrümmten Spiegeln.** Wenn ein Lichtstrahl eine krumme Oberfläche in irgend einem Punkte trifft, so wird er gerade so reflectirt, als ob er die Berührungsebene dieses Punktes getroffen hätte.

Der einfallende und der reflectirte Strahl machen also stets gleiche Winkel mit der Normalen, d. h. mit derjenigen Geraden, welche im Berührungspunkt rechtwinklig auf der Berührungsebene steht.

In der Praxis kommen fast ausschliesslich Kugelspiegel, sphärische Spiegel, d. h. solche gekrümmte Spiegel zur Anwendung, deren spiegelnde Flächen Stücke von Kugeloberflächen sind. Hier und da werden auch noch parabolische Spiegel angewandt, welche die Eigenschaft haben, alle von ihrem Brennpunkt ausgehenden Strahlen in ein ihrer Axe paralleles Strahlenbündel zu verwandeln. Zu eigentlich optischen Zwecken werden nur sphärische Spiegel verwendet von denen auch hier allein die Rede sein kann.

Der Mittelpunkt der Kugeloberfläche, von welcher ein sphärischer Spiegel ein Stück bildet, heisst der Krümmungsmittelpunkt des Spiegels.

Denkt man sich von einem Punkte a, in welchem ein sphärischer Spiegel von einem Lichtstrahl getroffen wird, einen Radius nach dem Krümmungsmittelpunkt gezogen, so ist dieser Radius offenbar das Einfallsloth für den Punkt a.

Man unterscheidet zwei Hauptarten von Kugelspiegeln, nämlich Hohlspiegel oder Concavspiegel, bei welchen die innere, dem Krümmungsmittelpunkte zugewendete Fläche die spiegelnde ist, und Convexspiegel, bei welchen die Reflexion durch die äussere, dem Krümmungsmittelpunkte abgewendete Fläche bewirkt wird. Erstere heissen auch Sammel-, mitunter auch Vergrösserungsspiegel, letztere Zerstreuungs- oder Verkleinerungsspiegel.

Die gewöhnlichen Rasirspiegel bilden die bekannteste Form der Hohlspiegel; sie sind durch eine auf der einen Seite ebene, auf der anderen ge-

Digitized by Google

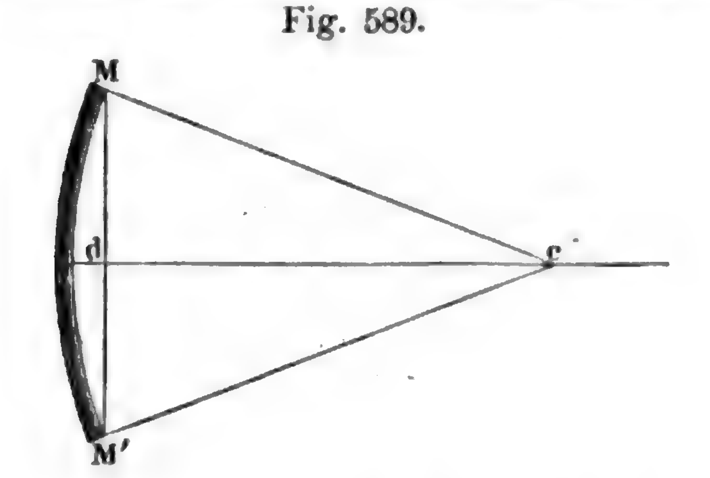
wölbte Glaslinse gebildet, deren Durchschnitt in Fig. 588 dargestellt ist.

Fig. 588.

Die gewölbte Fläche AdB ist mit Spiegelamalgam belegt und bildet eigentlich den Hohlspiegel. Die Reflexion auf der ebenen Vorderfläche AB, welche allerdings sehr schwach ist gegen die Spiegelung auf der belegten gewölbten Fläche AdB, beeinträchtigt doch die Reinheit der Bilder ebenso wie der Umstand, dass die Lichtstrahlen, bevor sie auf die spiegelnde Fläche AdB gelangen können, erst die Glassubstanz durchlaufen müssen. Deshalb darf man, wenn es auf Darstellung sehr reiner Hohlspiegelbilder ankommt, wie bei Spiegelteleskopen, solche gläserne Hohlspiegel nicht in Anwendung bringen, sondern sphärisch geschliffene, gewöhnlich aus Spiegelmetall (s. §. 203) hergestellte Metallflächen.

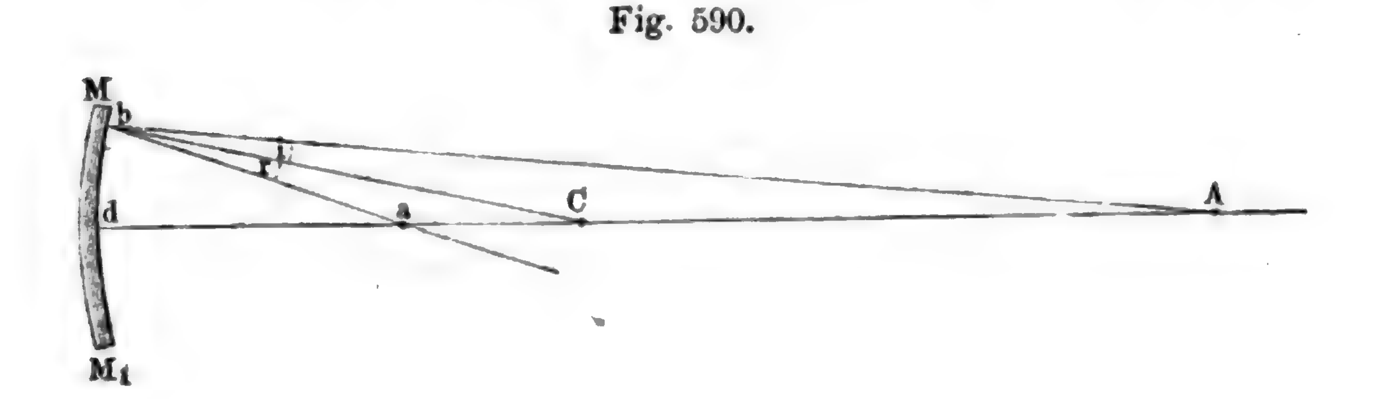
Fig. 589 stelle den Durchschnitt eines sphärischen Spiegels mit einer durch seinen Krümmungsmittelpunkt und seine Mitte gelegten Ebene dar. Nehmen wir, wie es gewöhnlich der Fall ist, den Kugelspiegel kreisförmig begränzt an, so wird eine Linie MM', Fig. 589, welche zwei diametral gegenüberstehende Punkte des Spiegelrandes mit einander verbindet, der Durchmesser des Spiegels genannt. Die Linie cd, welche den Krümmungsmittelpunkt c mit der Mitte des Spiegels d verbindet, heisst die Axe des sphärischen Spiegels; der Winkel endlich, welchen die Linien cM und cM' mit einander machen, heisst seine Oeffnung.

Fig. 589.



Sphärische Hohlspiegel. Es sei MM, Fig. 590, der Durchschnitt eines sphärischen Hohlspiegels, dessen Mittelpunkt C ist. In einem Punkte A der Axe befinde sich ein leuchtender Punkt, der seine 210

Fig. 590.



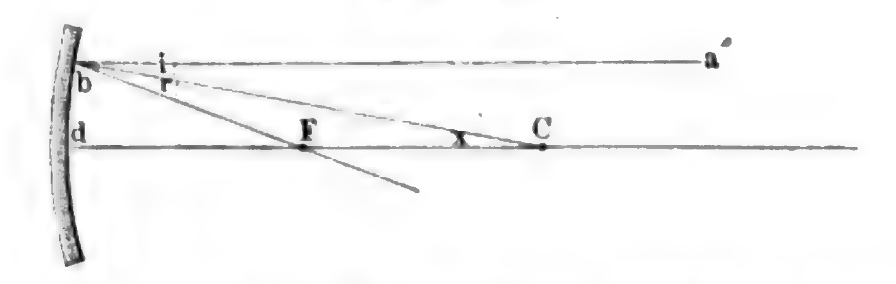
Digitized by Google

Strahlen auf den Spiegel sendet. Wie ein von A ausgehender Strahl, welcher den Spiegel in b trifft, reflectirt wird, ist leicht zu finden, denn die von b nach dem Mittelpunkte C gezogene Gerade ist das Einfallsloth. Macht man den Winkel r gleich dem Winkel i, so ist ba der reflectirte Strahl.

Denkt man sich auf dem Spiegel einen Kreis bezeichnet, dessen Punkte sämmtlich von d ebenso weit entfernt sind wie b, so ist leicht einzusehen, dass alle Strahlen, welche von A ausgehend, den Spiegel in einem Punkte dieses Ringes treffen, so reflectirt werden, dass sie die Axe Ad in demselben Punkte a schneiden.

Wenn der leuchtende Punkt sehr weit vom Spiegel entfernt ist, so kann man alle Strahlen, welche er auf den Spiegel sendet, als unter sich parallel betrachten. In Fig. 591 sei ab ein parallel mit der Axe einfallender Lichtstrahl, bC das Einfallsloth, so ist offenbar $i = x$. Der Radius bC sei mit R, der Winkel bFC mit v bezeichnet, so haben wir

Fig. 591.



(Trigonometrie §. 21, S. 31) aus dem Dreieck bFC die Proportion

$$sin.\,v : sin.\,r = R : CF$$

und daraus

$$CF = \frac{R\,.\,sin.\,r}{sin.\,v}.$$

Nun aber ist $r = i$, $v = 180^0 - r - x = 180^0 - 2i$, mithin $sin.\,v = sin.\,2i$; substituirt man diese Werthe, so kommt

$$FC = R\,.\,\frac{sin.\,i}{sin.\,2\,i}.$$

Je kleiner i wird, desto mehr nähert sich FC dem Werthe 0,5 R. Die folgende kleine Tabelle enthält eine Reihe zusammengehöriger Werthe von i und FC

i	FC
1^0	R . 0,50006
2	R . 0,50031
5	R . 0,50191
10	R . 0,50771
15	R . 0,51764
20	R . 0,54448

Man sieht aus dieser Tabelle, dass FC für Werthe von i bis zu 5

Digitized by Google

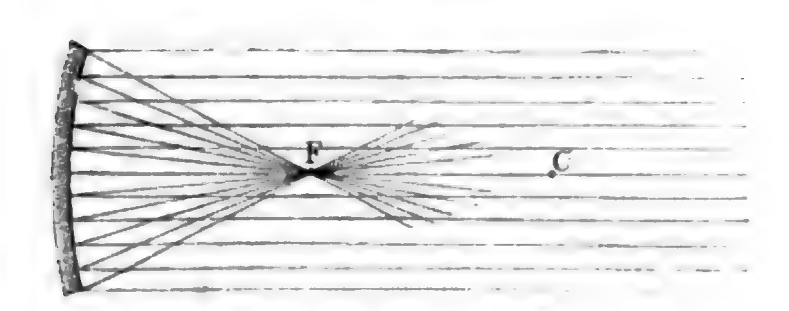
Grad hin nur wenig von 0,5 R abweicht. Selbst für $i = 10^0$ ist diese Abweichung noch nicht bedeutend, über diesen Werth von i hinaus wird aber der Ueberschuss von FC über $^1/_2 R$ sehr merklich.

Solche Strahlen, welche der Axe so nahe liegen, dass der Werth von FC für dieselben nicht merklich von $^1/_2 R$ differirt, heissen centrale Strahlen. Der Vereinigungspunkt der parallel mit der Axe auffallenden centralen Strahlen, Fig. 592, führt den Namen Brennpunkt oder Focus (er soll in den folgenden Figuren mit F bezeichnet werden). Dieser Focus liegt, wie wir gesehen haben, in der Mitte zwischen dem Krümmungsmittelpunkt des Spiegels und dem Spiegel selbst, auf der Axe des Spiegels.

Die Entfernung des Brennpunkts F von der Mitte d des Spiegels wird die Brennweite oder die Focaldistanz genannt.

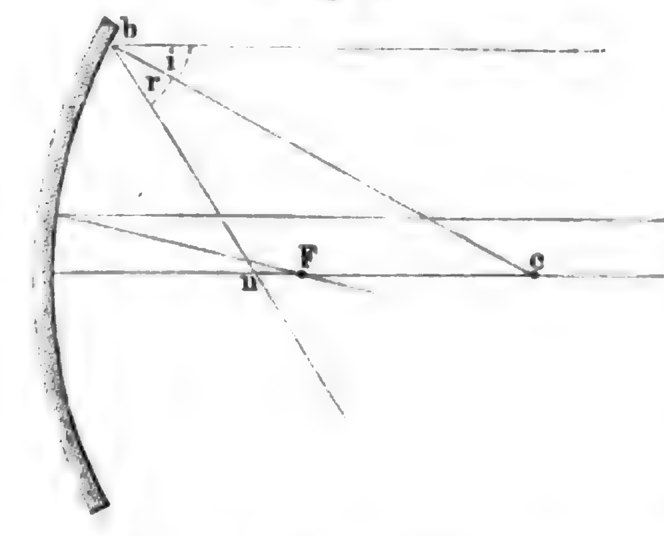
Ist die Krümmung des Spiegels von der Mitte bis zum Rande bedeutend, so werden die parallel mit der Axe in der Nähe des Randes auffallenden Strahlen nicht mehr nach dem Hauptbrennpunkt F hin reflectirt, wie die centralen Strahlen, sondern sie schneiden die Axe in einem Punkte n, Fig. 593, welcher näher am Spiegel liegt als F.

Fig. 592.



Wenn ein Hohlspiegel zu optischen Zwecken brauchbar sein soll, so muss er die von einem Punkte ausgehenden Strahlen auch möglichst nahe wieder in einem Punkte vereinigen. Dies ist aber nur dann möglich, wenn die Oeffnung des Spiegels nicht bedeutend, wenn sie allerhöchstens 4 bis 6° ist, denn nur in diesem Falle kann man alle den Spiegel treffenden Strahlen als centrale Strahlen betrachten. Wir wollen im Folgenden auch nur solche Spiegel, also auch nur centrale Strahlen, betrachten.

Fig. 593.



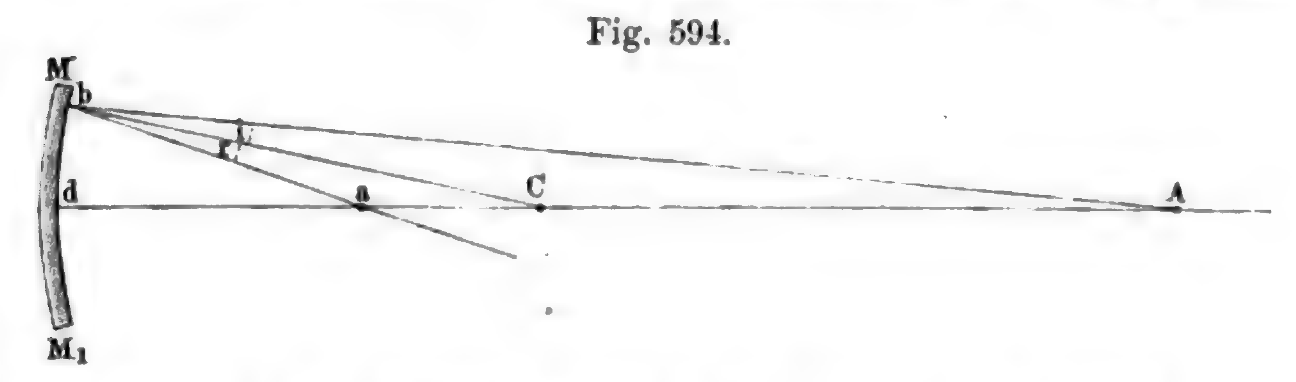
Der erwähnte Fehler, dass nicht alle mit der Axe parallel einfallenden Strahlen genau in einem Punkte vereinigt werden, dass der Vereinigungspunkt für die Randstrahlen dem Spiegel näher liegt als der Brennpunkt, wird sphärische Aberration genannt.

Wenn der leuchtende Punkt nicht unendlich weit liegt, sondern in solcher Entfernung, dass man die Divergenz der den Spiegel treffenden Strahlen nicht mehr vernachlässigen darf, so ändert auch der Vereinigungs-

Digitized by Google

punkt seine Stellung, und zwar rückt er vom Spiegel um so weiter weg, je mehr sich der leuchtende Punkt nähert. Dass dem so sei, ist aus Fig. 594 leicht zu sehen. Je näher der leuchtende Punkt A liegt, desto

Fig. 594.

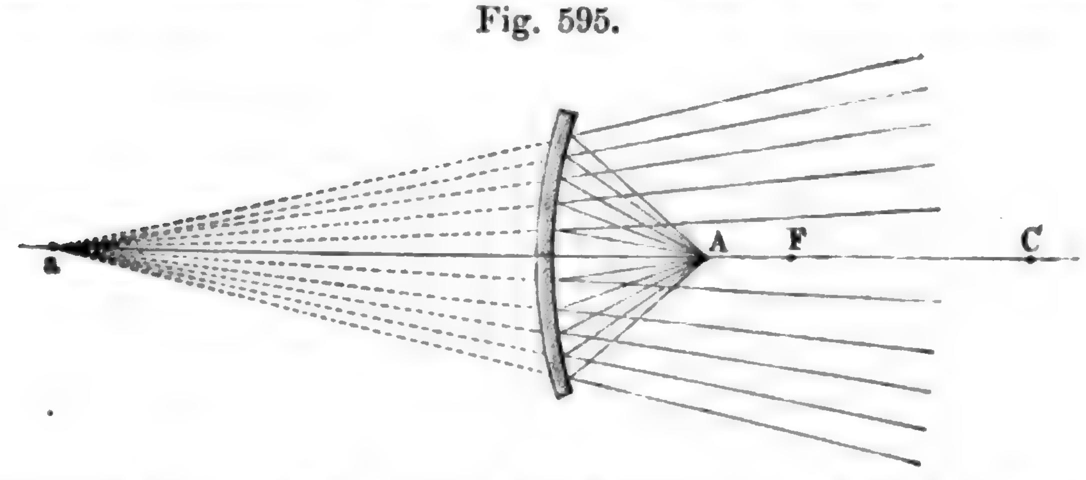


kleiner wird i für denselben Punkt b des Spiegels, desto kleiner wird r und desto mehr rückt also a nach C hin. Wenn man also einen leuchtenden Punkt, der so weit vom Spiegel entfernt ist, dass seine Strahlen im Hauptbrennpunkte wieder vereinigt werden, dem Spiegel fortwährend nähert, so wird der Vereinigungspunkt a vom Brennpunkte fortwährend dem Mittelpunkte C näher rücken, bis endlich, wenn der leuchtende Punkt im Centrum C des Spiegels steht, der Vereinigungspunkt mit dem leuchtenden Punkte zusammenfällt. Rückt der leuchtende Punkt dem Spiegel noch näher, so fällt der Vereinigungspunkt weiter und weiter vom Spiegel weg. Die von a ausgehenden Strahlen werden in A vereinigt, und wenn der leuchtende Punkt den Hauptbrennpunkt einnimmt, so werden seine Strahlen vom Spiegel parallel mit der Axe reflectirt.

Die zusammengehörigen Punkte a und A, von denen immer der eine das Bild des anderen ist, werden conjugirte Punkte genannt.

In Fig. 595 ist noch der einzig übrige Fall betrachtet, nämlich dass der leuchtende Punkt A zwischen dem Spiegel und dem Haupt-

Fig. 595.



brennpunkte liegt. Hier werden die Strahlen so reflectirt, dass sie nach der Reflexion divergiren, als ob sie von einem Punkte a kämen, der hinter dem Spiegel liegt und den man für jeden besonderen Fall durch Construction leicht finden kann.

Die Beziehungen zwischen der Vereinigungsweite $d\,a$, Fig. 594, und der Gegenstandsweite $d\,A$ oder, mit anderen Worten, die Beziehungen, in

Digitized by Google

welchen die conjugirten Punkte zu einander stehen, lassen sich durch Formeln ausdrücken, welche sich nach den vorgetragenen Sätzen leicht entwickeln lassen.

Aus dem Dreieck baC haben wir

$$ba : aC = sin.v : sin.i \quad \text{. . . . . 1)}$$

wenn wir mit v den Winkel bCa bezeichnen, da ja Winkel r gleich dem Winkel i ist. Ebenso haben wir für das Dreieck bCA

$$bA : CA = sin.v : sin.i \quad \text{. . . . . 2)}$$

da ja der Sinus des Winkels bCA gleich ist dem Sinus seines Nebenwinkels bCd. Aus der Combination der Gleichungen 1) und 2) folgt aber:

$$ba : aC = bA : CA \quad \text{. . . . . 3)}$$

Nun aber ist ohne merklichen Fehler ba gleich der Vereinigungsweite da, die wir mit h bezeichnen wollen, und bA ist gleich der Gegenstandsweite dA, die mit g bezeichnet werden mag, wir haben also

$$h : aC = g : CA \quad \text{. . . . . 4)}$$

Bezeichnen wir die Brennweite des Spiegels mit f, so ist $Cd = 2f$ und $aC = 2f - h$; CA aber ist gleich $g - 2f$, die Gleichung 4) geht also über in

$$h : 2f - h = g : g - 2f,$$

woraus endlich
$$h = \frac{gf}{g - f} \quad \text{. . . . . 5)}$$

Nach dieser Formel kann man die Vereinigungsweite h berechnen, wenn die Brennweite f und die Gegenstandsweite g bekannt sind.

Die Gleichung 5) lässt sich in folgende verwandeln:

$$h = \frac{f}{1 - \frac{f}{g}} \quad \text{. . . . . 6)}$$

in dieser Form übersieht man leicht, dass h um so grösser wird, je mehr g abnimmt. Für $g = \infty$ wird $h = f$; für $g = 2f$ wird $h = 2f$. Sobald g kleiner wird als $2f$, wird h grösser als $2f$ und für $g = f$ wird h gleich $\frac{f}{0}$ also unendlich. Wenn g kleiner ist als f, so ist $\frac{f}{g}$ grösser als 1, folglich wird der Werth von h negativ, was andeutet, dass in diesem Fall die vom Spiegel reflectirten Strahlen nicht mehr nach einem Punkte von dem Spiegel convergiren, sondern dass sie divergiren, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel kämen.

Wir haben bisher nur solche leuchtende Punkte betrachtet, welche auf der Axe des Spiegels lagen, Punkte also, für welche die über den Krümmungsmittelpunkt C nach dem Spiegel gezogene Linie mit der Axe des Spiegels zusammenfiel. Alle bisher entwickelten Gesetze gelten aber auch für solche leuchtende Punkte, welche ausserhalb der Spiegelaxe liegen; es sei z. B. in Fig. 596 (a. f. S.) A ein solcher leuchtender Punkt. Zieht man von A über C eine Linie nach dem Spiegel, so ist dies die Axe des von A auf den Spiegel gesandten Strahlenkegels, und auf dieser Axe müssen sich

Digitized by Google

alle von A ausgehenden Strahlen wieder vereinigen. Wenn ein ganzes Bündel Strahlen mit ACb parallel auf den Spiegel fiele, so würden sie

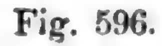
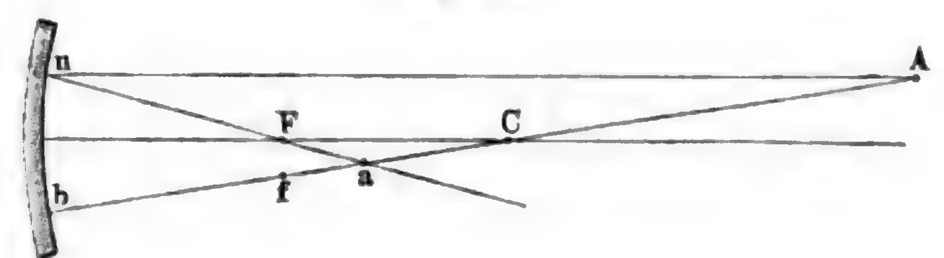


Fig. 596.



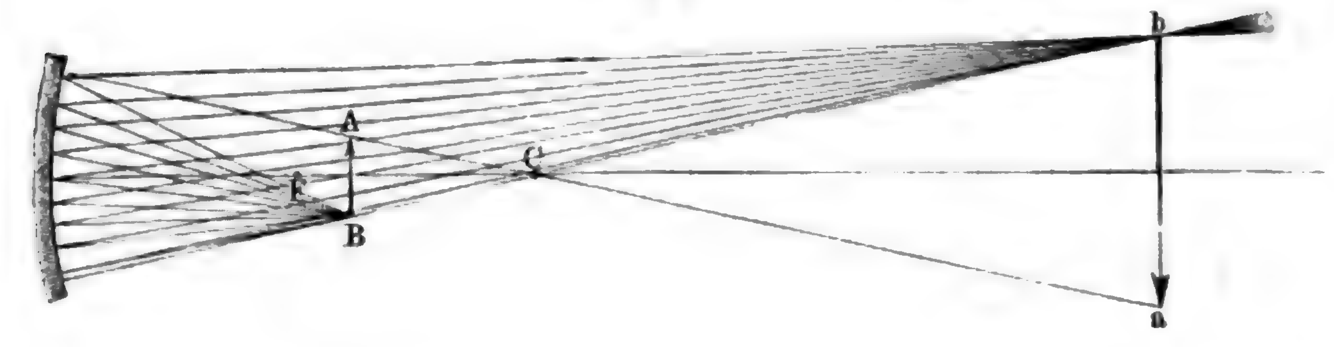
sich nach der Reflexion im Punkte f vereinigen, der in der Mitte zwischen C und b liegt; da aber die von A ausgehenden Strahlen divergiren, so liegt ihr Vereinigungspunkt weiter vom Spiegel ab als f. Man kann nun diesen Vereinigungspunkt leicht durch folgende Construction finden. Man ziehe von A eine Linie An parallel mit der Axe des Spiegels. Ein Strahl, der in dieser Richtung den Spiegel trifft, wird aber bekanntlich nach dem Hauptbrennpunkte F reflectirt; zieht man nun von n über F eine Linie, so wird diese die Linie ACb schneiden, und der Durchschnittspunkt a ist offenbar derjenige, in welchem alle von A ausgehenden Strahlen nach ihrer Reflexion durch den Spiegel wieder vereinigt werden, kurz a ist das Bild von A.

Der Abstand des Punktes a von b lässt sich aber auch nach Gleichung 5) berechnen, wenn die Gegenstandsweite bA und die Brennweite des Hohlspiegels bekannt ist.

Befindet sich umgekehrt ein leuchtender Punkt in a, so werden die von ihm ausgehenden Strahlen, welche den Hohlspiegel treffen, in A vereinigt, oder A ist alsdann das Bild von a.

211 **Von den durch Hohlspiegel erzeugten Bildern.** Es stelle in Fig. 597 AB einen Gegenstand vor, der sich zwischen dem

Fig. 597.



Krümmungsmittelpunkte C des Spiegels und dem Hauptbrennpunkte F befindet. Nach dem, was im vorigen Paragraphen gesagt wurde, ist es leicht, das Bild des Punktes A zu finden; es liegt in a und alle von A ausgehenden den Hohlspiegel treffenden Strahlen werden durch denselben in a vereinigt. Ebenso ist b das Bild des Punktes B, und so ergiebt sich,

Digitized by Google

dass man durch einen Hohlspiegel von einem Gegenstande AB, welcher zwischen dem Hauptbrennpunkte F und dem Mittelpunkte der Krümmung C liegt, ein verkehrtes, vergrössertes Bild jenseits C erhält.

Da die von A ausgehenden Strahlen in a gesammelt werden, so werden auch umgekehrt, wenn a ein leuchtender Punkt ist, die von ihm ausgehenden Strahlen durch den Spiegel nach A reflectirt werden; kurz A ist in diesem Falle das Bild von a; ebenso ist B das Bild von b. Wenn sich also ein Gegenstand ab jenseits des Mittelpunktes C befindet, so wird der Hohlspiegel von ihm ein verkehrtes, verkleinertes Bild zwischen dem Mittelpunkt C und dem Hauptbrennpunkt F entwerfen.

Die Bilder, welche wir soeben betrachtet haben, sind von denen der ebenen Spiegel wesentlich verschieden. Alle Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, werden von einem ebenen Spiegel in einer solchen Richtung reflectirt, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen, sie divergiren also nach der Spiegelung von einem Punkte, in welchem sie nie vereinigt waren. Bilder, welche auf diese Weise zu Stande kommen, werden als virtuelle Bilder bezeichnet. In den eben betrachteten Fällen der Hohlspiegelbilder wurden aber die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen durch den Spiegel wirklich wieder in einem Punkte gesammelt; wir wollen deshalb auch diese Bilder zum Unterschiede von den virtuellen als Sammelbilder bezeichnen. Diese Sammelbilder kann man auf zweierlei Weise beobachten, nämlich 1) wenn man die von dem Vereinigungspunkt wieder divergirenden Strahlen direct ins Auge gelangen lässt, oder 2) indem man das Sammelbild auf einem Schirm von weissem Papier oder von mattgeschliffenem Glase auffängt, wo dann die durch die Concentration der Strahlen stark erleuchteten Punkte des Schirmes das Licht nach allen Seiten hin zerstreuen, so dass das aufgefangene Bild gleich einem Gegenstande ringsum sichtbar ist.

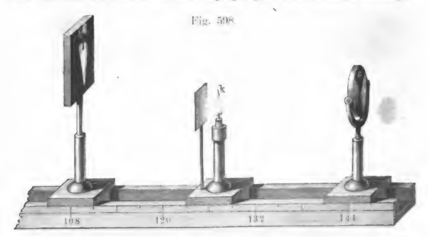
Wenn die auf einem Schirm aufgefangenen Sammelbilder lebhaft erscheinen sollen, so muss das fremde Licht abgehalten werden.

Fig. 598 (a.f.S.) erläutert, wie man mit Hülfe der bereits früher besprochenen optischen Bank die Versuche über Hohlspiegelbilder arrangiren kann. S ist der zweckmässig gefasste, in unserer Figur nur von der Rückseite sichtbare Hohlspiegel, welcher von einer zwischen der einfachen und der doppelten Brennweite befindlichen Kerze ein verkehrtes vergrössertes Bild auf dem Papierschirm entwirft. Dicht bei der Kerze ist ein kleiner Schirm aufgestellt, welcher verhindert, dass die Strahlen der Kerze direct dahin fallen, wo ihr Bild durch den Spiegel entworfen wird. Nähert man den Schieber mit der Kerze dem Hohlspiegel, so muss man den Schieber mit dem Schirm entfernen, um das Bild wieder deutlich zu machen. Entfernt man die Kerze vom Spiegel, so muss man den Schirm nähern. Wenn die Kerze um mehr als die doppelte Brennweite vom Hohlspiegel absteht, wenn

Digitized by Google

also das Bild dem Spiegel näher steht als der Gegenstand, so muss man entweder den Schirm oder die Kerze seitlich anbringen, damit der Schirm nicht die von der Kerze nach dem Spiegel gehenden Strahlen auffängt.

Fig. 598.



Je weiter der Gegenstand von dem Hohlspiegel sich entfernt, desto mehr muss sich begreiflicherweise das Bild dem Hauptbrennpunkte nähern, das Bild der gleichsam unendlich weit entfernten Sonne muss also im Hauptbrennpunkte selbst liegen, wenn die Axe des Spiegels nach der Sonne gerichtet ist. Fallen die Sonnenstrahlen schräg, also nicht in der Richtung der Spiegelaxe auf, so liegt das Bild natürlich nicht mehr in der Spiegelaxe, sondern seitwärts, seine Entfernung von dem Spiegel ist aber stets dem halben Krümmungshalbmesser desselben gleich. Da uns die Sonne unter einem Winkel von ungefähr 30′ erscheint, so muss auch das Sonnenbildchen, vom Krümmungsmittelpunkt C aus gesehen, unter demselben Winkel erscheinen, seine absolute Grösse hängt also von dem Krümmungshalbmesser des Spiegels ab. Im Brennpunkte des grossen Reflectors von Herschel z. B., dessen Krümmungshalbmesser 50 Fuss ist, hat das Sonnenbild ungefähr 3 Zoll Durchmesser; der Durchmesser des Sonnenbildes ist ungefähr 3 Millimeter, wenn der Krümmungshalbmesser des Spiegels 1 Meter ist.

Um den Krümmungshalbmesser eines Hohlspiegels zu finden, braucht man nur zu messen, wie weit das Sonnenbildchen vom Spiegel liegt, denn diese Entfernung doppelt genommen ist ja dem Krümmungshalbmesser des Spiegels gleich.

Die Bilder solcher Gegenstände, welche um mehr als die 100fache Länge des Krümmungshalbmessers vom Spiegel entfernt sind, fallen ohne merklichen Fehler mit dem Brennpunkte zusammen.

Wir haben jetzt die Lage des Bildes nur noch für den Fall zu ermitteln, dass der Gegenstand zwischen dem Spiegel und dem Brennpunkte liegt. Wir haben gesehen, dass alle Strahlen, welche

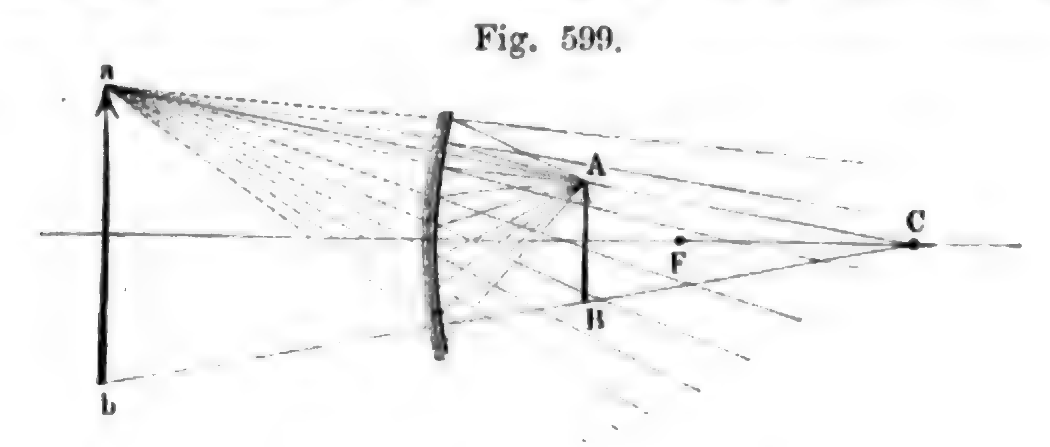
Digitized by Google

von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der dem Hohlspiegel näher liegt als der Hauptbrennpunkt, so reflectirt werden, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen; in einem solchen Falle kann natürlich kein Sammelbild, sondern nur ein virtuelles Bild entstehen, ein Bild also, welches man nicht auf einem Schirme auffangen kann.

In Fig. 599 sei AB der innerhalb der Brennweite liegende Gegenstand, dessen Bild wir suchen wollen.

Nach den oben entwickelten Principien ist es leicht, die Lage des Punktes a zu ermitteln, von welchem die von A ausgehenden Strahlen

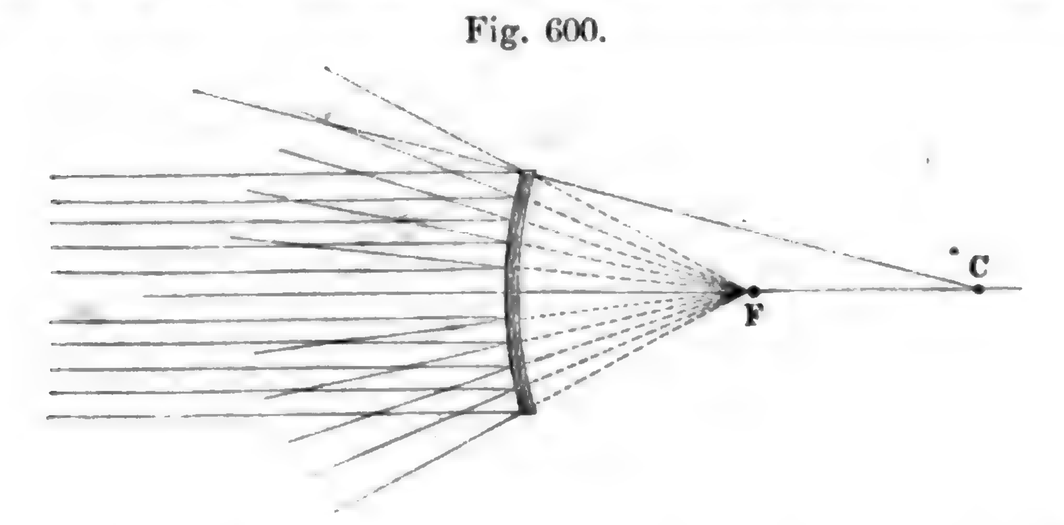
Fig. 599.



divergiren, nachdem sie von dem Hohlspiegel reflectirt worden sind. Ebenso lässt sich das Bild b des Punktes B finden; wenn also der Gegenstand zwischen dem Brennpunkte und dem Spiegel liegt, so fällt sein vergrössertes aufrechtes Bild hinter den Spiegel, es verhält sich also, die Vergrösserung abgerechnet, ganz wie die Bilder der ebenen Spiegel.

Die Convexspiegel haben keine wirkliche, sondern nur virtuelle Brennpunkte, d. h. die Strahlen, welche sie treffen, werden nicht in einem Punkte vereinigt, sondern sie divergiren nach der Spiegelung so, als ob sie von einem Punkte hinter dem Spiegel herkämen. Wenn ein Convexspiegel von Strahlen getroffen wird, welche mit der Axe parallel sind, Fig. 600, so liegt für diese der Hauptzerstreuungspunkt F in der Mitte 212

Fig. 600.



zwischen dem Spiegel und dem Mittelpunkte C. Der Abstand des Haupt-

Digitized by Google

zerstreuungspunktes F von der Mitte des Convexspiegels wird die Zerstreuungsweite genannt.

Wenn ein leuchtender Punkt A, Fig. 601, auf der Axe des Convexspiegels liegt, so werden die von ihm ausgehenden auf den Spiegel fallenden Strahlen so reflectirt, als ob sie von einem jenseits des Spiegels liegenden Punkte a der Axe herkämen, welcher zwischen dem Spiegel und dem Hauptzerstreuungspunkt F liegt. Den Abstand h dieses Punktes von der Mitte d des Spiegels kann man mit Hülfe der Gleichung 5) S. 527 berechnen, wenn man in derselben f mit negativen Zeichen einführt. Die Gleichung geht dadurch über in

$$h = -\frac{gf}{g+f} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

h ist hier immer negativ, welchen Werth auch übrigens g haben mag, d. h. wie weit oder nahe auch der leuchtende Punkt A sich vor dem Convex-

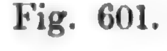
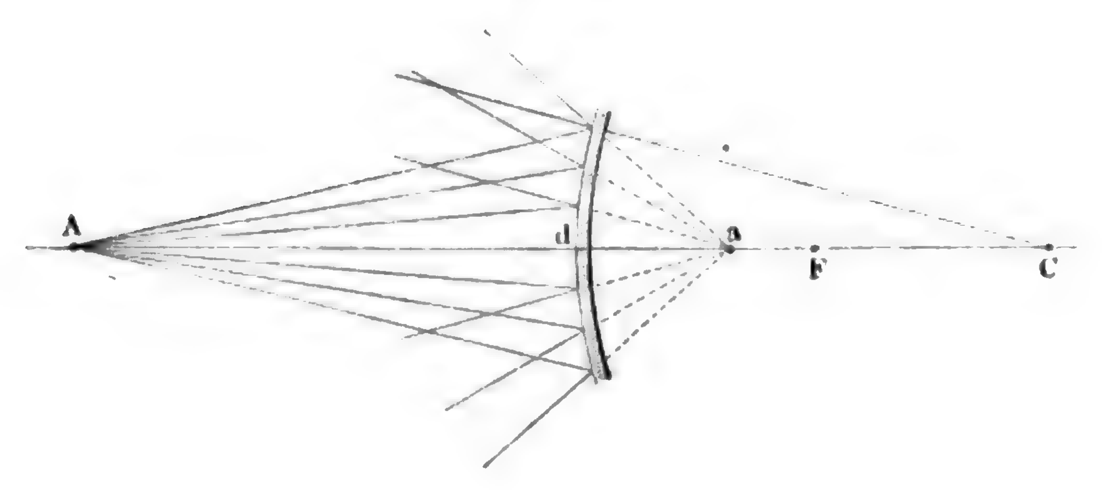


Fig. 601.

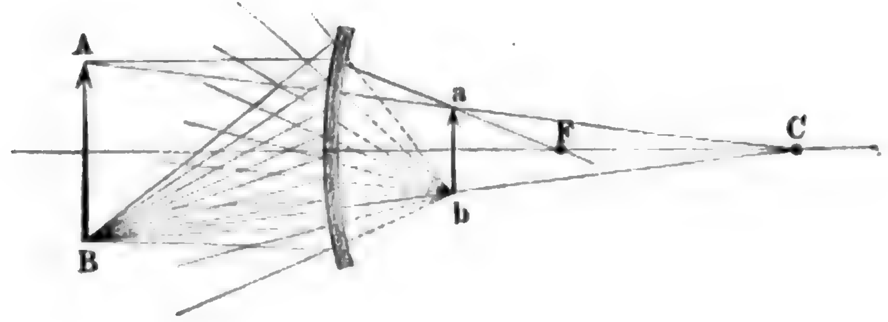


spiegel befinden mag, so liegt der ihm entsprechende Zerstreuungspunkt a stets hinter dem Spiegel.

Die Lage der Bilder, welche Convexspiegel von Gegenständen entwerfen, die sich vor ihnen befinden, ergiebt sich aus folgender Construction.

Es sei AB, Fig. 602, ein vor einem Convexspiegel befindlicher Ge-

Fig. 602.



Digitized by Google

genstand. Ein Strahl, welcher von A in der Richtung AC auf den Spiegel fällt, wird in derselben Richtung reflectirt, in welcher er kam, das Bild von A muss also auf der Linie AC liegen. Ein Strahl, der von A aus parallel mit der Spiegelaxe in n auf den Spiegel trifft (der Buchstabe n ist in der Figur aus Mangel an Raum weggelassen), wird so reflectirt, als ob er vom Hauptzerstreuungspunkte F käme; das Bild von A liegt also in dem Durchschnittspunkte a der Linien AC und nF. Alle von A ausgehenden Strahlen werden von dem Convexspiegel so reflectirt, als ob sie von a herkämen.

Nachdem man auch das Bild b des Punktes B gefunden hat, überzeugt man sich leicht, dass man durch Convexspiegel verkleinerte aufrechte Bilder hinter dem Spiegel erhält.

Unsere Figur stellt den Verlauf des von B aus divergirenden und von dem Convexspiegel reflectirten Strahlenbündels dar.

Da man es hier nur mit virtuellen Bildern zu thun hat, so ist klar, dass sich die Bilder der Convexspiegel nicht auf Schirmen auffangen lassen.

Von den Brennlinien. Wir haben bereits in Paragraph 210 gesehen, dass ein von einem Punkt ausgehendes Strahlenbündel, welches einen Hohlspiegel trifft, nur dann durch denselben wieder in einem Punkte vereinigt werden kann, wenn die Krümmung des Spiegels von der Mitte bis zum Rande nicht über gewisse Gränzen hinausgeht; dass solche Strahlen, welche parallel mit der Axe nahe am Rande auf einen stark gekrümmten Spiegel auffallen, nach der Spiegelung die Axe in einem Punkte schneiden, welcher dem Spiegel näher liegt als der Brennpunkt. Dieser Umstand bewirkt, dass solche zu stark gekrümmte Spiegel nur sehr unreine Bilder geben, und man muss, um mit solchen Spiegeln scharfe Bilder zu erhalten, dieselben bis auf den centralen Theil bedecken. 213

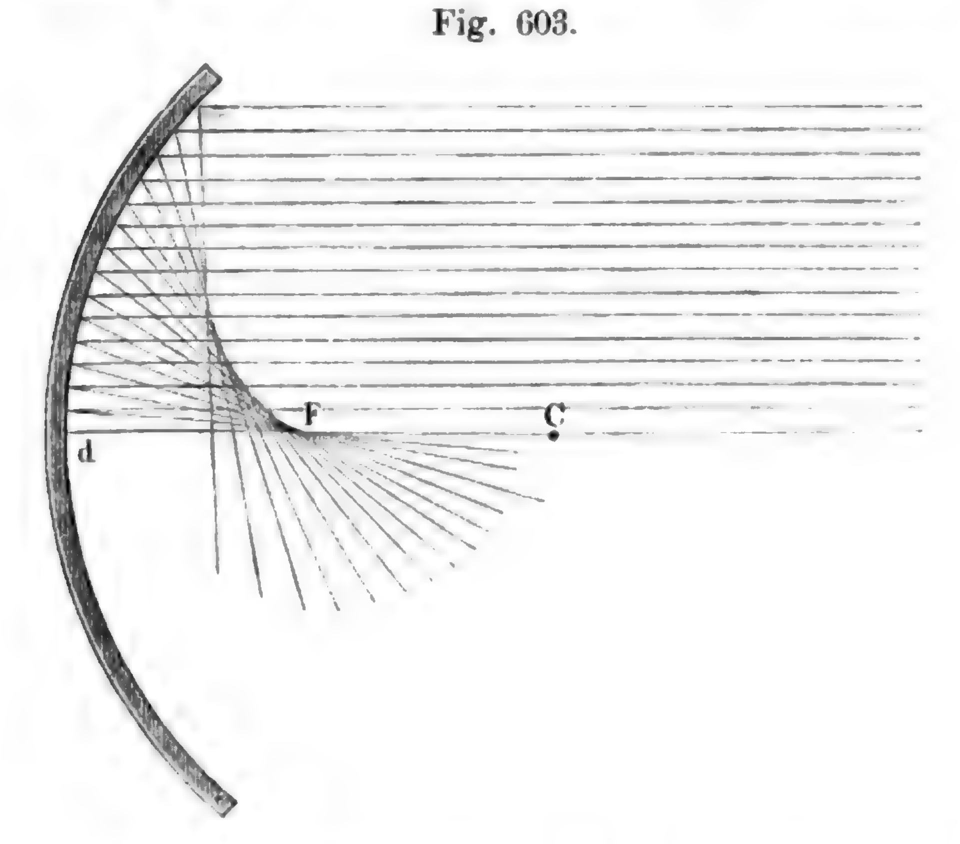
Denken wir uns den ganzen Strahlenkegel, welcher von einem Punkte ausgehend auf einen stark gekrümmten Hohlspiegel fällt, von einer durch die Axe gelegten Ebene durchschnitten, so werden je zwei benachbarte in dieser Ebene liegende Strahlen nach ihrer Reflexion sich in einem Punkte schneiden, welcher nicht auf der Axe des Spiegels liegt und welcher sich um so mehr von dieser Axe entfernt, je weiter der Reflexionspunkt von der Mitte des Spiegels entfernt, d. h. je näher der Punkt, in welchem der einfallende Strahl den Spiegel trifft, dem Rande liegt, wie dies Fig. 603 (a. f. S.) erläutert. Die auf einander folgenden Durchschnittspunkte je zweier benachbarter in einer Ebene reflectirter Strahlen bilden aber eine krumme durch stärkere Lichtconcentration ausgezeichnete Linie, welche man eine Brennlinie oder eine kaustische Linie nennt.

Unsere Figur stellt, um nicht durch zu viele Linien zu verwirren, nur die obere Hälfte der Brennlinie dar, welche durch die Reflexion eines parallel mit der Axe einfallenden Strahlenbündels entsteht, deren Gipfelpunkt also durch den Brennpunkt F gebildet wird.

Digitized by Google

Solche Brennlinien kann man leicht auf dem Boden flacher cylindrischer, innen polirter Gefässe beobachten. Am leichtesten lassen sie

Fig. 603.



sich in einem Trinkglase zeigen, welches, bis auf einigen Abstand vom Rande mit Milch oder mit einer andern trüben Flüssigkeit gefüllt, dem Lichte der Sonne oder einer Kerze ausgesetzt wird. Dieselbe Beobachtung lässt sich auch mit einer Kaffetasse anstellen.

Denken wir uns die ganze Figur 603 um ihre Axe dFC umgedreht, so wird durch die Umdrehung der Brennlinie eine kegelartige Oberfläche gebildet, welche den Namen der kaustischen Fläche führt. Eine solche kaustische Fläche wird durch jeden stark gekrümmten Hohlspiegel erzeugt, wenn man ihn gegen die Sonne oder gegen eine andere hinlänglich starke Lichtquelle richtet; man macht sie am besten sichtbar, wenn man auf irgend eine Weise vor dem Spiegel einen dichten Rauch erzeugt.

Digitized by Google

Drittes Capitel.

Dioptrik oder die Brechung des Lichtes.

Allgemeine Gesetze der Brechung des Lichtes. Unter Brechung versteht man die Ablenkung, die Richtungsänderung, welche ein Lichtstrahl erleidet, wenn er aus einem Mittel in ein anderes übergeht. Dass eine solche Ablenkung stattfindet, davon kann man sich leicht durch folgenden einfachen Versuch überzeugen. In Fig. 604 sei vv' ein noch leeres Gefäss, auf dessen Boden man einen schweren Körper, etwa ein Geldstück m legt; man bringt alsdann das Auge an eine solche Stelle a, dass das Geldstück m eben durch den Rand des Gefässes verdeckt erscheint. 214

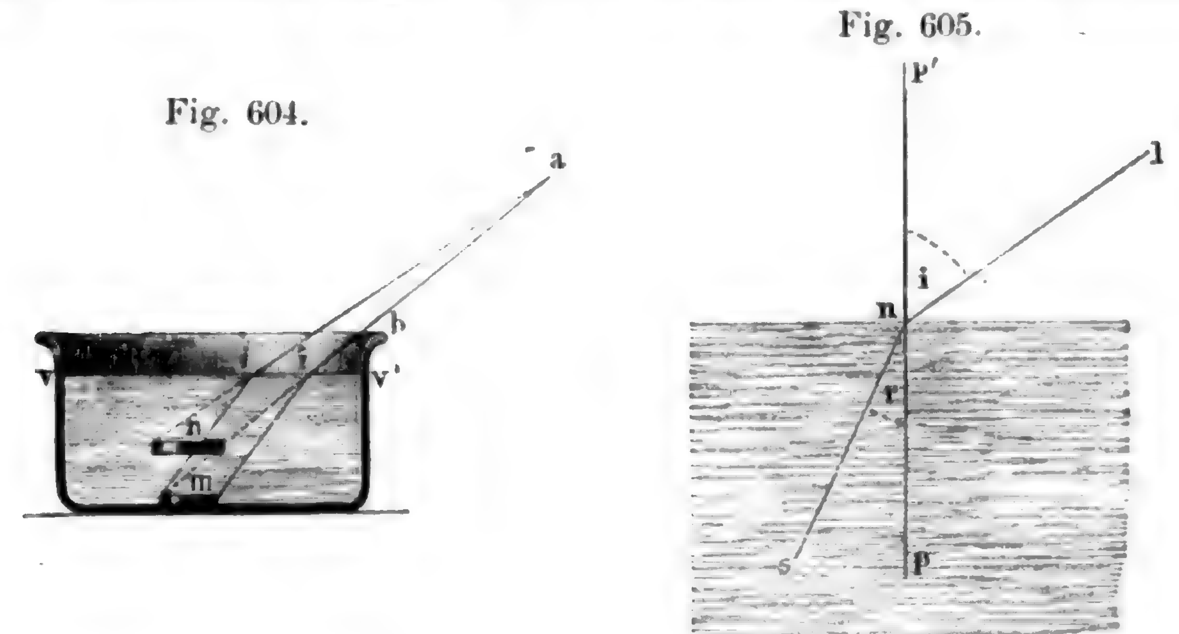


Fig. 604.

Fig. 605.

Wird nun, während das Auge unverändert seine Stellung behält, Wasser in das Gefäss gegossen, so wird das Geldstück alsobald sichtbar und scheint um so höher zu steigen, je mehr der Wasserspiegel steigt. Es ist klar, dass jetzt die Lichtstrahlen nicht in gerader Linie vom Körper m ins Auge gelangen; sie erleiden vielmehr beim Austritt aus dem Wasser eine Richtungsveränderung, wie dies in der Figur angedeutet ist.

Der Einfallswinkel i, Fig. 605, ist bei der Brechung wie bei

Digitized by Google

der Spiegelung der Winkel, welchen der einfallende Strahl ln mit der im Einfallspunkte errichteten Normalen, dem Einfallslothe np', macht.

Der Brechungswinkel ist derjenige, welchen der gebrochene Strahl ns mit der Verlängerung np des Einfallslothes macht.

Die Einfallsebene ist die durch den einfallenden Strahl und das Einfallsloth, die Brechungsebene die durch den gebrochenen Strahl und das Einfallsloth gelegte Ebene. Gewöhnlich entsteht aus einem einfallenden Strahl auch nur ein gebrochener; doch giebt es Körper, wie Kalkspath, Bergkrystall u. a., welche die Eigenschaft haben, jeden einfallenden Strahl in zwei gebrochene zu spalten. Diese Erscheinung der doppelten Brechung hängt mit der Polarisation des Lichtes zusammen, welche wir später betrachten werden. Vor der Hand beschäftigen wir uns nur mit den Gesetzen der einfachen Brechung. Diese Gesetze sind folgende:

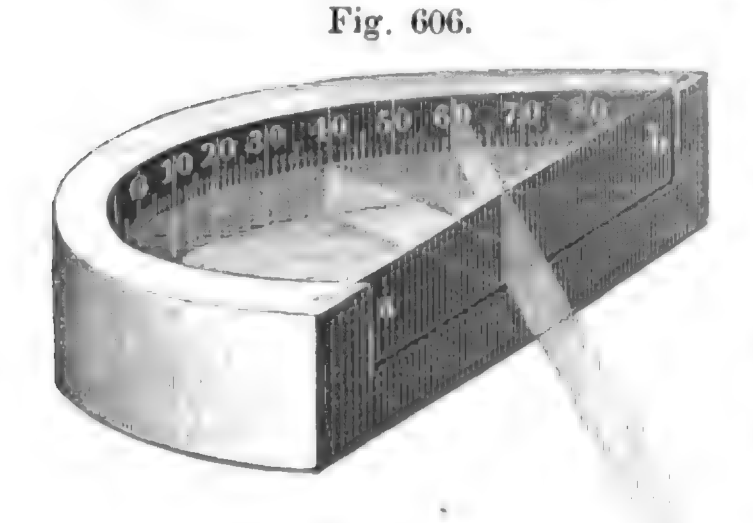
1) Die Brechungsebene fällt mit der Einfallsebene zusammen.

2) Der Sinus des Brechungswinkels steht zum Sinus des Einfallswinkels in einem constanten Verhältnisse, welches von einer brechenden Substanz zur anderen variirt.

Der erste dieser beiden Sätze bietet keine Schwierigkeiten, der zweite lässt sich durch den von mir zu diesem Zweck construirten Apparat, Fig. 606, nachweisen.

Ein zwei bis drei Zoll hohes Gefäss ist auf der einen Seite durch eine ebene Glasfläche ab, ausserdem aber durch eine halbkreisförmige verticale Wand begränzt. Die Glasfläche ist bis auf einen in ihrer Mitte befindlichen verticalen Streifen von $^1/_2$ bis 1 Linie Breite mit undurchsichtigem Papier zugeklebt oder angestrichen; die halbkreisförmige Rückwand ist im Inneren mit einer Gradtheilung versehen, deren Nullpunkt dem durchsichtigen Streifen, den wir kurz als Spalt bezeichnen wollen, gerade gegenüber liegt.

Fig. 606.



Dies Gefäss wird ungefähr bis zur Hälfte mit Wasser gefüllt.

Bringt man nun ein Kerzenlicht in einiger Entfernung gerade vor den Spalt, so werden die durch denselben einfallenden Lichtstrahlen gerade den Nullpunkt der Theilung treffen. Bringt man aber das Licht auf die Seite, so werden die Lichtstrahlen, welche durch den Spalt in das Gefäss eindringen, im oberen und unteren Theil nicht an derselben Stelle die Rückwand treffen. Der Theil des Lichtbündels, welcher im oberen Theile

Digitized by Google

des Spaltes eindringt setzt seinen Weg in gerader Linie fort, während die untere Hälfte des Lichtbündels beim Eintritt in das Wasser eine andere Richtung erhält und also auch an einer anderen Stelle die Rückwand trifft.

Nehmen wir an, man habe die Lichtquelle soweit auf die Seite gerückt, dass das durch die obere Hälfte des Spaltes einfallende Licht gerade den Theilstrich 60 trifft, wie dies in unserer Figur dargestellt ist, so wird der untere Theil des Lichtbündels bei seinem Eintritt in das Wasser nach einem Punkte der Rückwand abgelenkt, welcher 40° weit vom Nullpunkte absteht.

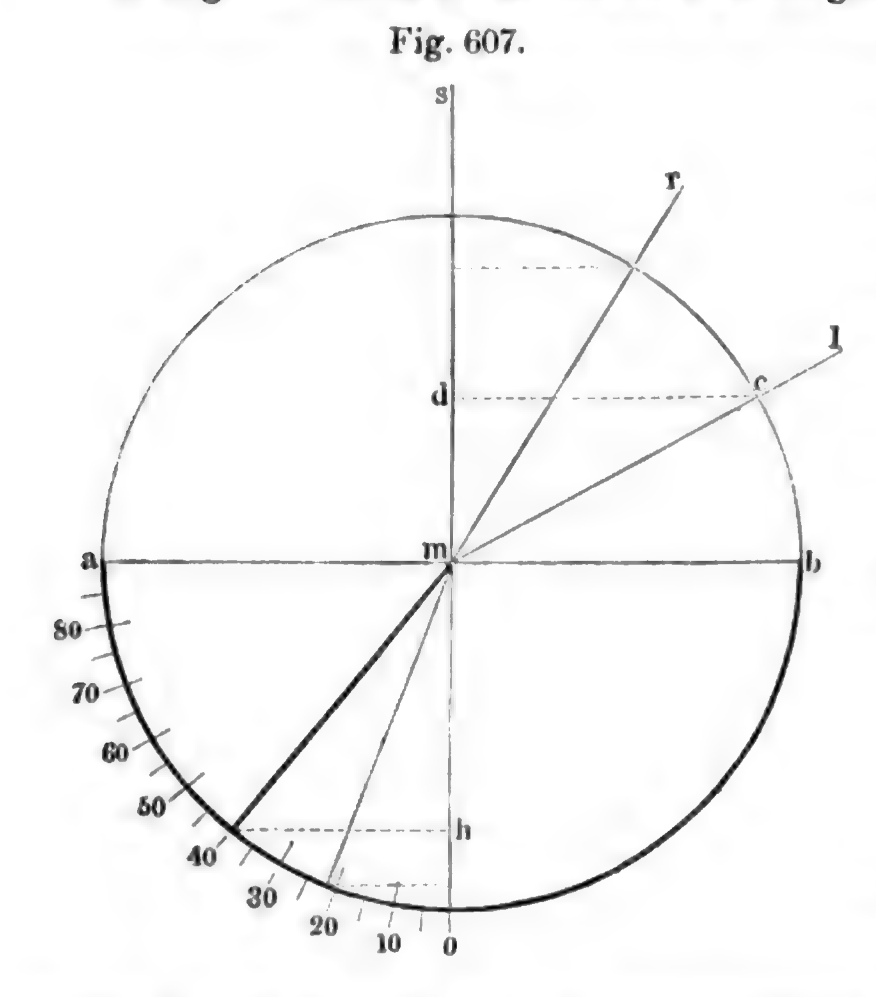
Hätte die Lichtquelle so gestanden, dass durch die obere Hälfte des Spaltes der Theilstrich 30 beleuchtet worden wäre, so würde das im Wasser gebrochene Lichtbündel bei 22° die Rückwand getroffen haben.

Wäre das Licht durch die obere Hälfte des Spaltes, also stets in gerader Richtung fortgehend, auf 15° gefallen, so würde gleichzeitig der gebrochene Strahl auf $11^1/_5$ Grad gefallen sein.

Am schönsten lässt sich dieser Versuch in einem dunklen Zimmer mit Sonnenstrahlen anstellen, welche, von einem Heliostat kommend, in horizontaler Richtung durch eine Oeffnung im Fensterladen eintreten. Da man hier die Lichtquelle nicht verschieben kann, so muss der Apparat, Fig. 606, in verschiedene Stellungen gegen die einfallenden Strahlen gebracht werden.

In Fig. 607 stelle der Halbkreis *aob* die getheilte kreisförmige Wand des Gefässes und *ab* die vordere Glaswand von oben gesehen dar. Der Spalt ist bei *m*. Wenn nun die Linie *lm* so gerichtet ist, dass ihre Verlängerung die Theilung bei 60° trifft, so ist *lm* die Richtung des einfallenden Strahles für den ersten der drei oben erwähnten Versuche, die Linie aber, welche von *m* nach 40° geht, stellt für diesen Fall den gebrochenen Strahl dar.

Fig. 607.



Denken wir uns bei *m* ein Perpendikel *ms* errichtet, so ist dies und seine Verlängerung *mo* das Einfallsloth; der Einfallswinkel *lms* ist hier 60°, der entsprechende Brechungswinkel ist 40°.

Denken wir uns um *m* mit dem Halbmesser *mb* den Kreis vollendet,

Digitized by Google

so schneidet er bei c den einfallenden Strahl lm. Fällt man von c das Perpendikel dc auf das Einfallsloth, ein zweites Perpendikel aber vom Theilstrich 40 nach h, so verhalten sich diese beiden Perpendikel wie 4 zu 3.

Wenn der einfallende Strahl rm einen Winkel von 30° mit dem Einfallslothe macht, so ist der entsprechende Brechungswinkel 22°. Fällt man nun von dem Punkte, wo der einfallende Strahl rm den Kreis schneidet, und vom Theilstrich 22 Perpendikel auf das Einfallsloth, so verhalten sich diese wieder wie 4 zu 3.

Hätte man das Resultat des letzten Versuches, nach welchem zum Einfallswinkel 15° der Brechungswinkel $11^1/_5$ gehört, ebenso construirt, so hätte man in Beziehung auf jene Perpendikel dasselbe Resultat gefunden, dass sie sich nämlich verhalten wie 4 zu 3.

In welcher Richtung auch der einfallende Strahl die Wasserfläche treffen mag, so wird er doch so gebrochen, dass, wenn man von den Punkten, in welchen der einfallende und der gebrochene Strahl einen um den Einfallspunkt gezogenen Kreis schneiden, Perpendikel auf das Einfallsloth fällt, diese Perpendikel sich stets verhalten wie 4 zu 3.

Wenn der Halbmesser des Kreises Fig. 607 zur Einheit genommen wird, so ist die in dieser Einheit ausgedrückte Länge des Perpendikels dc der Sinus des Winkels dmc, also der Sinus von 60°. Das von dem Theilpunkte 40 auf das Einfallsloth gefällte Perpendikel ist aber der Sinus von 40°. Nach dieser Bezeichnung kann man das Brechungsgesetz so ausdrücken:

Beim Uebergange aus Luft in Wasser wird ein Lichtstrahl in solcher Weise abgelenkt, dass sich der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels stets verhält wie 4 zu 3.

Macht man ähnliche Versuche mit anderen Substanzen, so findet man, dass der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels immer in einem constanten Verhältniss steht, welches für jede Substanz ein eigenthümliches ist. Beim Uebergange von Luft in Wasser verhält sich, wie wir gesehen haben, der Sinus des Einfallswinkels zu dem des Brechungswinkels wie 4 zu 3; beim Uebergange von Luft in Glas wie 3 zu 2 u. s. w.

Die Zahl, welche angiebt, wie vielmal beim Uebergang aus Luft für eine bestimmte Substanz der Sinus des Einfallswinkels grösser ist als der des Brechungswinkels, wird der Brechungsexponent genannt. Für Wasser ist der Brechungsexponent nahe $^4/_3$, für Glas ist er nahe $^3/_2$ u. s. w.

Die folgende Tabelle enthält die Brechungsexponenten mehrerer Substanzen:

Aether	1,358	Balsam Tolu	1,628
Alaun	1,457	Benzol	1,500
Alkohol	1,372	Bergkrystall	1,562
Anisöl	1,811	Bleioxyd, chromsaures .	2,926
Balsam Canada . .	1,532	Boracit	1,701

Digitized by Google

Cassiaöl	1,641	Obsidian	1,488
Citronenöl	1,527	Saphir	1,794
Diamant	2,270	Schwefel, natürlicher .	2,040
Eis	1,310	Schwefelkohlenstoff . .	1,680
Flussspath	1,436	Schwefelsäure,	
Glas, gemeines . . .	1,596	specif. Gewicht 1,84	1,440
„ von St. Gobain .	1,543	Steinsalz	1,498
„ grünes	1,615	Terpentinöl	1,476
Flintglas,		Topas	1,610
1 Thl. Blei, 4 Thle. Kiesel	1,664	Weingeist	1,374
Mohnöl	1,463	Wasser	1,336

Weiter unten werden wir genauere Methoden zur Bestimmung der Brechungsexponenten kennen lernen.

Die Richtung des gebrochenen Strahls lässt sich dem Brechungsgesetz entsprechend durch eine einfache Construction bestimmen, wenn die Richtung des einfallenden Strahls und der Brechungsexponent bekannt sind, wie dies durch Fig. 608 erläutert wird, welche sich auf den Uebergang eines Lichtstrahls aus Luft in Glas bezieht. In dem Punkte a, in welchem der einfallende Strahl ba die Wasserfläche AB trifft, errichtet man das Perpendikel CD, das Einfallsloth, trägt dann auf AB nach der Seite des einfallenden Strahls hin mit beliebigem Maassstab die Länge $ad = 3$, nach der andern Seite aber $af = 2$ (den Brechungsexponenten aus Luft in Glas gleich $^3/_2$ angenommen) und errichtet in d ein Perpendikel, welches den einfallenden Strahl in g schneidet.

Wird nun ferner mit dem Radius ag ein Kreis beschrieben und durch den Punkt h, in welchem derselbe das in f errichtete Pendel trifft, eine Linie nach a gezogen, so ist diese Linie ca die Richtung des gebrochenen Strahls.

Nach derselben Methode ist in Fig. 609 die Richtung des aus Wasser in Luft austretenden Strahles ac construirt, welcher sich innerhalb des

Fig. 608.

Fig. 609.

Digitized by Google

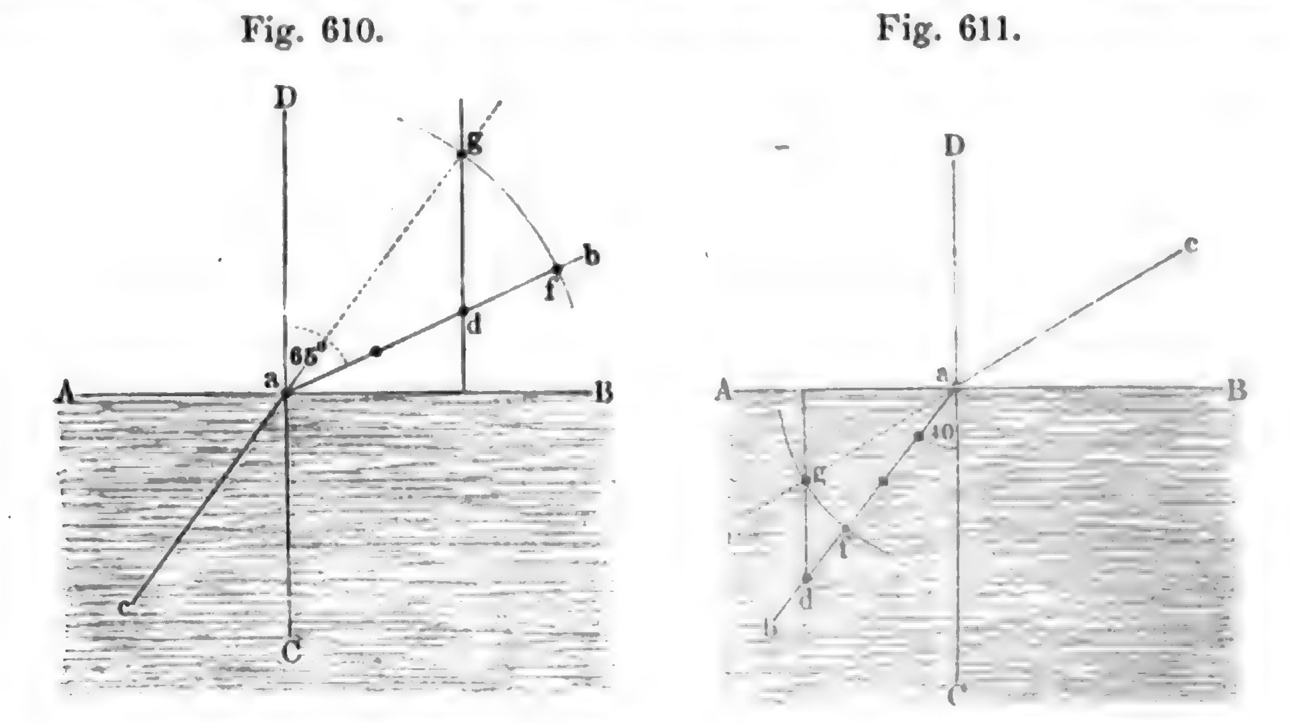
Wassers in einer Richtung ba fortpflanzt, die einen Winkel von 40° mit dem Einfallslothe macht.

Fig. 610 und 611 erläutern eine andere Methode für die Construction des gebrochenen Strahls.

Fig. 610 bezieht sich auf die Brechung beim Uebergang aus Luft in Glas (Brechungsexponent $^3/_2$), und zwar ist der Werth des Einfallswinkels = 65°.

Nachdem das Einfallsloth CD und die Richtung des einfallenden Strahls ab gezogen sind, werden auf dem letzteren nach beliebigem Maass-

Fig. 610. Fig. 611.



stab zwei Stücke ad und af aufgetragen, welche sich verhalten wie der Sinus des Brechungswinkels zum Sinus des Einfallswinkels, in unserm Fall also wie 2 zu 3. Durch d wird nun eine Linie parallel mit dem Einfallsloth, also rechtwinklig zu AB und um a mit dem Halbmesser af ein Kreisbogen gezogen, welcher das durch d gezogene Perpendikel in g schneidet. Die Linie ac nun, welche die Verlängerung von ga ist, ist die Richtung des gebrochenen Strahls.

Der Beweis für die Richtigkeit dieses Verfahrens ist leicht zu führen. In dem Dreieck adg verhalten sich die Sinus der Winkel agd und adg wie ad zu ag, also wie 2 : 3; agd ist aber dem Brechungswinkel caC gleich; adg aber ist der Nebenwinkel von gdb, welcher selbst gleich ist dem Einfallswinkel Dab. Wir haben also $sin.caC : sin.Dab = 2 : 3$, wodurch die Richtigkeit der Construction bewiesen ist.

Nach dieser Methode ist in Fig. 610 die Richtung des aus Wasser in Luft austretenden Strahls ac construirt, wenn der im Wasser sich fortpflanzende Strahl ba einen Winkel von 40° mit dem Einfallslothe macht.

Der mathematische Ausdruck des Brechungsgesetzes ist die Gleichung

$$\frac{sin\ i}{sin\ r} = n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Digitized by Google

wenn i den Einfallswinkel, r den Brechungswinkel und n den Brechungsexponenten bezeichnet.

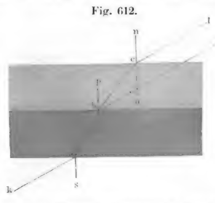
Nach Gleichung 1) lässt sich stets die Richtung des gebrochenen Strahls durch Rechnung finden, wenn die des einfallenden Strahls gegeben ist.

Die Entdeckung des Brechungsgesetzes gebührt einem niederländischen Gelehrten, Snellius; doch wurde es zuerst von Cartesius bekannt gemacht, der vorher die Papiere des Snellius gesehen hatte.

Wenn n der Brechungsexponent ist für den Uebergang eines Lichtstrahls aus Luft in eine Substanz A, n' der Brechungsexponent für den Uebergang aus Luft in eine Substanz B, so ist $\frac{n'}{n}$ der Brechungsexponent für den Uebergang des Lichtstrahls aus A in B.

Der Brechungsexponent für Luft und Wasser ist $n = 1,34$; für Luft und Glas ist er $n' = 1,53$; demnach ist der Brechungsexponent für den Uebergang eines Strahles aus Wasser in Glas $\frac{1,53}{1,34} = 1,14$.

Fig. 612.



Die Richtigkeit dieses Satzes folgt aus der Thatsache, dass, wenn man zwei parallele Platten ungleich stark brechender Substanzen, Fig. 612, aufeinanderlegt, ein auf der einen Seite eintretender Lichtstrahl lc, nachdem er beide Platten durchlaufen hat, in einer Richtung ak wieder in die Luft austritt, welche der Richtung des eintretenden Strahles lc parallel ist. Wenn nun n und n' die Brechungsexponenten des ersten und des zweiten Mittels für Luft sind, so hat man:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n$$

und

$$\frac{\sin i'}{\sin r'} = n',$$

wenn

$$\begin{aligned} i &= \text{Winkel } lcn, \\ r &= \text{Winkel } ocb = pbc, \\ r' &= \text{Winkel } qba = rab, \\ i' &= \text{Winkel } sak \end{aligned}$$

ist.

Da nun aber $i = i'$, so folgt:

$$\frac{\sin r}{\sin r'} = \frac{n'}{n}.$$

Demnach ergiebt sich für den Werth des Brechungsexponenten bei dem Uebergang aus Wasser in

Benzol	1,119
Schwefelkohlenstoff	1,254

Wenn n grösser als 1 ist, so ist $\sin i > \sin r$, also auch $i > r$, durch die Brechung wird also der Strahl dem Einfallslothe genähert, das zweite Mittel ist stärker brechend als das erste.

Wenn n kleiner ist als 1, so ist auch $i < r$; der gebrochene Strahl entfernt sich also vom Einfallsloth, in diesem Falle ist das zweite Mittel das schwächer brechende.

Man drückt dies gewöhnlich dadurch aus, dass man sagt, der Strahl wird dem Einfallslothe genähert oder von demselben entfernt, je nachdem er aus einem dünneren in ein dichteres Mittel übergeht, oder umgekehrt. Diese Ausdrucksweise ist aber nicht streng richtig, weil es oft vorkommt, dass ein weniger dichtes Mittel doch stärker brechend ist; so ist z. B. das specifische Gewicht des Wassers grösser als das specifische Gewicht des Benzols, und doch kommt dem Benzol der grössere Brechungsexponent zu.

215 **Totale Reflexion.** Wenn der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe zusammenfällt, so ist dies auch für den gebrochenen Strahl der Fall, denn wenn $i = 0$, so ist auch $r = 0$, d. h. mit anderen Worten, wenn ein Strahl rechtwinklig auf die brechende Fläche trifft, so setzt der Strahl ohne Ablenkung seinen Weg fort.

Der grösste Werth, welchen der Einfallswinkel haben kann, ist 90°, und da $\sin 90 = 1$, so geht für diesen Fall Gleichung 1) auf S. 540 über in

$$\frac{1}{\sin r} = n$$

oder

$$\sin r = \frac{1}{n}.$$

Der sich aus dieser Gleichung ergebende Werth von r wird der Gränzwinkel genannt. Für Luft und Wasser ist $n = \frac{4}{3}$, also $\frac{1}{n} = \frac{3}{4} = 0{,}75$; nun ist aber $0{,}75 = \sin(48^0\,35')$, mithin ist für Luft und Wasser $48^0\,35'$ der Gränzwinkel. Beim Uebergang aus Luft ist der Werth des Gränzwinkels für

Alkohol	46°	52′
Benzol	41	48
Crownglas	40	49
Flintglas	37	36
Schwefelkohlenstoff	36	31
Diamant	23	53

Es ist der Werth des Gränzwinkels für den Uebergang

aus Benzol in Wasser . . . . 64° 23′

aus Schwefelkohlenstoff in Wasser . . 52 54.

Wenn hingegen ein Lichtstrahl, sich im Wasser fortpflanzend, einen Winkel von 48° 35′ mit dem Einfallslothe macht, so wird er nach seinem Austritt in die Luft einen Winkel von 90° mit dem Lothe machen, d. h. er wird sich parallel der Trennungsfläche bewegen; alle im Wasser sich bewegenden Strahlen aber, welche mit dem Einfallslothe einen Winkel machen, der den Werth des Gränzwinkels übersteigt, können gar nicht mehr austreten, sie werden an der Gränzfläche des Wassers vollständig gespiegelt, Fig. 613. Dieser Fall der totalen Reflexion ist der einzige Fall einer Spiegelung auf durchsichtigen Körpern, bei welcher der Strahl fast nichts an seiner ursprünglichen Intensität verliert.

Fig. 613.

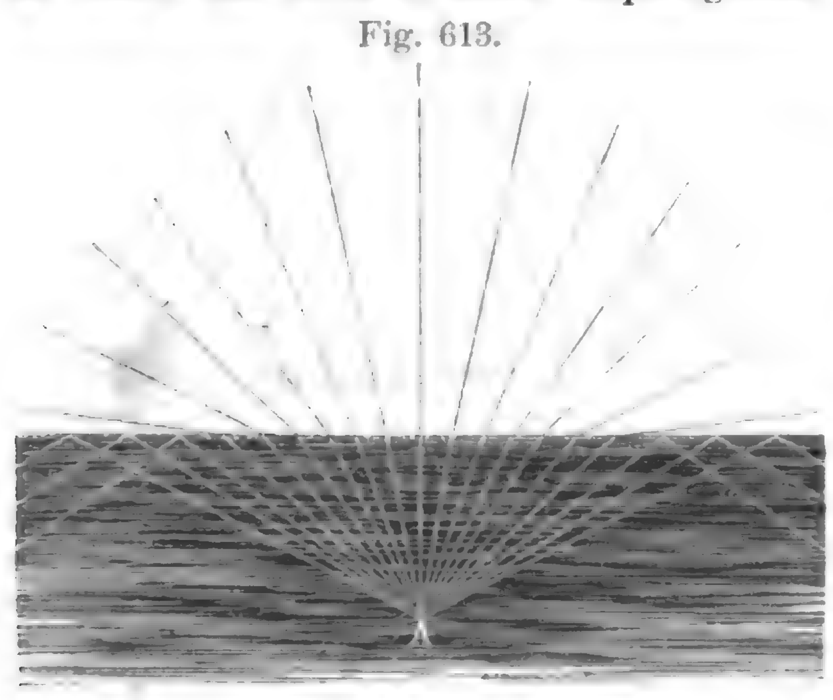


Fig. 614 zeigt ein interessantes Beispiel der totalen Reflexion. In ein Glas mit Wasser tauche man eine unten zugeschmolzene Glasröhre, am besten ein Reagentienglas, wie es die Chemiker gebrauchen, welches leer ist, d. h. nur Luft enthält; wenn man dem Röhrchen ungefähr die Stellung giebt, wie Fig. 614 zeigt, und dasselbe von oben her, etwa von *o* aus betrachtet, so erscheint es dem Auge so glänzend, als ob es mit Quecksilber gefüllt wäre. Giesst man etwas Wasser in das Röhrchen, so verschwindet dieser Metallglanz gerade so weit, als das eingeschlossene Wasser reicht. Die Erscheinung ist leicht zu erklären: die von *a* her kommenden Strahlen treffen die Röhre unter einem solchen Winkel, dass sie nicht in die Luft der Röhre austreten können, sie werden also vollständig reflectirt; sobald die Röhre Wasser enthält, hört diese vollständige Reflexion auf.

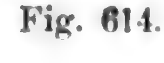
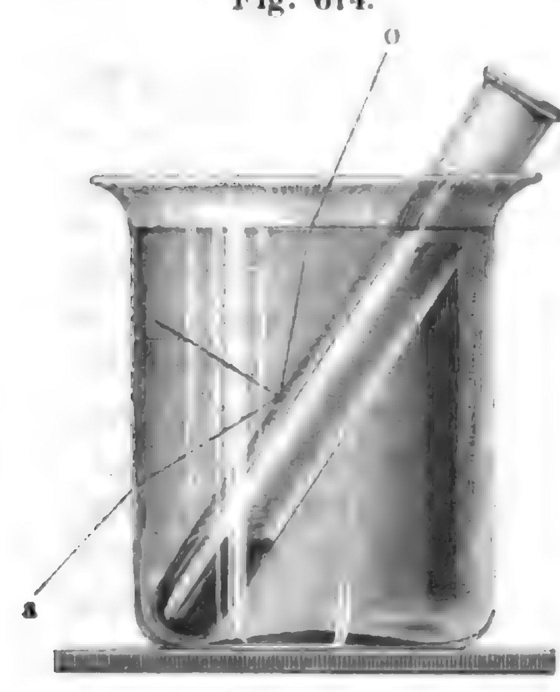


Fig. 614.



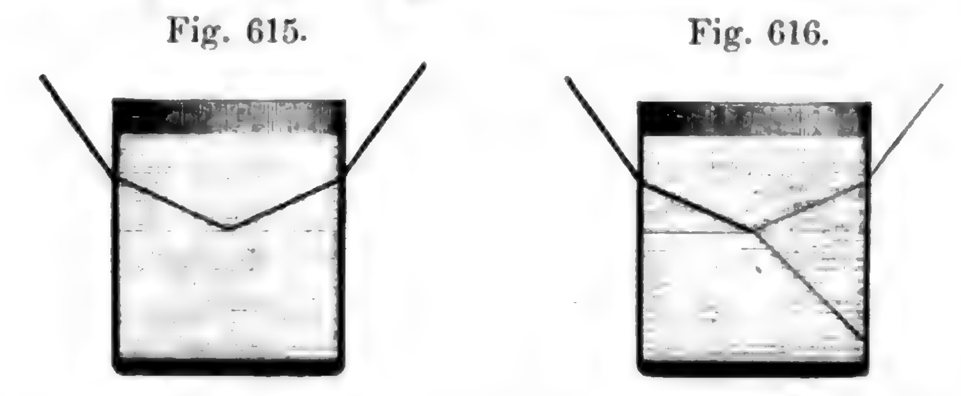
Wenn oben gesagt wurde, dass das Röhrchen unter den bezeichneten Umständen so glänzend erschien, als ob es mit Quecksilber gefüllt sei, so soll damit nur ungefähr die Art des Glanzes

Digitized by Google

bezeichnet werden; in der That wird aber bei der erwähnten totalen Reflexion das Licht noch weit vollständiger zurückgeworfen als auf einer Quecksilberoberfläche. Man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man bei dem Fig. 614 dargestellten Versuche in das Reagenzröhrchen statt des Wassers etwas Quecksilber eingiesst. Der untere mit Quecksilber gefüllte Theil des Röhrchens erscheint ganz grau im Vergleich zu dem lichten Glanze, welchen der obere Theil des Reagenzröhrchens in Folge der totalen Reflexion zeigt.

Sehr schön lässt sich die totale Reflexion auch durch folgenden Versuch erläutern. Man schütte in ein Glasgefäss von 1 bis 2 Zoll Durchmesser **Wasser** und darauf **Benzol**, in ein zweites **Schwefelkohlenstoff** und darauf **Wasser**. In dem ersten Falle wird die Gränzfläche schräg von oben gesehen, wie Fig. 615 andeutet, mit lebhaftem Silberglanz

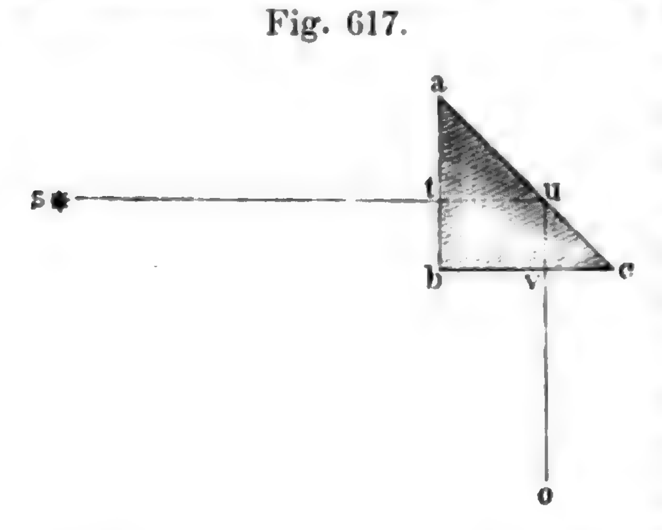
Fig. 615. Fig. 616.



erscheinen, weil die Strahlen aus dem Benzol nicht in das Wasser austreten können, also eine totale Reflexion erleiden, während die Gränzfläche zwischen Schwefelkohlenstoff und Wasser, Fig. 616, unter den gleichen Umständen nur einen sehr matten Glanz zeigt, indem die Strahlen an derselben nur theilweise gespiegelt werden, und grösstentheils aus dem schwächer brechenden Wasser in den stärker brechenden Schwefelkohlenstoff übergehen.

Ein interessantes Beispiel der totalen Reflexion bieten uns auch die im nächsten Paragraphen näher zu betrachtenden **Glasprismen**. Fig. 617 sei der Querschnitt eines rechtwinkligen gleichschenkligen Glasprismas. Wenn von einem Gegenstande s ein Lichtstrahl st rechtwinklig auf die vordere Fläche ab des Prismas fällt, so setzt er im Glas seinen Weg in unveränderter Richtung fort und trifft die Rückwand ac in u unter einem Winkel von 45°. Da nun offenbar der Winkel, welchen der Strahl tu mit dem in u zu errichtenden Einfallslothe macht, gleichfalls 45°, also grösser ist als der Gränzwinkel für Glas, so kann der Strahl tu bei u nicht in Luft austreten, er wird **vollständig reflectirt**, um endlich bei v rechtwinklig zur Fläche bc das Prisma zu

Fig. 617.



verlassen. Ein in o befindliches Auge wird also von dem Gegenstande s ein Bild sehen, welches eben so glänzend und hell ist, wie das Bild eines Metallspiegels. Um den Contrast der gewöhnlichen Glasreflexion und der totalen recht deutlich zu zeigen, stelle man neben das Prisma parallel mit der Fläche ac einen unbelegten Streifen von Spiegelglas, so wird dieser ein Bild von s zeigen, welches ungemein matt erscheint gegen das von ac reflectirte.

Grösse der Ablenkung. Die Grösse der durch die Brechung hervorgebrachten Ablenkung wird gefunden, wenn man den Brechungswinkel vom Einfallswinkel abzieht. Wir haben also: 216

$$d = i - r.$$

Es ist aber, wie sich leicht darthun lässt (Trigonometrie S. 16, Gleich. 17)

$$\sin\left(\frac{i-r}{2}\right) = \frac{(n-1)\sin r}{2\cos\left(\frac{i+r}{2}\right)}.$$

Aus dieser Gleichung folgt aber, dass $\sin\left(\frac{i-r}{2}\right)$, mithin auch $i - r$ oder d in einem rascheren Verhältniss wächst als r, und zwar deshalb, weil der Nenner des Bruches, nämlich $2\cos\left(\frac{i+r}{2}\right)$ für wachsende Werthe von r immer kleiner wird.

Um dies anschaulicher zu machen, berechne man für einen gegebenen Brechungsexponenten, etwa für $r = 1{,}5$ die Werthe von i und d, welche den von 5 zu 5 Grad wachsenden Werthen von r entsprechen und stelle dieselben zusammen, wie es in der folgenden Tabelle geschehen ist.

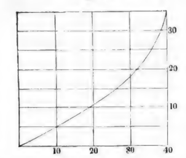
r	i	Ablenkung d	Zunahme der Ablenkung
5°	7°30′	2°30′	2°30′
10	15 5	5 5	2 35
15	22 50	7 50	2 45
20	30 52	10 52	3 2
25	39 21	14 21	3 29
30	48 35	18 35	4 14
35	59 12	24 12	5 37
40	74 31	34 24	10 22

Aus dieser Tabelle übersieht man leicht, dass in der That die Ablenkung nicht dem Brechungswinkel proportional wächst, sondern dass diese Ablenkung namentlich für grössere Brechungswinkel in einem weit rascheren Verhältnisse zunimmt als die Brechungswinkel. Fig. 618 (a. folg. S.) stellt dieses graphisch dar; die Abscissen sind den Brechungswinkeln, die Ordinaten den entsprechenden Ablenkungen proportional aufgetragen.

Digitized by Google

Dem Brechungswinkel 30° entspricht die Ablenkung 18°35′; wächst der Brechungswinkel um 5°, so nimmt die Ablenkung um 5°37′ zu; nimmt aber der Brechungswinkel um 5° ab, so wird die Ablenkung nur um 4°14′ abnehmen; oder es sei allgemein a die Ablenkung, welche dem Brechungswinkel r entspricht, so gehört die Ablenkung

Fig. 618.



$a - \alpha$ zum Brechungsw. $r - b$

und

$a + \alpha + \beta$ „ „ $r + b$

wenn man also den Brechungswinkel, von einem bestimmten Werthe r desselben ausgehend, um eine bestimmte Grösse b wachsen lässt, so nimmt die Ablenkung mehr zu als ihre Abnahme betrüge, wenn der Brechungswinkel r um b verkleinert würde.

Von diesem Satz werden wir alsbald eine wichtige Anwendung machen.

217 **Brechung des Lichtes durch Prismen.** Ein Prisma nennt man in der Optik ein Stück eines durchsichtigen Stoffes, welches durch zwei gegen einander geneigte Flächen begränzt ist.

Fig. 620.

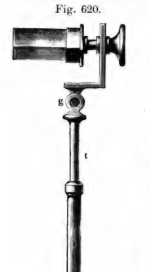


Fig. 619.

Die Kante des Prismas ist die Linie, in welcher sich die beiden Gränzflächen schneiden oder doch schneiden würden, wenn sie hinreichend verlängert würden.

Die Basis eines Prismas ist eine der brechenden Kante gegenüberliegende Fläche, mag sie nun in der Wirklichkeit vorhanden, oder mag sie nur gedacht sein.

Der brechende Winkel ist der Winkel, welchen die beiden brechenden Flächen des Prismas mit einander machen.

Hauptschnitt nennt man den Durchschnitt des Prismas mit einer auf der brechenden Kante rechtwinkligen Ebene.

Gewöhnlich wendet man Prismen an, welche durch drei rechtwinklige Flächen $aba'b'$, $bcb'c'$ und $cac'a'$, Fig. 619, begränzt sind. Wenn das

Digitized by Google

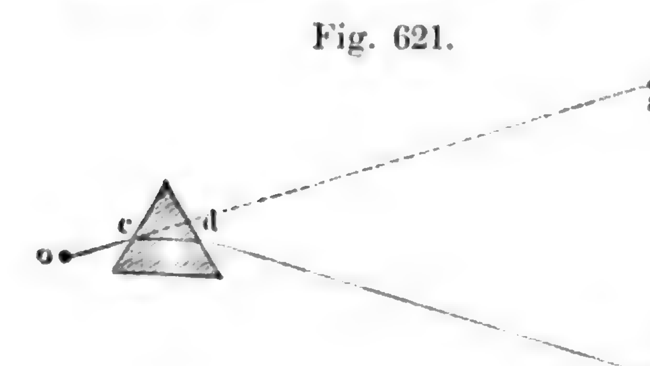
Licht durch die Flächen ab' und ac' hindurchgeht, so ist aa' die brechende Kante und bc' die Basis; bb' ist die brechende Kante, wenn der Lichtstrahl durch die Flächen ba' und bc' geht u. s. w.

Der Hauptschnitt eines solchen Prismas ist ein Dreieck, und je nachdem dieses Dreieck rechtwinklig, gleichschenklig oder gleichseitig ist, nennt man auch das Prisma selbst rechtwinklig, gleichschenklig oder gleichseitig.

Oft befestigt man die Prismen auf einem messingenen Stativ, Fig. 620. Indem man das Stäbchen *t* in der Röhre, in der es steckt, auf- und niederschiebt, kann man das Prisma höher und tiefer stellen, und mittelst des Charniers bei *g* kann man ihm jede beliebige Stellung geben.

Beim Hindurchsehen durch ein Prisma beobachtet man zwei merkwürdige Erscheinungen: erstens erscheinen alle Gegenstände bedeutend von dem Orte verrückt, den sie einnehmen, und zwar nach der Seite der brechenden Kante hin; zweitens aber erscheinen sie mit farbigen Rändern gesäumt. Das Auge *o*, Fig. 621, erblickt z. B. den Gegenstand *a* in *a'*.

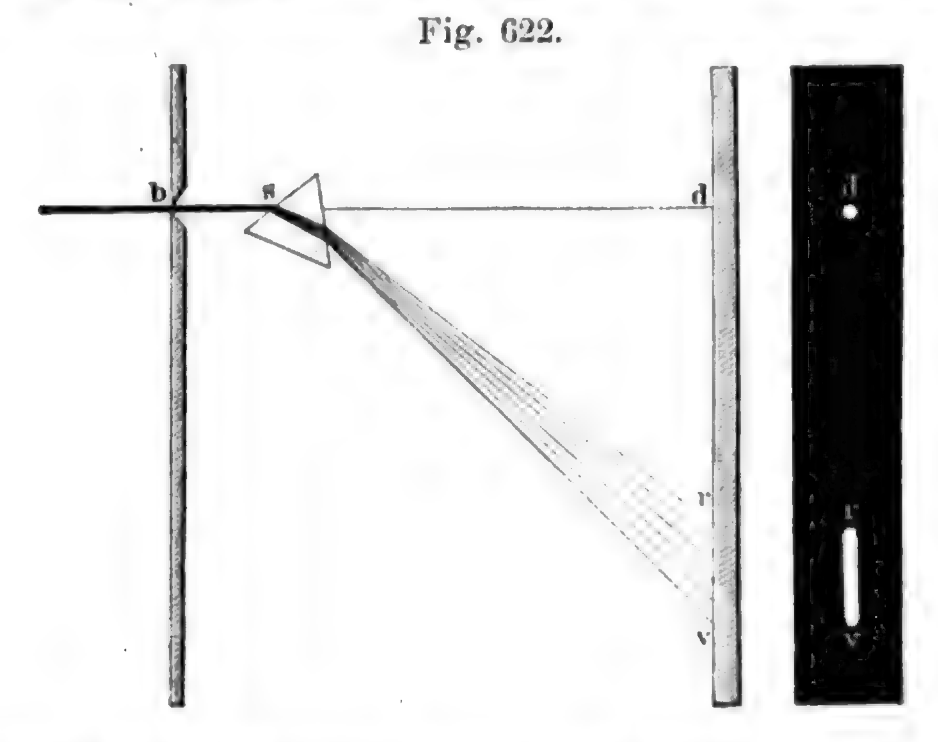
Fig. 621.



Wäre die brechende Kante nach unten gerichtet gewesen, so würden alle Gegenstände, durch das Prisma gesehen, nach unten verrückt erscheinen. Ein verticales Prisma verrückt die Gegenstände nach der rechten oder linken Seite, je nachdem die brechende Kante auf der rechten oder linken Seite sich befindet.

Wenn ein Sonnenstrahl durch eine enge Oeffnung in der Richtung *bd*, Fig. 622, in ein dunkles Zimmer tritt, und man ihn durch ein Prisma auffängt, so beobachtet man ebenfalls eine

Fig. 622.



Ablenkung und eine Färbung. Anstatt des weissen runden Sonnenbildchens, welches ohne das Prisma bei *d* erscheinen würde, erscheint bei *rv*

Digitized by Google

ein ovales, mit den Regenbogenfarben gefärbtes Bild, das Sonnenspectrum. Das objectiv aufgefangene Spectrum erscheint von *d* aus nach der Seite der Basis des Prismas abgelenkt.

Die eben angedeuteten Farbenerscheinungen werden wir später betrachten und uns vor der Hand nur mit der Ablenkung beschäftigen.

Um diese Erscheinungen an Flüssigkeiten zu beobachten, wendet man Hohlprismen an, die man auf mannigfache Weise herstellen kann. Natürlich müssen die Flächen, durch welche die Lichtstrahlen in die Flüssigkeit ein- und austreten, durch ebene Platten von Spiegelglas gebildet sein.

Am einfachsten kann man Hohlprismen herstellen, wenn man an einem dreiseitigen Glasgefäss, Fig. 623, von etwas dicken Wänden zwei Seiten wegschleift und auf dieselben ebene Glasplatten aufkittet, und zwar mit einem Stoffe, welcher von der einzufüllenden Flüssigkeit nicht aufgelöst wird, also mit Hausenblase für Schwefelkohlenstoff, mit Siegellack für Wasser u. s. w.

Diese Hohlprismen, welche überhaupt mehr für Vorlesungsversuche als für genaue Messungen geeignet sind, leiden auch noch an dem Uebelstande, dass man die aufgekitteten Glasplatten nicht behufs der Reinigung abnehmen kann, was bei den zunächst zu beschreibenden, auch zu genauen Versuchen brauchbaren Apparaten der Fall ist.

Fig. 624 stellt ein Hohlprisma von Dubosq in natürlicher Grösse dar. Zwei Seitenflächen eines aus Messingblech verfertigten, unten durch

Fig. 623.

Fig. 624.

eine Bodenplatte geschlossenen, oben offenen dreiseitigen Gefässes sind mit kreisförmigen Oeffnungen versehen. An die innere Seite dieser beiden Seitenflächen sind geschliffene Glasplatten gestellt, welche die fraglichen Oeffnungen bedecken. In die innere Höhlung des Gefässes ist ein ziemlich genau passendes Glasprisma eingesetzt, welches so durchbohrt ist, dass die Höhlung einen die Oeffnungen der Seitenwände des Gefässes verbindenden Canal bildet. Durch eine in der Rückwand des Gefässes angebrachte Schraube, welche zunächst gegen eine Eisenplatte drückt, wird das Glasprisma gegen die Glasplatten und die Seitenwände des Gefässes gedrückt, so dass die Höhlung desselben auf beiden Seiten fest verschlossen ist.

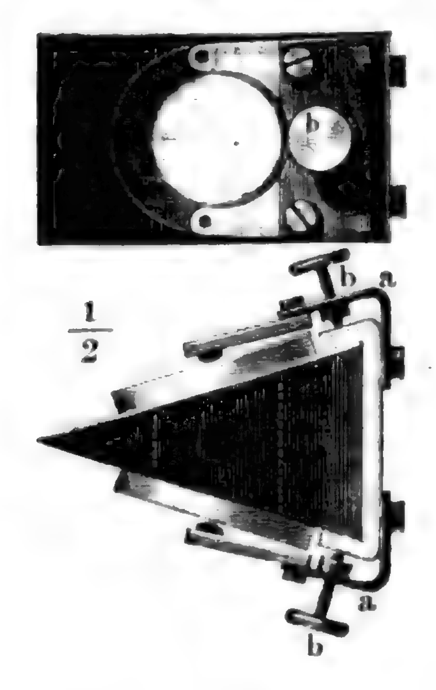
Die Flüssigkeit wird durch eine kleinere, in der oberen Fläche des

Digitized by Google

Glasprismas angebrachte Oeffnung eingefüllt, welche durch einen eingeriebenen Glasstöpsel geschlossen werden kann.

Fig. 625 stellt in halber natürlicher Grösse ein für genaue Messungen von Meyerstein construirtes Hohlprisma im Grund- und Aufriss dar. Der Körper desselben besteht aus einem massiven Prisma von dunkelfarbigem Glas, dessen Basis ein gleichschenkliges Dreieck ist. Die beiden längeren Seiten dieses Dreiecks machen einen Winkel von 35° mit einander. Parallel mit der kleineren Säulenfläche ist das massive Glasprisma durchbohrt und die beiden grösseren Säulenflächen sind vollkommen eben abgeschliffen, so dass man die Höhlung auf beiden Seiten durch aufgelegte Platten von Spiegelglas vollkommen schliessen kann. Diese aufgelegten Glasplatten werden durch die federnden Stahlblechstreifen *a* angepresst, welche auf eine aus der Figur ersichtlichen Weise befestigt sind. Will man die aufgelegten Glasplatten behufs der Reinigung wegnehmen, so kann man durch Anziehen der Schrauben *b* den Druck aufheben, welcher sie anpresst.

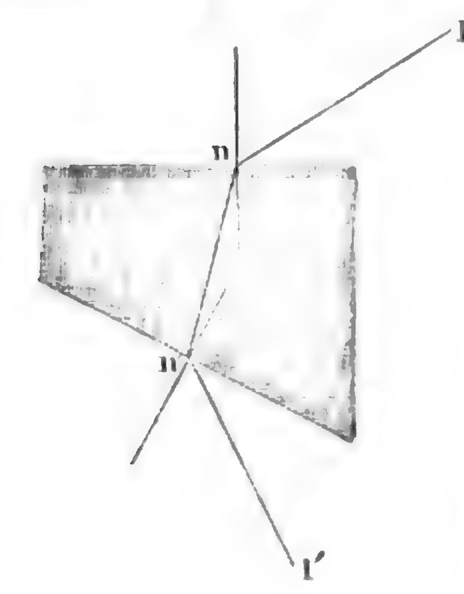
Fig. 625.



Biot liess durch Cauchoix solche Hohlprismen von Glas herstellen, deren Seitenflächen so genau eben abgeschliffen und polirt waren, dass die aufgelegten geschliffenen Glasplatten schon durch die Adhäsion allein festhielten. Auch Steinheil verfertigt derartige vortrefflich ausgeführte Hohlprismen.

Richtung der Strahlen im Prisma und Bedingungen ihres Austrittes. 218 Da der Einfallswinkel und der Brechungswinkel stets in einer Ebene liegen, so ist klar, dass alle einfallenden Strahlen, welche in der Ebene eines Hauptschnittes, also in einer Ebene liegen, welche auf der brechenden Kante rechtwinklig steht, durch das Prisma hindurchgehen, ohne diese Ebene zu verlassen; um also den Gang dieser Strahlen zu verfolgen, haben wir nur die Richtungsänderung in der Ebene dieses Hauptschnittes zu betrachten.

Fig. 626.



Der Strahl $l\,n$, Fig. 626, welcher auf die vordere Fläche eines Prismas trifft, wird, beim Uebergange aus Luft in Glas dem Einfallslothe genähert, den durch Rechnung und Construction leicht bestimmbaren Weg $n\,n'$ einschlagen. In n' die zweite Fläche des Prismas treffend, tritt er wieder in Luft

Digitized by Google

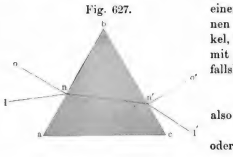
aus und erleidet hier eine zweite Ablenkung. Es ist klar, dass die Gesammtablenkung, welche ein Lichtstrahl durch ein Prisma erleidet, also die Summe der Ablenkungen in n und n' vom brechenden Winkel des Prismas und von dem Brechungsexponenten der Substanz abhängt, aus welchem es gebildet ist.

Wir wissen, dass ein Lichtstrahl, welcher sich in einem Mittel fortpflanzt, welches stärker brechend ist als Luft, nicht immer in die Luft austreten kann, und dass eine totale Reflexion stattfindet, wenn der Winkel, den der Strahl mit dem Einfallslothe macht, grösser ist als der Gränzwinkel; wir wollen nun untersuchen, unter welchen Umständen der Austritt aus einem Prisma stattfinden kann.

Es sei v der Werth des Gränzwinkels (für Glas, dessen Brechungsexponent $= 1,533$, ist $v = 40^0 43'$) und g der brechende Winkel des Prismas.

Denken wir uns in n, Fig. 627, d. h. da, wo ein Strahl in das Prisma eintritt, und in n' da, wo er die zweite Fläche trifft, die Einfallslothe errichtet, so machen diese Einfallslothe einen Winkel z mit einander. Bezeichnen wir ferner mit x und y die Winkel, welche der gebrochene Strahl $n\,n'$ mit den in n und n' errichteten Einfallslothen macht, so haben wir

Fig. 627.



$$x + y + z = 180^0$$
$$z + g = 180^0$$

also

$$x + y - g = o$$

oder

$$y = g - x.$$

Ein Austritt des Strahles bei n' ist möglich, so lange y kleiner ist als der Gränzwinkel v. Wenn g gegeben ist, so kann man leicht ermitteln, bis zu welcher Grösse x abnehmen darf, wenn noch ein Austritt möglich sein soll. Da v der grösste Werth ist, den y haben darf, wenn noch ein Austritt stattfinden soll, so hat man in der letzten Gleichung nur $y = v$ zu setzen, um den Gränzwerth von x zu erhalten. Man findet auf diese Weise $x = g - v$; sobald der Strahl $l\,n$ das Prisma so trifft, dass der Brechungswinkel x kleiner ist als der eben angegebene Werth, so ist kein Austritt möglich, denn alsdann wird y grösser als v.

Wenn $g = 2\,v$, so ist v der kleinste Werth von x, für welchen noch ein Austritt auf der anderen Seite des Prismas möglich wäre; da der Brechungswinkel x aber stets kleiner ist als der Gränzwinkel v, so ist bei einem solchen Prisma der Austritt der Strahlen nie möglich; ebenso wenig ist dieser Austritt möglich, wenn der brechende Winkel des Prismas den doppelten Werth des Gränzwinkels v noch übersteigt.

Wenn der brechende Winkel eines Flintglasprismas über $75^0\ 12'$ ist, kann kein Strahl, welcher an der einen Seite eingetreten ist, durch die zweite Fläche austreten, er wird an ihr eine totale Reflexion erleiden.

Digitized by Google

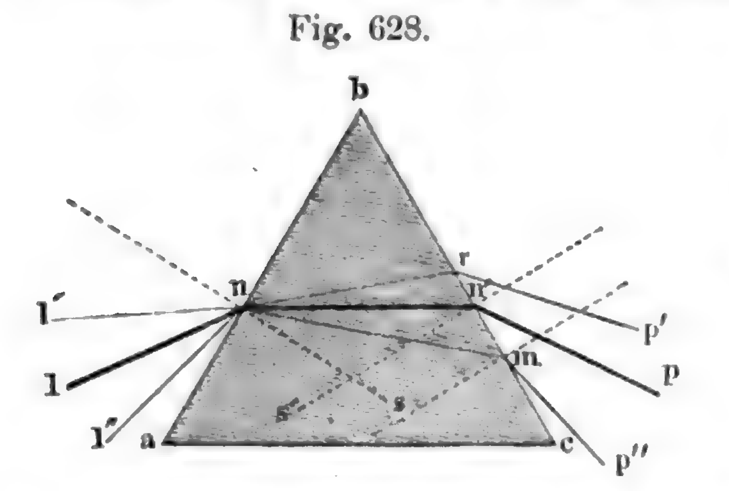
Für ein Flintglasprisma, dessen brechender Winkel 60° beträgt, ist der kleinste Werth von x, bei welchem noch ein Austritt auf der anderen Seite möglich sein soll, 60° — 37° 36′, also 22° 24′. Zu dem Brechungswinkel 22° 24′ gehört aber der Einfallswinkel von 39° 14′. Bei einem Flintglasprisma, dessen brechender Winkel 60° beträgt, darf also der einfallende Strahl ln, Fig. 627, sich dem Einfallsloth no nur bis auf 39° 14′ nähern, wenn an der Fläche bc noch ein Austritt möglich sein soll. Ist der Winkel lno kleiner als 39° 14′, so muss der an der Fläche ab eintretende Strahl an der Fläche bc eine totale Reflexion erleiden.

Je mehr nun der brechende Winkel g des Prismas abnimmt, desto kleiner wird der Gränzwerth von x, für welchen noch ein Austritt möglich ist, desto mehr darf also auch der einfallende Strahl ln sich dem Einfallslothe nähern. Wenn $g = v$, so ist der Gränzwerth für x gleich Null, es können also alle Strahlen austreten, welche in einer Richtung ln einfallen, die innerhalb des Winkels ona liegt. Wenn $g < v$, so können auch noch solche Strahlen austreten, deren Eintrittsrichtung in den Winkel onb fällt.

Minimum der Ablenkung. Wenn ein Lichtstrahl so durch ein Prisma geht, dass er mit den beiden brechenden Flächen gleiche Winkel macht, so ist die Totalablenkung, welche der Strahl durch das Prisma erleidet, kleiner als bei jeder anderen Lage des gebrochenen Strahles. 219

Von der Wahrheit dieses wichtigen Satzes kann man sich leicht überzeugen. Der Strahl ln, Fig. 628, sei so gebrochen, dass der gebrochene Strahl nn' gleiche Winkel mit den Flächen ba und bc macht, so ist auch der Brechungswinkel snn' gleich dem Winkel $s'n'n = x$, und die Ablenkung d, die der Strahl bei n erfährt, ist gleich der Ablenkung bei n'; folglich ist die totale Ablenkung, d. h. der Winkel, welchen der einfallende Strahl ln mit dem austretenden $n'p$ macht,

Fig. 628.



$$D = 2d.$$

Wenn nun die Richtung des einfallenden Strahles verändert wird, wenn er etwa in der Richtung $l'n$ einfiele, so würde der gebrochene Strahl die Richtung nm haben, der Brechungswinkel snm wäre also jetzt kleiner als x, während der Winkel, den nm mit dem in m errichteten Einfallslothe macht, um eben so viel grösser ist, als x; die Ablenkung bei n hat also abgenommen, auf der andern Seite aber hat sie zugenommen. Bezeichnen wir die Abnahme der Ablenkung bei n mit α, so ist jetzt hier

Digitized by Google

die Ablenkung $d - \alpha$. Nach der auf Seite 546 angestellten Betrachtung muss aber die Ablenkung bei m um mehr als α zugenommen haben; wir können also die bei m stattfindende Ablenkung mit $d + \alpha + \beta$ bezeichnen. Die Totalablenkung D' ist aber die Summe der an beiden Flächen stattfindenden Ablenkungen, also

$$D' = d - \alpha + d + \alpha + \beta$$

oder

$$D' = 2d + \beta,$$

sie ist also grösser als die Ablenkung D.

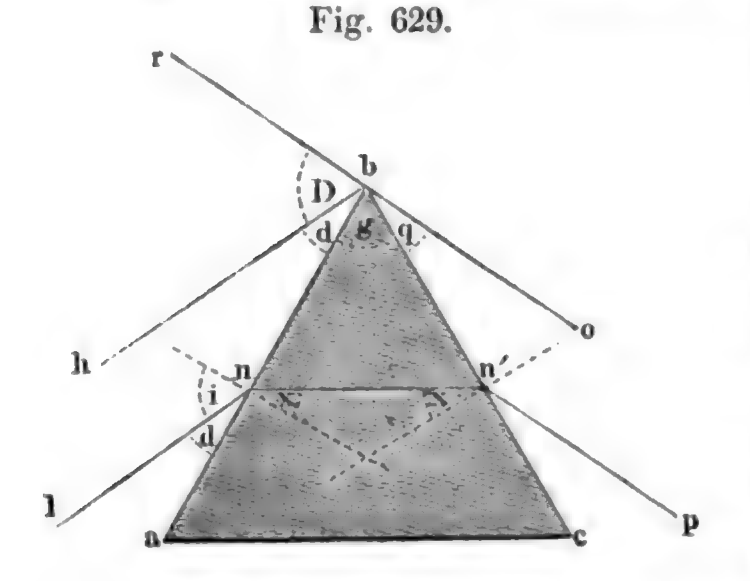
Hätte der einfallende Strahl die Richtung $l''n$ gehabt, so wäre die Ablenkung an der ersten Fläche grösser als d, an der zweiten kleiner als d geworden; die Zunahme der Ablenkung an der ersten Fläche ist aber bedeutender als die Abnahme der zweiten, folglich ist auch in diesem Falle die Totalablenkung grösser als bei symmetrischem Durchgange des Strahles.

Wenn man durch ein Prisma das Bild eines Gegenstandes betrachtet, so kann man durch die Drehung des Prismas leicht die Stellung ermitteln, für welche die Ablenkung ein Minimum ist; hat man das Prisma so gestellt, so macht auch der gebrochene Strahl im Prisma gleiche Winkel mit den Seitenflächen, oder, mit anderen Worten, er steht rechtwinklig auf der Halbirungslinie des brechenden Winkels.

220 **Bestimmung des Brechungsexponenten fester und flüssiger Körper.** Kennt man den brechenden Winkel g eines Prismas und das Minimum der Ablenkung, welche durch dasselbe hervorgebracht wird, so reichen diese Data hin, um den Brechungsexponenten des Stoffes zu bestimmen, aus welchem das Prisma gemacht ist.

In Fig. 629 sei $lnn'p$ ein Lichtstrahl, welcher das Prisma symmetrisch durchläuft, so ist der Winkel d, den ln mit ab macht, gleich dem Winkel

Fig. 629.



$$cn'p = 90^0 - i,$$

wenn mit i der Einfallswinkel bezeichnet wird. Denken wir uns nun durch die Spitze b des Prismas ro parallel mit dem austretenden und hb parallel mit dem eintretenden Strahle gezogen, so ist hbr der Ablenkungswinkel D. Nun aber ist

$$D = 180^0 - d - g - q,$$

ferner ist $d = q = 90^0 - i$, also

$$D = 2i - g$$

Digitized by Google

und daraus

$$i = \frac{D + g}{2}.$$

Der Brechungsexponent n wird bekanntlich gefunden, wenn man den Sinus des Einfallswinkels durch den Sinus des Brechungswinkels dividirt, es ist also:

$$n = \frac{\sin i}{\sin x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

In Paragraph 218 haben wir gesehen, dass

$$x + y = g,$$

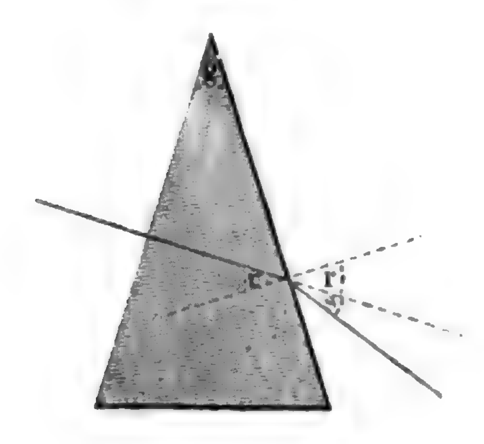
wenn x und y die Winkel bezeichnen, welche der Strahl im Prisma mit den auf der Eintritts- und Austrittsfläche errichteten Einfallslothen macht. In unserem Falle ist aber $x = y$, folglich $x = \frac{g}{2}$, und wenn man für i und x die eben ermittelten Werthe in Gleichung 1) setzt:

$$n = \frac{\sin \frac{D + g}{2}}{\sin \frac{g}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Nach dieser wichtigen Formel kann man also stets den Brechungsexponenten n für ein Prisma berechnen, wenn man seinen brechenden Winkel g und das Minimum der Ablenkung D gemessen hat, welche es hervorbringt.

Meyerstein hat zur Bestimmung der Brechungsexponenten mittelst Prismen ein anderes Verfahren angegeben, bei welchem das Prisma so gestellt wird, dass der Strahl nur bei seinem Eintritte in dasselbe eine Ablenkung erleidet, die zweite Fläche aber ohne weitere Ablenkung passirt, indem er rechtwinklig zu derselben austritt. In Fig. 630 ist dieser Gang des Strahles dargestellt. Es ist klar, dass in diesem Falle der Brechungswinkel r gleich ist dem brechenden Winkel g des Prismas, und dass ferner der Einfallswinkel i gleich ist $r + s$, also auch gleich $g + s$, wenn wir mit s die Ablenkung bezeichnen, welche der Strahl bei seinem Eintritte in das Prisma erleidet. Da nun der Brechungsexponent $n = \frac{\sin i}{\sin r}$, so haben wir auch

Fig. 630.



$$n = \frac{\sin (g + s)}{\sin g},$$

wenn für i und r die eben angeführten Werthe gesetzt werden.

Digitized by Google

Die Apparate, deren man sich bedient, um sowohl den brechenden Winkel der Prismen als auch die durch sie in den eben besprochenen Fällen hervorgebrachte Ablenkung mit möglichster Genauigkeit zu messen, werden wir später besprechen.

221 **Das Brechungsvermögen und die brechende Kraft.** Man ist übereingekommen, das um die Einheit verminderte Quadrat des Brechungsexponenten, also den Werth $n^2 - 1$, die brechende Kraft, den Quotienten aber, welchen man erhält, wenn man die brechende Kraft eines Körpers mit seinem specifischen Gewicht dividirt, also $\frac{n^2 - 1}{d}$, sein Brechungsvermögen zu nennen.

Diese Definitionen sind nicht ganz willkürlich, wie es auf den ersten Blick wohl scheinen möchte. Die brechende Kraft ist nach der Emissionstheorie der Zuwachs, welchen das Quadrat der Geschwindigkeit des Lichtes beim Uebergange aus dem leeren Raume in einen brechenden Körper erleidet; denn nach dieser Theorie nimmt die Geschwindigkeit des Lichtes beim Uebergange in stärker brechende Mittel zu.

Nach der Vibrationstheorie ist n^2 die Dichtigkeit des Aethers im brechenden Körper, wenn 1 die Dichtigkeit des Aethers im leeren Raume ist. Die brechende Kraft $n^2 - 1$ ist also ein Maass für den Ueberschuss der Dichtigkeit des Aethers im brechenden Medium.

Man kann die brechende Kraft eines Körpers auf absolute und relative Weise bestimmen; so sind z. B. 1,326 und 0,785 die absoluten brechenden Kräfte oder die Werthe von $n^2 - 1$ für Glas und Wasser; dividirt man aber die erstere Zahl durch die zweite, so erhält man 1,600, welches die relative brechende Kraft des Glases zu der des Wassers ist.

Das Brechungsvermögen, also der Werth von $\frac{n^2 - 1}{d}$, ist für Glas 0,533, für Wasser 0,785; das Brechungsvermögen des Glases auf das Wasser bezogen ist aber $\frac{0,533}{0,785} = 0,679$.

Wenn ein Körper sich ausdehnt oder verdichtet, so ändert sich sowohl sein Brechungsexponent als auch seine Dichtigkeit; sein Brechungsvermögen scheint aber constant zu bleiben, so lange der Körper nicht in den gasförmigen Zustand übergeht.

222 **Brechungsexponenten der Gase.** Um die Brechungsexponenten der Gase zu ermitteln, wandten Biot und Arago (Gilb. Annal. XXV u. XXVI) ein aus einer dickwandigen Glasröhre gebildetes Hohlprisma *AB*, Fig. 631, an. An beiden Enden ist die Röhre schräg abgeschliffen und auf die Schnittflächen sind Platten von Spiegelglas aufgekittet, deren Flächen einander genau parallel sind und welche die Röhre auf beiden Seiten hermetisch verschliessen. Der Winkel, welchen die beiden Platten mit einander machen, also der brechende Winkel des Prismas muss wegen der schwachen Brechung des Lichtes in Gasen sehr gross sein, er be-

Digitized by Google

trug ungefähr 145 Grad. Nach oben hin communicirt die Höhlung des Prismas mit einem durch eine Glasglocke abgesperrten Raum, in welchem sich das Heberbarometer CD befindet; nach unten aber führt von der Höhlung des Prismas ein Canal, welcher durch den Hahn E abgesperrt werden kann, zu der Schraubenmutter F, mittelst deren man den ganzen Apparat auf eine Luftpumpe aufschrauben kann.

Zunächst wandten **Biot** und **Arago** diesen Apparat an, um den Brechungsexponenten der **atmosphärischen Luft** zu bestimmen. Sie stellten denselben vor dem Fernrohr F, Fig. 632 eines Repetitionskreises

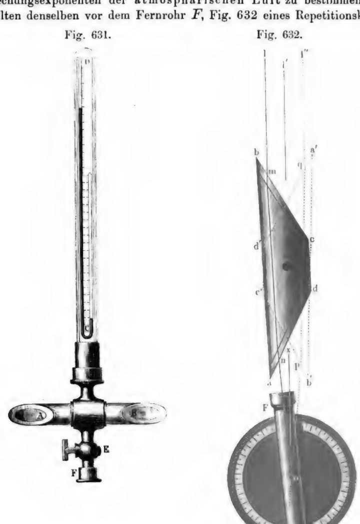


Fig. 631. Fig. 632.

auf, von welchem aus man in der Richtung *oxl'* einen entfernten Blitzableiter sehen konnte. Nach der gleichen Richtung erblickte man auh das Bild des Blitzableiters, wenn das Hohlprisma *abcd* mit Luft von gleicher Dichtigkeit mit der äusseren gefüllt war. Nachdem aber das Prisma luftleer gemacht worden ist, lenkt es nun die vom Blitzableiter kommenden Strahlen in der Weise ab, dass das Bild derselben in der Richtung *on*, also von der brechenden Kante des Prismas weggerückt erscheint. Der Ablenkungswinkel *nox*, den wir mit δ bezeichnen wollen, wurde aber nicht direct gemessen, sondern nachdem das Fernrohr so festgestellt worden war, wie es dem Minimum der Ablenkung im Prisma entspricht, wurde letzteres um ungefähr 180° gedreht und in die Stellung *a'b'c'd'* gebracht, für welche es das Minimum der Ablenkung nach der anderen Seite liefert. Man musste nun der Axe des Fernrohres die Richtung *op* geben, um das Fadenkreuz abermals auf den Blitzableiter einzustellen. Der Winkel *nop*, welcher offenbar gleich $2\,\delta$ ist, wurde nun mit Hülfe des Repetitionskreises mehrere Male hintereinander gemessen und das Mittel aus diesen Messungen genommen.

Die Ablenkung δ, welche das luftleere Prisma hervorbrachte, betrug ungefähr 6 Minuten.

Ist aber der brechende Winkel des Prismas und das Minimum der Ablenkung bekannt, welches das luftleere Prisma hervorbringt, so kann man nach den bekannten Formeln auch den Brechungsexponenten für den Uebergang eines Lichtstrahles aus dem leeren Raume in die atmosphärische Luft berechnen. Aus den Messungen von Biot und Arago ergab sich, nach Anbringung aller nöthigen Correcturen (wegen des Restes von Luft, der nach dem Auspumpen noch im Prisma blieb und wegen des nicht ganz vollkommenen Parallelismus der Flächen der Glasplatten), der Brechungsexponent für den Uebergang des Lichtstrahls aus dem leeren Raume in Luft von 0° Temperatur und 760^{mm} Spannkraft:

$$n = 1{,}000294$$

und danach die brechende Kraft der Luft

$$n^2 - 1 = 0{,}000588,$$

ein Resultat, welches mit den von Delambre aus der astronomischen Refraction abgeleiteten sehr gut übereinstimmt.

Nachdem einmal der Brechungsexponent der Luft bestimmt worden war, wurde das Hohlprisma der Reihe nach mit verschiedenen Gasen gefüllt, die Ablenkung gemessen, welche es hervorbringt, und daraus dann die Brechungsexponenten der Gase abgeleitet. Biot und Arago haben diese Versuche mit Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff, Ammoniak, Kohlensäure und Chlorwasserstoffsäure angestellt.

Die Versuche für ein und dasselbe Gas bei verschiedenen Graden der Verdünnung wiederholend, gelangten die genannten Gelehrten zu dem wichtigen Satze, dass für ein und dasselbe Gas die brechende Kraft ($n^2 - 1$) stets seiner Dichtigkeit (d) proportional

Digitized by Google

bleibt, oder was dasselbe ist, dass das Brechungsvermögen $\frac{n^2 - 1}{d}$ eines Gases constant bleibt, wie sich auch Druck und Temperatur ändern mögen.

Von diesen Sätzen ausgehend bestimmte Dulong (Pogg. Ann. VI) das Brechungsvermögen einer grösseren Anzahl von Gasen mittelst eines Kunstgriffes, welcher seinen Resultaten eine grosse Genauigkeit sicherte. Ein dem oben beschriebenen ähnliches Hohlprisma wurde zunächst mit trockner Luft von der Temperatur und dem Druck der umgebenden Atmosphäre gefüllt und durch dasselbe ein Fernrohr auf einen entfernten Visirpunkt eingestellt. Nachdem dies geschehen war, wurde das Fernrohr in dieser Lage befestigt, das Prisma aber, ohne es zu verrücken, luftleer gemacht und mit einem andern Gas, etwa mit Kohlensäure, gefüllt. Indem man nun den Druck dieses Gases variirt, kann man es leicht dahin bringen, dass das Bild des Visirpunktes wieder im Fadenkreuze des Fernrohres einsteht. Die Temperatur ist dieselbe geblieben; der Druck der Kohlensäure im Prisma mag aber z. B. 498^{mm} betragen. Da die Kohlensäure unter diesem Drucke das Licht ebenso stark ablenkt, wie die Luft unter einem Drucke von 760^{mm}, so ist klar, dass sie unter diesen Umständen denselben Brechungsexponenten und dieselbe brechende Kraft hat wie die Luft; da aber die brechende Kraft eines Gases seiner Dichtigkeit proportional ist, so hat man zur Berechnung der brechenden Kraft x der Kohlensäure für einen Druck von 760^{mm} und die Temperatur der umgebenden Luft die Gleichung: $498 : 760 = 1 : x$, woraus $x = 1{,}526$ folgt, wenn man die brechende Kraft der atmosphärischen Luft zur Einheit nimmt.

Fig. 633 (a. f. S.) stellt einen Apparat dar, welcher nicht wesentlich von dem Dulong'schen abweicht, und welcher sehr bequem zu experimentiren erlaubt. AA ist ein Hohlprisma von Porcellan, dessen brechender Winkel 160° beträgt und welches durch Platten von Spiegelglas geschlossen ist. Das Licht der Lampe L dringt durch eine feine verticale Spalte bei B in das Rohr BC, welches bei C durch eine Sammellinse geschlossen ist. Da die Spalte B sich im Brennpunkt der Linse C befindet, so sieht man durch das Fernrohr DE das Bild der Spalte B gerade so, als ob sie in sehr grosser Entfernung läge. Die Spalte B ist etwas verschiebbar und muss so gestellt werden, dass ihr Bild genau mit dem verticalen Faden des Fadenkreuzes im Fernrohr zusammenfällt. Im Uebrigen bedarf der Apparat wohl keiner weiteren Erläuterung.

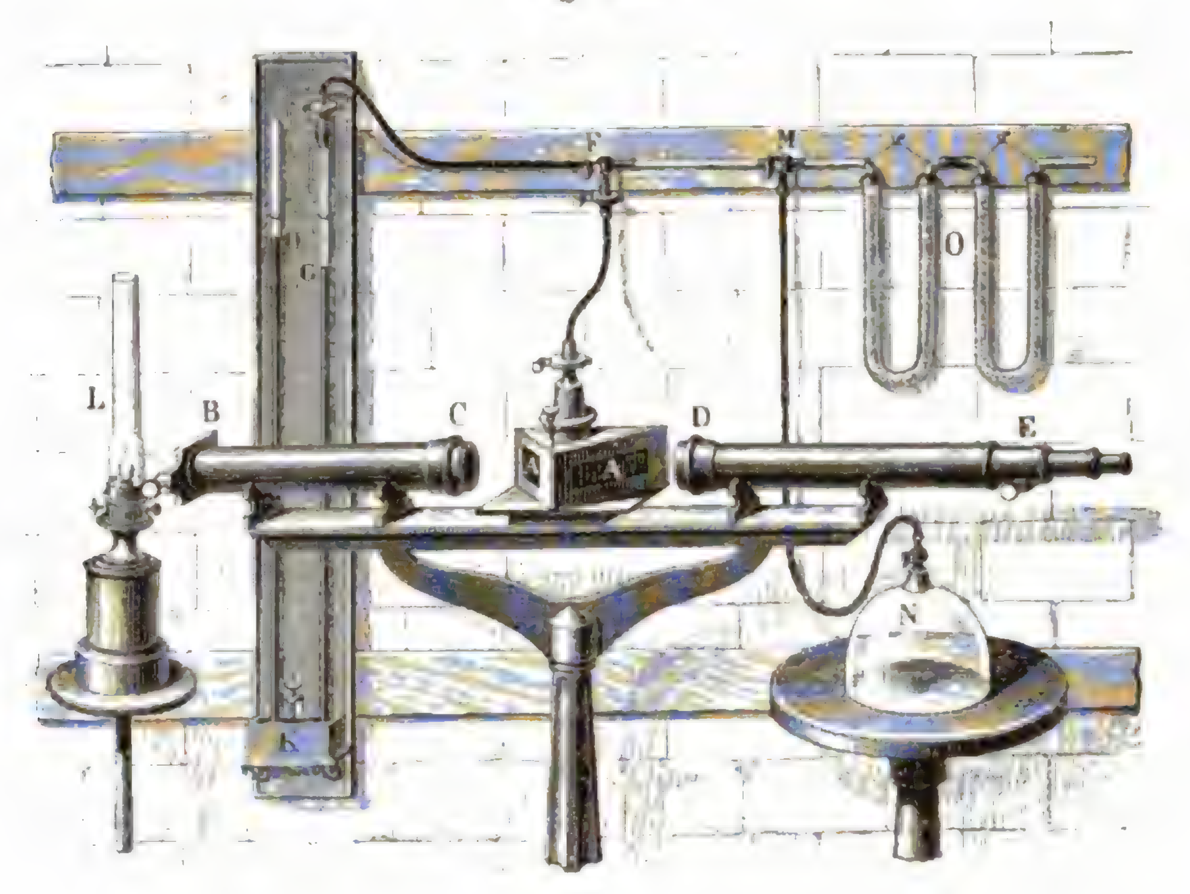
Durch solche Versuche erhält man die brechende Kraft der Gase mit der der Luft verglichen. Ein Theil der von Dulong erhaltenen Resultate ist in der Tabelle auf folgender Seite zusammengestellt.

Die Zahlen der ersten Columne sind das directe Resultat der Beobachtung; multiplicirt man sie mit 0,000588, welches die absolute brechende Kraft der Luft im Normalzustand ist, so erhält man die Zahlen der zweiten Columne oder die Werthe von $n^2 - 1$; um daraus nun die Brechungs-

Digitized by Google

exponenten zu erhalten, hat man 1 zu addiren und dann die Quadratwurzel auszuziehen. Die Werthe von $n^2 - 1$ sowohl, wie die von n, wie

Fig. 633.



sie in unserer Tabelle gegeben sind, beziehen sich selbstverständlich auf den Normalzustand der entsprechenden Gase (0° Temperatur und 760mm Spannkraft).

Namen der Gase	Brechende Kraft im Vergleich mit der der Luft	Absolute brechende Kraft $n^2 - 1$	Brechungsexponenten n	Specifisches Gewicht d	Brechungsvermögen $\frac{n^2 - 1}{d}$
Atmosphärische Luft . .	1,000	0,000589	1,000294	1	0,000589
Sauerstoff	0,924	0,000544	1,000272	1,103	0,000492
Wasserstoff	0,470	0,000277	1,000138	0,068	0,004073
Stickstoff	1,020	0,000601	1,000300	0,976	0,000616
Ammoniakgas	1,309	0,000771	1,000385	0,591	0,001485
Kohlensäure	1,526	0,000899	1,000449	1,524	0,000589
Stickoxydgas	1,710	0,001007	1,000503	1,527	0,000659
Salpetergas	1,030	0,000606	1,000303	1,039	0,000583
Kohlenoxydgas	1,157	0,000681	1,000340	0,972	0,000700
Schweflige Säure	2,260	0,001331	1,000665	2,247	0,000592
Schwefelätherdampf . .	5,197	0,003061	1,00153	2,580	0,001186
Schwefelkohlenstoffdampf	5,110	0,003010	1,00150	2,644	0,001138

Digitized by Google

Aus der Vergleichung dieser Zahlen lassen sich folgende Resultate ziehen:

1. Zwischen der Dichtigkeit und der brechenden Kraft eines Gases und den entsprechenden Grössen eines anderen findet keine Beziehung statt.

Unter allen bekannten Stoffen hat das Wasserstoffgas das grösste, Sauerstoffgas das kleinste Brechungsvermögen. Ueberhaupt haben alle brennbaren Stoffe vorzugsweise ein grosses Brechungsvermögen.

2. Die brechende Kraft einer Mischung ist die Summe der brechenden Kräfte der gemischten Elemente. Die Luft besteht z. B. aus 0,21 Sauerstoff und 0,79 Stickstoff; multiplicirt man nun die brechende Kraft des Sauerstoffs 0,924 mit 0,21, die des Stickstoffs 1,020 mit 0,79, so erhält man die Producte 0,19404 und 0,80580, deren Summe 0,99984 in der That nur sehr wenig von 1 abweicht. Dulong hat auch mehrere Versuche mit künstlichen Mischungen gemacht, welche die Richtigkeit dieses Satzes bestätigen.

3. Wenn ein Gas eine chemische Verbindung ist, so ist seine brechende Kraft bald grösser, bald kleiner als die Summe der brechenden Kräfte seiner Elemente, wie man aus der folgenden Tabelle ersieht, wobei die brechende Kraft der Luft zur Einheit genommen ist.

Die Differenzen zwischen der beobachteten und der berechneten brechenden Kraft sind zu gross, als dass sie von Beobachtungsfehlern herrühren könnten.

Namen der Gase	Brechende Kraft		Differenz
	beobachtet	berechnet	
Ammoniak	1,309	1,216	+ 0,093
Stickstoffoxydgas	1,710	1,482	+ 0,228
Salpetergas	1,030	0,972	+ 0,058
Kohlensäure	1,526	1,629	— 0,093
Chlorwasserstoffsäure	1,527	1,547	— 0,020

4. Das Brechungsvermögen einer Substanz im flüssigen Zustande ist grösser als das Brechungsvermögen desselben Körpers, wenn er sich im gasförmigen Zustande befindet.

Nach obiger Tabelle ist z. B. das Brechungsvermögen des Dampfes von Schwefelkohlenstoff gleich 0,001138. Für den flüssigen Schwefelkohlenstoff ist $n = 1,678$, also $n^2 = 2,816$ und $n^2 - 1 = 1,816$. Diese Zahl ist durch das specifische Gewicht des Schwefelkohlenstoffs zu dividiren, um aber vergleichbare Zahlen zu erhalten, müssen wir das speci-

Digitized by Google

fische Gewicht des flüssigen Schwefelkohlenstoffs gleichfalls auf Luft beziehen, wie dies bei der Berechnung aller Zahlenwerthe in der letzten Columne obiger Tabelle geschehen ist. — Auf Wasser bezogen ist das specifische Gewicht des Schwefelkohlenstoffs 1,263, auf Luft bezogen aber ist es $\frac{1,263}{0,001299}$, und danach ergiebt sich für das Brechungsvermögen des flüssigen Schwefelkohlenstoffs der Werth $\frac{1,816 . 0,001299}{1,263} = 0,001868$, also grösser als die entsprechende Grösse (0,001138) für den Schwefelkohlenstoffdampf.

223 **Sphärische Linsen.** Linsen nennt man durchsichtige, von krummen Oberflächen begränzte Körper, welche die Eigenschaft haben, die Convergenz oder Divergenz der sie treffenden Strahlenbündel zu vergrössern oder zu verkleinern.

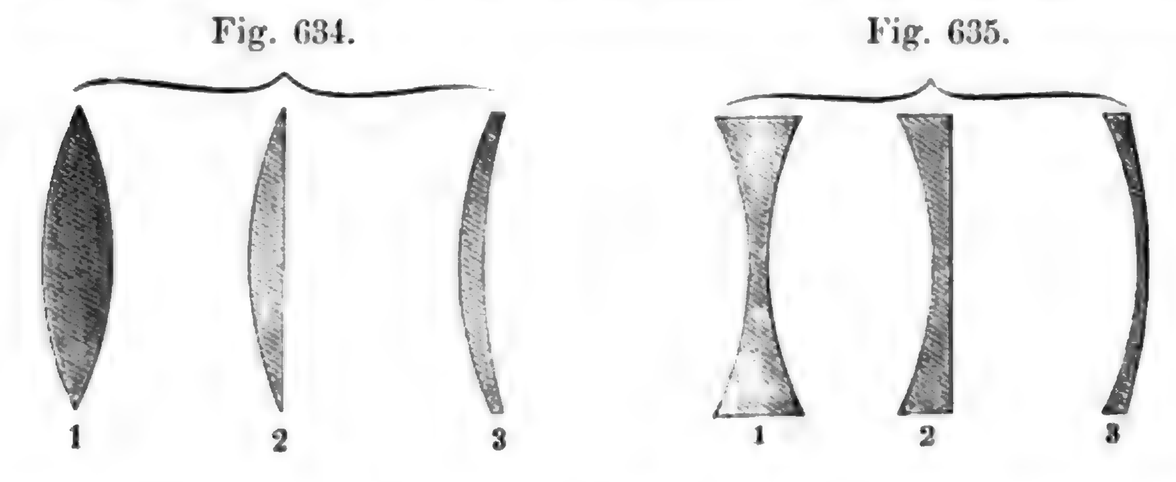
Wir beschäftigen uns hier nur mit sphärischen Linsen, d. h. mit solchen, deren Gränzflächen Stücke von Kugeloberflächen oder Ebenen sind, weil diese allein zu optischen Instrumenten verwendet werden.

Man unterscheidet zwei Hauptarten von Linsen, nämlich

1) Sammellinsen, welche in der Mitte dicker, und

2) Zerstreuungslinsen, welche in der Mitte dünner sind als am Rande. Fig. 634 stellt im Durchschnitt drei verschiedene Formen

Fig. 634. Fig. 635.



von Sammel- oder, wie man sie auch nennt, von Convexlinsen dar. Nro. 1 ist eine biconvexe, Nro. 2 eine planconvexe und Nro. 3 eine concavconvexe Linse.

Fig. 635 stellt die verschiedenen Formen der Zerstreuungs- oder Concavlinsen dar, nämlich Nro. 1 eine biconcave, Nro. 2 eine planconcave und Nro. 3 eine convexconcave. Die Formen Nro. 3 in Fig. 634 und Fig. 635 werden auch Menisken genannt.

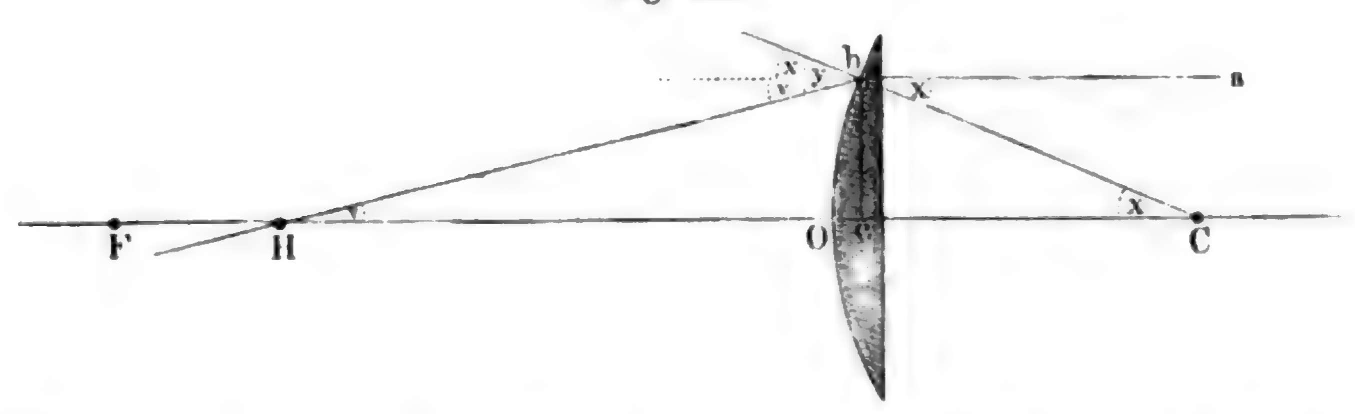
Die Axe einer Linse ist die gerade Linie, welche die Mittelpunkte der beiden Kugeloberflächen verbindet, durch welche die Linse gebildet wird. Bei den planconvexen und planconcaven Linsen ist die Axe das von dem Mittelpunkte der Krümmung auf die ebene Fläche gefällte Perpendikel.

Digitized by Google

Sammellinsen. Um die wichtigsten Sätze über die Wirkung der 224
Sammellinsen abzuleiten, wollen wir von der Betrachtung des einfachsten Falles, nämlich der planconvexen Linsen, ausgehen.

Auf die ebene Seite einer planconvexen Linse falle ein Lichtstrahl ab, Fig. 636, parallel mit der Axe der Linse, so wird er ungebrochen in

Fig. 636.



die Glasmasse eintreten, um bei b austretend nach der Richtung bH gebrochen zu werden. Wir wollen zunächst die Lage des Punktes H, in welchem der austretende Strahl die Axe schneidet, bestimmen.

Ziehen wir den Krümmungshalbmesser bC, so ist x der Winkel, welchen der Strahl vor, y der Winkel, welchen er nach der Brechung in b mit der Richtung des Einfallslothes bC macht; wir haben aber

$$\sin y = n . \sin x \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

wenn n den Brechungsexponenten der Linsensubstanz bezeichnet. Ferner ist

$$v = y - x \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

wenn wir mit v den Winkel bezeichnen, welchen der Strahl bH mit der Axe der Linse macht.

Nun ist aber ferner

$$Hc = \frac{bc}{tang\, v},$$

und da

$$bc = bC . \sin x = r . \sin x,$$

wenn man mit r den Krümmungshalbmesser bC bezeichnet, so ist endlich

$$Hc = \frac{r . \sin x}{tang\, v} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

Diese Gleichung giebt also den Werth von Hc, wenn man vorher mit Hülfe der Gleichungen 1) und 2) den einem bestimmten Winkelwerth von x entsprechenden Werth von v berechnet hat.

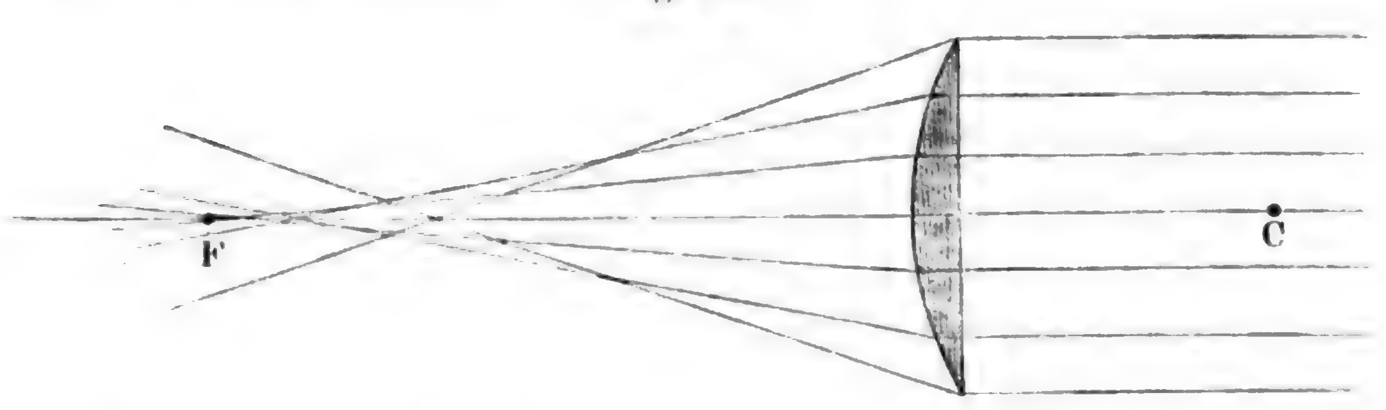
Setzen wir $n = 1{,}5$ und $r = 1$, so ergeben sich folgende zusammengehörige Werthe von x und B, wenn wir unter B die Entfernung Hc verstehen:

Digitized by Google

x	B	D
10′	2,0000	0,0000
1°	1,9998	0,0004
5	1,9829	0,0209
10	1,9457	0,0695
15	1,8813	0,1528
20	1,7816	0,2787
30	1,4871	0,6468

Wir sehen also, dass die parallel mit der Axe einfallenden Strahlen durch die Linse keineswegs alle in einem Punkte vereinigt werden. Solche Strahlen, welche die Linse näher am Rande passiren, schneiden die Axe in Punkten, welche der Linse näher liegen als der Vereinigungspunkt für die centralen Strahlen, wie dies auch Fig. 637 anschaulich macht.

Fig. 637.



In Fig. 636 sei F der Vereinigungspunkt für die centralen Strahlen, den wir den Hauptbrennpunkt, oder den Focus der Linse nennen wollen, H der Punkt, in welchem ein näher am Rande durch die Linse gehender Strahl die Axe schneidet, so ist offenbar

$$FH = FO + Oc - Hc \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 4)$$

Oc ist offenbar gleich $sin.vers\, x$, wenn wir den Halbmesser bC mit 1 bezeichnen, in welchem Fall denn auch $FO = 2$ ist. Setzen wir nun der Reihe nach in Gleichung 4) für Oc den Zahlenwerth des *Sinus versus* von 1°, 5°, 10°, 20° und 30°, und ferner für Hc die diesen Winkelwerthen von x entsprechenden Werthe dieser Länge, wie sie in der obigen kleinen Tabelle unter B stehen, so erhält man die Zahlenwerthe für den Abstand HF, wie sie in jener Tabelle unter D verzeichnet sind.

Diesen Zahlenwerthen entsprechend ist in Fig. 637 der Verlauf der Strahlen verzeichnet, welche eine planconvexe Linse in Punkten treffen, die 10, 20, 30 Grad von ihrer Mitte abstehen. Man sieht aus dieser Construction ebenso wie aus obiger Tabelle, wie bedeutend der Vereinigungspunkt der Randstrahlen vom Vereinigungspunkte der centralen

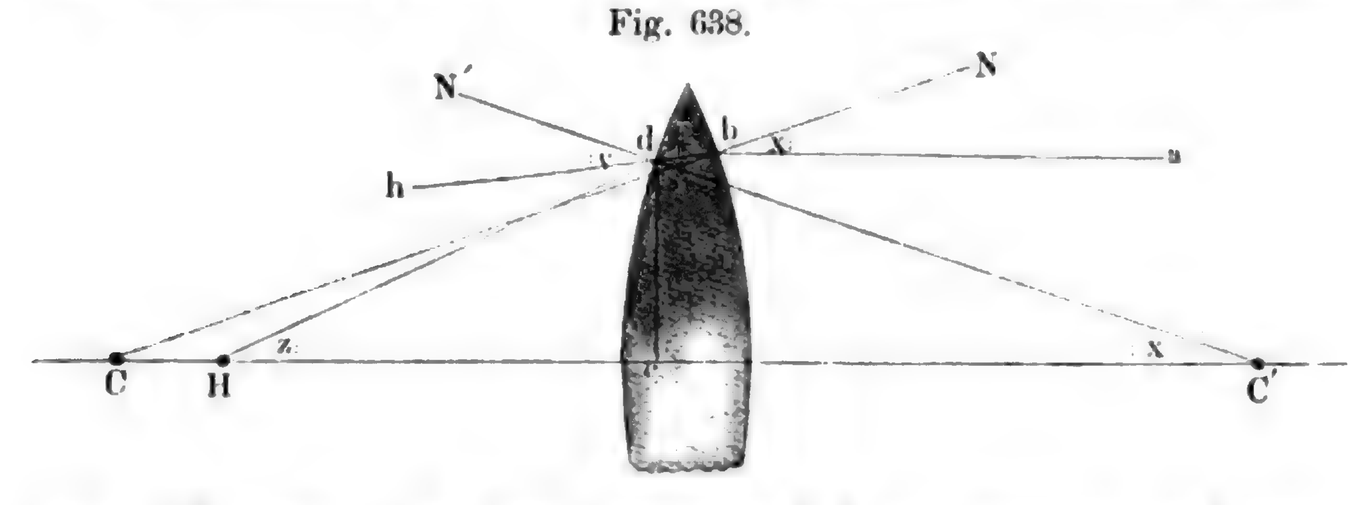
Digitized by Google

Strahlen absteht, wenn die Krümmung der Linse von der Mitte bis zum Rande nur einigermaassen bedeutend ist.

Für eine Linse, welche reine Bilder geben soll, darf deshalb die **Oeffnung**, d. h. der Winkel, unter welchem die Linse von ihrem Brennpunkte aus gesehen erscheint, nicht mehr als 3 bis 5 Grad betragen.

In Fig 638 sei ab ein Strahl, welcher parallel mit der Axe auf eine **gleichgewölbte** biconvexe Linse fällt, für welche C und C' die Krümmungsmittelpunkte sind; x sei der Winkel, welchen ab mit dem Einfalls-

Fig. 638.



lothe CN macht. Der Strahl wird nach bd hin gebrochen, und zwar haben wir zur Bestimmung des Winkels hbC, den wir mit y bezeichnen wollen, die Gleichung

$$\sin y = \frac{1}{n} \sin x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

Bezeichnen wir mit y' den Winkel bdC', welchen bd mit dem Einfallsloth $C'N'$ macht, so haben wir

$$y + y' = 2x,$$

denn Winkel sCC' ist ohne merklichen Fehler gleich Winkel $sC'C$, also gleich x. Nun aber ist Winkel NsC' Aussenwinkel an dem Dreieck sCC', folglich ist Winkel $NsC' = 2x$. Derselbe Winkel NsC' ist aber auch Aussenwinkel am Dreieck sdb, folglich ist Winkel $NsC' = y + y'$, also endlich

$$y + y' = 2x$$

oder

$$y' = 2x - y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Es ist aber ferner

$$\sin v = n . \sin y' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

wenn wir mit v den Winkel $N'dH$ bezeichnen, welchen der in d aus der Linse austretende Strahl dH mit dem Einfallslothe $N'C'$ macht. Nennen wir ferner z den Winkel, welchen derselbe austretende Strahl dH mit der Axe macht, so haben wir

$$v = z + x,$$

weil v ein Aussenwinkel am Dreieck dHC' ist, mithin auch

$$z = v - x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

Digitized by Google

Bezeichnen wir den Krümmungshalbmesser der Linse mit r, so ist

$$dc = r \sin x,$$

und

$$dc = Hc . \tang z,$$

folglich

$$Hc = \frac{r \sin x}{\tang z} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 9)$$

wonach man den Abstand Hc berechnen kann, nachdem man vorher mit Hülfe der Gleichungen 5), 6), 7) und 8) den Werth von z für ein bestimmtes x ermittelt hat.

225 **Brennpunkt für centrale Strahlen.** Für diejenigen Strahlen, welche als centrale betrachtet werden können, sind die Winkel x, y und z klein genug, um die Sinus und Tangenten den Winkeln selbst proportional zu setzen. Für diesen Fall aber ergiebt sich aus Gleichung 1) des vorigen Paragraphen

$$y = n . x;$$

Gleichung 3) aber wird

$$Hc = \frac{rx}{v},$$

und wenn man für v seinen Werth bei 2) setzt,

$$Hc = \frac{r\,x}{y - x}$$

$$Hc = \frac{rx}{nx - x}$$

also endlich

$$Hc = \frac{r}{n - 1}.$$

Für centrale Strahlen fällt aber der Durchschnittspunkt H, Fig. 637, mit dem Hauptbrennpunkte F zusammen, wir haben also für den Abstand Fc des Brennpunktes einer planconvexen Linse von dem Glase

$$Fc = f = \frac{r}{n - 1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

wenn wir mit f die Brennweite bezeichnen.

Wäre $n = 1{,}5$, so ergäbe sich

$$f = 2\,r.$$

Der Brechungsexponent einer bestimmten Sorte von Flintglas sei z. B. für gelbe Strahlen 1,635, so ist für gelbe Strahlen die Brennweite einer aus dieser Glassorte geschliffenen planconvexen Linse

$$f = \frac{r}{0{,}635};$$

Digitized by Google

wenn also der Krümmungshalbmesser der gewölbten Seite $r = 12$ Zoll ist, so ergiebt sich

$$f = \frac{12}{0,635} = 18,89 \text{ Zoll.}$$

Um die Lage des Hauptbrennpunktes gleichgewölbter biconvexer Linsen zu finden, verfahren wir auf gleiche Weise. Aus Gleichung 5) ergiebt sich

$$y = \frac{x}{n}.$$

Aus Gleichung 6)

$$y' = 2x - \frac{x}{n}$$

oder

$$y' = \frac{2nx - x}{n}.$$

Aus Gleichung 7)

$$v = ny' = 2nx - x.$$

Aus Gleichung 8)

$$z = v - x = 2nx - 2x$$

oder

$$z = 2x(n - 1),$$

und endlich aus Gleichung 9) für die Brennweite der Werth

$$f = \frac{r}{2(n - 1)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

für $n = 1,5$ ergiebt sich danach $f = r$. Für $n = 1,635$ ergiebt sich

$$f = \frac{r}{2 \cdot 0,635} = \frac{r}{1,270} = 0,787\, r.$$

Vergleichen wir die Werthe von f bei 1) und bei 2), so übersieht man leicht, dass ersterer doppelt so gross ist als letzterer. Die Brennweite einer gleichgewölbten biconvexen Linse ist also halb so gross als die Brennweite einer planconvexen Linse von gleichem Krümmungshalbmesser.

Die Figuren 639 und 640 (a. f. S.) erläutern die Vereinigung der parallel mit der Axe auf eine planconvexe und auf eine gleichgewölbte biconvexe Linse auffallenden Strahlen in dem Brennpunkt derselben. Bei der Construction dieser Figuren ist der Brechungsexponent der Linsensubstanz gleich 1,5 angenommen.

Durch den Versuch kann man die Brennweite einer Sammellinse finden, wenn man sie gegen die Sonne kehrt und dann hinter derselben einen beliebigen Schirm, etwa von grauem Papier, so lange verschiebt, bis das

Digitized by Google

auf demselben entstehende Sonnenbildchen vollkommen scharf ist; der Abstand des Schirmes von der Linse ist alsdann die gesuchte Brennweite.

Fig. 639.

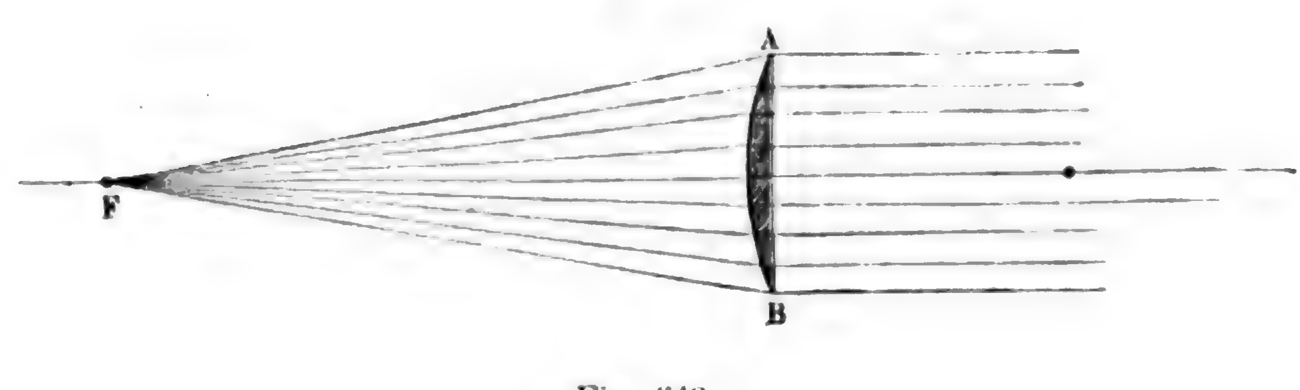
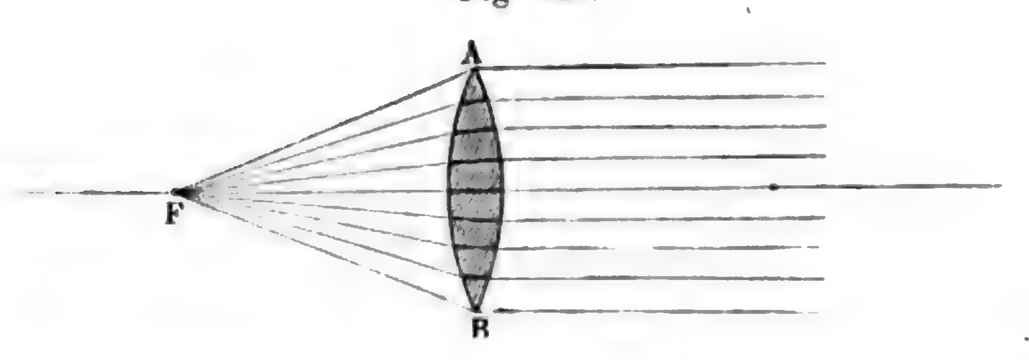


Fig. 640.



226 **Berechnung der Bildweite.** Ist einmal die Brennweite einer Linse bekannt, so kann man auch bestimmen, in welchem Punkte diejenigen Strahlen durch die Linse wieder vereinigt werden, welche von irgend einem leuchtenden Punkte ausgehend auf dieselbe fallen. Zunächst wollen wir nur solche leuchtende Punkte in Betracht ziehen, welche auf der Axe der Linse liegen.

Ein mit der Axe parallel auf die Linse fallendes Strahlenbündel kann man betrachten, als käme es von einem auf der Axe liegenden, aber unendlich weit entfernten leuchtenden Punkte. — Nehmen wir nun an, der leuchtende Punkt sei der Linse näher gerückt, er befinde sich in S, Fig. 641, so findet man den Vereinigungspunkt der von S aus auf die Linse fallenden Strahlen, wenn man den Punkt R ermittelt, in welchem ein Randstrahl SA nach seinem Durchgang durch die Linse die Axe schneidet (vorausgesetzt, dass die Oeffnung der Linse klein genug ist).

Wie wir oben gesehen haben, ändert sich die durch ein Prisma hervorgebrachte Ablenkung mit der Richtung der einfallenden Strahlen; sobald aber der brechende Winkel des Prismas hinlänglich klein ist, wird diese Aenderung unmerklich, so dass man für Prismen von kleinem brechenden Winkel ohne merklichen Fehler annehmen kann, dass sie alle Strahlen, welche auf dieselben fallen, stets um gleich viel von ihrer ursprünglichen Richtung ablenken. Dies findet nun auch seine Anwendung bei Linsen. Der Randstrahl SA wird ebenso stark durch die Brechung am Rande der Linse abgelenkt, wie der Strahl NA, welcher parallel mit

Digitized by Google

der Axe einfällt. — NA wird aber nach dem Brennpunkt F gebrochen, der einfallende und austretende Strahl machen also einen Winkel NAF mit einander. Eben so gross muss der Winkel RAS sein. Man findet also die Richtung des austretenden Strahles AR, wenn man über AF einen Winkel x aufträgt, welcher eben so gross ist als der Winkel y (NAS), um welchen der einfallende Strahl AS unter AN liegt.

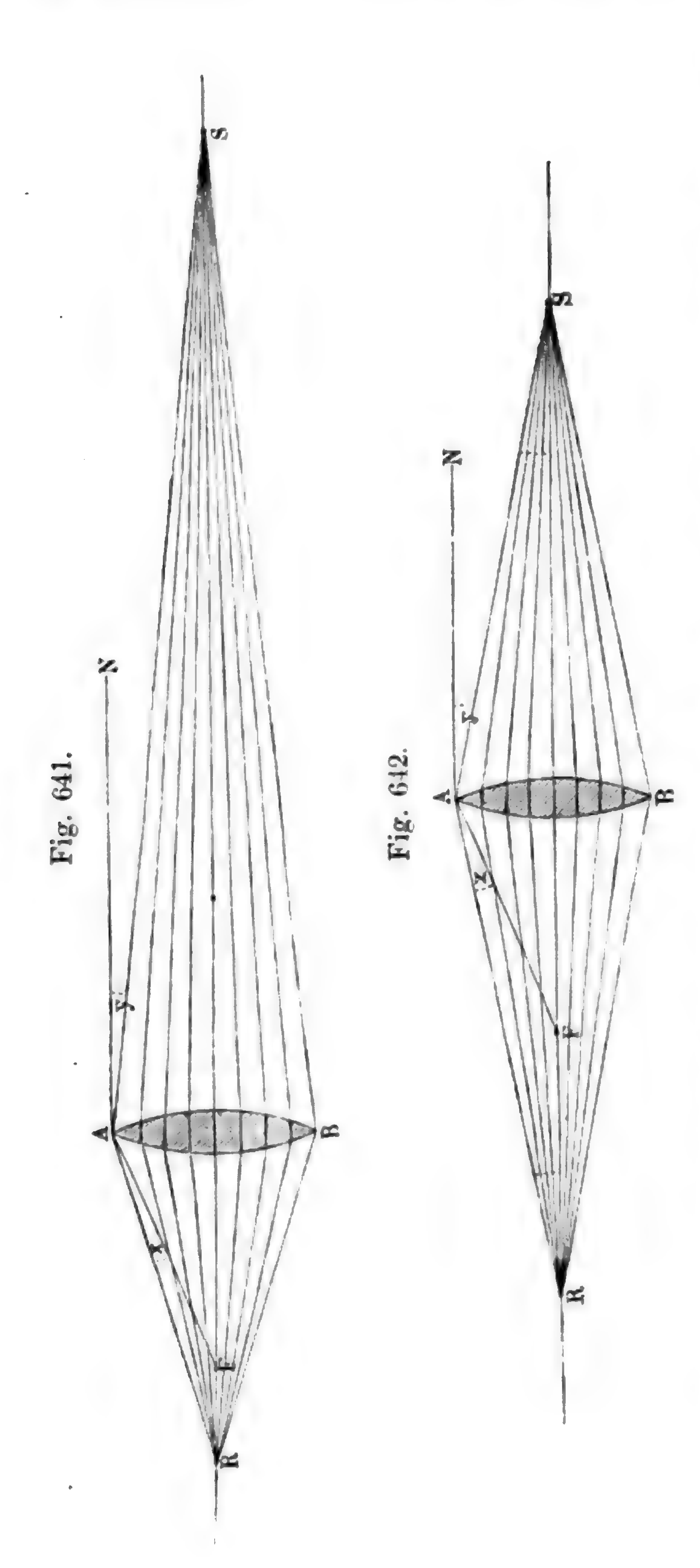


Fig. 641.

Fig. 642.

Aus dieser Construction geht hervor, dass wenn der leuchtende Punkt S auf der Axe der Linse näher rückt, der Vereinigungspunkt R sich von der Linse entfernen müsse. Bei fortdauernder Annäherung des leuchtenden Punktes wird also auch einmal der Fall eintreten, wo der leuchtende Punkt S und der Vereinigungspunkt R gleich weit von der Linse abstehen, wie Fig. 642. Für diesen Fall müssen der austretende Strahl AR und der eintretende SA gleiche Winkel mit der Axe machen, es muss Winkel SRA gleich RSA sein. Da nun auch $y = RSA$ und $x = y$, so ist ferner x gleich Winkel SRA, oder das Dreieck RAF

Digitized by Google

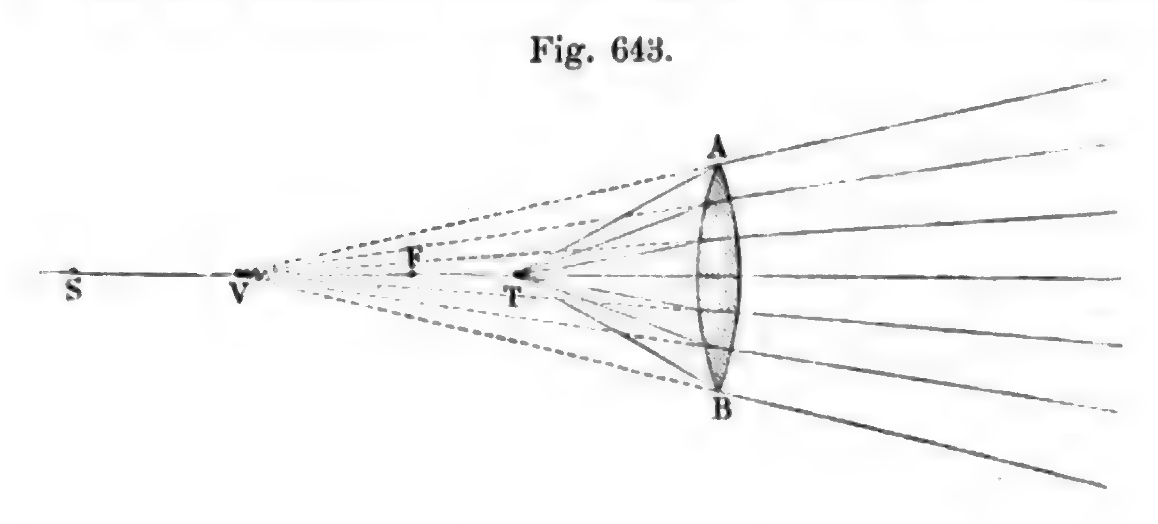
ist ein gleichschenkliges und $RF = FA$, der Punkt R ist also um die doppelte Brennweite von der Linse entfernt.

Wenn also der leuchtende Punkt um die doppelte Brennweite von der Linse entfernt ist, so befindet sich der Vereinigungspunkt auf der anderen Seite in gleichem Abstande von der Linse.

Nähert sich der leuchtende Punkt der Linse noch mehr, so muss sich der Vereinigungspunkt noch weiter entfernen; wäre R, Fig. 641, ein leuchtender Punkt, so wäre S der entsprechende Vereinigungspunkt. Rückt der leuchtende Punkt in den Brennpunkt der Linse, so rückt der Vereinigungspunkt in unendliche Entfernung. Die von dem Brennpunkte F, Fig. 640, aus auf die Linse fallenden Strahlen werden durch dieselbe in ein parallel mit der Axe austretendes Strahlenbündel verwandelt.

Wenn der leuchtende Punkt T, Fig. 643, der Linse so nahe rückt,

Fig. 643.



dass er noch innerhalb der Brennweite liegt, so ist der Strahlenkegel, welcher auf die Linse trifft, so stark divergirend, dass die Linse nicht mehr im Stande ist, die Strahlen convergent, oder auch nur parallel zu machen, sie divergiren aber nach dem Durchgange durch die Linse weniger als vorher, sie verbreiten sich also so, als ob sie von einem Punkte V herkämen, welcher weiter von der Linse absteht, als der leuchtende Punkt.

Wir haben oben gesehen, wie man die Lage des Vereinigungspunktes durch Construction finden kann, suchen wir nun die gegenseitige Abhängigkeit der conjugirten Punkte, wie man die zusammengehörigen Punkte R und S nennt, auch durch Rechnung zu bestimmen.

In Fig. 644 sei AB eine Linse, deren Brennpunkt in F liegt. Ein parallel mit der Axe einfallender Strahl kA wird nach F hin gebrochen; die Richtung, nach welcher ein von T ausgehender Strahl TA gebrochen wird, findet man leicht, wenn man den Winkel $FAV =$ dem Winkel TAk macht. Wird nun $lA = mA = Ar$ gemacht (r ist der Mittelpunkt der Linse) und in l das Perpendikel lon, in m aber das Perpendikel mp errichtet, so wird mp jedenfalls sehr nahe gleich on sein,

Digitized by Google

weil die Winkel TAk und FAV gleich sind und der Winkel gAV so klein ist, dass on sehr nahe rechtwinklig auf AV steht; es ist also

$$ln = lo + on = lo + mp \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke FAr und Aln haben wir

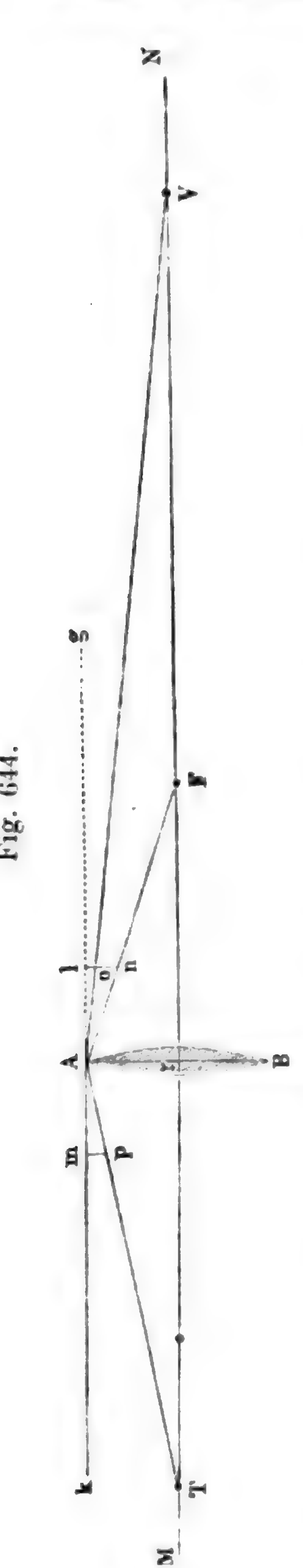


Fig. 644.

$$Fr : Ar = Al : ln$$

oder

$$f : 1 = 1 : ln,$$

wenn wir die Brennweite rF mit f und den Halbmesser der Linse $rA = Al$ gleich 1 setzen; es ist demnach

$$ln = \frac{1}{f}.$$

Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke VAr und Alo folgt

$$Vr : Ar = Al : lo$$

$$a : 1 = 1 : lo,$$

also

$$lo = \frac{1}{a},$$

wenn wir die Entfernung Vr (also die Vereinigungsweite) mit a bezeichnen.

Ebenso ergiebt sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke Amp und ATr

$$mp = \frac{1}{b},$$

wenn man die Entfernung rT, also die Entfernung des leuchtenden Punktes von der Linse, mit b bezeichnet.

Setzt man die eben für ln, lo und mp gefundenen Werthe in die Gleichung 1), so kommt

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

also

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Nach dieser Formel kann man jederzeit berechnen, wie gross die Entfernung a des Punktes V von der Linse ist, in welchem die Strahlen vereinigt werden, welche von einem Punkte T von der Linse ausgehen, dessen Abstand von der Linse gleich b ist.

Es sei z. B. die Brennweite einer Linse,

Digitized by Google

also $f = 1$ Fuss, der Abstand des leuchtenden Punktes gleich 10 Fuss, so hat man zur Berechnung der Entfernung a des Vereinigungspunktes vom Glase die Gleichung

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{1} - \frac{1}{10},$$

woraus $a = 1{,}111 \ldots.$

Für dieselbe Linse ergeben sich auf diese Weise folgende zusammengehörige Werthe der Entfernung b des Gegenstandes und der Entfernung a des Vereinigungspunktes von der Linse:

a	b
Unendlich	1
100′	1,01
10	1,11
5	1,25
3	1,50
2	2,00
1,5	3,00
1,25	5,00
1,00	Unendlich

Aus der Gleichung 2) lassen sich nun in Beziehung auf die Vereinigungsweite a dieselben Folgerungen ableiten, welche oben bereits aus der Construction abgeleitet worden waren.

Aus Gleichung 3) ergiebt sich nämlich

$$a = \frac{f}{1 - \frac{f}{b}}$$

für $b = \infty$ wird nach dieser Gleichung $a = f$

für $b = 2f$ wird $a = 2f$

für $b = f$ wird $a = \infty$

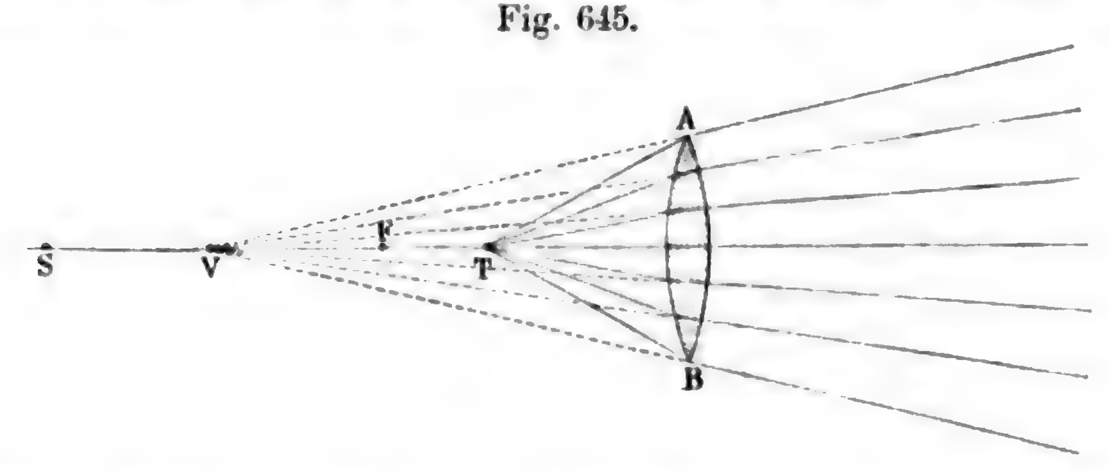
überhaupt wird a um so grösser, je kleiner b wird.

Die Brennweite einer Linse kann man mit ziemlicher Genauigkeit dadurch erhalten, dass man für eine Reihe beliebig gewählter Gegenstandsweiten die zugehörigen Bildweiten durch den Versuch, etwa mit Hülfe der optischen Bank bestimmt, für je zwei zusammengehörige Werthe von a und b nach Gleichung 2) den Werth von f berechnet und aus allen so gefundenen Werthen von f das Mittel nimmt.

Digitized by Google

Die Gleichung 2) auf Seite 569 behält ihre Gültigkeit auch noch für den Fall, dass der leuchtende Punkt T, Fig. 645, innerhalb der Brennweite liegt, dass also $b < f$, nur erhält man für $\frac{1}{a}$, also auch für a negative Werthe, wodurch angedeutet ist, dass die Länge a nicht jenseits

Fig. 645.



des Glases, sondern in der Richtung von der Linse nach dem leuchtenden Punkte hin zu nehmen ist.

Es sei z. B. die Brennweite einer Linse 3 Zoll, ein leuchtender Punkt stehe auf der Axe 2 Zoll weit von ihr ab, so haben wir

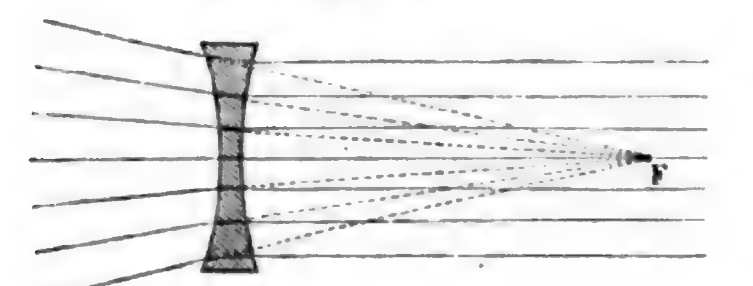
$$\frac{1}{3} = \frac{1}{a} + \frac{1}{2}$$

und daraus folgt $\frac{1}{a} = -\frac{1}{6}$, also $a = -6$, d. h. nach dem Durchgange durch die Linse divergiren die Strahlen so, als ob sie von einem 6 Zoll weit von der Linse liegenden Punkte kämen.

Ist b kleiner als f, so wird der negative Werth von a um so kleiner, je mehr b abnimmt, d. h. je näher der innerhalb der Brennweite gelegene leuchtende Punkt der Linse rückt, desto näher rückt auch der Zerstreuungspunkt. Wäre z. B. $f = 3$, $b = 1$, so ergäbe sich $a = 1{,}5$.

Hohllinsen. Aehnliche Betrachtungen lassen sich auch für Hohllinsen anstellen. Wenn die einfallenden Strahlen mit der Axe parallel sind, so divergiren die austretenden so, als kämen sie vom Hauptzerstreuungspunkte F, Fig. 646; rückt aber der leuchtende Punkt näher, 227

Fig. 646.



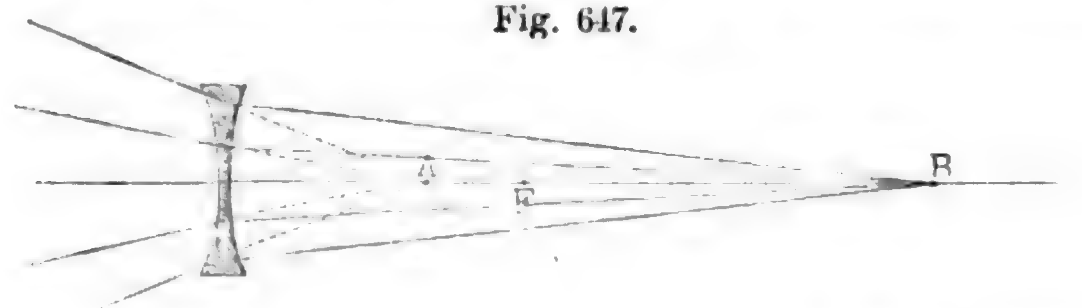
sind also schon die auffallenden Strahlen divergirend, so werden sie nach dem Durchgange durch das Glas noch stärker divergiren, als es für die parallel eintretenden Strahlen der Fall war. Die von B, Fig. 647 (a.f.S.), aus

Digitized by Google

auf die Hohllinse fallenden Strahlen **divergiren** nach dem Durchgange durch dieselbe so, **als ob** sie von A ausgegangen wären.

Die Beziehungen zwischen der Lage des leuchtenden Punktes B,

Fig. 647.



des entsprechenden Zerstreuungspunktes A und des Hauptzerstreuungspunktes F sind auch hier wieder durch die Gleichung 2) auf Seite 569 gegeben; nur muss man f **negativ** setzen, weil man nicht mit einem jenseits des Glases gelegenen **Hauptbrennpunkte**, sondern mit einem diesseits gelegenen **Hauptzerstreuungspunkte** zu thun hat. Für diesen Fall ergiebt sich aus jener Gleichung zur Bestimmung der **Zerstreuungsweite** a der Werth

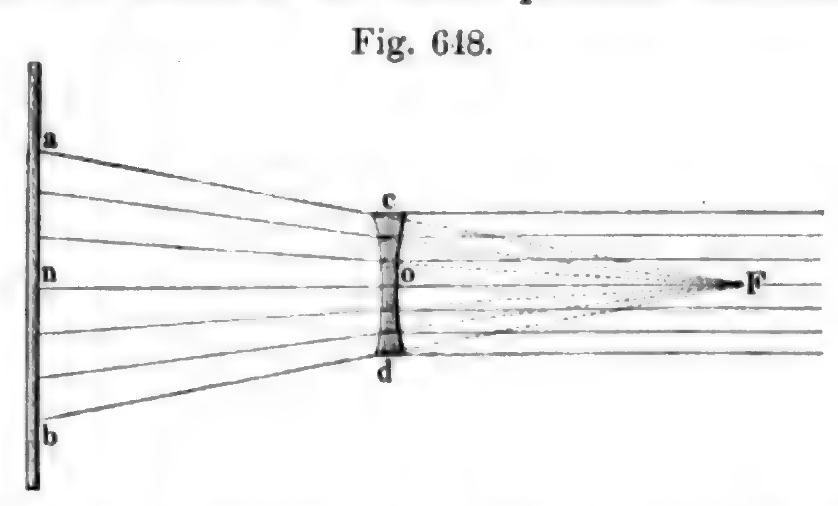
$$\frac{1}{a} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{b}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

a wird also **immer negativ**, d. h. der Zerstreuungspunkt liegt stets mit dem leuchtenden Punkte auf derselben Seite des Glases. Je kleiner b wird, desto kleiner wird auch a, je näher also der leuchtende Punkt der Hohllinse rückt, desto mehr nähert sich demselben auch der entsprechende Zerstreuungspunkt.

Für den in Fig. 647 dargestellten Fall ist z. B. $f = 2{,}5$ und $b =$ 6 Centimeter; demnach ist a, d. h. die Entfernung des Zerstreuungspunktes A vom Glase, gleich $1{,}76^{cm}$.

Um die **Zerstreuungsweite einer Hohllinse durch den Versuch zu bestimmen**, ist folgendes Verfahren in Anwendung zu bringen: Man lasse auf die Hohllinse ein Bündel paralleler Sonnenstrahlen (etwa

Fig. 648.



von dem Spiegel des Heliostats in das dunkle Zimmer reflectirte) fallen, so werden sie sich nach dem Durchgang durch die Linse ausbreiten, wie Fig. 648 andeutet, und auf einen weissen Schirm aufgefangen einen er-

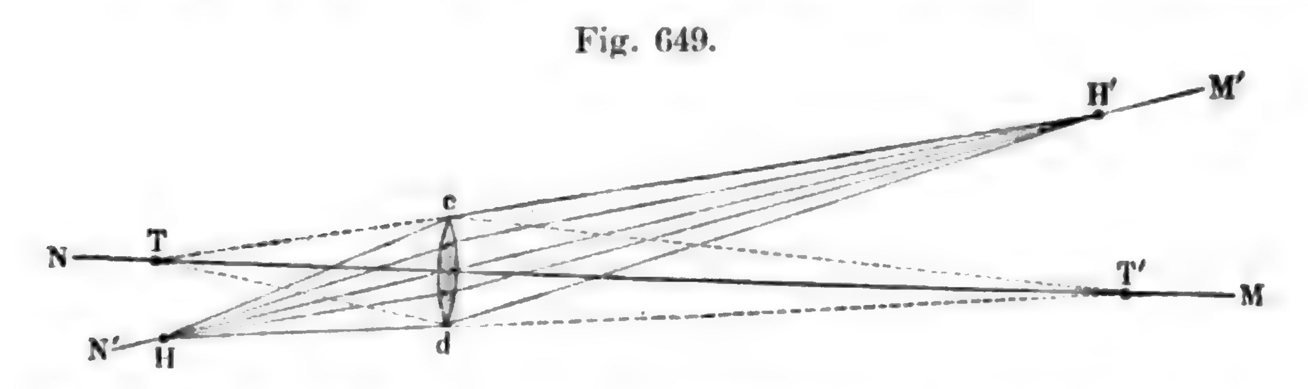
Digitized by Google

leuchteten Kreis bilden, dessen Durchmesser ab wächst, wenn man den Schirm von der Linse entfernt. Man stelle nun den Schirm so, dass der Durchmesser ab des erleuchteten Kreises gerade doppelt so gross ist als der Durchmesser cd der Linse, so ist alsdann der Abstand no des Schirmes von der Linse gleich ihrer Zerstreuungsweite Fo.

Secundäre Axen. Bisher haben wir nur solche leuchtende Punkte 228
betrachtet, welche auf der Axe der Linse selbst liegen; es bleibt jetzt noch zu zeigen, dass das Gesagte auch für solche Punkte gilt, welche nicht auf der Hauptaxe liegen, vorausgesetzt, dass die Nebenaxen (secundäre Axen) nur einen kleinen Winkel mit der Hauptaxe machen. Mit dem Namen der Nebenaxe bezeichnet man die Linie, welche man sich von einem nicht auf der Hauptaxe liegenden Punkte durch die Mitte der Linse gezogen denken kann.

In Fig. 649 sei H ein nicht auf der Hauptaxe liegender leuchten-

Fig. 649.



der Punkt, so werden alle von ihm ausgehenden Lichtstrahlen in einem Punkte H' vereinigt werden, welcher auf der Nebenaxe $M'\,N'$ eben so weit von der Linse absteht wie T', welcher der Vereinigungspunkt für die von einem Punkte T der Hauptaxe ausgehenden Strahlen ist, der eben so weit von der Linse entfernt ist wie H.

Es ist dies leicht zu beweisen. Der mittlere Strahl HM' geht ungebrochen durch die Linse hindurch; ferner ist $Hc = Tc$ und Winkel $cTM = cHM'$ (wenn auch nicht ganz genau, doch nahe). Da der Strahl Tc in c eben so stark abgelenkt wird wie Hc, so ist auch Winkel $HcH' = TcT'$, folglich ist das Dreieck HcH' = Dreieck TcT', folglich $TT' = HH'$, H' ist also ebenso weit von der Linse entfernt wie T'.

Dasselbe ergiebt sich auch aus der Vergleichung der Dreiecke TdT' und HdH'.

Das Feld einer Linse ist der Winkel, welchen zwei der Nebenaxen mit einander noch machen können, ohne dass die Voraussetzungen unseres Beweises merklich unrichtig werden.

Für die Nebenaxen der Hohllinsen gilt dasselbe, was von den secundären Axen der Sammellinsen gesagt wurde.

Wirkung der Linsen auf convergirende Strahlen. Zum 229
richtigen Verständniss verschiedener optischer Instrumente ist es von

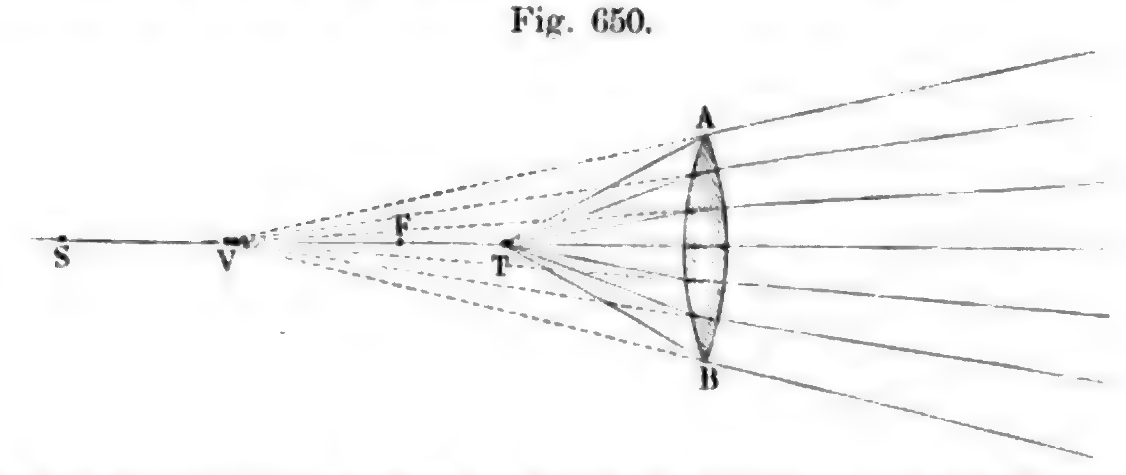
Digitized by Google

Wichtigkeit, zu untersuchen, wie der Lauf eines **convergirenden** Strahlenbündels durch Linsen modificirt wird.

Da ein Bündel paralleler Strahlen, welches mit der Axe parallel auf eine Convexlinse fällt, nach dem Hauptbrennpunkte gebrochen wird, so muss ein schon convergirendes Strahlenbündel nach einem noch näher beim Glase liegenden Punkte hin gebrochen werden.

Ein nach V, Fig. 650, convergirendes Strahlenbündel wird offenbar durch die Linse in T vereinigt werden, da ein von T divergirendes

Fig. 650.



nach dem Durchgange durch die Linse so divergirt, als ob die Strahlen von V ausgegangen wären.

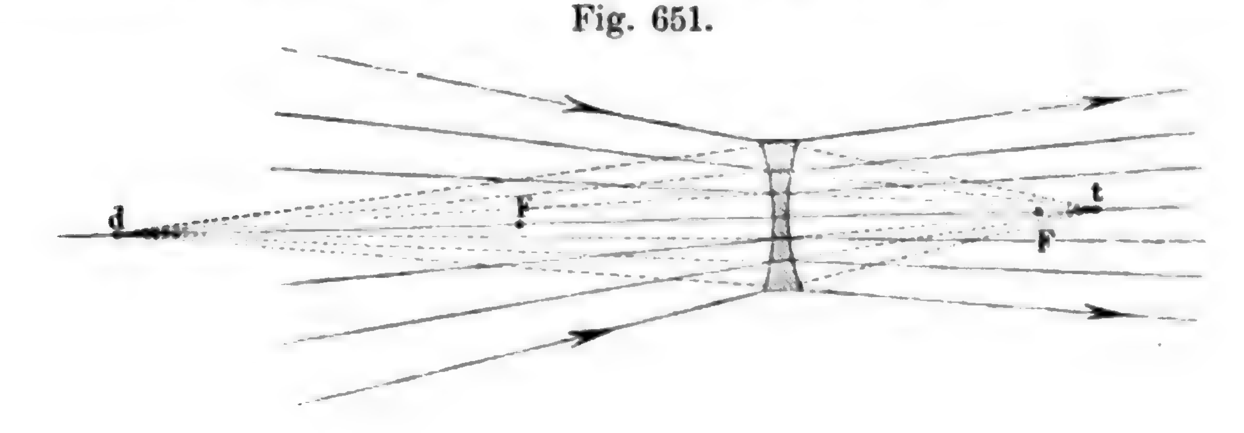
Die Lage des Vereinigungspunktes T lässt sich nach Gleichung 2) Seite 569 berechnen, wenn man die Entfernung b des Punktes V von der Linse, nach welcher die Strahlen ursprünglich convergirten, mit negativem Zeichen in die Gleichung einführt. Ist z. B. die Brennweite der Linse gleich 3 Zoll, die Entfernung des Punktes V von demselben 6 Zoll, so ergiebt sich demnach

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2},$$

der Vereinigungspunkt T liegt also in diesem Falle 2 Zoll weit von der Linse.

Wenn ein nach einem Punkte convergirendes Strahlenbündel durch eine **Hohllinse** aufgefangen wird, deren Mitte um die Länge b von dem Convergenzpunkt t absteht, so erhält man die Entfernung a des Punktes d, von welchem das Strahlenbündel nach seinem Durchgange durch die Linse divergirt, wenn man b mit negativem Zeichen in die Gleichung 4) Seite 572 einführt. So lange b grösser ist als f, so lange also die Strahlen

Fig. 651.



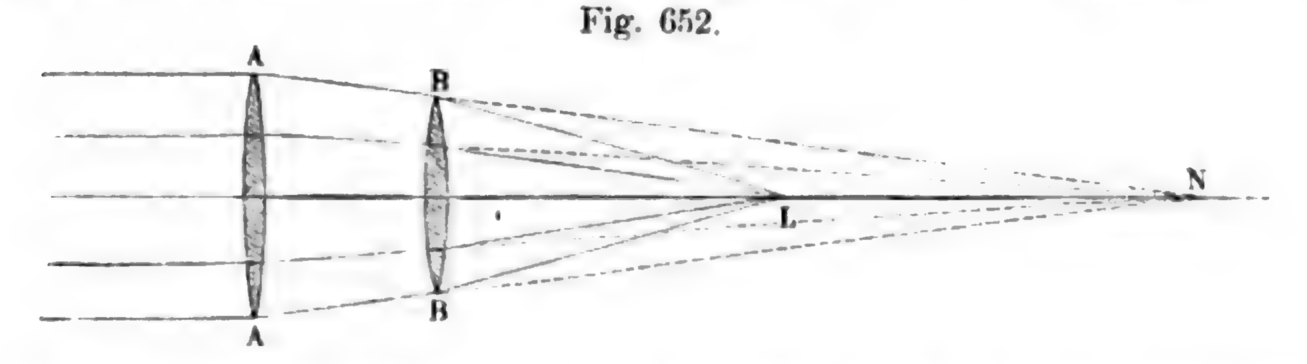
Digitized by Google

nach einem Punkte t, Fig. 651, convergiren, welcher um mehr als die Zerstreuungsweite von dem Glase absteht, erhält man für a einen negativen Werth, der grösser ist als f; nach dem Durchgange durch die Linse divergiren also die Strahlen so, als ob sie von einem Punkte d vor dem Glase kämen, der um mehr als die Zerstreuungsweite von demselben absteht.

Ist $b = f$, so wird $a = \infty$, die austretenden Strahlen sind also alsdann der Axe parallel, und wenn $b < f$, wenn also das Strahlenbündel nach einem Punkte convergirt, welcher innerhalb der Zerstreuungsweite liegt, so wird a positiv, das Strahlenbündel wird also nicht mehr divergent austreten, sondern auch nach dem Durchgange durch die Linse noch convergiren, wenn auch weniger als vorher.

Combinirte Linsen. Nach den gegebenen Formeln kann man 230
auch die Lage des Vereinigungspunktes berechnen, wenn statt einer Linse eine Combination von mehreren in Anwendung kommt, welche eine gemeinschaftliche Axe haben, wie durch folgendes Beispiel klar werden wird. Es sei f die Brennweite der Linse A, Fig. 652, f' die der Linse B und n

Fig. 652.



die Entfernung derselben, so ist klar, dass ein mit der Axe paralleles Strahlenbündel nach seinem Durchgange durch die Linse A nach dem Brennpunkte N derselben convergirt, welcher um die Länge $f - n$ von der zweiten Linse absteht; nach §. 229 ist also die Entfernung a der Linse B vom Punkte L, in welchem die Strahlen durch die zweite Linse vereinigt werden, nach der Gleichung

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f-n} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

zu bestimmen. Für $f = 8^{cm}$, $f' = 5{,}5$ und $n = 1{,}5$ ergiebt sich $a = 2{,}98$, also nahezu 3 Centimeter.

Wenn beide Linsen dicht auf einander liegen, wenn also $n = o$, so ergiebt sich

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Sind die Brennweiten f und f' gleich, so ist also, wenn die Linsen unmittelbar auf einander liegen und man von ihrer Dicke abstrahiren kann, die Brennweite der Combination halb so gross, als die Brennweite jeder einzelnen Linse.

Digitized by Google

Wenn die zweite Linse eine Hohllinse von der **Zerstreuungsweite** f' ist, so geht die Gleichung 1) über in

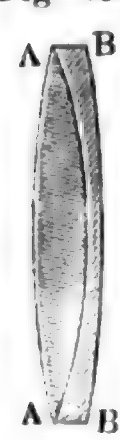


Fig. 653.

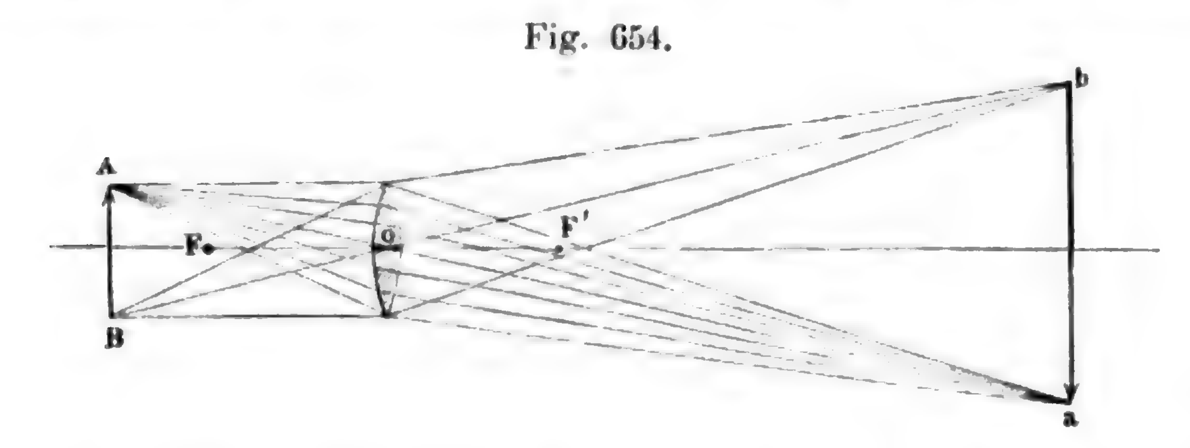
$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f-n} - \frac{1}{f'},$$

und wenn beide Linsen unmittelbar auf einander liegen wie Fig. 653, wenn also $n = o$, so geht sie über in

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f'} \qquad \text{3)}$$

231 **Linsenbilder.** In Fig. 654 sei AB ein Gegenstand, der sich auf der einen Seite vor der Sammellinse VW befindet, aber weiter von ihr absteht als der Brennpunkt F. Die von A ausgehenden Strahlen

Fig. 654.



werden in einem Punkte a auf der von A durch die Mitte O der Linse gezogenen Nebenaxe vereinigt; a ist also das Bild von A; ebenso ist b das Bild von B, mithin ist auch ab das Bild des Gegenstandes von AB; das Bild ist in diesem Falle verkehrt und ist ein wahres Sammelbild.

Von der Mitte der Linse aus gesehen, erscheinen Bild und Gegenstand unter gleichem Winkel; ob nun das Bild oder der Gegenstand grösser ist, hängt demnach davon ab, ob Bild oder Gegenstand weiter von der Linse entfernt ist. Nehmen wir an, der Gegenstand liege um die doppelte Brennweite von der Linse entfernt, so wird das Bild auf der anderen Seite in gleicher Entfernung entstehen; in diesem Falle ist also Bild und Gegenstand gleich gross. Rückt der Gegenstand der Linse näher, so entfernt sich das Bild, es wird also grösser. Von solchen Gegenständen also, die um mehr als die Brennweite, aber weniger als die doppelte Brennweite von der Linse abstehen, erhält man verkehrte vergrösserte Bilder; so ist in unserer Figur das Bild ab grösser als der Gegenstand AB.

Wenn der Gegenstand weiter von der Linse entfernt ist als die doppelte Brennweite, so liegt das Bild der Linse näher; von entfernten Gegenständen erhält man also verkehrte verkleinerte Bilder. Wäre

Digitized by Google

ab, Fig. 654, ein solcher Gegenstand, der um mehr als die doppelte Brennweite vom Glase absteht, so würde man das verkleinerte Bild AB erhalten.

Nennen wir g die Grösse des Gegenstandes, g' die des Bildes, e die Entfernung des Gegenstandes und e' die Entfernung des Bildes vom Glase, so ist

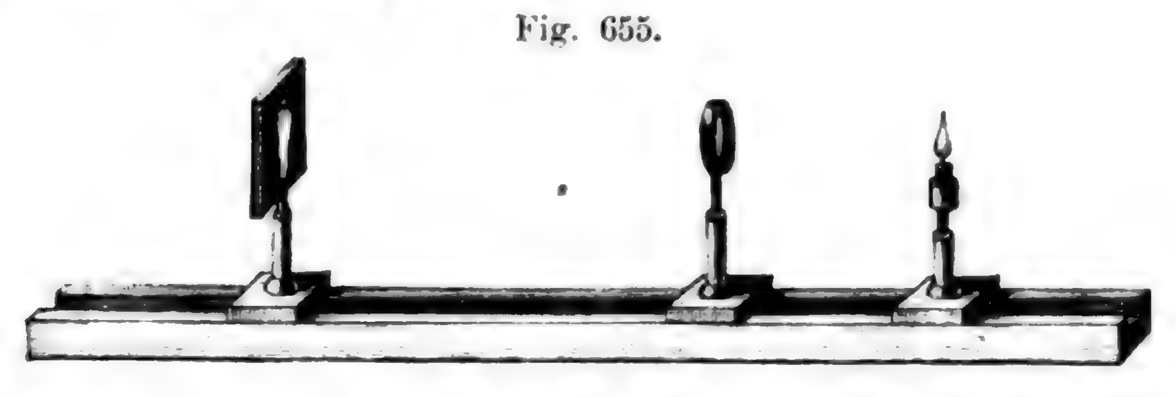
$$g : g' = e : e',$$

d. h. Bild und Gegenstand verhalten sich wie ihre Entfernungen von der Linse.

Bei gleichem Abstande des Gegenstandes liegen die Bilder näher am Glase, wenn die Brennweite der Linse klein, weiter, wenn sie gross ist; von entfernten Gegenständen geben also die Linsen um so kleinere Bilder, je kürzer ihre Brennweite ist; umgekehrt ist für den Fall, dass die Linse vergrösserte Bilder kleiner Gegenstände giebt, welche sich in der Nähe ihres Brennpunktes befinden, bei gleicher Entfernung des Bildes von der Linse das Bild derjenigen Linsen das grössere, welche eine geringere Brennweite haben, weil bei diesen der Gegenstand näher an die Linse heranrückt.

Die Entstehung der Sammelbilder durch Linsengläser, sowie überhaupt die Gesetze der durch Linsengläser hervorgebrachten Erscheinungen, welche wir bisher betrachtet haben, lassen sich mit Hülfe der schon oben besprochenen optischen Bank experimentell nachweisen. Das entsprechende Arrangement ist in Fig. 655 dargestellt, welches wohl keiner näheren Beschreibung bedarf.

Fig. 655.



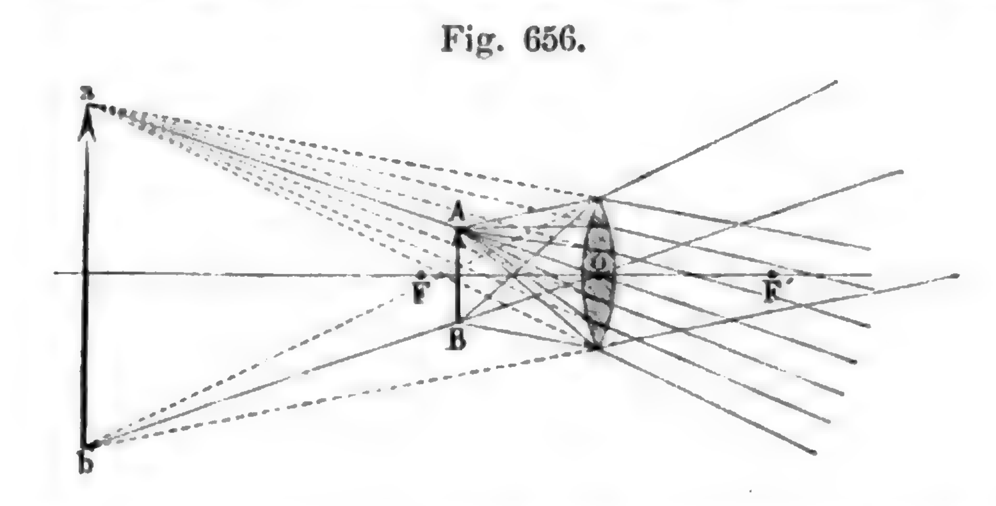
Die durch Convexlinsen erzeugten Sammelbilder kann man übrigens auf zweierlei Weise beobachten, nämlich 1. indem man sie auf einem Schirme auffängt, oder 2. indem man das Auge in das von dem Vereinigungspunkt wieder divergirende Strahlenbündel bringt, wie dies bereits in §. 211 in Betreff der durch Hohlspiegel erzeugten Sammelbilder besprochen wurde.

Wenn der Gegenstand noch innerhalb der Brennweite der Linse sich befindet, so kann kein Sammelbild von ihm entstehen, weil die Strahlen, welche von einem leuchtenden Punkte ausgehen, der der Linse näher liegt als der Brennpunkt, nach ihrem Durchgange durch die Linse immer noch divergiren. In Fig. 656 (a. f. S.) sei AB ein solcher innerhalb der Brennweite sich befindender Gegenstand, so divergiren die von

Digitized by Google

A ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse, als ob sie von a kämen. Die Entfernung des Punktes a von der Linse kann man nach den oben gegebenen Formeln leicht berechnen. Die von B

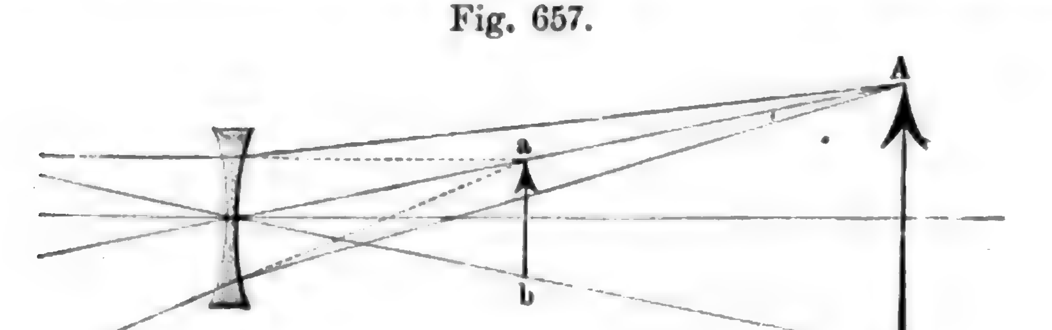
Fig. 656.



ausgehenden Strahlen divergiren nach dem Durchgange durch die Linse so, als ob sie von b kämen; wenn nun ein Auge sich auf der anderen Seite der Linse befindet, so wird es statt des Gegenstandes AB sein Bild ab sehen. Da Gegenstand und Bild innerhalb desselben Winkels aob liegen, der Gegenstand aber dem Glase näher liegt, so ist offenbar das Bild in diesem Falle grösser als der Gegenstand. Wenn man eine Linse als Loupe anwendet, um kleinere Gegenstände dadurch zu betrachten, so ist es das auf diese Weise vergrösserte virtuelle Bild, welches man sieht. Wir werden darauf später noch zurückkommen.

Die Hohlgläser geben keine Sammelbilder, sondern nur virtuelle Bilder, Bilder der Art, wie sie bei Convexlinsen entstehen, wenn der Gegenstand sich innerhalb der Brennweite befindet. Da nun eine Hohllinse die Strahlen, welche von einem Punkte ausgehen, noch divergenter macht, als ob sie von einem näher am Glase liegenden Punkte kämen, so ist klar, dass die Hohlgläser stets verkleinerte Bilder der Gegenstände

Fig. 657.



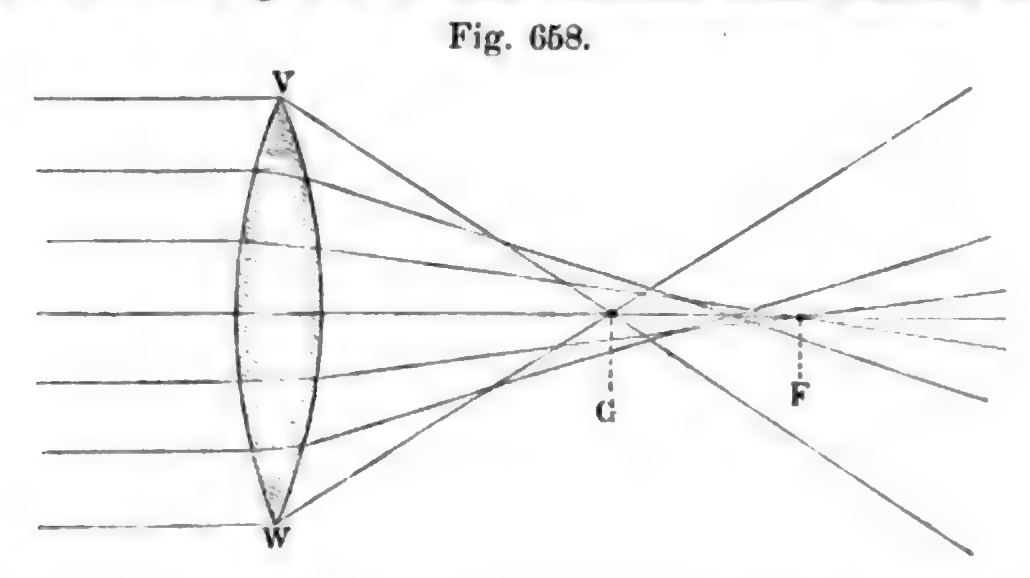
zeigen, wie man leicht beim Anblicke der Fig. 657 übersehen wird, wo AB der Gegenstand, ab das Bild ist.

232 **Sphärische Aberration.** Wir haben bereits in §. 224 gesehen, dass für Linsen von grosser Oeffnung, d. h. für Linsen, bei denen die Krümmung von der Mitte bis zum Rande bedeutend ist, der Vereinigungs-

Digitized by Google

punkt den Randstrahlen der Linse viel näher liegt als der Brennpunkt der centralen Strahlen, wie dies durch Fig. 637 auf S. 562 für eine planconvexe, durch die Fig. 658 für eine biconvexe Linse erläutert wird.

Fig. 658.



Die Abweichung des Vereinigungspunktes G solcher Strahlen, welche die Linse näher am Rande passirt haben, von dem Brennpunkt F der centralen Strahlen wird als sphärische Aberration bezeichnet.

In Folge der sphärischen Aberration können stark gewölbte Linsen keine scharfen und reinen Bilder geben. Wendet man z. B. zu dem durch Fig. 655 S. 577 erläuterten Versuch eine im Verhältniss zum Durchmesser stark gewölbte Linse an, etwa eine solche von der Form Fig. 658, so erhält man ein verschwommenes Bild der Kerze, welches von einem hellen Schein umgeben ist. Bedeckt man aber die Linse durch einen Schirm, welcher nur den centralen Theil derselben frei lässt, so wird das Bild schärfer, wenn es auch an Lichtstärke verliert.

Optisch brauchbare Linsen dürfen deshalb nur eine geringe Oeffnung haben; der Durchmesser optisch brauchbarer Linsen muss also mit der Brennweite abnehmen.

Wo es darauf ankommt, bei kurzer Brennweite eine grössere Lichtmenge zu vereinigen, wird es immer vortheilhafter sein, für eine einzige Linse eine Combination von zweien anzuwenden, von denen jede bei gleichem Durchmesser die doppelte Brennweite hat und die man dann in einiger Entfernung von einander anbringt. Eine Linse von 4 Zoll Brennweite z. B., welche 2 Zoll Durchmesser hat, wird ziemlich unreine Bilder geben; weit schärfer werden dieselben, wenn man 2 Linsen von 2 Zoll Durchmesser und 8 Zoll Brennweite so combinirt, dass sie ungefähr 2 Zoll von einander abstehen. Bei gleichem Durchmesser ist eine solche Linsencombination immer mit einer geringeren sphärischen Aberration behaftet als eine ihr äquivalente einfache Linse, was vorzugsweise daher rührt, dass das Strahlenbündel nur den mittleren Theil der zweiten Linse passirt.

Aplanatisch nennt man eine Linse oder ein Linsensystem, für welches der Fehler der sphärischen Aberration corrigirt ist. Allgemein ist eine solche Correction nicht möglich, d. h. es ist nicht möglich, eine

Digitized by Google

Linse oder eine Linsencombination herzustellen, für welche die Randstrahlen eines Strahlenkegels genau in demselben Punkte vereinigt werden wie die centralen Strahlen, welches auch die Lage des leuchtenden Punktes sein mag, von welchem dieser Strahlenkegel ausgeht; wohl aber giebt es für eine concavconvexe Sammellinse und für eine Combination einer Sammellinse mit einer Hohllinse eine bestimmte Entfernung des leuchtenden Punktes, für welche die centralen Strahlen in demselben Punkte vereinigt werden wie die Randstrahlen. — Für diesen speciellen Fall ist also die Linse oder das Linsensystem aplanatisch.

Die sphärische Aberration stark gewölbter Linsen giebt in ähnlicher Weise, wie die sphärische Aberration stark gewölbter Hohlspiegel, Veranlassung zur Bildung von Brennlinien und Brennflächen, welche Diakaustiken genannt werden, während man die durch Reflexion erzeugten Katakaustiken nennt, wie dies in §. 213 nachgewiesen worden ist.

Digitized by Google

Viertes Capitel.

Prismatische Farbenzerstreuung.

Zerlegung des weissen Lichtes. Bereits auf Seite 547 haben wir gesehen, dass ein Bündel Sonnenstrahlen, durch ein Prisma aufgefangen, nicht nur von seiner Richtung abgelenkt, sondern auch in Strahlen von verschiedener Farbe zerlegt wird, welche aus dem Prisma in verschiedener Richtung austreten. 233

Die durch Brechung bewirkte Trennung des weissen Lichtes in verschiedenfarbige Strahlen wird mit dem Namen der Farbenzerstreuung oder der Dispersion bezeichnet.

Fängt man das vom Prisma aus divergirende Strahlenbündel auf einem Schirme auf, so erhält man das Spectrum, welches Fig. 1, Tab. IV. abgebildet ist und welches wir jetzt näher betrachten wollen.

Wir unterscheiden im Spectrum sieben Hauptfarben, die allmälig in einander übergehen; sie sind: Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo und Violett.

Diese Farben werden einfache Farben, prismatische Farben oder auch Regenbogenfarben genannt.

Das rothe Ende des Spectrums *r*, Fig. 659 (a. f. S.), ist jederzeit der Stelle zugekehrt, an welcher das weisse Sonnenbildchen *d* erscheinen würde, wenn das Prisma nicht da wäre; die rothen Strahlen haben also die geringste Ablenkung erfahren.

Die Breite des Spectrums hängt unter sonst gleichen Umständen ab:

1. Von dem brechenden Winkel des Prismas. Von zwei Glasprismen derselben Glassorte, deren brechende Winkel 45^0 und 60^0 betragen, wird letzteres ein bedeutend breiteres Spectrum geben.

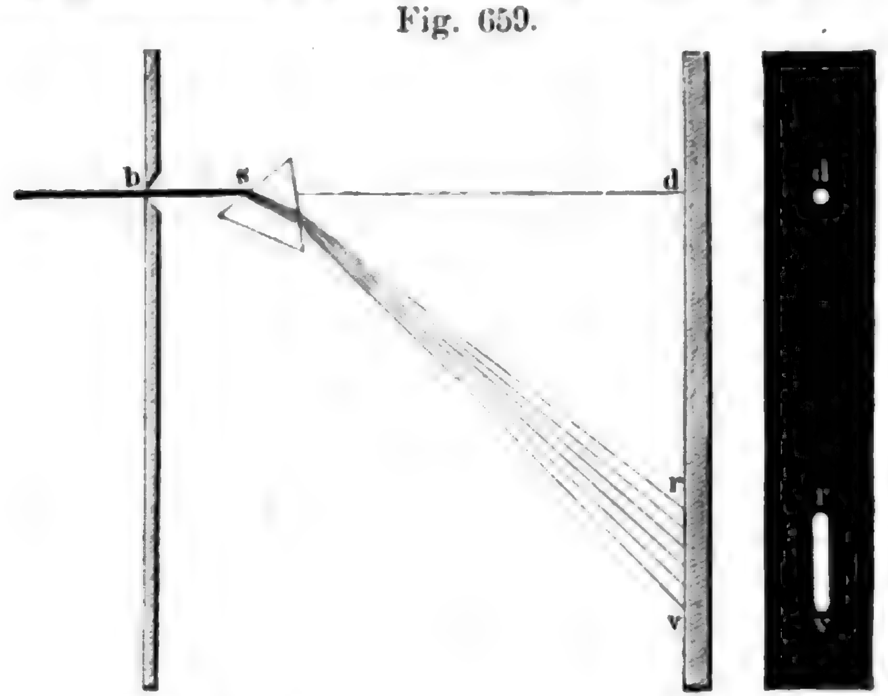
2. Von dem Stoffe, aus welchem das Prisma verfertigt ist, wie wir das später noch sehen werden. Bei gleichem brechenden Winkel giebt

Digitized by Google

z. B. ein Prisma von Schwefelkohlenstoff ein bedeutend breiteres Spectrum als ein Wasserprisma.

Um das prismatische Farbenbild zu sehen, ist es nicht nöthig, dass

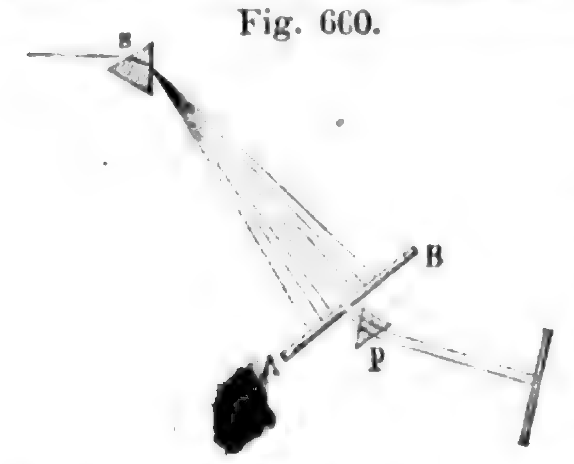
Fig. 659.



man durch ein Prisma ein Sonnenspectrum auf einer weissen Wand hervorbringt; man braucht nur durch ein Prisma nach einem schmalen hellen Gegenstande hinzusehen. Betrachtet man z. B. eine Kerzenflamme durch ein vertical gehaltenes Prisma, so erscheint sie bedeutend in die Breite gezogen und auf die erwähnte Weise gefärbt. Wenn man in einen Fensterladen ein Loch von ungefähr 1^cm Durchmesser einschneidet, so sieht man durch diese Oeffnung den hellen Himmel, also einen hellen Kreis auf dunklem Grunde. Betrachtet man ihn aber durch das Prisma, so sieht man statt des weissen Kreises ein sehr in die Länge gezogenes farbiges Bild, von welchem Alles gilt, was oben von dem an die Wand geworfenen Spectrum gesagt wurde.

Die Bildung des Spectrums ist eine Folge der ungleichen Brechbarkeit der verschiedenfarbigen Strahlen, welche im weissen Lichte enthalten sind; die rothen Strahlen bilden mit den violetten nach dem Durchgange durch das Prisma einen Winkel, sie divergiren, und zwar sind die violetten Strahlen mehr von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt als die rothen. Die violetten Strahlen sind unter allen die am stärksten brechbaren, die rothen sind es am wenigsten. Die grünen Strahlen sind stärker brechbar als die rothen und weniger als die violetten, weil im Spectrum das Grün zwischen Roth und Violett liegt.

Fig. 660.



Wenn man ein Spectrum auf einem Schirme AB, Fig. 660, auffängt und an einer bestimmten Stelle desselben, etwa da, wo die grünen Strahlen

Digitized by Google

auffallen, ein Loch macht, so werden alle Farben bis auf einen einzelnen farbigen Strahl aufgefangen; dieser Strahl nun lässt sich auf keinerlei Weise weiter zerlegen, und wenn man ihn auch durch ein zweites Prisma p gehen lässt, so bleibt die Farbe doch unverändert.

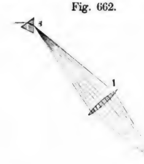
Wenn man ein horizontales, etwa auf einem Papierschirm aufgefangenes Spectrum AV, Fig. 661, durch ein Prisma betrachtet, dessen brechende Kante gleichfalls horizontal steht, so wird es als ein schräg stehendes Spectrum RS erscheinen, welches bei R sein rothes, bei S sein violettes Ende hat, und in welchem die Farben genau in derselben Ordnung auf einander folgen, wie in dem ursprünglichen Spectrum AV. Dieser Erfolg ist leicht vorauszusehen, wenn man bedenkt, dass das zweite Prisma keine weitere Zerlegung der homogenen Farben des Spectrums AV bewirken kann, dass es aber die einzelnen Farben um so stärker ablenkt, je brechbarer sie sind.

Fig. 661.

Nach Newton nennt man das einfache Licht auch homogenes Licht.

Zusammensetzung des weissen Lichtes. 234 Wenn man die von dem Prisma s, Fig. 662, divergirenden, ein Spectrum bildenden Strahlen mit einer Linse l auffängt, so werden die verschiedenfarbigen Strahlen durch dieselbe in einem Punkte f vereinigt, und wenn man hier das Sonnenbild auf einem Papierschirme auffängt, so erscheint es wieder blendend weiss, obgleich verschiedenfarbige Strahlen auf die Linse auffielen. Hält man den Schirm nicht in den Vereinigungspunkt f, sondern weiter von der Linse weg, so erhält man wieder ein umgekehrtes Spectrum, ein Beweis, dass sich die verschiedenfarbigen Strahlen in f kreuzten.

Fig. 662.



Hätte man vor dem Prisma s einen Schirm aufgestellt, welcher mit einem schmalen verticalen Spalt versehen nur ein schmales Strahlenbündel auf das Prisma fallen lässt, so würde man in f auch nur einen schmalen, weissen verticalen Streifen erhalten. Wird aber die ganze vordere Fläche des Prismas s von dem einfallenden

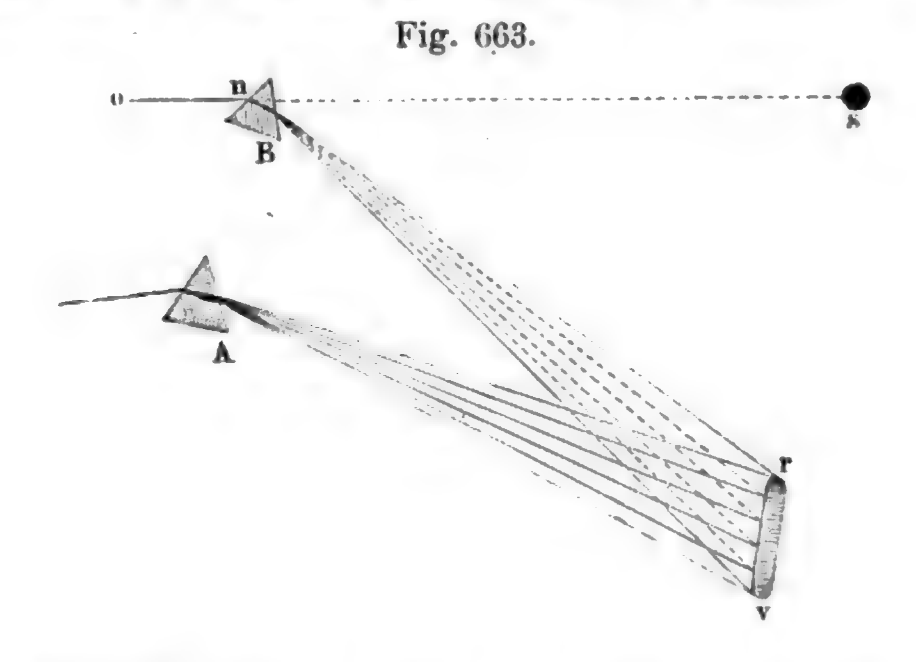
Digitized by Google

Strahlenbündel getroffen, so erhält man bei f auch ein breiteres weisses Bild der rectangulären Prismenfläche.

Man kann sich zu diesen Versuchen auch eines Sammelspiegels anstatt einer Linse bedienen.

Dass die prismatischen Farben zusammen Weiss geben, geht auch aus dem sehr überraschenden, ebenfalls von Newton angegebenen Versuche hervor, dass das lange prismatische Farbenbild, durch ein zweites Prisma gesehen, bei richtiger Stellung desselben wieder als ein vollkommen weisses und nicht in die Breite gezogenes Bild erscheint. In Fig. 663

Fig. 663.



sei rv ein Spectrum, welches, durch das Prisma A erzeugt, auf einer weissen Wand aufgefangen ist. Wenn nun ein zweites Prisma B so aufgestellt wird, dass es dasselbe Spectrum rv an derselben Stelle erzeugen würde, wenn ein Sonnenstrahl in der Richtung on darauf fiele, so ist klar, dass auch alle Strahlen, die von dem Spectrum auf dieses Prisma B fallen, in der Richtung no austreten werden; ein in o befindliches Auge muss also in der Richtung ons ein weisses Bild des farbigen Spectrums sehen. Die Stellung, die man dem Prisma B geben muss, lässt sich leicht durch den Versuch ausmitteln.

Wenn man eine kreisförmige Scheibe in sieben Sectoren theilt und diese mit Farben bemalt, die den prismatischen möglichst ähnlich sind, so erscheint die Scheibe bei rascher Rotation nicht mehr farbig, sondern weisslich; sie würde vollkommen weiss erscheinen, wenn die Sectoren mit den reinen prismatischen Farben bemalt werden könnten, und wenn die Breite der einzelnen farbigen Sectoren genau in demselben Verhältnisse zu einander ständen, wie die Breiten der entsprechenden Theile des Spectrums. Um nach demselben Principe mit reinen prismatischen Farben operiren zu können, brachte Münchow das Prisma mit einem Uhrwerke in Verbindung, um es in eine rasche oscillirende Bewegung versetzen zu können. Durch diese Bewegung des Prismas geht nun auch das auf einem Schirme aufgefangene Spectrum rasch hin und her, und da zeigt sich dann statt des farbigen Spectrums ein weisser Lichtstreifen, der nur an

Digitized by Google

den Enden noch etwas farbig erscheint. Das Auge empfängt nämlich von jedem Punkte des Schirmes rasch auf einander die Eindrücke aller einzelnen Farben, die einzelnen Eindrücke vermischen sich und bringen so die Empfindung von Weiss hervor.

Stöhrer hat den Münchow'schen Oscillationsapparat dahin abgeändert, dass er die Oscillation des Prismas nicht durch ein Uhrwerk, sondern durch die Umdrehung eines kleinen Schwungrades bewirkt. Fig. 664 giebt eine perspectivische Ansicht des Münchow-Stöhrer'schen Apparates in $^1/_7$, Fig. 665 und Fig. 666 geben den geometrischen Grundriss einzelner Theile in $^1/_3$ der natürlichen Grösse. Durch die Umdrehung des Schwungrades S wird die Axe x, Fig. 665, und mit ihr die kleine Kurbel a (deren Länge nach Belieben verändert werden kann) in rasche Rotation versetzt. Durch die kreisförmige Bewegung des Kurbelarmes a wird aber mittelst der Pleuelstange b der Hebel k abwechselnd auf- und niederbewegt und auf diese Weise wird der auf einem feststehenden Zapfen aufgeschobenen Hülse n, Fig. 666, mit welcher der Hebel k fest verbunden ist, eine hin- und hergehende, also eine oscillatorische Bewegung ertheilt. An ihrem vorderen Ende trägt aber die Hülse n das mit ihr oscillirende Prisma p, für welches man am zweckmässigsten ein Flintglasprisma wählt, dessen brechender Winkel 45° ist.

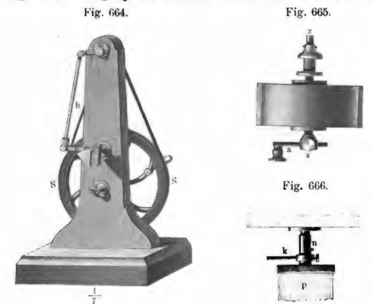
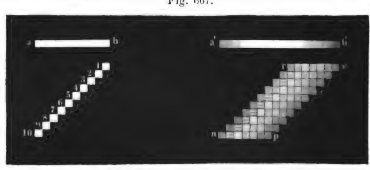


Fig. 664. Fig. 665. Fig. 666.

Wenn man einen schmalen weissen Streifen durch ein Prisma betrachtet, dessen brechende Kante parallel ist mit der Längsrichtung des Streifens, so sieht man ein in die Breite gezogenes Farbenbild mit Roth an der einen und Violett an der anderen Seite; betrachtet man aber den

selben Streif *ab*, Fig. 667, durch ein Prisma, dessen brechende Kante rechtwinklig steht auf der Längsrichtung des Streifens, so erscheint er als ein etwas verlängerter Streifen, welcher in der Mitte vollkommen

Fig. 667.



weiss bleibt. Nur an den Enden ist er etwas gefärbt und zwar roth bei *a'*, blau bei *b'*.

Es lässt sich dies leicht erklären. Denken wir uns eine Reihe kleiner weisser Quadrätchen auf schwarzem Grunde so zusammengestellt, wie es unsere Figur zeigt, so wird jedes derselben, durch ein Prisma betrachtet, ein vollständiges Spectrum bilden. Ist die brechende Kante parallel mit der verticalen Kante der Quadrätchen, so erscheint das oberste Quadrat als Spectrum in *rv*, und jedes nach unten folgende giebt ein gleiches nur gegen das obere etwas nach links verrücktes Spectrum, wie es unsere Figur zeigt. Das unterste weisse Quadrätchen giebt das Spectrum *np*.

Denken wir uns nun alle Quadrätchen vertical in die Höhe geschoben, bis sie mit 1 einen horizontalen Streifen bilden, welcher dem Streifen *ab* gleich ist, so werden nun auch alle die Spectra übereinander geschoben, welche den einzelnen weissen Quadrätchen entsprechen. Auf das Indigo im Spectrum des 1sten Quadrats fällt das Violett aus dem Spectrum des 2ten. Auf das Blau im Spectrum des 1sten Quadrats fällt das Indigo aus dem Spectrum des 2ten, und das Violett aus dem Spectrum des 3ten u. s. w. In dem mittleren Theile fallen endlich alle Farben auf einander; so fällt z. B. auf das Roth im Spectrum des 1sten Quadrats das Orange aus dem Spectrum des 2ten, das Gelb aus dem Spectrum des 3ten, das Grün, Blau, Indigo und Violett aus dem Spectrum des 4ten, 5ten, 6ten und 7ten Quadrats; hier wie in dem ganzen mittleren Theile des durch Aufeinanderschieben der einzelnen Spectra entstehenden Streifens muss also W e i s s gebildet werden, welches, wie man aus dem Anblick der Figur leicht ableiten kann, am einen Ende durch Gelb in Roth, am anderen durch Blau in Violett übergehen muss, welche letztere Farbe aber meist wegen ihrer Lichtschwäche kaum merklich ist.

Was hier von dem weissen Papierstreifen gesagt ist, gilt von jedem weissen Gegenstande von bedeutenderer Ausdehnung, den man durch ein Prisma betrachtet, er erscheint nur an den Rändern gefärbt.

Digitized by Google

Ein breiter schwarzer Streifen auf weissem Grunde bietet, durch ein Prisma betrachtet, gerade die umgekehrten Erscheinungen dar; das prismatische Bild erscheint nämlich an dem Ende, welches am wenigsten abgelenkt ist, mit einem violetten und blauen Rande, am anderen Ende aber mit einem rothen und gelben. Um diese Umkehrung zu erklären, braucht man nur zu bedenken, dass die Farben nicht von dem schwarzen Streifen selbst, sondern von den weissen Räumen herrühren, die ihn begränzen. Wenn der schwarze Streifen selbst sehr schmal ist, so verschwindet im Bilde das Schwarz in der Mitte vollständig.

Complementäre Farben. Da alle einfachen Farben, im richti- 235
gen Verhältnisse (d. h. in dem Verhältnisse, wie es das Spectrum giebt), vereinigt, weisses Licht bilden, so reicht es hin, eine oder mehrere der einfachen Farben zu unterdrücken oder nur ihr Verhältniss zu ändern, um aus Weiss irgend einen Farbenton zu machen. Unterdrückt man z. B. im weissen Lichte das Roth, Orange und Gelb des Spectrums, während alle anderen Farben ungeändert bleiben, so wird man eine blaue Färbung erhalten, der man nur wieder Roth, Orange und Gelb hinzufügen darf, um das Weiss wieder herzustellen.

Es lässt sich dies wirklich experimentell ausführen. Wenn man durch einen geeigneten, nahe hinter das Prisma *A*, Fig. 663 auf S. 584, gehaltenen Schirm einen Theil des Spectrums *rv* auffängt, so wird das Bildchen bei *s* nicht mehr weiss, sondern gefärbt erscheinen. Fängt man das rothe Ende des Spectrums vom Gelb an auf, so erscheint *s* blau; es erscheint gelb, wenn man das Blau, Indigo und Violett auffängt.

Die Farben, welche durch den nahe hinter *A* gehaltenen Schirm aufgefangen werden, bilden mit den in *rv*, Fig. 663, noch übrig bleibenden zusammen offenbar Weiss. Zwei Farbentöne aber, welche diese Bedingung erfüllen, d. h. welche zusammengenommen Weiss geben, heissen complementäre Farben. Jede Farbe hat auch ihre complementäre, denn wenn sie nicht weiss ist, so fehlen ihr gewisse Strahlen, um Weiss zu bilden, und diese fehlenden Strahlen zusammengenommen machen die complementäre Farbe aus.

Sehr schön lässt sich das Wesen der complementären Farben durch folgenden einfachen Versuch klar machen. Man vereinige nach der durch Fig. 662 erläuterten Weise die aus einem Prisma austretenden farbigen Strahlen durch eine Linse *l* auf einem Schirme, so dass bei *f* ein weisses Bild entsteht. Fängt man nun hinter der Linse durch ein Prisma *p*, Fig. 668 (a. f. S.), von sehr kleinem brechenden Winkel (8 bis 10°) einen Theil der nach *f* convergirenden Strahlen auf, so werden diese aufgefangenen Strahlen abgelenkt und seitlich in *n* vereinigt. Nun aber erscheint das Bild in *f* sowohl als auch das in *n* gefärbt, und zwar ist der oben gegebenen Definition zufolge der Farbenton des Bildes *f* complementär zu dem des Bildes *n*.

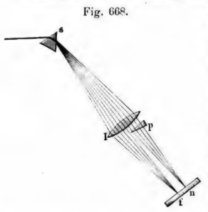
Fängt man durch das flache Prisma *p* nur die rothen und orange-

Digitized by Google

farbenen Strahlen ab, so wird das Bild n einen rothen, das Bild f einen grünen Farbenton zeigen. Das Grün des Bildes f ist complementär zu dem Roth des Bildes n.

Schiebt man das Prisma p mehr gegen die Mitte des Spectrums hin, bis seine brechende Kante ungefähr in der Mitte des Grün steht, so geht der Farbenton von n allmälig in Gelb, der von f allmälig in Blau über.

Fig. 668.



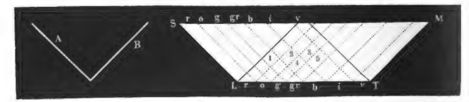
Dieser Versuch lässt sich auf die mannigfaltigste Weise abändern, indem man ja das Prisma p (vorausgesetzt, dass es die entsprechenden Dimensionen hat) auch so stellen kann, dass es die mittleren Strahlen des Spectrums auffängt und in n vereinigt.

Solche Versuche zeigen nun, dass blaue Farbentöne complementär zu gelben sind, und dass die verschiedenen Nuancen von Grün rothe Farbentöne zur Complementärfarbe haben.

Zur Erzeugung von Weiss ist keineswegs ein Zusammenwirken aller Farben des Spectrums nöthig, denn Helmholtz (Pogg. Annal. Bd. LXXXVII) hat gezeigt, dass auch durch Combination von nur zwei prismatischen Farben Weiss entstehen kann. Die Anordnung des Versuches, durch welchen er diese interessante Thatsache zuerst nachwies, wird durch Fig. 669 erläutert.

Es seien A und B zwei im Laden eines dunklen Zimmers angebrachte Spalten, welche einen rechten Winkel mit einander, deren jede aber einen

Fig. 669.



Winkel von 45° mit den Verticalen macht und deren jede ungefähr $^1/_4$ Linie breit ist. Betrachtet man diese Spalten durch ein in entsprechender Entfernung aufgestelltes stark zerstreuendes Prisma, dessen brechende Kante vertical steht und welches unmittelbar vor dem Objectiv eines Fernrohrs angebracht ist, so erscheint der Spalt B als ein schrägliegendes Spectrum LM, während der Spalt A das Spectrum ST liefert. Diese beiden Spectra fallen nun zum Theil über einander und zwar fallen an

Digitized by Google

allen Stellen, wo eine Ueberdeckung stattfindet, immer zwei homogene prismatische Farben zusammen; so z. B. an der mit 1 bezeichneten Stelle das Roth des einen Spectrums mit dem Grün des anderen; an der mit 2 bezeichneten Stelle fallen Blau und Orange, bei 3 fallen Indigo und Gelb zusammen u. s. w.

Wenn der Versuch mit den nöthigen Cautelen angestellt wird, so ergeben sich aus der Combination je zweier Spectralfarben die Resultate, wie sie in folgender Tabelle zusammengestellt sind. In der ersten Horizontal- und in der ersten Verticalreihe stehen die einfachen Farben, welche vereinigt worden sind; der durch ihre Combination gebildete Farbenton findet sich da, wo die betreffende Horizontal- und Verticalreihe sich schneiden.

	Violett	**Blau**	**Grün**	**Gelb**	**Roth**
Roth	Purpur	Rosa	Mattgelb	Orange	Roth
Gelb	Rosa	**Weiss**	Gelbgrün	Gelb	
Grün	Blassblau	Blaugrün	Grün		
Blau	Indigblau	Blau			
Violett	Violett				

Es entsteht also Weiss durch die Combination von prismatischem Blau (ungefähr von der Mitte zwischen F und G bis gegen G hin), mit prismatischem Gelb (ein schmaler Streif, dessen Brechungsexponenten für Flintglas Nr. 13 ungefähr 1,6370 bis 1,6377 sind).

Noch genauer untersuchte Helmholtz diesen Gegenstand nach einer Methode (Pogg. Annal. Bd. XCIV), deren Princip durch Fig. 662 auf S. 583 erläutert werden mag. Die aus dem Prisma divergirend austretenden Strahlen werden durch eine Linse aufgefangen, durch welche sie zu einem weissen Bilde in f vereinigt werden. Wenn nun aber dicht hinter der Linse ein Schirm aufgestellt wird, in welchem sich zwei Spalten befinden, deren Abstand und deren Breite man nach Belieben ändern kann, so kann man bewirken, dass in f irgend zwei beliebige isolirte Partien des Spectrums zur Vereinigung kommen. Auf diesem Wege fand nun Helmholtz, dass es für jede Stelle des Spectrums vom Rothen Ende bis zum Ende des Gelb auf demjenigen Theile des Spectrums, welcher sich vom Anfang des Blau bis zum violetten Ende erstreckt, in der Art eine entsprechende

Digitized by Google

Stelle gebe, dass die beiden entsprechenden Farben, in *f* zusammentreffend, sich zu Weiss combiniren.

Helmholtz hat ferner gezeigt, dass die optische Combination irgend zweier Farbentöne oft sehr verschieden ist von der Farbe, welche durch die Mischung der entsprechenden Pigmente hervorgebracht wird. Eine Mischung von Chromgelb mit Ultramarin oder von Berlinerblau mit Gummigutti giebt bekanntlich Grün, wenn man aber eine Scheibe, auf welcher abwechselnd Sectoren von gelbem (Chromgelb) und blauem (Ultramarin) Papier aufgeklebt sind (Breite der gelben $^2/_3$ von der Breite der blauen), um ihren Mittelpunkt in rasche Rotation versetzt, so erscheint die Scheibe in einem sehr nahe an Weiss gränzenden Grau.

Dass ein Gemisch von Berlinerblau und Gummigutti Grün liefert, erklärt sich auf folgende Weise: Eine dünne Schicht Berlinerblau absorbirt nur die rothen und die gelben Strahlen, sie lässt durch: Grün, Blau und Indigo. Eine Schicht von Gummigutti dagegen absorbirt die blauen und die violetten und lässt nur Grün, Gelb und Roth durch. Eine Mischung beider Substanzen wird wirken wie die Combination einer Schicht von Berlinerblau mit einer Schicht von Gummigutti, sie lässt also nur die Strahlen durch, welche gemeinschaftlich von beiden einzelnen Schichten durchgelassen werden und das sind eben die grünen Strahlen, welche allein übrig bleiben, da die rothen und gelben vom Berlinerblau, die blauen und violetten aber von dem Gummigutti absorbirt werden.

236 **Fraunhofer'sche Linien.** Um die Farben des Spectrums rein zu erhalten, verfährt man in der Regel auf folgende Weise. Vor dem Laden, welcher das Fenster des dunklen Zimmers verschliesst, in dem man experimentiren will, ist ein Spiegel angebracht, welcher so gerichtet werden kann, dass er die Sonnenstrahlen in horizontaler Richtung durch eine Oeffnung des Ladens ins Zimmer wirft. Als Oeffnung dient eine verticale Spalte von 1 bis $1^1/_2$ Zoll Höhe und 1 bis 2 Millimeter Breite. Das durch diesen Spalt eingedrungene Lichtbündel wird in einer Entfernung von 4 bis 6 Schritten durch ein Prisma von Flintglas oder Schwefelkohlenstoff aufgefangen und in dem Wege des durch das Prisma abgelenkten Strahlenbündels in geeigneter Entfernung ein Schirm von weissem Papier aufgestellt.

Das auf diese Weise erzeugte Spectrum zeigt jedoch die einzelnen Farben noch keineswegs vollkommen rein, denn die Sonne hat einen namhaften Durchmesser, jeder Verticalstreifen im Spiegelbilde der Sonne erzeugt sein eigenes Spectrum, und alle die den verschiedenen Partien der Sonne entsprechenden Farbenspectra fallen in unserem Farbenbilde theilweise übereinander.

Ein ganz reines Spectrum kann man dadurch erhalten, dass man unmittelbar vor das Prisma einen zweiten, mit dem ersten parallelen Spalt setzt, wie dies Fig. 670 angedeutet ist.

Digitized by Google

In einem so erzeugten Spectrum erscheint nun eine Reihe von schwarzen Streifen, welche zur Längenrichtung des Spectrums rechtwinklig sind,

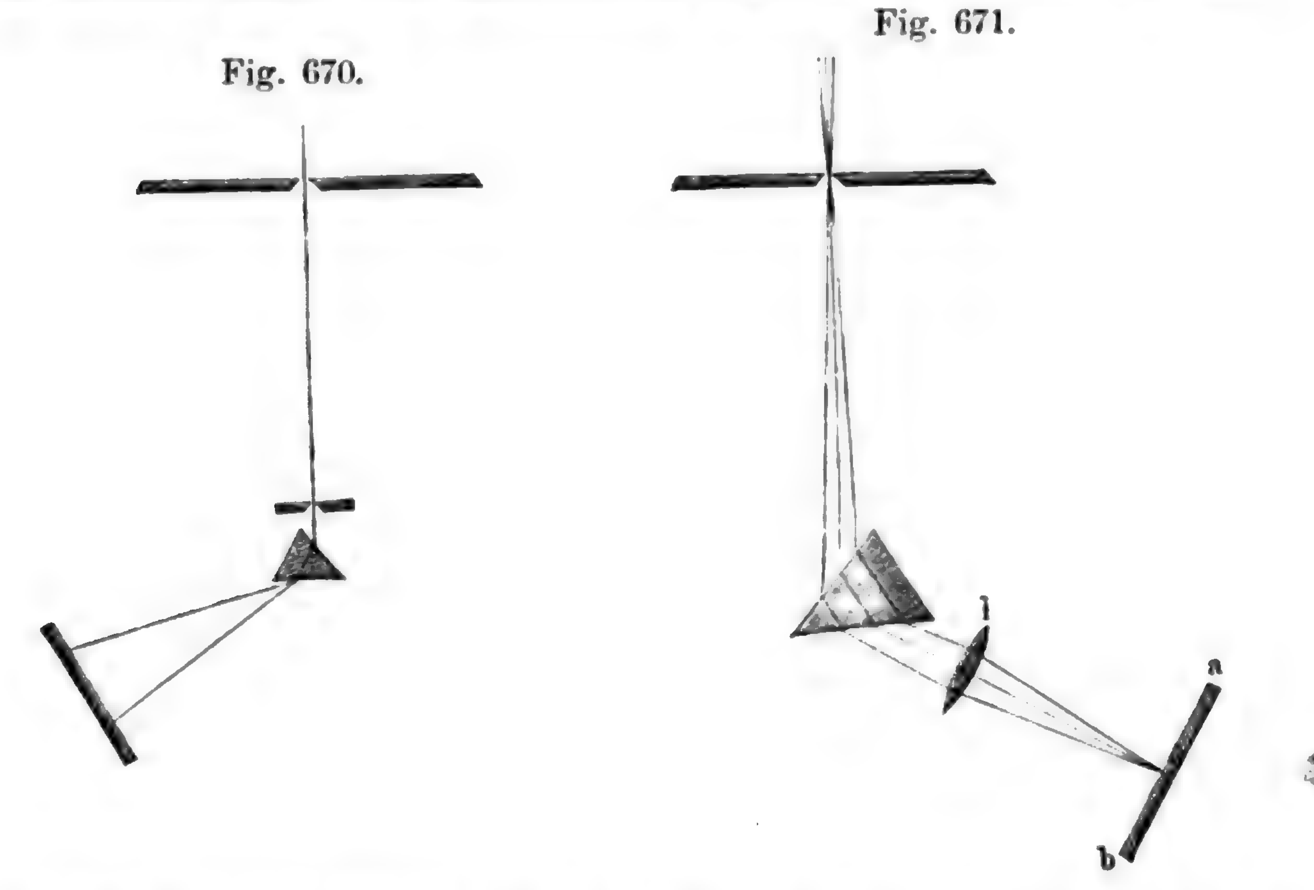


Fig. 670. Fig. 671.

wie man in dem Spectrum Nr. I. der Tab. IV. sieht. Stellt man den Versuch auf die beschriebene Weise an, so erhält man immer nur ein lichtschwaches Spectrum, auf welchem die Streifen keineswegs scharf hervortreten.

Um das Spectrum auf dem Schirme lichtstärker und die Streifen schärfer zu erhalten, kann man verfahren, wie Fig. 671 angedeutet ist. Der Schirm mit dem zweiten Spalte, der in Fig. 670 vor dem Prisma stand, wird entfernt und dicht hinter dem Prisma eine Linse von 4 bis 10 Fuss Brennweite aufgestellt, welche das von dem Prisma divergirende Strahlenbündel auffängt. Stellt man nun den Schirm *ab* in solcher Entfernung von der Linse auf, dass ein scharfes Bild des Spaltes entstehen würde, wenn nur vollkommen homogenes Licht durch denselben eindränge, so erhält man ein brillantes Spectrum mit scharfen Linien.

Die Linse *l* kann, ohne den Erfolg zu stören, auch statt an der in Fig. 671 bezeichneten Stelle unmittelbar vor das Prisma gesetzt werden.

Die dunklen Streifen im Spectrum wurden zuerst von Wollaston beobachtet und in den Philos. Transactions von 1802 beschrieben, später aber von Fraunhofer, dem jene Beobachtung unbekannt geblieben war, genauer untersucht (Denkschriften der Münchener Akademie der Wissenschaften, 5. Band, 1814 und 1815); nach Letzterem werden die dunklen Linien im Spectrum gewöhnlich die Fraunhofer'schen Linien genannt.

Fraunhofer's Verfahren zur Beobachtung der dunklen Linien im Spectrum war von dem eben beschriebenen abweichend; er stellte das Spectrum nicht auf einem Schirm dar, sondern er beobachtete es durch ein Fernrohr, welches unmittelbar hinter dem Prisma aufgestellt war,

Digitized by Google

so dass das Fernrohrobjectiv die aus dem Prisma divergirend austretenden Strahlen auffängt. Bei gehöriger Einstellung des Fernrohroculars sieht man die Fraunhofer'schen Linien nicht allein ungleich schärfer, sondern auch weit zahlreicher, als bei objectiver Darstellung des Spectrums auf einem Papierschirm. Während man aber das objective dargestellte Spectrum auf einmal übersehen kann, so überblickt man bei der Fernrohrbeobachtung auf einmal nur einen kleinen Theil des Spectrums, wenn das Fernrohr einigermaassen stark vergrössert. Man muss alsdann dasselbe etwas verschieben, um nach der Beobachtung der Linien im violetten und blauen Lichte zu der Beobachtung der Streifen überzugehen, welche sich in der gelben und rothen Partie des Spectrums befinden.

Die dunklen Linien sind unregelmässig über das ganze Spectrum verbreitet. Einige dieser Streifen sind sehr fein und erscheinen als isolirte, kaum sichtbare schwarze Linien, andere hingegen liegen einander sehr nahe und gleichen eher einem Schatten als getrennten Linien; endlich giebt es einige, welche bei etwas bedeutenderer Ausdehnung sehr scharf und bestimmt erscheinen. Um mitten in dieser Verwirrung einige feste Punkte zu haben, hat Fraunhofer acht Streifen ausgewählt, die er mit *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* und *H* bezeichnete, welche den doppelten Vortheil bieten, dass sie leicht zu erkennen und dass die durch sie im Spectrum gemachten Abtheilungen nicht gar zu ungleich sind. Zwischen *B* und *C* liegen nach Fraunhofer's Beobachtungen 9 feine scharfe Linien, von *C* bis *D* zählte er ungefähr 30, von *D* bis *E* 84, von *E* bis *F* mehr als 76, unter denen sich drei der stärksten im ganzen Spectrum befinden, von *F* bis *G* 185, von *G* bis *H* 190, zusammen also von *B* bis *H* 574. *A*, *B* und *C* liegen im Roth, *D* im Orange, *E* am Uebergange von Gelb in Grün, *F* am Uebergange zwischen Grün und Blau, *G* im Indigo, *H* im Violett.

Mit Prismen von Flintglas oder Schwefelkohlenstoff, die einen grossen brechenden Winkel haben, kann man die stärkeren Streifen schon mit blossen Augen sehen.

Das Licht der Venus giebt dieselben Streifen wie das Sonnenlicht, nur sind sie weniger leicht zu unterscheiden; das Licht des Sirius endlich giebt ebenfalls dunkle Streifen, die aber von denen der Sonne und der Planeten ganz verschieden sind; besonders bemerklich sind deren drei, einer im Grün und zwei im Blau.

Andere Sterne erster Grösse scheinen Streifen zu geben, die von denen der Sonne und des Sirius verschieden sind.

237 **Messung der prismatischen Ablenkung.** Um nach den in §. 220 entwickelten Formeln den Brechungsexponenten einer Substanz berechnen zu können, muss man den brechenden Winkel eines aus ihr gefertigten Prismas und die Ablenkung der Strahlen kennen, welche es hervorbringt; und zwar entweder für den Fall des Minimums der Ablenkung oder für den Fall, dass die Strahlen das Prisma rechtwinklig zur Austrittsfläche verlassen.

Digitized by Google

Die verschiedenen Farben des Spectrums erleiden durch das Prisma ungleich grosse Ablenkungen, die sich aber nicht mit Genauigkeit messen lassen, weil eben diese Farben nicht scharf begränzt sind, sondern allmälig in einander übergehen. Erst durch die Entdeckung der Fraunhofer'schen Linien wurden feste Punkte gewonnen, welche eine genaue Einstellung und Messung möglich machten.

Um das Minimum der Ablenkung für die hauptsächlichsten dunklen Linien des Spectrums mit Genauigkeit messen zu können, wandte Fraunhofer ein Theodolit an und stellte das Prisma vor dem Objectiv seines Fernrohrs ungefähr in der Weise auf, wie es Fig. 672 und Fig. 673 zeigt.

Vor der Aufstellung des Prismas wird das Fernrohr so gerichtet, dass man den Spalt, durch welchen das Licht in das dunkle Zimmer einfällt, deutlich durch dasselbe sieht und dass das Fadenkreuz des Fernrohrs gerade auf denselben eingestellt ist. In Fig. 673 sei *ba* die nach dem Spalt gerichtete Visirlinie. Bei dieser Stellung des Fernrohrs wird der Nonius abgelesen.

Nun wird das Prisma auf einer vor dem Objectiv des Fernrohrs befestigten Platte aufgestellt (Fig. 672 erläutert, wie diese Platte angebracht ist; in Fig. 673 ist die Vorrichtung zum Festhalten des Prismas weggelassen) und das Fernrohr mit der Alhidade um die verticale Axe des Theodolits, das Prisma aber um seine eigene verticale Axe gedreht, bis eine bestimmte dunkle Linie des Spectrums bei dem Minimum der Ablenkung gerade durch den verticalen Faden des Fadenkreuzes gedeckt ist.

Fig. 672.

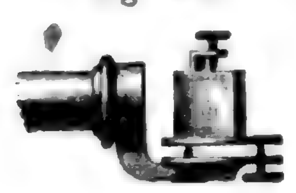
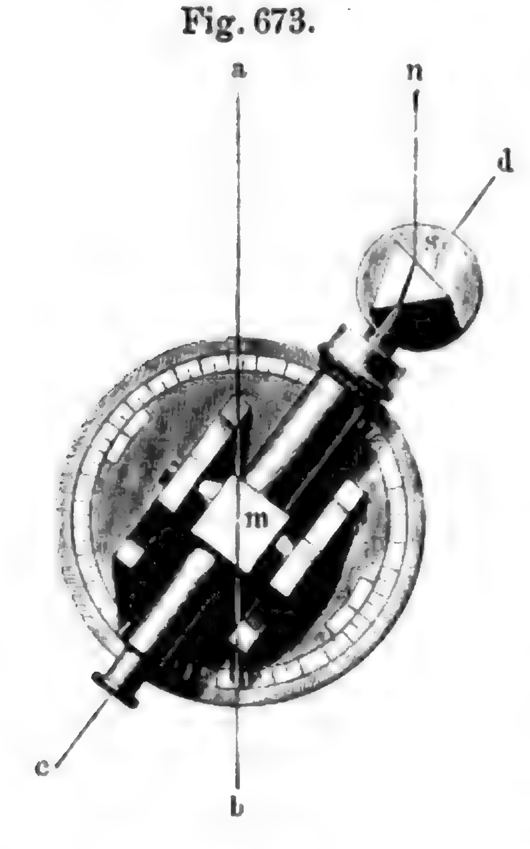


Fig. 673.



Wird alsdann der Nonius abermals abgelesen, so giebt die Differenz der beiden Ablesungen den Winkel, welchen jetzt die Fernrohraxe *cd* mit ihrer ursprünglichen Lage *ab* macht. Der so gefundene Winkel ist das gesuchte Minimum der Ablenkung für die beobachtete dunkle Linie, wenn der Spalt so weit vom Theodolit entfernt ist, dass man den auf das Prisma fallenden Strahl *ns* als parallel mit *ab* betrachten kann. Ist dies nicht der Fall, so muss man zu dem Winkel *cmb* noch den Winkel addiren, welchen *ns* mit *ab* macht.

Bei diesem Verfahren ist der Umstand störend und unbequem, dass mit jeder Drehung des Fernrohrs auch das Prisma verstellt und gedreht wird. Viel bequemer ist es, wenn das Prisma in der Axe des getheilten Kreises

Digitized by Google

aufgestellt wird, wie dies bei dem bereits auf Seite 509 besprochenen Goniometer von Babinet möglich ist, welches sich aus diesem Grunde sehr gut zu Spectraluntersuchungen eignet. Dieselbe centrale Aufstellung des Prismas findet auch bei dem in Fig. 674 im Aufriss und Fig. 675 im Grundriss dargestellten Spectrometer von Meyerstein (Pogg. Annal. Bd. XCVIII, S. 91) statt.

Fig. 674.

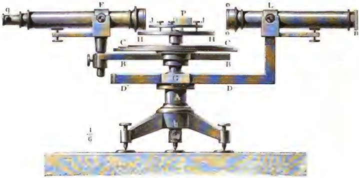
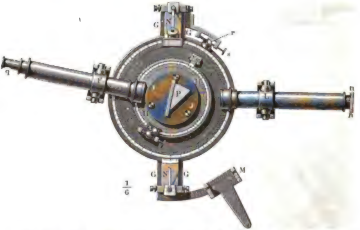


Fig. 675.



Die von drei Füssen getragene kurze Metallsäule A (im Grundriss unsichtbar) ist in der Richtung ihrer verticalen Axe durchbohrt, und in dieser Höhlung dreht sich ein zum Theil konischer Stahlzapfen, welcher von a bis b hinabreicht.

Mit diesem Stahlzapfen ist der horizontale getheilte Kreis C und der metallene Arm B (dessen Verlängerung auf der rechten Seite als Gegen-

Google

gewicht dient) fest verbunden und zwar so, dass beide sich mit dem Zapfen *ab* um dessen verticale Axe drehen.

Im Arm *B* ist der Träger des Fernrohres *F* eingesteckt, dessen Axe bei richtiger Einstellung vollkommen wagerecht steht und genau auf die Verticalaxe des Instrumentes (die Verlängerung der Axe des Zapfens *ab*) gerichtet ist.

Auf der Säule *A* ist ein massives Metallkreuz aufgeschraubt, also mit *A* unabänderlich verbunden. Der eine Arm *D* dieses Metallkreuzes bildet den Träger für das Rohr *L*; der nach Aussen breiter werdende Arm *D'* dient als Gegengewicht für *D* und *L*.

Die zu *D* und *D'* rechtwinkligen Arme *G* und *G'* (der nach vorn gerichtete Arm *G* ist im Aufriss als abgeschnitten dargestellt) endigen wie der Arm *D* mit verticalen Schenkeln, welche bis zur Höhe des getheilten Kreises *C* hinaufgehen und als Träger der Nonien *N* und *N'* dienen. Die Nonien *N* und *N'* behalten also unverändert ihre Stellung bei, während der getheilte Kreis und mit ihm das Fernrohr *F* um die verticale Axe des Instrumentes gedreht wird.

Mittelst der Klemmschraube *r* kann man den getheilten Kreis feststellen und mittelst der Mikrometerschraube *s* eine feinere Einstellung bewirken.

Der Zapfen *ab* ist auch nach oben konisch verjüngt und auf ihm sitzt, mittelst einer Messinghülse um denselben drehbar, ein zweiter getheilter Kreis *H*, auf welchem mittelst dreier Schrauben das Tischlein *J* steht. Auf dieses Tischlein endlich wird das Prisma *P* aufgesetzt.

Mit dem Babinet'schen Goniometer sowohl, wie auch mit dem Meyerstein'schen Spectrometer kann man zunächst ganz nach der Fraunhofer'schen Methode den Brechungsexponenten für jede beliebige dunkle Linie des Spectrums bestimmen. Man stellt nach Entfernung des Rohres *L* das Instrument 15 bis 20 Fuss weit von der Spalte, durch welche das Heliostat die Sonnenstrahlen in das dunkle Zimmer sendet, so auf, dass die Axe des Fernrohrs *F* in gleicher Höhe mit der Spalte liegt. Nachdem man nun das Fernrohr *F* in der oben angegebenen Weise auf den Spalt eingestellt und den Nonius abgelesen hat, wird das Prisma *P* aufgesetzt und dann abwechselnd der Kreis *C* mit dem Fernrohr *F*, mit dem Kreise *H* und dem Prisma gemeinschaftlich, dann aber wieder, nachdem der Kreis *C* festgestellt worden ist, der Kreis *H* mit *J* und *P* allein gedreht, bis man es dahin gebracht hat, dass bei dem Minimum der durch das Prisma hervorgebrachten Ablenkung die zu bestimmende Fraunhofer'sche Linie gerade am verticalen Faden des Fadenkreuzes erscheint. Wird nun abermals der Nonius abgelesen, so ergiebt sich das Minimum der Ablenkung für die fraglichen dunklen Linien als Differenz der beiden Ablesungen.

Ein grosser Vortheil würde es für das Spectrometer sein, wenn es so eingerichtet werden könnte, dass man den Kreis *C* ohne *H* drehen könnte.

Bei einem derartigen Versuch ergab die Ablesung des Nonius 2° 7',

Digitized by Google

als das Fernrohr auf die Spalte eingestellt war. Nachdem nun ein Flintglasprisma aufgesetzt worden war, dessen brechender Winkel 35° betrug, und das Fadenkreuz bei dem Minimum der Ablenkung der Reihe nach auf die dunklen Linien *G*, *F* und *D* eingestellt worden war, ergab die Ablesung des Nonius für die Linie

D	*F*	*G*
23° 41′ 30″	24° 6′ 30″	24° 27′ 10″

das Minimum der Ablenkung war demnach für

D	*F*	*G*
21° 34′ 30″	21° 59′ 30″	22° 20′ 10″

Setzt man nun in Gleichung 2), S. 553, $g = 35$ und für *D* der Reihe nach die Werthe 21° 34′ 30″ 21° 59′ 30″, u. s. w., so ergeben sich als Brechungsexponenten der fraglichen dunklen Linien für die Flintglasmasse, aus welcher das Prisma verfertigt war,

D	*F*	*G*
1,5760	1,5865	1,5953.

Wenn man nicht über ein Local verfügen kann, welches eine hinlängliche Entfernung des Instrumentes vom Spalt erlaubt, so wird das zweite Rohr *L*, Fig. 674 und 675 (oder wenn man mit dem Babinet'schen Goniometer operirt, das Rohr *L*, Fig. 572, Seite 509), in Anwendung gebracht, an dessen einem Ende bei *o* eine Fernrohr-Objectivlinse angeschraubt ist, während sich am anderen Ende statt des Oculars ein Spalt befindet, welcher nach Belieben enger und weiter gestellt werden kann und welcher gehörig vertical gerichtet und in die Brennweite der Linse *o* eingestellt werden muss. Wenn man nun das Instrument ganz nahe bei dem Spiegel des Heliostats aufstellt, so werden die durch die Spalte *n* in das Rohr *L* eintretenden Strahlen als ein paralleles Bündel aus dem Objectiv austreten, als ob sie von einem weit entfernten Spalt herkämen.

Das Fernrohr *F* wird nun zunächst so aufgestellt, dass seine Axe in die Verlängerung der Axe des Rohres *L* fällt und dass das scharfe Bild des Spaltes am verticalen Faden des Fadenkreuzes erscheint. Der fernere Gang der Beobachtung ist alsdann ganz der oben angegebene.

Die Einstellung auf das Minimum der Ablenkung hat bei dem Babinet'schen Goniometer keine Schwierigkeit, bei dem Meyerstein'schen Spectrometer aber kann man sie nur durch fortgesetztes Probiren zu Wege bringen, indem man abwechselnd an der Stellung des Kreises

Digitized by Google

C mit dem Fernrohr und Prisma, dann wieder an der Stellung des Kreises *H* mit dem Prisma allein corrigiren muss.

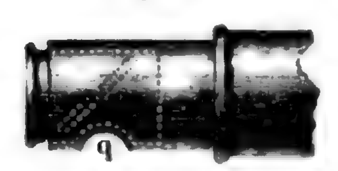
Diese Unannehmlichkeit hat Meyerstein dadurch vermieden, dass er nicht das Minimum der Ablenkung in Anwendung bringt, sondern dass er die Strahlen rechtwinklig zur zweiten Fläche des Prismas austreten lässt. Es wird also zunächst durch Drehung des Kreises *H*, Fig. 675, das Prisma so gestellt, dass seine dem Fernrohr *F* zugekehrte Fläche rechtwinklig auf der Axe dieses Fernrohrs steht. Alsdann wird durch Anziehen der Schraube *t* (welche sammt Zugehör im Aufriss, Fig. 674, weggelassen ist) der Kreis *H* mit *C* fest verbunden und dann beide sammt Prisma und Fernrohr um die verticale Axe des Instrumentes gedreht, bis die zu bestimmende Fraunhofer'sche Linie am Fadenkreuz des Fernrohrs erscheint.

Um die dunklen Linien im Spectrum durch das Fernrohr zu sehen, ist es nicht nöthig, dass Sonnenlicht direct auf den Spalt falle; es genügt helles diffuses Tageslicht.

Es bleibt nur noch zu erklären übrig, wie die Austrittsfläche des Prismas rechtwinklig zur Axe des Fernrohrs *F* gestellt wird.

Die Ocularröhre des Fernrohrs *F* ist mit einer seitlichen Oeffnung *q* versehen, hinter welcher ein Plättchen von Spiegelglas unter einem Winkel von 45° gegen die Fernrohraxe eingesetzt ist, wie Fig. 676 zeigt, welche die Ocularröhre in vergrössertem Maassstab darstellt. Wird nun in einiger Entfernung von dieser Oeffnung eine Lampe in gehöriger Weise aufgestellt, so werden die von ihr ausgehenden, durch die Oeffnung *q* eintretenden Strahlen durch den Spiegel gegen das Fadenkreuz und das Objectiv hin reflectirt. Wenn nun das Prisma annähernd richtig gestellt ist, so sieht man durch die Ocularlinse in das Fernrohr hineinschauend das Fadenkreuz einmal direct und dann das Bild desselben, welches von der Austrittsfläche des Prismas *P* reflectirt wird. Durch Drehen des Kreises *H* kann man machen, dass das directe Bild des Fadenkreuzes mit dem Spiegelbild desselben zusammenfällt.

Fig. 676.



Sollte das Bild nicht gehörig vertical stehen, so kann man die Stellung des Prismas durch die drei Schrauben corrigiren, durch welche das Tischlein *J* getragen wird.

Meyerstein's Spectrometer kann auch als Goniometer gebraucht werden. Zu diesem Zweck wird das Fernrohr *F*, Fig. 675, auf den Träger *M* gelegt, welcher mit den Armen *D* und also auch mit der Säule *A* fest verbunden ist; der Träger aber, auf welchem das Fernrohr *F* bei Spectralbeobachtungen liegt, wird entfernt. Der Krystall oder das Prisma, an welchem der Winkel gemessen werden soll, welchen zwei Flächen mit einander machen, wird auf das Tischlein *J* so aufgestellt, dass die Kante, in welcher die beiden fraglichen Flächen zusammenstossen, vertical steht. Alsdann wird der Kreis *C* mit allem was seine Axe trägt gedreht, bis man durch das Fernrohr *F* das Spiegelbild des Spaltes *n* in einer der beiden

Digitized by Google

Krystallflächen sieht; nachdem man das Fadenkreuz des Fernrohrs F genau auf das Spiegelbild des Spaltes eingestellt hat, wird der Nonius abgelesen und dann der Kreis C gedreht, bis das Spiegelbild des Spaltes n in der anderen Fläche ebenfalls auf das Fadenkreuz eingestellt ist, und abermals der Nonius abgelesen. Zieht man den Unterschied der beiden Nonienablesungen von 180⁰ ab, so erhält man den Winkel, welchen die beiden fraglichen Flächen mit einander machen.

238 **Brechungsexponenten der verschiedenen Strahlen des Spectrums.** Die Bestimmung des Brechungsexponenten der verschiedenfarbigen Strahlen ist für die Theorie der Optik sowohl, wie für die Construction der optischen Instrumente von der höchsten Wichtigkeit. Die Unveränderlichkeit der Streifen im Spectrum macht nun diese Bestimmung ungleich genauer, als es bis dahin möglich war, da man nur auf die nicht scharf begränzten Nüancen einstellen konnte. Statt nun den Brechungsexponenten der rothen, der gelben, der grünen u. s. w. Strahlen zu ermitteln, bestimmt man jetzt die Brechungsexponenten der mit B, C, D, E, F, G und H bezeichneten Streifen nach den oben erläuterten Methoden.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate einiger sehr genauen Versuche von Fraunhofer.

Brechende Substanzen.	B	C	D	E	F	G	H	s
Flintglas Nr. 13 .	1,627749	1,629681	1,635036	1,642024	1,648260	1,660285	1,671062	0,043313
Crownglas Nr. 9 .	1,525832	1,526849	1,529587	1,533005	1,536052	1,541657	1,546566	0,020734
Wasser	1,330935	1,331712	1,333577	1,335851	1,337818	1,341293	1,344177	0,013242
Terpentinöl . . .	1,470496	1,471530	1,474434	1,478353	1,481736	1,488198	1,493874	0,023378
Flintglas Nr. 3 . .	1,602042	1,603800	1,608494	1,614532	1,620042	1,630772	1,640373	0,038331
Flintglas Nr. 30 .	1,623570	1,625477	1,630585	1,637356	1,643466	1,655406	1,666072	0,042502
Crownglas Nr. 13 .	1,524312	1,525299	1,527982	1,531372	1,534337	1,539908	1,544684	0,020372
Flintglas Nr. 23 .	1,626596	1,628469	1,633667	1,640945	1,646756	1,658848	1,669686	0,04309

Eine Reihe sehr genauer Messungen über die Brechungsverhältnisse der wichtigsten Fraunhofer'schen Linien in verschiedenen Körpern hat Baden-Powel gemacht (Pogg. Annal. Bd. LXIX, S. 110). Die folgende Tabelle enthält einige der von ihm gewonnenen Resultate.

Digitized by Google

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*z*
Cassiaöl	1,5945	1,5979	1,6073	1,6207	1,6358	1,6671	1,7025	0,1080
Schwefelkohlenstoff .	1,6182	1,6219	1,6308	1,6439	1,6555	1,6799	1,7020	0,0838
Anisöl	1,5486	1,5508	1,5572	1,5659	1,5743	1,5912	1,6084	0,0598
Kreosot	1,5320	1,5335	1,5383	1,5452	1,5515	1,5639	1,5744	0,0424
Alkohol, specif. Gew. 0,815 bei 18,6° C. .	1,3628	1,3633	1,3654	1,3675	1,3696	1,3733	1,3761	0,0133
Steinsalz	1,5403	1,5415	1,5448	1,5498	1,5541	1,5622	1,5691	0,0288

Die Brechungsexponenten von Salzlösungen weichen nicht bedeutend von denen des reinen Wassers ab, wie man aus der folgenden, ebenfalls den Resultaten von Baden-Powel entnommenen Tabelle sieht.

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*z*
Wasser	1,3310	1,3320	1,3336	1,3357	1,3380	1,3412	1,3448	0,0138
Lösung von Salmiak .	1,3499	1,3508	1,3529	1,3552	1,3575	1,3617	1,3650	0,0151
„ „ Salpeter	1,3457	1,3468	1,3487	1,3510	1,3533	1,3586	1,3608	0,0151
„ „ Bittersalz	1,3434	1,3442	1,3462	1,3486	1,3504	1,3540	1,3570	0,0136
„ „ Glaubersalz	1,3392	1,3398	1,3419	1,3442	1,3462	1,3499	1,3528	0,0136
Lösung von salpetersaurem Bleioxyd .	1,3455	1,3461	1,3482	1,3506	1,3528	1,3568	1,3600	0,0145

Die obigen Brechungsexponenten von Wasser gelten für eine Temperatur von 18,75° C. Die übrigen Brechungsexponenten dieser Tabelle beziehen sich auf (wahrscheinlich gesättigte) Lösungen bei einer Temperatur von 22° C.

Für das Faraday'sche Flintglas (104 Bleioxyd, 24 Kieselsäure, 25 Borsäure) sind die Brechungsexponenten der wichtigsten Fraunhofer'schen Linien:

	B	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*	*z*
nach Plücker . . .	1,7050	1,7077	1,7148	1,7242	1,7325	1,7498	1,7651	0,0601
nach Dutirou . . .	1,7049	1,7070	1,7144	1,7234	1,7320	1,7486	1,7637	0,0588

Digitized by Google

Lamy hat das Blei des Flintglases durch Thallium ersetzt. Bei einem specifischen Gewicht von 4,235 bis 5,625 war der Brechungsexponent des Thalliumglases für gelbe Strahlen 1,71 bis 1,96.

Mit steigender Temperatur nimmt die Dichtigkeit und der Brechungsexponent der verschiedenen Substanzen ab. So ist z. B. für Cassiaöl

	B	*F*	*H*
bei 10° C.	1,5963	1,6389	1,7093
bei 22,5° C.	1,5895	1,6314	1,6985

Nach den Versuchen von Dale und Gladstone (Phil. Magaz. Ser. IV, T. XVII, p. 222) sind Folgendes die zusammengehörigen Werthe der Temperatur und der Brechungsexponenten von Wasser und Schwefelkohlenstoff für die Fraunhofer'schen Linien *A*, *D* und *H*.

Wasser.

Temperatur	Brechungsindex für *A*	Brechungsindex für *D*	Brechungsindex für *H*	Länge des Spectrums
0	1,3293	1,3330	1,3438	0,0145
10	1,3288	1,3327	1,3434	0,0146
20	1,3279	1,3320	1,3427	0,0148
40	1,3257	1,3297	1,3405	0,0148
80	1,3178		1,3321	0,0143

Schwefelkohlenstoff.

0	1,6217	1,6442	1,7175	0,0958
10	1,6144	1,6346	1,7081	0,0937
20	1,6076	1,6261	1,6993	0,0917
30	1,5995	1,6180	1,6896	0,0901
42	1,590	1,6083	1,6778	0,0878

Unter Länge des Spectrums ist hier die Differenz der Brechungsexponenten der Linie *A* und *H* verstanden.

Digitized by Google

Aus wie viel Farben besteht das Spectrum? Newton unterschied im Spectrum sieben Hauptfarben, ganz in der Weise, wie es im §. 233 dargestellt worden ist. — Diese Anschauungsweise hat jedoch von manchen Seiten Widerspruch erfahren, und namentlich hat man dagegen die Behauptung aufgestellt, dass es eigentlich nur drei Hauptfarben gebe, nämlich Roth, Gelb und Blau, und dass das Orange im Spectrum aus einem Uebereinandergreifen des Gelb und Roth, das Grün aus einem Uebereinandergreifen von Blau und Gelb, das Violett aus einer Mischung von Roth und Blau entstände. 239

Einer solchen Anschauungsweise müssen wir nun mit voller Entschiedenheit entgegentreten, obgleich sich unter ihren Vertretern auch Brewster befindet, ein Mann, dessen grosse Verdienste um die Wissenschaft allgemein anerkannt sind. Wir müssen aber dieser Brewster'schen Ansicht entgegentreten, weil sie ganz unnöthigerweise alle unsere Vorstellungen über das Wesen des Lichtes verwirrt und an die Stelle der scharfen Definition, welche die Vibrationstheorie von der Farbe der Lichtstrahlen giebt, einen vagen Begriff setzt, welcher die ganze Farbenlehre einer streng mathematischen Behandlungsweise entziehen würde.

Die Farbe eines Strahls hängt auf das Innigste mit seinem Brechungsexponenten und, wie wir bald sehen werden, mit seiner Wellenlänge zusammen. Für das Flintglas, welches in obiger Tabelle als Nro. 13 aufgeführt wird, ist der Brechungsexponent der äussersten rothen Strahlen ungefähr 1,624; der Brechungsexponent für den an der Gränze von Orange stehenden Streifen C aber ist 1,629. Obgleich wir nun die Farbe aller Strahlen, welche im Spectrum zwischen den Streifen A und C auffallen, als „Roth" bezeichnen, so haben diese Strahlen streng genommen doch keineswegs gleiche Farbe; das Roth, welches in der Nähe von C auffällt, ist ein anderes als das in der Nähe von B, das bei B wieder ein anderes als das bei A. Kurz wir haben eigentlich im Spectrum von den Streifen A bis H eine unendliche Anzahl verschiedener Farben, da ja der Brechungsexponent derselben allmälig fortschreitend alle Zwischengrössen von 1,624 bis 1,671 durchläuft.

Die Farbe eines Lichtstrahls hängt, wie wir später sehen werden, von seiner Wellenlänge ab. Die Wellenlänge der mittleren gelben Strahlen beträgt 0,00056^{mm}, die der mittleren grünen beträgt ungefähr 0,00051^{mm}, die der mittleren blauen ungefähr 0,00045^{mm}. Es sind also die mittleren grünen Strahlen durch eine bestimmte Wellenlänge, also durch eine bestimmte Schwingungsdauer, gerade ebenso charakterisirt, wie ein bestimmter Ton der Musik, und wir können nicht sagen, dass das Grün des Spectrums eine Mischung von Blau und Gelb sei, so wenig wir sagen werden, dass der Ton d eine Mischung von c und e ist.

Dass aber in der That eine Combination von Blau und Gelb nicht Grün liefert, geht aus den auf S. 590 besprochenen Versuchen hervor.

Digitized by Google

240 **Von dem Verhältniss der Dispersion in verschiedenen Mitteln und den zerstreuenden Kräften.** Wenn man mit Aufmerksamkeit die Spectra untersucht, welche durch Prismen verschiedener Substanzen erzeugt werden, so sieht man bald, dass die Farben, obgleich in derselben Ordnung auf einander folgend, doch nicht proportionale Längen einnehmen. Ein Flintglasprisma z. B. giebt verhältnissmässig weniger Roth und mehr Blau und Violett, als ein Prisma von Crownglas.

Die Trennung der verschiedenfarbigen Strahlen durch die Brechung wird mit dem Namen der Dispersion, der Zerstreuung des Lichtes, bezeichnet; ein Stoff ist um so stärker farbenzerstreuend, je grösser die Differenz zwischen dem Brechungsexponenten der rothen und der violetten Strahlen ist. Der Werth von s in den Tabellen des §. 238 ist also ein Maass für die Grösse der Farbenzerstreuung der entsprechenden Substanzen, unter denen das Wasser die schwächste, das Cassiaöl dagegen die stärkste Dispersion zeigt.

Eine für Vorlesungsversuche sehr geeignete Flüssigkeit von stark zerstreuender Kraft ist auch das Benzol, sein Brechungsexponent ist ungefähr 1,48 für die äussersten rothen und 1,52 für die äussersten violetten Strahlen.

Wenn man die totale Dispersion, d. h. den Unterschied zwischen den Brechungsexponenten der äussersten Strahlen oder der Streifen B und H, für irgend eine Substanz kennt, so sind damit die übrigen Verhältnisse des Spectrums noch nicht gegeben; um diese zu kennen, muss erst die partielle Dispersion, d. h. der Unterschied zwischen den Brechungsexponenten der Streifen B und C, C und D u. s. w. ermittelt werden So sind z. B. die Unterschiede zwischen dem Brechungsexponenten von B und C für Flintglas 0,001932, für Crownglas 0,001017, für Wasser 0,000777.

Wenn man die partielle oder totale Dispersion einer Substanz durch die entsprechende Dispersion einer anderen Substanz dividirt, so erhält man das Verhältniss der Dispersion für diese beiden Substanzen. Auf diese Weise ist aus der Tabelle Seite 598 die folgende berechnet.

Digitized by Google

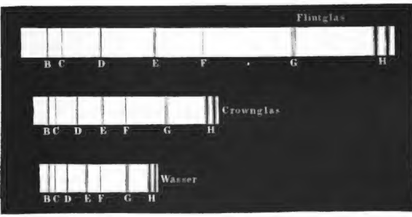
Tabelle des Verhältnisses der partiellen Dispersion für mehrere Substanzen.

Brechende Substanzen	$\frac{C-B}{C'-B'}$	$\frac{D-C}{D'-C'}$	$\frac{E-D}{E'-D'}$	$\frac{F-E}{F'-E'}$	$\frac{G-F}{G'-F'}$	$\frac{H-G}{H'-G'}$
Flintglas Nr. 13 und Wasser . .	2,562	2,871	3,073	3,193	3,640	3,726
Flintgas Nr. 13 und Crownglas Nr. 9	1,900	1,956	2,044	2,047	2,145	2,195
Crownglas Nr. 9 und Wasser . .	1,349	1,468	1,503	1,560	1,613	1,697
Flintglas Nr. 13 und Terpentinöl	1,868	1,844	1,883	1,843	1,861	1,899
Flintglas Nr. 3 und Crownglas Nr. 9	1,729	1,714	1,767	1,808	1,914	1,957
Crownglas Nr. 13 und Wasser .	1,309	1,436	1,492	1,518	1,604	1,651

Aus dieser Tabelle ersieht man, dass nicht allein die zerstreuenden Kräfte verschiedener Körper sehr ungleich sind, sondern auch, dass die entsprechenden partiellen Dispersionen verschiedener Substanzen nicht für alle Theile des Spectrums in gleichem Verhältniss stehen. So ist z. B. die Differenz der Brechungsexponenten von B und C im Flintglas 2,562mal, die Differenz der Brechungsexponenten von G und H aber 3,726mal so gross als die entsprechende Differenz für Wasser.

Um von der Verschiedenheit der zerstreuenden Kräfte eine recht klare Vorstellung zu erhalten, müssen wir die Spectra verschiedener Substanzen mit einander vergleichen. In Fig. 677 mag der unterste Streifen

Fig. 677.



das Spectrum eines Wasserprismas vorstellen. Um die Vertheilung der Farben in diesem Spectrum anzudeuten, ist die Lage der **Fraunhofer**'schen Hauptlinien angegeben. Von F bis B ist im Wasserspectrum so weit, als

Google

von *F* bis *H*. Ein Prisma aus Crownglas verfertigt, würde nun bei gleicher Ablenkung der Linie *B* ein breiteres durch den mittleren Streifen dargestelltes Spectrum geben; aber nicht alle einzelnen Abtheilungen dieses Spectrums sind in demselben Verhältnisse gewachsen, wie das ganze Spectrum. Während beim Wasserprisma $FB = FH$, ist beim Crownglasprisma FB etwas kleiner als FH; bei dem Crownglasprisma ist also das rothe und gelbe Ende des Spectrums im Vergleich gegen das blaue und violette weniger ausgebreitet als beim Wasserprisma. In der That ist die Entfernung von *C* bis *D*, also ungefähr die Breite des Orange, beim Crownglasprisma 1,349mal so gross als beim Wasserprisma, während die Entfernung von *G* bis *H* für Crownglas 1,697mal so gross ist als für Wasser.

Noch auffallender sind die Unterschiede zwischen dem Spectrum eines Wasser- und Flintglasprismas bei gleicher Ablenkung der Linie *B*. In unserer Figur stellt der oberste Streifen das Spectrum des Flintglasprismas dar; man sieht, dass es bedeutend länger ist als das Spectrum des Wasserprismas, dass aber auch hier, wie bei Crownglas, die Entfernung von *F* bis zum rothen Ende im Vergleiche zu der Entfernung von *F* bis zum violetten Ende kleiner ist als beim Wasser. Die Entfernung BC ist für Flintglas 2,562mal, GH aber 3,726 mal so gross als die entsprechende Entfernung für das Wasserprisma.

Die zerstreuende Kraft einer Substanz ist der Quotient, welchen man erhält, wenn man seine totale Dispersion durch den um 1 verminderten Brechungsexponenten der mittleren Strahlen dividirt. Man nimmt für den mittleren Brechungsexponenten gewöhnlich den des Streifens *E*.

241 **Vom Achromatismus.** Wenn weisse Lichtstrahlen auf ein einfaches Prisma fallen, so werden sie, wie wir gesehen haben, nicht nur abgelenkt, sondern auch in verschiedenfarbige Strahlen zerlegt. Durch die Combination zweier Prismen verschiedener Substanzen ist es aber möglich, ein System herzustellen, welches eine Ablenkung ohne Farbenzerstreuung hervorbringt, und eine solche Prismencombination wird als achromatisches Prisma bezeichnet.

Newton hielt den Achromatismus für unmöglich, weil er glaubte, die zerstreuende Kraft sei stets dem mittleren Brechungsexponenten proportional. Dass dies nicht der Fall ist, zeigt ein Blick auf die Tabellen des §. 238. Die zerstreuende Kraft des Kreosots z. B. (0,0424) ist über doppelt so gross, als die des Crownglases Nro. 9 (0,0207) und doch ist der Brechungsexponent der mittleren Strahlen fast ganz gleich (für *E* 1,5330 und 1,538).

Folgendes sind die Principien, auf denen die Construction achromatischer Prismen und Linsen beruht.

Wenn man zwei Prismen *A* und *B*, Fig. 678, so zusammenstellt, dass die brechenden Kanten nach entgegengesetzten Seiten gerichtet sind, so wird das eine die Wirkungen des anderen mehr oder weniger vollständig aufheben. Die durch *A* hervorgebrachte Farbenzerstreuung wird

Digitized by Google

offenbar durch das Prisma B aufgehoben werden, wenn jedes der beiden Prismen für sich allein ein eben so breites Spectrum giebt als das andere; denn in diesem Falle ist die Wirkung des Prismas B in Beziehung auf die Farbenzerstreuung der des Prismas A genau gleich und entgegengesetzt.

Fig. 678.

Wenn die Dispersion wirklich dem Brechungsvermögen proportional wäre, wie dies Newton meinte, so könnten zwei Prismen von verschiedenen Substanzen nur dann gleiche Spectra geben, wenn auch die durch das eine hervorgebrachte Ablenkung der des andern gleich ist; wenn also zwei solcher Prismen in der Art, wie Fig. 678 zeigt, zusammengestellt sind, so würde durch dieses System freilich die Farbenzerstreuung, mit dieser aber auch zugleich die Ablenkung aufgehoben werden.

Nun aber haben, wie bereits erwähnt wurde, spätere genaue Versuche gezeigt, dass Newton's Meinung in diesem Punkte irrig war; so ist z. B. die Dispersion im Flintglase bedeutend grösser als beim Crownglase, während doch die mittleren Brechungsexponenten beider Glassorten nicht so sehr verschieden sind; bei gleicher Ablenkung ist ja das Spectrum eines Flintglasprismas ungefähr doppelt so gross als das eines Crownglasprismas.

Damit beim Minimum der Ablenkung das Spectrum eines Crownglasprismas und das eines Flintglasprismas gleich breit seien, muss also der brechende Winkel des letzteren ungefähr halb so gross sein wie der des ersteren. Ein Crownglasprisma von 20° brechendem Winkel und ein Flintglasprisma von 10° werden also nahezu gleich breite Spectra geben; in der Weise combinirt, wie Fig. 678 zeigt, wird also das eine die Farbenzerstreuung des andern aufheben.

Das Minimum der Ablenkung, welche ein Crownglasprisma von 20° hervorbringt, beträgt aber ungefähr 10°, während das Minimum der Ablenkung für ein Flintglasprisma von 10° ungefähr 6° ist. Für die Combination Fig. 678 bleibt also bei Aufhebung der Farbenzerstreuung noch eine Ablenkung von ungefähr 4°, sie bildet also ein achromatisches Prisma.

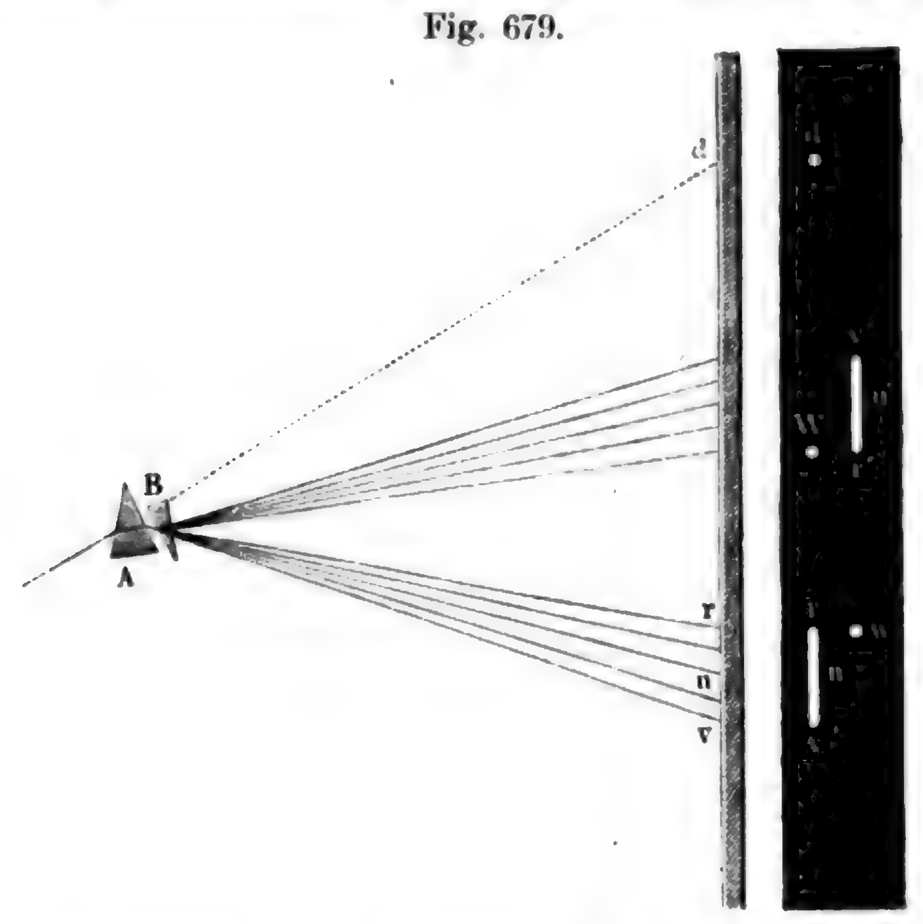
Fig. 679 (a. f. S.) soll dazu dienen, die Wirkungsweise achromatischer Prismen anschaulicher zu machen. Auf das Crownglasprisma A falle ein Bündel Sonnenstrahlen, welches bei ungehemmtem Fortgange bei d ein weisses Sonnenbildchen erzeugt haben würde. Das Prisma A würde für sich allein, von diesem weissen Strahlenbündel getroffen, ein Spectrum in rnv erzeugen.

Die vom Prisma A aus divergirenden Strahlen treffen aber nun auf das Flintglasprisma B, welches bei geringerer Ablenkung ein eben so breites Spectrum zu erzeugen im Stande ist als A. — Fiele nun, von dem ersten Prisma ausgehend, in der Richtung nach r hin ein weisses Strah-

Digitized by Google

lenbündel auf das Prisma B, welches ohne Unterbrechung fortgehend in r ein weisses Sonnenbildchen w erzeugt haben würde, so würde dieses

Fig. 679.



weisse Strahlenbündel durch das Prisma B in ein Spectrum r' v' verwandelt worden sein, welches bei entgegengesetzter Ordnung der Farben genau dem Spectrum rv gleich ist. Durch das Prisma B werden also die rothen Strahlen um wr', die grünen um wn', die violetten um wv' von dem Punkte abgelenkt, in welchem sie ohne dieses zweite Prisma die Wand getroffen hätten.

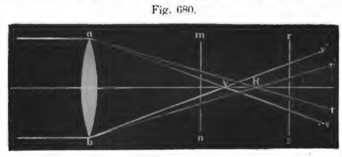
Nun aber fällt auf das Prisma B ein divergirendes Strahlenbündel; die rothen Strahlen gehen nach r, die grünen nach n, die violetten nach v, und alle diese Strahlen werden um die eben angegebene Grösse abgelenkt. Die rothen Strahlen, welche ohne Dazwischenkunft des Prismas B nach r gelangt wären, werden nun in einem um den Abstand wr' höheren Punkte, also in W, die Wand treffen. Die violetten Strahlen, welche ohne das Prisma B nach v gelangt wären, werden durch den Einfluss des Prismas B um wv' nach oben gelenkt, und da $Wv = wv'$, so werden also die violetten Strahlen auf denselben Punkt W fallen, in welchem auch die rothen Strahlen eintreffen. An dieselbe Stelle fallen aber auch die grünen Strahlen, da $wn' = Wn$; ebenso die gelben, blauen u. s. w., kurz alle Strahlen, welche ohne Dazwischenkunft des zweiten Prismas B das Spectrum rv gebildet haben würden, werden durch das Prisma B in W vereinigt, es muss also hier ein weisses Sonnenbildchen entstehen. Das ursprünglich nach d hin gerichtete weisse Strahlenbündel wird also durch die combinirten Prismen in der Art abgelenkt, dass bei W wieder ein farbloses Sonnenbildchen entsteht.

Digitized by Google

Wenn das Bildchen W absolut farblos, wenn ein vollkommener Achromatismus möglich sein sollte, so müsste die Vertheilung der Farben im Spectrum des ersten Prismas genau dieselbe sein wie im Spectrum des zweiten. Diese Bedingung ist, wie man aus der Tabelle auf Seite 603 sehen kann, für Flintglas Nr. 13 und Terpentinöl fast vollständig erfüllt; aus diesen beiden Substanzen könnte man also sehr nahe vollkommen achromatische Prismen construiren. Für Prismen von Crownglas und Flintglas ist den Angaben des §. 240 zufolge kein vollständiger Achromatismus möglich.

Achromatische Linsen. Eine jede einfache Linse, aus welchem Stoffe sie auch gebildet sein mag, wird für jede andere Strahlenart auch einen anderen Brennpunkt haben, weil die Brechungsexponenten der verschiedenfarbigen Strahlen nicht gleich sind. Der Brennpunkt der stärker brechbaren violetten Strahlen liegt der Linse näher als der Brennpunkt der rothen Strahlen. Fällt also ein Bündel weisses Licht parallel mit der Axe auf eine Convexlinse ab, Fig. 680, so werden die violetten Strahlen in V, die rothen in R vereinigt. Fängt man den aus der Linse austretenden Strahlenkegel auf einem Schirm auf, so sieht man einen beleuchteten Kreis mit gelbem und rothem Saume, wenn der Schirm zwi- 212

Fig. 680.



schen V und der Linse, etwa bei mn steht; der helle Kreis erscheint dagegen von einem blauen Saume umgeben, wenn der Schirm sich jenseits R, etwa in rs befindet, weil vor V die rothen und gelben, hinter R die blauen und violetten Strahlen die äussersten des ganzen Strahlenkegels sind.

Die ungleiche Brennweite verschiedenfarbiger Strahlen lässt sich auch sehr schön auf folgende Weise zeigen. In einem dunklen Schirme, Fig. 681, (a. f. S.) wird eine runde Oeffnung angebracht, die zur Hälfte mit einem rothen, zur Hälfte mit einem blauen Glase verschlossen ist. Auf jeder Hälfte ist ein kleiner schwarzer Pfeil aufgemalt, und das Ganze wird von hinten durch die Flamme einer Argand'schen Lampe erleuchtet, so dass man einen schwarzen Pfeil auf rothem und einen zweiten auf blauem Grunde sieht. Von diesem Object wird nun durch eine Flintglaslinse, deren Brennweite ungefähr 2 Fuss beträgt und welche ungefähr 6 Fuss von dem

Digitized by Google

Gegenstande entfernt ist, ein Bild entworfen und dieses auf einem Papierschirm aufgefangen. Stellt man nun den Schirm so ein, dass der Pfeil auf blauem Grund scharf erscheint, so sind die Umrisse des andern verwischt. Man muss den Schirm von der Linse entfernen, damit der Pfeil auf rothem Grunde scharf wird.

Fig. 681.

Bei Convexlinsen von Crownglas beträgt die Entfernung des Brennpunktes der rothen und des Brennpunktes der violetten Strahlen ungefähr $\frac{1}{40}$, bei Flintglaslinsen beträgt diese Entfernung ungefähr $\frac{1}{20}$ der Brennweite; in Fig. 680 ist also die Wirkung der Farbenzerstreuung der Deutlichkeit halber sehr übertrieben.

Der eben besprochene Umstand beeinträchtigt aber die Reinheit und Schärfe der Linsenbilder bedeutend, und deshalb ist die Construction achromatischer Linsen für die praktische Optik eine Aufgabe von der höchsten Wichtigkeit.

Das Nichtzusammenfallen der Brennpunkte einer Linse für verschiedenfarbige Strahlen wird als **chromatische Aberration** bezeichnet. Als **achromatische Linsen** bezeichnet man ein Linsensystem, für welches die sphärische Aberration durch die Combination einer Sammellinse mit einer Hohllinse von anderer Substanz aufgehoben ist.

Als Erfinder der achromatischen Linsen wird gewöhnlich **Dollond** bezeichnet; aber **Hell** hat solche schon im Jahre 1733 construirt, ohne jedoch seine Erfindung bekannt zu machen.

Achromatische Linsen werden in der Regel durch Combination einer **Convexlinse von Crownglas** mit einer **Zerstreuungslinse von Flintglas** hergestellt, Fig. 682, deren letztere eine Zerstreuungsweite hat, welche nahe doppelt so gross ist als die Brennweite der ersteren.

Wie durch eine solche Linsencombination die Farbenzerstreuung aufgehoben werden kann, lässt sich auf folgende Weise anschaulich machen.

Fig. 682.

Fig. 683.

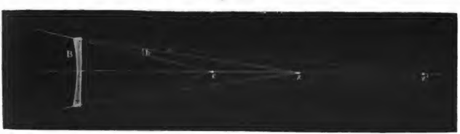
Es sei A, Fig. 683, eine Sammellinse von **Crownglas**, von der wir annehmen wollen, ihre Wölbung sei gering genug, um die sphärische Aberration derselben als verschwindend betrachten zu können. F sei der

Digitized by Google

Brennpunkt der rothen und F' sei der Brennpunkt der violetten Strahlen. Ein weisser Strahl, welcher parallel mit der Linsenaxe in a den Rand der Linse trifft, wird also so gespalten, dass die in ihm enthaltenen rothen Strahlen nach aF, die violetten aber nach aF' gebrochen werden. Der rothe Strahl erleidet also eine Ablenkung b, der violette erleidet eine Ablenkung $b + \beta$, und zwar so, dass der violette Strahl der Axe um den Winkel β stärker gegen die Axe gebrochen wird als der rothe.

Es sei ferner B, Fig. 684, eine Hohllinse von Flintglas, deren Zerstreuungsweite doppelt so gross ist als die Brennweite von A. Nehmen

Fig. 684.



wir nun an, es gäbe eine Flintglassorte, welche für rothe Strahlen den gleichen Brechungsexponenten hat, wie Crownglas, deren Zerstreuungsvermögen aber gerade doppelt so gross ist, so würde eine Hohllinse dieses Glases, welche gleichen Durchmesser mit der Sammellinse Fig. 683 hat, deren Zerstreuungsweite aber doppelt so gross ist als die Brennweite jener Linse, die rothen Strahlen am Rande um den Winkel $\frac{1}{2} b$, die violetten aber um den Winkel $\frac{1}{2} b + \beta$ ablenken, und zwar werden die violetten Strahlen am Rande der Linse B um den Winkel β mehr von der Linsenaxe entfernt als die rothen.

Denken wir uns nun die Linse B in der Weise an die Linse A angesetzt, wie es Fig. 682 zeigt, so wird die Convergenz der die Sammellinse A verlassenden Strahlen durch die Hohllinse B vermindert.

Die am Rande der Linse A parallel mit der Axe auffallenden rothen Strahlen erleiden durch diese erste Linse eine Ablenkung b gegen die Linsenaxe hin; durch die Linse B werden sie um den Winkel $\frac{1}{2} b$ von ihr weggelenkt. Die Totalablenkung, welche die rothen Randstrahlen durch die Linsencombination erleiden, ist also

$$b - \frac{1}{2} b = \frac{1}{2} b.$$

Die violetten Randstrahlen werden durch die Linse A gegen die Axe hin um den Winkel $b + \beta$, durch die Linse B von der Axe weg um den Winkel $\frac{1}{2} b + \beta$ abgelenkt; die Totalablenkung der violetten Randstrahlen durch die Combination der beiden Linsen ist also

$$b + \beta - (\frac{1}{2} b + \beta) = \frac{1}{2} b,$$

also gerade eben so gross wie die der rothen. Die rothen und vio-

letten Strahlen werden also am Rande der Linsencombination gleich stark abgelenkt, sie werden also in demselben Punkte die Axe schneiden oder, mit anderen Worten, der Brennpunkt der rothen Randstrahlen fällt mit dem der violetten zusammen.

Was aber für den Rand der Linsencombination gilt, gilt auch für die ganze Linse, da wir ja angenommen haben, dass die Krümmung der Linse *A* gering genug sei, um die sphärische Aberration als verschwindend betrachten zu können. Die Linsencombination ist also eine achromatische, da ihre Brennweite für die verschiedenfarbigen Strahlen dieselbe ist.

Wir haben bei unserer Deduction angenommen, dass bei gleicher Brechbarkeit der rothen Strahlen die Farbenzerstreuung des Flintglases genau doppelt so gross sei als die des Crownglases. Dies ist nun in der That nicht genau der Fall, weshalb denn auch für eine achromatische Linsencombination das Verhältniss der Brennweite der Sammellinse und der Zerstreuungsweite der Hohllinse etwas von dem oben angeführten verschieden sein muss. Wollte man z. B. aus dem Crownglase Nr. 9 (Tabelle auf Seite 598) und dem Flintglase Nr. 13 eine achromatische Linsencombination herstellen, so müsste die Zerstreuungsweite der Flintglas-Hohllinse 1,76mal so gross sein als die Brennweite der Crownglas-Sammellinse.

Eine eingehendere Behandlung dieses wichtigen Gegenstandes findet man in meinem „Supplementband zum Grundriss der Physik" zweite Auflage Seite 177. Wir wollen hier nur noch auf einen Punkt aufmerksam machen.

Wenn die Spectra verschiedener Glassorten einander vollkommen proportional wären, so müsste eine Linsencombination, für welche der Brennpunkt der rothen Strahlen mit dem der violetten zusammenfällt, vollkommen achromatisch sein, d. h. derselbe Punkt wäre dann auch der Brennpunkt der gelben, grünen und blauen Strahlen. Nun aber haben wir in §. 240 gesehen, dass eine solche Proportionalität der Spectren verschiedener Substanzen nicht stattfindet, und deshalb ist auch ein vollkommener Achromatismus nicht möglich.

Hätte man z. B. eine Linsencombination hergestellt, welche so berechnet ist, dass der Brennpunkt für die Stellen des Spectrums zusammenfällt, welche den Fraunhofer'schen Linien *B* und *H* entsprechen, so würde der Brennpunkt für die Strahlen von *D* bis *F* der Linse etwas näher liegen. Berechnet man aber die Linsen so, dass die Brennpunkte für *C* und *F* vollkommen zusammenfallen, so werden alsdann die Brennpunkte für die Strahlen zwischen *G* und *H* merklich weiter von der Linse abstehen. Ein solches Linsensystem kann nun in der That optisch ein sehr gutes Bild geben, weil es für die leuchtendsten Strahlen des Spectrums, für die Strahlen von *C* bis *F* ziemlich vollständig achromatisirt ist und die Strahlen, deren Brennpunkt weiter von der Linse wegliegt, also die indigofarbenen und violetten, wegen ihrer geringen Leuchtkraft die Deutlichkeit des Bildes nicht merklich stören.

Digitized by Google

Wenn man aber ein Linsensystem der letzten Art in einer Camera obscura zur Herstellung photographischer Bilder anwenden will, so wird man kein scharfes Bild erhalten, wenn man optisch scharf eingestellt hat, weil ja der Brennpunkt der indigofarbigen und violetten Strahlen, welche die stärkste chemische Wirkung hervorbringen, merklich weiter von der Linse absteht als der Brennpunkt der leuchtendsten Strahlen, welche bei der optischen Einstellung maassgebend sind. Mit einem solchen Linsensystem, dessen optischer Focus nicht mit seinem chemischen Focus zusammenfällt, kann man nur dadurch scharfe photographische Bilder erhalten, dass man nach der optischen Einstellung den Schirm etwas weiter von der Linse entfernt.

Um ein möglichst vollständiges Zusammenfallen des optischen und des chemischen Bildes zu erhalten, ist es am zweckmässigsten, das Linsensystem so zu berechnen, dass die Brennpunkte für D und H genau zusammenfallen.

Digitized by Google

Fünftes Capitel.

Die natürlichen Farben der Körper.

---

243 **Die Farben durchsichtiger Körper.** Die Farben, welche die verschiedenen Körper der Natur zeigen, mögen nun dieselben durchgehendes oder zurückgeworfenes (zerstreutes) Licht ins Auge senden, sind niemals reine prismatische Farben, sondern sie sind stets mehr oder weniger aus verschiedenen einfachen Spectralfarben zusammengesetzt. Um dies nachzuweisen, hat man nur die fraglichen Farben mit Hülfe des Prismas zu zerlegen, was sich am einfachsten für die Farben durchsichtiger Körper ausführen lässt.

Man stelle zu diesem Zweck das Spectrum in der Weise dar, wie es in §. 236 beschrieben und durch Fig. 671 erläutert worden ist, und bringe alsdann dicht hinter den Spalt, durch welchen die Sonnenstrahlen in das dunkle Zimmer eintreten, den zu prüfenden durchsichtigen Körper, also etwa eine farbige Glasplatte oder eine zwischen parallele farblose Glasplatten eingeschlossene farbige Flüssigkeit, so wird alsbald ein Theil des vorher vollständigen Spectrums verschwinden und nur noch ein mehr oder weniger ausgedehnter Theil desselben sichtbar bleiben.

Fig. 685.

Bringt man z. B. dicht hinter den Spalt die schön blaue Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak, so dass also nicht weisses, sondern blaues Licht auf das Prisma fällt, so verschwindet die weniger brechbare Hälfte des Spectrums, und es bleibt nur noch Blau, Indigo und Violet, wie dies Nr. 2 auf Tab. IV. zeigt.

Um mit verschiedenen farbigen Flüssigkeiten diesen Versuch wiederholen zu können, giesst man sie in Gefässe, wie ein solches Fig. 685 dargestellt ist. Die Bodenfläche und die beiden schmalen Seitenflächen sind von Messingblech, die beiden breiten Sei-

Google

tenflächen sind durch aufgekittete Glasplatten gebildet. Um mit wässerigen Flüssigkeiten zu experimentiren, müssen die Glasplatten mit Schellack, um mit alkoholischen oder ätherischen Lösungen zu experimentiren, müssen sie mit Hausenblase aufgekittet sein. — Diese Gefässe werden dann auf einem entsprechenden Stativ vor den Spalt gestellt.

Vertauscht man die Lösung des schwefelsauren Kupferoxydammoniaks mit einer Lösung von Berlinerblau in Oxalsäure, so bleibt von dem ganzen Spectrum nur noch der in Nr. 3 dargestellte Theil übrig, die Lösung des Berlinerblaus absorbirt also auch noch das violette Ende des Spectrums.

Der Spectralstreifen Nr. 4 stellt die Absorptionserscheinung dar, welche eine Lösung von schwefelsaurem Indigo hervorbringt; hier bleibt ausser dem Blau des ursprünglichen Spectrums auch noch ein Theil des Roth übrig; dieser hellrothe Streifen ist aber von dem Blau durch einen vollkommen dunklen Zwischenraum getrennt; die Indigolösung absorbirt also das äusserste Roth, und ferner Orange, Gelb, etwas Grün und einen Theil des Indigo und Violet.

Daraus ergiebt sich nun auch, dass die Farbe der Indigosolution keineswegs mit der Farbe derjenigen Stelle im Spectrum identisch ist, welche man als „Indigo“ bezeichnet, und welche man richtiger wohl nur „dunkelblau“ nennen könnte.

Aehnliche Erscheinungen wie die Indigolösung zeigen auch eine Lösung von Chromalaun, von oxalsaurem Chromoxydkali (das sogenannte Brewster'sche Salz, weil Brewster seine optischen Eigenschaften zuerst untersucht hat). Dieses Spectrum ist namentlich durch den Umstand interessant, dass es eine feine schwarze Linie in dem noch übrig bleibenden Theil des Roth zeigt.

Die Spectra Nr. 2 bis 4 entsprechen natürlich bei gegebener Dicke der Schicht einem bestimmten Concentrationsgrade der Flüssigkeit. Wird die Concentration vermindert, wird also die Farbe der Lösung weniger intensiv, so nehmen die absorbirten Partien des Spectrums an Ausdehnung ab und zeigen endlich nur noch einen mehr oder minder dunklen Schatten.

Der Streifen Nr. 5 stellt das eigenthümliche Spectrum des durch Kobalt blau gefärbten Glases dar.

Aehnliche Farbenerscheinungen wie das Kobaltglas zeigt auch eine Lösung von Chlorkobalt in absolutem Alkohol.

Die Streifen Nr. 6 und Nr. 7 auf Tab. IV. stellen die Absorptionserscheinungen dar, wie sie von zwei grünen Flüssigkeiten hervorgebracht werden, nämlich von einer Lösung von Chlorkupfer und von einer ätherischen Lösung des Blattgrüns (Chlorophyll). Eine Lösung von Chlorkupfer lässt also nur grüne und einen Theil der blauen Strahlen durch. Das Chlorophyll, welches auch noch gelbe und rothe Strahlen durchlässt, zeigt ganz eigenthümliche Absorptionsstreifen, namentlich in Roth.

Die Farbe des durch Kupferoxydul grün gefärbten Glases ist der einer Chlorkupferlösung ähnlich.

Digitized by Google

In Nr. 8 ist die Absorptionserscheinung dargestellt, wie sie durch rothes, mittelst Kupferoxyd gefärbtes Glas oder durch Wasser, welches mit Cochenille roth gefärbt ist, hervorgebracht wird. Es ist hier das ganze Spectrum bis auf die rothen Strahlen absorbirt. Nr. 9 entspricht einer Lösung von doppelt chromsaurem Kali.

In Ermangelung eines verfinsterten Zimmers, in welches man durch einen Spalt mittelst eines Spiegels ein Bündel Sonnenstrahlen einfallen lässt, kann man die von durchsichtigen farbigen Körpern hervorgebrachten Absorptionserscheinungen auch in folgender Weise beobachten. Man stelle dicht vor die Lichtquelle, etwa vor eine Lampenflamme, einen 1 bis 2 Millimeter breiten Spalt und betrachte denselben durch ein in einem Abstande von 1 bis 2 Fuss aufgestelltes Prisma, so wird man das Bild des Spaltes als ein vollständiges Spectrum erblicken. Bringt man nun ein farbiges Glas oder eine farbige Flüssigkeit dicht vor den Spalt oder auch zwischen das Auge und das Prisma, so wird alsbald eine entsprechende Partie des Spectrums ausgelöscht werden.

Kein einziger der bis jetzt untersuchten durchsichtigen farbigen Körper liefert homogenes Licht. Unter allen den oben besprochenen Körpern scheint wohl die Farbe des rothen Glases (Nr. 8) zuerst homogen genannt werden zu können. Allein auch dieses Glas liefert kein homogenes Roth, selbst wenn es intensiv genug ist, um auch alle orangefarbenen Strahlen zu absorbiren, denn es liefert Roth von sehr verschiedener Brechbarkeit. Hätte das Glas nur homogenes Roth durchgelassen, so würde sich das ganze Spectrum auf ein schmales scharf begränztes Bild des Spaltes reducirt haben.

Das Absorptionsspectrum einer sehr schön violetten, ziemlich verdünnten Lösung von übermangansaurem Kali ist in Nr. 1 der Tab. V dargestellt. Ueber das gesammte Grün und die angränzenden Partien ist ein Schatten ausgebreitet, in welchem noch fünf dunklere Balken auftreten.

Eine sehr merkwürdige Absorptionserscheinung bietet das salpetersaure Didymoxyd, dessen Lösung eine fast farblose, kaum merklich rosenrothe Flüssigkeit ist. Wird eine solche Lösung vor den Spalt gebracht, so erscheinen im Spectrum dunkle Absorptionsbalken, wie sie auf Tab. V bei Nr. 2 dargestellt sind. Der starke dunkle Balken steht dicht neben der D-Linie. Für concentrirtere Lösungen breitet sich dieser Streifen noch über D hinaus aus, während noch weitere in Blau erscheinen.

Aehnliche Absorptionserscheinungen bieten die Lösungen von Erbiumsalzen.

244 **Die Farben undurchsichtiger Körper.** Die undurchsichtigen, nicht spiegelnden Körper sind uns eben dadurch sichtbar, dass sie das auf sie fallende Licht nach allen Seiten hin unregelmässig zerstreuen, oder wie man es auch ausdrückt, diffundiren. Die Diffusion des Lichts an

Digitized by Google

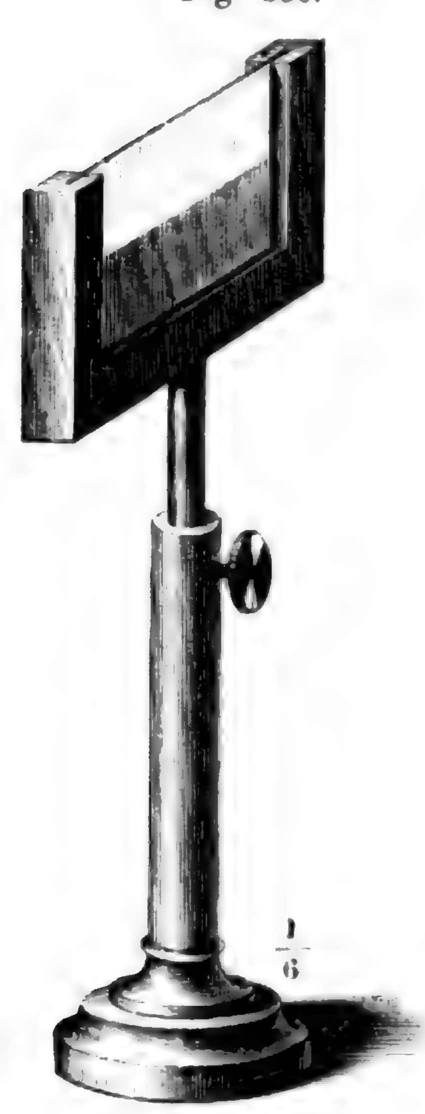
der Oberfläche undurchsichtiger Körper ist also die Ursache ihrer Sichtbarkeit.

Wenn ein Körper, dem weissen Lichte ausgesetzt, alle in demselben enthaltenen Strahlenarten gleich gut zerstreut, so erscheint er weiss; er erscheint aber farbig, wenn er gewisse Strahlen vorzugsweise diffundirt, andere dagegen ganz oder theilweise absorbirt.

Die Farben undurchsichtiger Körper sind eben so wenig homogen, wie es die Farben durchsichtiger Körper sind; sie sind stets aus Strahlen von mehr oder weniger verschiedener Brechbarkeit zusammengesetzt, wie sich leicht nachweisen lässt, wenn man sie der Spectralanalyse unterwirft.

Um die Farbe eines undurchsichtigen Körpers, z. B. eines Papiers, mit Hülfe des Prismas zu analysiren, mache man aus demselben einen schmalen, ungefähr 1 Linie breiten Streifen, befestige denselben auf einem möglichst dunklen Grunde und betrachte ihn durch ein Prisma, dessen brechende Kante der Längsrichtung des Streifens parallel ist. Klebt man z. B. einen Streifen weisses Papier auf einen dunklen Grund, so erscheint er, aus gehöriger Entfernung durch ein Prisma betrachtet, als ein vollständiges Spectrum. Klebt man nun in die Verlängerung des weissen Streifens einen Streifen hochrothen Papiers (ein Roth, welches dem des Siegellacks ähnlich ist), so erscheint er, durch das Prisma betrachtet, nicht als ein vollständiges Spectrum, sondern nur als ein rothes Farbenbild, und man erkennt auf diese Weise, dass das Roth des Papiers die verschiedenen rothen Strahlen von der äussersten Gränze des Spectrums bis zur Gränze des Orange, vielleicht auch noch einige orangefarbenen Strahlen enthält; dagegen fehlen die gelben, grünen, blauen und violetten Strahlen vollständig.

Fig. 686.



Die Zusammensetzung des Lichtes gefärbter Papiere lässt sich noch weit anschaulicher auf folgende Weise untersuchen: Man erzeuge in einem dunklen Zimmer auf die bekannte Weise ein Spectrum, welches die hauptsächlichsten der Fraunhofer'schen Linien zeigt, und bringe dann an die Stelle des gewöhnlichen weissen Schirmes einen solchen, dessen obere Hälfte mit weissem, dessen untere Hälfte mit dem gefärbten Papiere überzogen ist.

Fig. 686 stellt einen zu diesem Versuche brauchbaren Apparat dar. Der Schirm selbst besteht aus einem Pappendeckel von 8 bis 10 Zoll Länge und 4 bis 5 Zoll Höhe. Die obere Hälfte ist mit weissem, die untere

Digitized by Google

Hälfte mit dem farbigen Papier überzogen. Von solchen Schirmen hat man mehrere, deren jeder auf der unteren Hälfte mit einem andersfarbigen Papiere überzogen ist. Ein solcher Schirm wird nun in ein entsprechendes Stativ geschoben und dann so gestellt, dass die Trennungslinie des weissen und des farbigen Papiers das Spectrum gerade der Länge nach halbirt, so dass die obere Hälfte des Spectrums auf das weisse, die untere Hälfte auf das farbige Papier fällt.

Nr. 10 auf Tab. IV. stellt die Erscheinung dar, wie man sie beobachtet, wenn man das Spectrum auf einen Schirm fallen lässt, dessen untere Hälfte mit hochrothem Papier überzogen ist.

Das rothe Papier, welchem die Absorptionsfigur Nr. 10 entspricht, zerstreut (diffundirt) ungefähr dieselben rothen Strahlen, welche das auf Seite 614 besprochene rothe Glas durchlässt. Betrachtet man also den Schirm, dessen obere Hälfte weiss, dessen untere aber hochroth überzogen ist, während er vom Tageslicht beschienen wird, durch ein solches rothes Glas, so wird man keinen oder doch nur einen geringen Unterschied zwischen der oberen und der unteren Hälfte des Schirmes wahrnehmen; betrachtet man ihn aber durch eine Lösung von Chlorkupfer, welches gar keine rothen Strahlen durchlässt, so erscheint die untere Hälfte des Schirmes vollkommen schwarz, die obere grün.

Ganz ähnliche Erscheinungen beobachtet man auch, wenn man, statt den Schirm durch farbige Gläser zu betrachten, nur farbiges Licht auf ihn fallen lässt. Man lasse ein Bündel Sonnenstrahlen durch eine $1^1/_2$ bis 2 Zoll im Durchmesser haltende Oeffnung ins dunkle Zimmer fallen und fange dieses Strahlenbündel direct mit dem Schirm auf, z. B. mit einem solchen, der halb weiss, halb roth überzogen ist; hält man nun ein rothes Glas vor die Oeffnung, so dass nur rothe Strahlen auf den Schirm fallen, so sind die beiden Hälften des Schirmes kaum mehr zu unterscheiden, hält man aber eine Glasplatte vor die Oeffnung, welche nur grüne Strahlen durchlässt, so erscheint nun die mit dem rothen Papier überzogene Hälfte des Schirmes vollkommen schwarz, die andere grün.

Wendet man statt des grünen Glases ein durch Kobalt blau gefärbtes an, so erscheint die eine Hälfte des Schirmes schön blau, die roth überzogene aber nicht schwarz, sondern dunkelroth, weil das Kobaltglas eine ziemliche Menge rother Strahlen durchlässt, wie der diesem Glase entsprechende Spectralstreifen Nr. 5 Tab. IV. zeigt.

Im Allgemeinen wird ein Körper nur solche Farben zeigen können, welche schon in dem auffallenden Lichte enthalten sind. Damit eine Stange Siegellack roth erscheine, muss Roth in dem Lichte enthalten sein, welches erleuchtet; das schöne Roth des Siegellacks verschwindet vollständig, wenn man ihn unter Ausschluss des Tageslichtes nur dem Licht einer mit Kochsalz bestreuten Weingeistflamme aussetzt, weil diese gelbe Flamme keine rothen Strahlen enthält. Von dieser Regel macht nur eine gewisse Classe von Körpern eine Ausnahme, von welchen in einem der nächsten Paragraphen die Rede sein wird.

Digitized by Google

Absorption des Lichtes durch farbige Gase. Bei Untersuchung des prismatischen Spectrums, welches man erhält, wenn man die einfallenden Strahlen erst durch die rothen Dämpfe der salpetrigen Säure leitet, machte Brewster die merkwürdige Entdeckung, dass die Absorptionserscheinungen hier Eigenthümlichkeiten zeigen, welche bei farbigen Flüssigkeiten sowohl als auch bei farbigen Gläsern und anderen durchsichtigen farbigen Körpern fehlen. Nr. 8 auf Tab. V. stellt das Absorptionsspectrum der salpetrigen Säure dar; das violette Ende erscheint vollständig absorbirt, der übrige Theil aber von einer Reihe dunkler Linien durchschnitten, welche grosse Aehnlichkeit mit den Fraunhofer'schen Linien zeigen, aber breiter und kräftiger sind. 245

Um diese Erscheinung zu zeigen, stelle man auf die bekannte Art ein Spectrum auf einem Papierschirm so dar, dass es wenigstens die stärksten der Fraunhofer'schen Linien zeigt, und bringe dann dicht hinter den Spalt im Laden eine mit salpetriger Säure gefüllte Röhre von ungefähr wenigstens $^3/_4$ Zoll Weite. Reiner erhält man die dunklen Linien mit Hülfe des Apparates Fig. 687. Er ist aus einer Glaskugel gebildet, wie solche innen mattgeschliffenen gegenwärtig allgemein für Lampen gebraucht werden. Die beiden einander gegenüberliegenden Oeffnungen sind durch Platten von Spiegelglas verschlossen, welche durch zwei Metallplatten mittelst dreier Schrauben angedrückt werden. In diese Kugel kann man leicht durch eine seitliche Oeffnung die Dämpfe einleiten, oder man kann durch dieselbe einige Stücken Kupfer hineinwerfen und etwas rauchende Salpetersäure daraufgiessen.

Fig. 687.

Durch Erwärmen wird die Farbe des Salpetergases intensiver roth, wobei die Stärke sowohl als auch die Anzahl der dunklen Linien zunimmt, so dass die vollständige Absorption mehr und mehr gegen das rothe Ende hin fortschreitet; ja Brewster ist es gelungen, durch fortgesetztes Erhitzen das Gas, ohne dass eine Zersetzung eintritt, vollständig schwarz zu machen, so dass kein Sonnenstrahl durchzudringen vermochte, wobei freilich häufig die Röhren zerspringen (Poggendorff's Annal. Bd. XXXVIII, Seite 50).

Auch andere farbige Gase zeigen Absorptionserscheinungen, welche denen der salpetrigen Säure ähnlich sind, namentlich Joddampf, Bromdampf, der Dampf von Manganhyperchlorid, Unterchlorsäure u. s. w.

Nr. 9 auf Tab. V. stellt das Absorptionsspectrum des violetten Joddampfes dar. Das Grün nebst einem Theil des Blau erscheint bis auf zwei etwas hellere Partien mit einem dunklen Schatten bedeckt, in welchem ungefähr in gleichem Abstande von einander eine Reihe noch

Digitized by Google

dunklerer Linien auftreten. Solche Linien erscheinen auch noch im Gelb und Orange und hier gerade besonders scharf. Der Kleinheit des Maassstabes wegen konnten in unserer Figur die richtigen Dimensionen für die Abstände dieser dunklen Linien nicht eingehalten werden. Der Abstand einer dunklen Linie von der nächsten ist ungefähr halb so gross als in unserer Figur.

Nicht alle farbigen Gase und Dämpfe zeigen, wie Miller gefunden hat, solche Absorptionsstreifen; sie fehlen z. B. im Chlor, im rothen Dampf von Chromoxychlorid, im purpurnen der Uebermangansäure und im prachtvoll karmoisinrothen des Indigo.

Bei farblosen Gasen und Dämpfen hat man bis jetzt noch keine Absorptionsstreifen der in diesem Paragraphen besprochenen Art beobachtet.

246 **Farbige Flammen.** Glühende Metalldrähte geben ein continuirliches Spectrum ohne helle und ohne dunkle Streifen. Dem Spectrum eines rothglühenden Platindrahtes fehlt Blau und Violett; je mehr aber die Temperatur des Drahtes steigt, desto mehr dehnt sich das Spectrum gegen das violette Ende hin aus. Ein weissglühender Platindraht giebt ein vollständiges ununterbrochenes Spectrum.

Ebenso giebt die Flamme einer Argand'schen Lampe ein vollständiges ununterbrochenes Spectrum, in welchem man manchmal einen hellern Streif im Gelb unterscheidet, welcher von Kochsalztheilchen herrührt, die in der Flamme glühen. Ueberhaupt erhält ja die Flamme einer Oellampe sowohl, wie die einer Gaslampe, ihre Leuchtkraft durch die in der Flamme glühenden Kohlentheilchen.

Schwach leuchtende Flammen, wie die des reinen Weingeistes, kann man dadurch hellleuchtend machen und färben, dass man gewisse Substanzen in feinster Vertheilung in denselben zum Glühen bringt. So wird die Weingeistflamme intensiv gelb gefärbt, wenn man etwas Kochsalz auf den Docht streut. Durch Chlorstrontium wird die Weingeistflamme roth, durch Chlorkupfer wird sie grün gefärbt.

Dasselbe gilt von der für sich

Fig. 688.

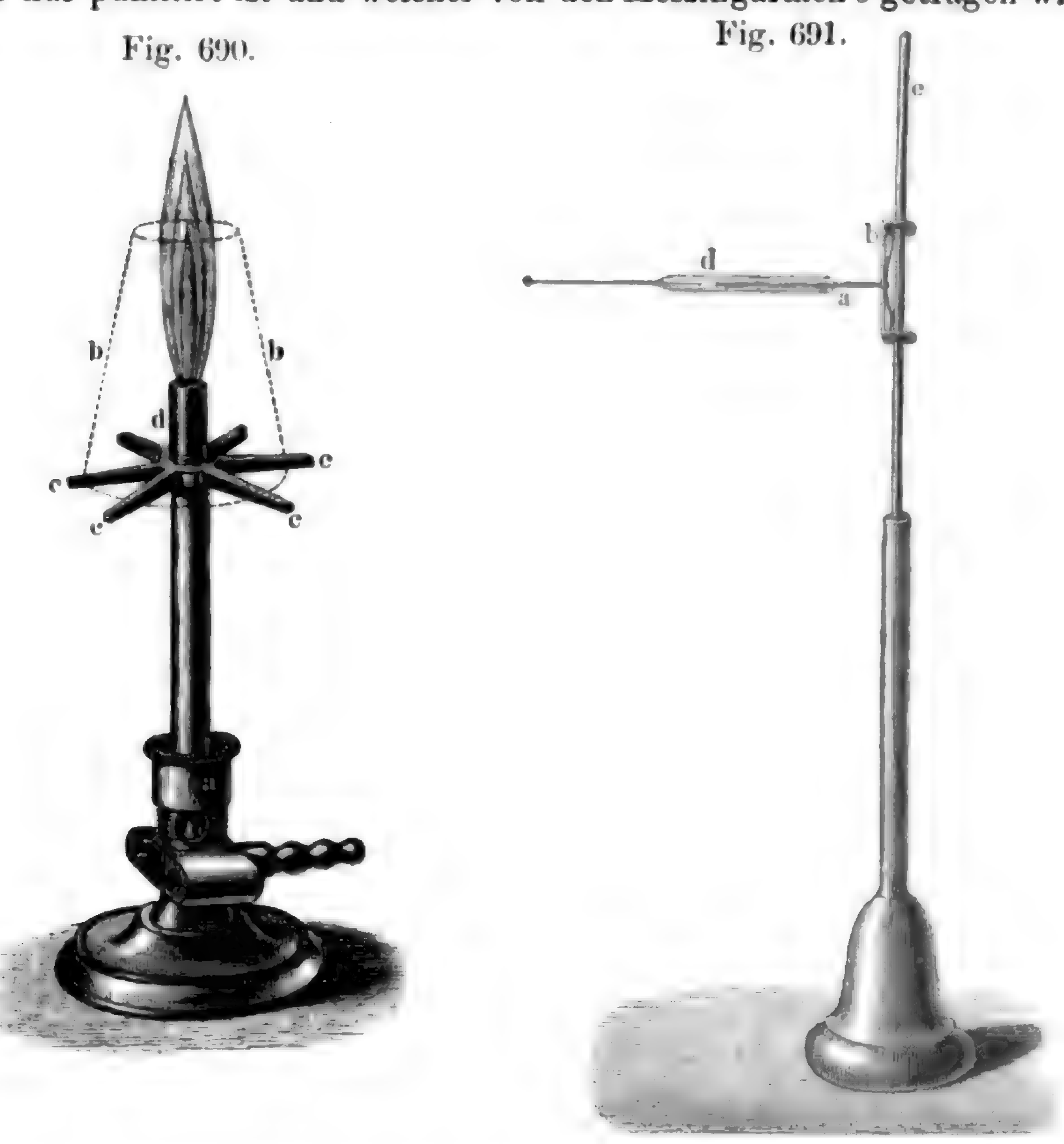
Fig. 689.

Digitized by Google

äusserst schwach leuchtenden Flamme des Bunsen'schen Gaskochlämpchens.

Fig. 688 stellt die Bunsen'sche Gaskochlampe dar. In das Messingrohr *a* strömt das Leuchtgas unten durch eine feine dreispaltige Oeffnung ein, welche in der, den entsprechenden Theil des Apparates ohne das Rohr *a* in natürlicher Grösse darstellenden Figur 689 deutlich zu sehen ist. Innerhalb des Rohres *a* mischt sich das Leuchtgas mit der durch die Seitenöffnungen *s* eintretenden atmosphärischen Luft, so dass es, am oberen Ende des Rohres *a* angezündet, schwach leuchtend und ohne zu russen verbrennt. Fig. 690 stellt ein etwas anders gestaltetes Gaskochlämpchen dar. Um die Hitze der Flamme zu steigern, umgiebt man sie mit einem kurzen konischen Schornstein *b*, welcher in unserer Figur nur punktirt ist und welcher von den Messingarmen *c* getragen wird.

Fig. 690. Fig. 691.



Um die Substanzen, welche die farblose Flamme der Kochlampe färben sollen, bequem in dieselbe einführen zu können, schmilzt Bunsen kleine Portionen derselben in das zu einem kleinen Ohr gebogene Ende eines ungefähr 0,15 Millimeter dicken Platindrahtes ein. Das andere Ende des Platindrahtes ist in ein Glasröhrchen *d* eingeschmolzen, mittelst dessen man ihn auf den Draht *a* des Stativs, Fig. 691, aufstecken kann. Der

Digitized by Google

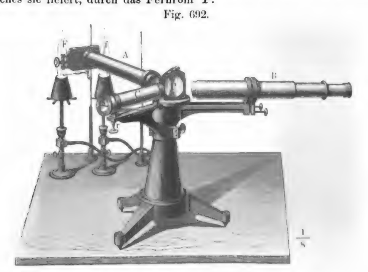
Drahtarm *a* kann mittelst einer federnden Vorrichtung *b* an dem Säulchen *c* auf- und niedergeschoben werden, so dass man das Ohr des Platindrahtes leicht in die heisseste Stelle der Flamme hineinhalten kann. In Figur 692 sieht man, wie das vom Stativ getragene Platindrähtchen in die Flamme der Kochlampe eingeführt ist.

Durch Natronsalze, welche mittelst des eben beschriebenen Platindrähtchens in die Flamme eingeführt werden, wird dieselbe gelb gefärbt. Sie wird roth gefärbt durch Strontiansalze und durch Lithionsalze; Kalisalze geben ihr ein hell violettes, Kalksalze ein blass ziegelrothes, Barytsalze ein apfelgrünes Licht u. s. w.

Wenn man nun das Licht dieser farbigen Flammen mit dem Prisma analysirt, so zeigen sich höchst merkwürdige Erscheinungen, welche in neuerer Zeit eine grosse Bedeutung gewonnen haben.

247 **Apparate zur prismatischen Zerlegung farbiger Flammen.** Um das Licht einer Flamme prismatisch zu analysiren, ist das Babinet'sche Goniometer sowohl wie das Spectrometer von Meyerstein sehr geeignet; wenn die beiden Rohre *L* und *F* nebst dem Prisma in gehöriger Weise aufgestellt sind, bringt man vor den Spalt des Rohres *L* die zu analysirende Flamme und beobachtet alsdann das Spectrum, welches sie liefert, durch das Fernrohr *F*.

Fig. 692.



Wenn es sich nicht um genaue Messung der Brechungsindices, sondern nur um die Beobachtung der in dem Spectrum der Flammen vorkommenden hellen Linien handelt, lässt sich der Apparat sehr vereinfachen. Man bedarf alsdann der getheilten Kreise nicht mehr, man hat also nur die beiden Fernrohre und das Prisma in geeigneter Weise auf einem passenden Stativ zusammenzustellen. Fig 692 stellt einen aufs vollständigste

Digitized by Google

ausgerüsteten Bunsen'schen Spectralapparat dar. Auf einem massiven gusseisernen Stativ ist oben eine Messingplatte befestigt, auf welcher ein Flintglasprisma von 60° aufgesetzt ist. Auf derselben Messingplatte ist ein Metallring befestigt, in welchem das Rohr *A* so steckt, dass es in keinerlei Weise bewegt werden kann. An seinem äusseren Ende trägt dieses Rohr eine Metallplatte mit dem Spalt, durch welchen das zu untersuchende Licht einfällt; das gegen das Prisma *p* gekehrte Ende des Rohres ist durch eine Linse geschlossen, in deren Brennpunkt sich der Spalt befindet.

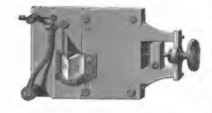
Das durch das Flintglasprisma *p* erzeugte Spectrum wird durch das astronomische Fernrohr *B* beobachtet.

Die Metallschiene, welche das Fernrohr *B* trägt, ist an einem Metallringe befestigt, welcher um den Hals des Stativs drehbar ist, so also, dass man den Winkel, welchen die Axe des Rohres *B* mit der Axe des Rohres *A* macht, nach Belieben ändern und das Rohr *B* so stellen kann, dass jeder beliebige Theil des Spectrums in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint.

Nur der bis jetzt besprochene Theil des Spectralapparates ist nöthig, wenn es sich nur einfach um Beobachtung verschiedener Flammenspectra handelt; nur ist noch zu bemerken, dass das Prisma, zur Abhaltung von fremdem Lichte mit einem geschwärzten Kästchen von Pappendeckel oder mit einem schwarzen Tuch überdeckt werden muss, welches zugleich die dem Prisma zugekehrten Enden der Rohre *A* und *B* einschliesst.

Um verschiedene Spectra unmittelbar mit einander vergleichen zu können, dient die folgende, durch Fig. 693 dargestellte am äusseren Ende des Rohres *A* angebrachte Vorrichtung. *mn* ist der Spalt, durch welchen das Licht in das Rohr *A* einfällt und welcher mittelst einer Mikrometerschraube nach Belieben weiter oder enger gemacht werden kann. Vor der unteren Hälfte dieses Spaltes ist ein gleichseitiges Glasprisma angesetzt, dessen Wirkung durch Fig. 694 (a. f. S.) erläutert wird. Zunächst verhindert das Prisma *cdf*, dass von einer bei *F* aufgestellten Flamme Lichtstrahlen durch die untere Hälfte des Spaltes in das Rohr *A* eintreten können. Wenn dagegen eine Flamme bei *L* aufgestellt ist, so werden die von *L* aus rechtwinklig auf die Fläche *df* fallenden Strahlen ungebrochen in das Prisma eintreten, bei *r* werden sie eine totale Reflexion erfahren, um dann ungebrochen bis *s* aus dem Prisma auszutreten und durch den Spalt in das Rohr *A* zu gelangen. In das Fernrohr *B*, Fig. 692, schauend, sieht man also unmittelbar übereinander zwei Spectra: unten das Spectrum der Flamme *L* (weil das Fernrohr ein umkehrendes ist), oben dagegen das Spectrum der Flamme *F*.

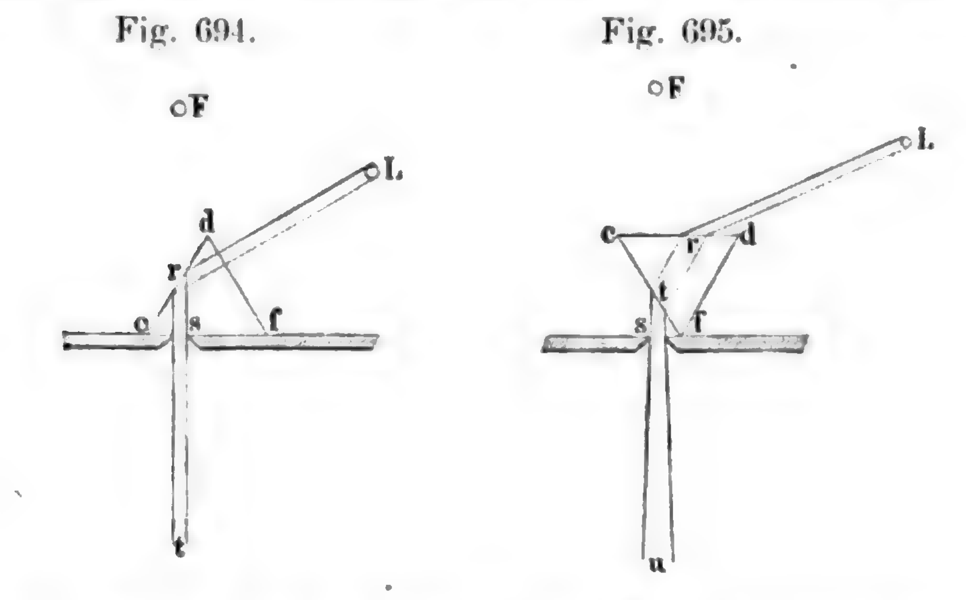
Fig. 693.



Digitized by Google

Bei den Steinheil'schen Apparaten hat das kleine Prisma meist die in Fig. 695 gezeichnete Stellung, bei welcher es denselben Effect, aber

Fig. 694. Fig. 695.



in einer nicht ganz so leicht übersichtlichen Weise hervorbringt. Die von *L* ausgehenden, durch das Prisma auf den Spalt fallenden Strahlen bilden nämlich nicht, wie bei dem in Fig. 694 betrachteten Fall ein Bündel paralleler unzerlegter Strahlen, sondern ein Bündel zerlegter divergirender Strahlen. Da sich jedoch der Spalt *mn* im Brennpunkt der Objectivlinse des Rohres *A* befindet, so werden die vom Spalt aus divergirend auf die Linse fallenden Strahlen durch dieselbe wieder parallel gemacht, so dass sie denselben Effect hervorbringen, als ob noch unzerlegtes Licht auf das Prisma *p*, Fig. 692, gefallen wäre.

Diese Vorrichtung dient auch dazu, das Spectrum irgend einer Flamme direct mit dem Sonnenspectrum zu vergleichen. Wenn man z. B. nach Entfernung der Flamme *F* Sonnenlicht durch die obere Hälfte des Spaltes *mn*, Fig. 693, eintreten lässt, während die Flamme *f*, Fig. 692, eine durch Kochsalz gelb gefärbte ist, so sieht man, dass die im folgenden Paragraphen näher zu besprechende helle gelbe Linie des Natriumspectrums genau mit der dunklen Fraunhofer'schen Linie *D* des Sonnenspectrums zusammenfällt, so dass erstere als die Verlängerung der letzteren erscheint.

In Fig. 692 sieht man noch ein drittes etwas excentrisch stehendes Rohr *C*; es ist an dem dem Prisma *p* zugekehrten Ende gleichfalls mit einer Linse versehen, in deren Brennpunkt am äusseren Ende des Rohres eine Glasplatte angebracht ist, auf welcher sich das ungefähr 15mal verkleinerte negative photographische Bild einer Millimeterscala befindet. Oberhalb und unterhalb dieser Scala ist die Glasplatte mit Stanniol bedeckt.

Diese horizontal gestellte Scala (in unserer Figur erscheint sie als eine horizontale Linie bei *s*), deren Theilstriche weiss auf schwarzem Grunde stehen, wird durch eine Kerzen- oder Lampenflamme erleuchtet, welche in der Richtung der Axe des Rohres *C* aufgestellt ist.

Das Rohr *C* ist nun so gestellt, dass seine Axe mit der vorderen Fläche des Prismas *p* einen eben so grossen Winkel bildet wie die Axe

Digitized by Google

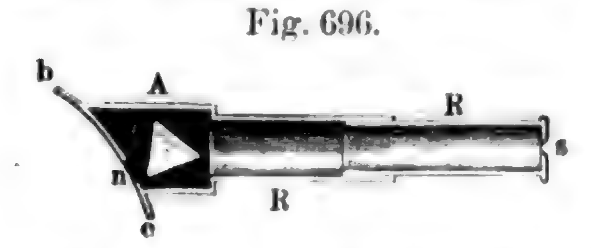
des Fernrohres *B*. In das Fernrohr *B* hineinschauend, erblickt man also bei richtiger Einstellung gleichzeitig das Spiegelbild der Scala *s* und das Spectrum, welches durch das Prisma *p* erzeugt wird.

Mit Hülfe der Stellschraube *r* kann man das äussere Ende des Rohres *C* so weit heben oder senken, dass das Bild der Scala *s* gerade über dem gleichzeitig durch das Fernrohr beobachteten Spectrum steht, dass man also angeben kann, an welchem Theilstrich der Scala diese oder jene Partie des Spectrums erscheint.

Von der Benutzung dieser Scala wird weiter unten noch ausführlicher die Rede sein.

Durch Weglassung der Fernrohre hat Mousson den Spectralapparat sehr vereinfacht und so ein Instrument hergestellt, welches bei geringem Preise in allen Fällen ausreicht, wo es nicht auf feinere Beobachtung der einzelnen Linien ankommt. In Fig. 696 ist der Mousson'sche Spectralapparat schematisch dargestellt. In einem innen geschwärzten Kästchen *A* von Messingblech ist ein Prisma (am besten ein solches von Faraday'schem Glase, welches 60° brechenden Winkel hat) so angebracht, dass es um seine verticale Axe etwas gedreht werden kann. Einerseits ist das Kästchen durch einen geschwärzten Schirm *bc* begränzt, in welchem sich ein verticaler Spalt *n* befindet. Andererseits ist eine innen geschwärzte Röhre *R* angesetzt, welche 3 bis 4 Centimeter weit von 40 bis zu 60 Centimeter Länge ausgezogen werden kann. An ihrem äusseren Ende ist die Röhre mit einer feinen Spalte *s* (deren eine Schneide natürlich verschiebbar sein muss) versehen, welche mit der brechenden Kante des Prismas und der Spalte *n* parallel ist. Die zu untersuchende Flamme wird von der Spalte *s* aufgestellt und das beobachtende Auge vor die Oeffnung *n* gebracht.

Fig. 696.



Die ganze Vorrichtung ist natürlich an einem passenden Stative befestigt.

Flammenspectra. Wenn man die oben besprochenen farbigen Flammen mit irgend einer der im vorigen Paragraphen beschriebenen Vorrichtungen untersucht, so ergiebt sich die merkwürdige Thatsache, dass 248
sie kein zusammenhängendes Spectrum und auch (das Spectrum der Kalisalze etwa ausgenommen) kein grösseres zusammenhängendes Stück eines Spectrums liefern, sondern dass die Spectra dieser Flammen aus mehr oder weniger isolirten hellen Linien bestehen.

Nr. 11 Tab. IV stellt die isolirte gelbe Linie das Spectrum der durch Kochsalz gefärbten Leuchtgasflamme dar. Es zeigt dasselbe einen ausserordentlich hellen, schmalen, scharf begränzten gelben Streifen, also

Digitized by Google

gewissermaassen ein scharf begränztes gelbes Bild des Spaltes. Alle übrigen Farben des Spectrums sind vollständig verschwunden.

Die durch Kochsalz gefärbte Flamme hat also eine homogen gelbe Farbe; sie enthält nicht etwa alle gelben Strahlen des vollständigen Spectrums, sondern nur Gelb von einer ganz bestimmten Brechbarkeit. Dieser Umstand verleiht dieser Flamme für manche optische Untersuchungen eine grosse Wichtigkeit, denn sie ist, das prismatische Farbenspectrum abgerechnet, nebst der rothen Lithiumflamme und der grünen Thalliumflamme, die einzige Quelle homogenen Lichtes, welche bis jetzt bekannt ist.

Die erste genauere Untersuchung über die Spectra verschiedener Flammen hat Miller angestellt (Pogg. Annal. Bd. LXIX, S. 404), nach seinen Abbildungen aber scheint es, dass er nicht mit chemisch reinen Substanzen experimentirt hat, denn er verzeichnet für jede der von ihm beobachteten farbigen Flammen mehr helle Linien, als Kirchhoff und Bunsen (Pogg. Annal. Bd. CX, S. 161), später mit chemisch reinen Präparaten arbeitend, für die gleichnamigen Substanzen gefunden haben. Ein wesentlicher Grund der Unreinheit der Miller'schen Spectra liegt darin, dass er mit der Weingeistflamme und nicht mit der Gasflamme experimentirte. Auf Tab. IV. und V. sind die Flammenspectra mehrerer Substanzen dargestellt.

Nr. 3 der Tab. V. stellt das Spectrum einer durch ein Kalisalz, etwa durch Salpeter, gefärbten Flamme dar. Der mittlere Theil des Spectrums erscheint hier ziemlich zusammenhängend; ein isolirter heller Streifen erscheint aber im äussersten Roth und ein zweiter an der Gränze von Indigo und Violett.

Das Spectrum der durch ein Lithiumsalz (roth) gefärbten Flamme besteht aus zwei isolirten hellen Streifen, von denen der eine sehr helle im Roth, der andere sehr schwach und meist kaum wahrnehmbar im Orange liegt. Die Lage der rothen Lithiumlinie ist in Nr. 11 der Tab. IV. angegeben, wo derselbe mit der gelben Natriumlinie, der grünen Thalliumlinie und der blauen Indiumlinie zusammengestellt ist.

Das Strontianspectrum, Nr. 12 Tab. IV., ist besonders durch einen etwas breiteren sehr hellen Streif im Orange ausgezeichnet; ausserdem zeigt es noch eine scharfe helle Linie in Blau und mehrere breitere zum Theil lichtschwächere in Roth.

Das Spectrum des Chlorcalciums, Nr. 5 Tab. IV., zeigt ausser mehreren lichtschwächeren zwei sehr helle und ziemlich breite Streifen, von denen der eine im Grün, der andere im Orange liegt.

Das Chlorbarium, Nr. 4 Tab. V., endlich ist besonders durch eine Reihe hellerer Streifen im Grün ausgezeichnet.

Wenn die eben genannten Substanzen nicht auf das Sorgfältigste gereinigt sind, so zeigen die durch sie gefärbten Flammen ausser den ihnen eigenthümlichen hellen Linien fast immer noch die gelbe Chlornatrium-

Digitized by Google

linie, weil die allergeringste Menge von Chlornatrium schon hinreicht, die Linie mit grosser Intensität hervortreten zu machen.

Bunsen und Kirchhoff zeigten zunächst, dass die Temperatur der Flamme, in welcher eine und dieselbe Metallverbindung glüht, auf die Lage der hellen Linien keinen Einfluss hat. Man erhält z. B. dasselbe Spectrum, mag nun Chlorstrontium in der Gasflamme der Bunsen'schen Kochlampe oder in der Knallgasflamme glühen. Nur die Intensität der hellen Linie wächst mit der Temperatur der Flammen, und so kann es kommen, dass bei höherer Temperatur helle Linien sichtbar werden, die man bei niederer Temperatur kaum oder gar nicht wahrnehmen konnte.

Ferner haben die genannten Gelehrten nachgewiesen, dass verschiedene Verbindungen desselben Metalls stets dasselbe Spectrum geben mit dem Unterschied, dass unter sonst gleichen Umständen das Spectrum derjenigen Verbindung am intensivsten ist, welche leichter verflüchtigt werden kann.

So geben z. B. Aetznatron, Jod- und Bromnatrium, die schwefelsauren und kohlensauren Natronsalze dieselbe Spectralreaction wie Chlornatrium.

Es ist demnach unzweifelhaft, dass gewisse helle Linien im Spectrum ein sicheres Kennzeichen der Anwesenheit des entsprechenden Metalls sind. Sie können als Reactionsmittel dienen, durch welche man diese Stoffe schärfer, schneller und in geringeren Mengen nachweisen kann, als durch chemische Hülfsmittel.

In der That können also die Spectralbeobachtungen der Flammen zur Ausführung chemischer Analysen benutzt werden, und es ist Bunsen gelungen, mit Hülfe derselben zwei neue Alkalimetalle zu entdecken, welche er Cäsium und Rubidium genannt hat; das Spectrum des Cäsiums, Nr. 6 Tab. II., ist vorzugsweise durch zwei nahe zusammenstehende blaue Linien in der Nähe der blauen Strontiumlinie ausgezeichnet; dann finden sich in demselben noch zwei Linien im Orange, einige schwächere im Grün u. s. w. Im Spectrum des Rubidiums, welches auf unseren Tafeln nicht abgebildet ist, treten zwei rothe Linien auf, welche noch weniger brechbar sind als die rothe Kaliumlinie, zwei Linien im Orange und zwei im Blau, etwas weniger brechbar als die blaue Kaliumlinie.

Als Crookes spectral-analytisch den Schlamm aus Bleikammern untersuchte, in denen man Schwefelsäure aus Schwefelkies gewonnen hatte, beobachtete er eine bis dahin unbekannte prachtvoll grüne Linie (Nr. 11 Tab. IV.), welche zur Entdeckung eines neuen dem Blei ähnlichen Metalles, des Thalliums, führte.

In ähnlicher Weise entdeckten Reich und Richter ein neues silberweisses Metall, das Indium, durch die Beobachtung einer bis dahin unbekannten blauen Spectrallinie, welche sie unter anderen beobachteten, als sie Chlorzink der Spectralanalyse unterwarfen, welches aus Zinkblende dargestellt worden war. Ausser der in Nr. 11 Tab. IV. dargestellten blauen Spectrallinie zeigt das Indium noch eine zweite, noch brechbarere aber weit schwächere.

Digitized by Google

Die verschiedenen hellen Linien in dem Spectrum einer durch eine bestimmte Substanz gefärbten Flamme bezeichnet man ihrer Helligkeit nach mit α, β, γ, δ u. s. w. So wird z. B. mit K, α die rothe und mit K, β die blauviolette Linie im Kaliumspectrum bezeichnet. Im Strontiumspectrum liegt Sr, α im Orange, Sr, β und Sr, γ sind zwei rothe Linien und Sr, δ endlich ist die blaue Strontiumlinie.

Die stärkste Linie im Calciumspectrum, also Ca, α, liegt im Orange, Ca, β liegt im Grün. Die hellste Linie des Bariumspectrums (Ba, α) ist eine grüne Linie.

Borsäure (auch Borax) giebt den Flammen eine grünliche Färbung und liefert im Spectrum einige breite grüne Linien. Manganchlorür giebt, wie Simmler zuerst beobachtete, ebenfalls vier breite grüne Linien, welche denen des Bors ähnlich sind. Ein sehr schönes Spectrum liefert nach Böttger die Flamme des im Kochlämpchen verbrennenden Leuchtgases, wenn es zuvor durch Chloroform gestrichen ist; es finden sich in demselben zwei ganz nahe bei einander stehende dunkelblaue Linien ganz nahe beim violetten Ende des Spectrums, eine breite blaue zwischen F und G und drei breite grüne Linien. Wenn man in die nicht leuchtende Gasflamme ein Stückchen Selen oder Selenquecksilber bringt, so sieht man nach Böttger im Spectralapparat vom Gelb bis zum äussersten Violett eine sehr grosse Anzahl gleich weit von einander abstehender dunkler Linien.

Chlorblei giebt eine grosse Anzahl heller Linien fast in allen Theilen des Spectrums; ein prachtvolles Spectrum aber erhält man, wenn man etwas trocknes Kupferchlorid auf einem Streifen von Kupferblech in den Saum der Flamme einführt.

So lange das Spaltenrohr A, Fig. 692, das Scalenrohr C und das Prisma p in unveränderter gegenseitiger Stellung bleiben, so erscheint jede bestimmte Spectrallinie auch stets an derselben Stelle des Spiegelbildes der Scala bei s. Mit einem kleinen Spectralapparat, dessen Beobachtungsfernrohr nur eine 4malige Vergrösserung hatte, sah ich z. B. bei einer bestimmten Stellung des Prismas, des Spaltenrohres und des Scalenrohres die gelbe Natriumlinie in der Mitte zwischen den Theilstrichen 182 und 183 des Scalenbildes. (Bei den Zahlen der photographirten Scala sind die 0 weggelassen, es ist also geschrieben 16, 17, 18 u. s. w. statt 160, 170, 180 u. s. w., wie man in Fig. 697 sieht.) Bei der gleichen Einstellung erscheint dann Sr, α bei 187,5, Sr, δ bei 128; die rothe Lithiumlinie Li, α bei 202,5 und die rothe Kaliumlinie Ka, α bei 216,5.

Fig. 697.

Digitized by Google

Wenn also bei unveränderter Einstellung des Apparates eine rothe Linie bei 202,5 erscheint, wenn man irgend einen zu untersuchenden Körper in die Flamme bringt, so kann man daraus schliessen, dass er Lithium enthält. Er enthält Kalium, wenn eine rothe Linie bei 216,5, er enthält Strontium, wenn eine orangefarbene Linie bei 187,5 und eine blaue bei 128 erscheint u. s. w.

Die Spectralreaction ist für die vielen Substanzen ungemein empfindlich, indem äusserst geringe Quantitäten, die sich der chemischen Analyse ganz entziehen würden, schon hinreichen, die entsprechenden Spectrallinien sichtbar zu machen. Am empfindlichsten zeigt sich die Spectralreaction für Natrium, indem $\frac{1}{40\,000\,000}$ Gramm Kochsalz der farblosen Flamme eine merkliche gelbe Färbung ertheilt und die Natriumlinie sehr deutlich auftreten macht. Da nun das Kochsalz in der Natur ausserordentlich verbreitet ist, so ist es kaum möglich eine Flamme herzustellen, in welcher die Natriumlinie gänzlich fehlt. Wenn dieselbe in der farblosen Flamme des Bunsen'schen Kochlämpchens nur schwach auftritt, so genügt es durch Zusammenschlagen zweier Bücher oder durch Ausklopfen eines Rockzipfels in der Nähe der Flamme etwas Staub zu erregen, um die Natriumlinie hell aufleuchten zu machen. — In der Flamme einer Talgkerze oder einer Oellampe, welche sonst ein continuirliches Spectrum liefern, tritt meist, wie bereits Fraunhofer beobachtet hat, die Natriumlinie noch als ein heller gelber Streifen auf.

In Beziehung auf Empfindlichkeit der Spectralreaction steht dem Natrium das Lithium am nächsten, indem schon die geringsten Mengen dieses Stoffes der Flamme eine intensiv rothe Färbung geben, welche, wenn nicht durch Kochsalzgehalt die Reinheit gestört wird, fast ganz homogen ist.

Wir haben gesehen, dass die Flamme des Bunsen'schen Kochlämpchens, bei welchem das Leuchtgas erst zur Verbrennung kommt, wenn es genügend mit atmosphärischer Luft gemischt ist, sehr schwach leuchtend ist; dies gilt aber vorzugsweise von dem mittleren und oberen Theile der Flamme; der unterste Theil derselben unmittelbar über der Mündung des Rohres wird häufig durch einen hellen blaugrünen Kegel gebildet, dessen Licht Swan prismatisch untersucht hat (Pogg. Annal. Bd. C). Das Spectrum dieses Flammentheils zeigte sich gleichfalls als aus einzelnen hellen Linien bestehend, welche durch dunkle Zwischenräume getrennt sind. Ausser der unvermeidlichen gelben Natriumlinie enthielt es noch 4 Linien im Gelbgrün, 2 im Blaugrün, 4 im Blau (in der Nähe von F) und eine schlecht begränzte bei G.

Dieselben hellen Linien, welche jedoch im Vergleich zu den oben betrachteten durch Natrium, Lithium, Strontium u. s. w. hervorgebrachten sehr lichtschwach sind, zeigen sich nun auch genau an derselben

Digitized by Google

Stelle, wenn auch in verschiedener Stärke in dem Spectrum der Flammen anderer Kohlenwasserstoff-Verbindungen.

249 **Die Spectra des elektrischen Funkens.** Wollaston beobachtete zuerst, dass das Spectrum des elektrischen Funkens kein Continuum sei, sondern dass es aus einzelnen hellen, durch dunkle Zwischenräume getrennten Linien bestehe; dass aber die Lage dieser hellen Linien von der Natur des Metalls abhänge, von welchem der Funke überspringt, hat zuerst Wheatstone nachgewiesen. Er zeigte z. B., dass der elektromagnetische Funken von Quecksilber abspringend 7 bestimmte helle Linien gebe, nämlich 2 im Orange, 1 glänzend grüne, 2 bläulich grüne und 2 violette, von denen besonders eine sehr ausgezeichnet ist. Er zeigte ferner, dass jedes der Metalle, Zink, Cadmium, Zinn, Wismuth und Blei, ein Spectrum mit eigenthümlichen Linien liefert, und dass man auf diesem Wege leicht die genannten Metalle von einander unterscheiden könne.

Masson untersuchte die Funken, welche bei der Entladung der Leydener Flasche zwischen verschiedenen Metallelektroden überspringen (Annal. de chim. et de phys. III. Sér. T. XXXI und XLV); er fand in den Spectren für jedes Metall ausser denselben hellen Linien, welche schon Wheatstone beobachtet hatte, noch eine Reihe von anderen, welche gemeinschaftlich in den Spectren verschiedener Metalle auftraten. Diese Verschiedenheit wurde durch Angström erklärt, welcher zeigte, dass Masson durch den hohen Hitzegrad seiner Funken zwei Spectra erhalten musste, das eine von dem Metall herrührend, das andere aber von der glühend gemachten Atmosphäre. Macht man die Versuche mit verschiedenen Metallelektroden in dem gleichen Gase, z. B. in atmosphärischer Luft, so bildet das Luftspectrum gleichsam den schwächeren Grund, auf welchem das mit dem Stoff der Elektroden veränderliche intensivere Metallspectrum sich darstellt (Pogg. Annal. Bd. XCIV). Um die verschiedenen Gasspectra zu untersuchen, liess Angström den Entladungsfunken einer Leydener Flasche zwischen Messingkugeln überspringen, welche sich im Inneren einer abwechselnd mit Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff und Kohlensäure gefüllten Glasröhre befanden.

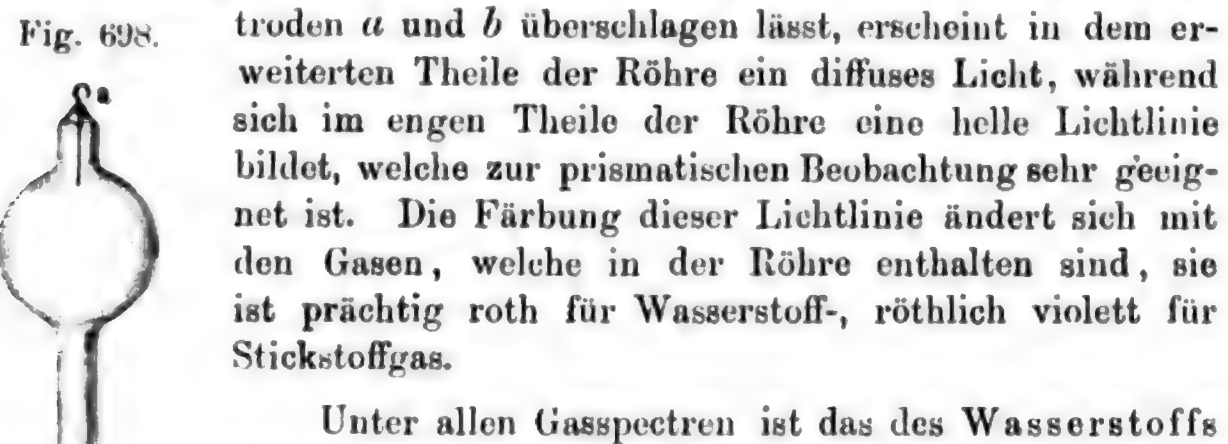
Bei etwas grossem Abstande der Kugeln zeigt sich das Gasspectrum deutlich für denjenigen Theil, welcher in der Mitte zwischen den Elektroden liegt; mehr in der Nähe derselben überwiegt das Metallspectrum.

Plücker (Pogg. Annal. Bd. CVII) wandte eine andere Methode zur Untersuchung der Gasspectra an, welche den Vortheil gewährte, dass ihre Beobachtung nicht durch die Metallspectra gestört wurde. Er liess nämlich den Entladungsfunken des Ruhmkorff'schen Inductionsapparates durch Geissler'sche Röhren schlagen, deren mittlerer Theil, wie Fig. 698 zeigt, durch ein Stück einer Thermometerröhre gebildet ist. Diese Röhren, welche im zweiten Theile dieses Werkes näher besprochen werden, sind mit verschiedenen, aber im Zustand höchster Verdünnung be-

Digitized by Google

findlichen Gasen gefüllt. Sobald man den Funken zwischen den Elektroden a und b überschlagen lässt, erscheint in dem erweiterten Theile der Röhre ein diffuses Licht, während sich im engen Theile der Röhre eine helle Lichtlinie bildet, welche zur prismatischen Beobachtung sehr geeignet ist. Die Färbung dieser Lichtlinie ändert sich mit den Gasen, welche in der Röhre enthalten sind, sie ist prächtig roth für Wasserstoff-, röthlich violett für Stickstoffgas.

Fig. 698.



Unter allen Gasspectren ist das des Wasserstoffs das einfachste, denn es besteht aus nur drei hellen Linien, nämlich einer prachtvoll rothen, fast genau zusammenfallend mit C, und zwei blauen, von denen die eine genau zusammenfällt mit F, die andere beinahe mit G. Das Wasserstoffspectrum ist in Nr. 7 Tab. V. dargestellt.

Im Spectrum des Sauerstoffgases beobachtete Plücker 9 helle Linien, von denen die beiden stärksten im Roth (zwischen C und D) und Indigo (in der Nähe von G) liegen. Diesen stehen an Helligkeit zunächst zwei grünlich blaue Streifen in der Nähe von E.

Das Spectrum des Stickstoffgases ist eines der farbenreichsten und zugleich der ausgedehntesten, indem es sich ungefähr von der Fraunhofer'schen Linie B bis zur Linie H erstreckt. Es unterscheidet sich von den Spectren der übrigen einfachen Gase durch dunkle Linien in dem weniger brechbaren Theile des Spectrums, 17 derselben befinden sich zwischen dem äussersten Roth und dem Gelb. Im Grünen sind 7 dunkle Linien, die aber nicht gleichen Abstand von einander haben. — Vom Grün nach dem violetten Ende des Spectrums hin wird es wieder ein normales, durch helle scharf begränzte auf dunklerem Hintergrunde stehende Streifen gebildetes. Man unterscheidet hier deutlich 11 solcher Streifen.

Das Licht des Stickstoffgases ruft eine starke Fluorescenz hervor, während das Licht des Wasserstoffgases diese Eigenschaft in kaum merklichem Grade besitzt.

Das Spectrum einer Röhre, welche statt andere Gase Quecksilberdämpfe enthielt, bestand aus den schon oben erwähnten hellen Quecksilberlinien, unter denen sich nach Plücker's Beobachtungen besonders drei auszeichnen, eine gelbe, eine grüne und eine violette.

Van der Willigen (Pogg. Annal. Bd. CVI) liess den Funken des Ruhmkorff'schen Apparates zwischen Elektroden von verschiedenen Metallen überspringen, um die entsprechenden Metallspectra zu beobachten. Er experimentirte mit Elektroden von Kupfer, Zink, Eisen, Blei, Zinn,

Digitized by Google

Silber, Platin u. s. w. und machte unter anderen auch die wichtige Beobachtung, dass im Spectrum des zwischen Platinelektroden überspringenden Funkens, welcher ausser den Luftlinien keine weiteren Linien zeigt, sofort die entsprechenden hellen Linien auftreten, wenn man auf den Platinelektroden der Reihe nach Chlornatrium, Chlorbarium, Chlorstrontium, salpetersauren Kalk u. s. w. applicirt, indem man den Draht nur in die Lösungen dieser Salze eintaucht.

Nach dieser Methode hat nun auch Kirchhoff bei seinen Spectraluntersuchungen die elektrischen Funken hervorgebracht; sie wurden durch einen Ruhmkorff'schen Inductionsapparat erzeugt, welcher 3 Decimeter lange Funken zu geben vermag. In den Schliessungsbogen der Inductionsspirale war eine Leydener Flasche in einer Weise eingeschaltet, welche im 2. Bande dieses Werkes näher bezeichnet werden wird. Die Schlagweite betrug nur 3 Millimeter. Die Elektroden bestanden meist aus Drähten von 1 bis 2 Millimeter Durchmesser, oft aber waren es auch Metallstücke von unregelmässiger Form, die an Kupferdrähte angelöthet waren. Bisweilen wurde das zu untersuchende Metall nicht in regulinischem Zustande, sondern in seiner Chlorverbindung angewandt, welche auf die Elektroden aufgetragen wurde.

Die Lage der hellen Linien, welche ein bestimmtes Metall im Spectrum erzeugt, ist dieselbe, mag es nun in der Flamme oder im elektrischen Funken glühen; dessen ungeachtet kann das Ansehen des Spectrums für dasselbe Metall in beiden Fällen sehr verschieden sein, weil bei der hohen Temperatur des Funkens im Spectrum Linien auftreten und eine grosse Intensität erhalten können, welche im Spectrum der Flamme gar nicht sichtbar waren. So giebt z. B. Lithium in Flammen von niedriger Temperatur nur eine rothe Linie; mit steigender Temperatur kommt eine Linie im Orange, bei der noch höheren Temperatur des Knallgasgebläses oder des elektrischen Funkens kommt noch ein helles blaues Band hinzu.

250 **Genauere Untersuchung der Spectrallinien.** Je grösser der brechende Winkel und die zerstreuende Kraft des Prismas ist, durch welches das Spectrum erzeugt wird, und je stärker die Vergrösserung des Fernrohres ist, durch welches man dasselbe beobachtet, desto mehr dunkle scharfe Linien sieht man im Sonnenspectrum, desto mehr erscheinen breitere Streifen in einzelne dunkle Linien aufgelöst. So beobachtete z. B. schon Fraunhofer, dass D aus zwei dicht neben einander stehenden dunklen Linien besteht, während sie in Apparaten von geringerer Leistungsfähigkeit nur einfach erscheinen.

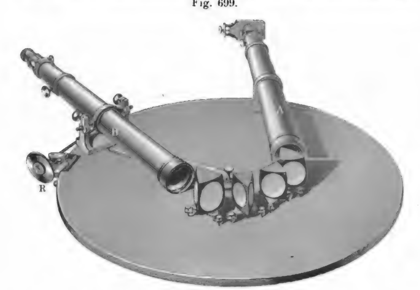
Das Gleiche gilt auch von den hellen Linien im Spectrum farbiger Flammen und elektrischer Funken; breitere Bänder erscheinen in vollkommneren Apparaten in einzelne helle Linien zerlegt. So zeigt sich z. B. bei hinreichender Vergrösserung, dass die gelbe Natriumlinie gleichfalls eine Doppellinie ist.

Digitized by Google

Die vollständigste Entfaltung des Spectrums und die genaueste Darstellung der Spectrallinien, welche bis jetzt ausgeführt ist, verdanken wir den Arbeiten Kirchhoff's.

Fig. 699 stellt den von Steinheil ausgeführten Apparat dar, dessen er sich zu seinen Spectraluntersuchungen bediente. Um eine vollständigere

Fig. 699.



Entfaltung des Spectrums zu erzielen, wurden statt eines einzigen Flintglasprismas deren vier angewandt, welche so aufgestellt waren, dass die aus dem ersten austretenden Strahlen auf ein zweites fallen, welches den Winkel noch mehr vergrössert, unter welchem die ungleich brechbaren Strahlen nach ihrem Austritt aus dem ersten Prisma divergiren. Dieser Winkel wird durch ein drittes und durch ein viertes Prisma noch mehr vergrössert. Der brechende Winkel der drei ersten Prismen ist 45°, der brechende Winkel des vierten beträgt 60°.

Diese vier Prismen sind mittelst kleiner Dreifüsse auf einer horizontalen, kreisförmigen eisernen Platte aufgestellt, auf welcher das Rohr A befestigt ist. Das eine Ende dieses Rohres ist durch ein Fernrohrobjectiv von 18 Zoll Brennweite geschlossen, in dessen Brennpunkt sich am anderen Ende des Rohres eine Spaltvorrichtung befindet, wie sie bereits in §. 247 besprochen wurde. Das Beobachtungsfernrohr B, dessen Objectiv gleichfalls 18 Zoll Brennweite hat, steht zunächst auf einer um den Mittelpunkt der eisernen Platte drehbaren Schiene, kann aber gegen diese Schiene abermals um eine verticale und eine horizontale Axe verschoben werden, wie man aus der Figur ersieht.

Die Vergrösserung des Fernrohrs B war eine 40fache.

Digitized by Google

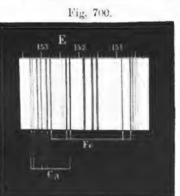
Später hat man stark zerstreuende Spectroskope mit noch mehr Prismen und sonst zweckmässigen Verbesserungen construirt. Ein solches, welches Rutherfurd in Newyork aus 6 Schwefelkohlenstoffprismen von 60° zusammensetzte, ist im CXXVI. Bande von Poggendorff's Annalen besprochen. Cook construirte ein Spectroskop aus 9 Flintglasprismen von 45°.

Um die Abstände der einzelnen Linien von einander zu messen, benutzte Kirchhoff eine Kreistheilung, welche am Kopfe der Mikrometerschraube *R*, durch welche das Fernrohr *B* gedreht werden kann, angebracht ist. Das Ocular des Fernrohrs war so gestellt, dass die Fäden seines Fadenkreuzes einen Winkel von 45° mit den dunklen Linien bildeten. Der Schnittpunkt der Fäden wurde dann durch die Mikrometerschraube der Reihe nach von einer dunklen Linie zur anderen geführt, jedesmal die Theilung der Mikrometerschraube abgelesen und neben der Ablesung eine Schätzung der Schwärze und Breite der Linie notirt.

Nach diesen Aufzeichnungen wurde dann die Zeichnung des Sonnenspectrums ausgeführt, deren trefflich lithographirte Vervielfältigung sich auf 4 Tafeln in Kirchhoff's „Untersuchungen über das Sonnenspectrum und die Spectren der chemischen Elemente“ (in den Abhandlungen der Berliner Akademie vom Jahre 1861 und 1863) befindet (auch als Separatabdruck in zwei Theilen im Buchhandel erschienen).

Die Kirchhoff'sche Zeichnung umfasst das Stück des Spectrums von *A* bis *G* und nimmt eine Gesammtlänge von $2^1/_2$ Metern ein; man kann sich nach dieser Angabe einen Begriff von den wahrhaft kolossalen Dimensionen machen, in welchen hier das Spectrum dargestellt ist. Die Linien *E* und *D* (vergleiche Nro. 1 auf Tab. IV.) sind in der Kirchhoff'schen Zeichnung 52 Centimeter von einander entfernt.

Fig. 700.



Ueber die Zeichnung des Spectrums hat Kirchhoff eine in Millimeter getheilte Scala mit willkürlichem Anfangspunkte gesetzt, welche zunächst dazu dient, jede der aufgetragenen Linien mit Leichtigkeit zu bezeichnen. So sind z. B. die beiden Fraunhofer'schen Linien *D* mit 100,28 und 100,68 bezeichnet, die drei Linien *E* aber mit 152,27 und 152,37, wie man auch aus den Figuren 700 und 702 ersehen kann, welche Copieen einzelner Theile der Kirchhoff'schen Zeichnung sind, wobei nur zu bemerken ist, dass die verticalen Dimensionen dieser Figuren ungefähr nur halb so gross sind als die des Originals.

Digitized by Google

Durch die in §. 247 erläuterte Vorrichtung war es möglich, das Spectrum des elektrischen Funkens unmittelbar unter dem Sonnenspectrum darzustellen, so dass man die beiden Spectra direct mit einander vergleichen konnte. In der Kirchhoff'schen Spectralzeichnung sind nun unmittelbar unter dem Sonnenspectrum diejenigen Stellen bezeichnet, an welchen die hellen Linien verschiedener Metallspectra erschienen. So sieht man z. B. in Fig. 702, dass die zwei hellen Natriumlinien genau mit den Fraunhofer'schen Linien *D* zusammenfallen. Aus Fig. 701 ersieht

Fig. 701.

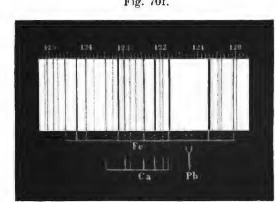


Fig. 702.

man, dass hier sieben helle Linien des Eisenspectrums und sieben helle Linien des Calciumspectrums mit dunklen Linien des Sonnenspectrums coincidiren. Das Gleiche findet statt für den in Fig. 700 dargestellten Theil des Spectrums. Auf dem von Kirchhoff veröffentlichten Theile des Spectrums kommen ungefähr 70 helle Eisenlinien vor, welche sämmtlich mit dunklen Linien des Sonnenspectrums zusammenfallen; eine gleiche Coincidenz findet statt für die hellen Linien des Spectrums von Calcium und Magnesium. Nach Angström fallen auch die Fraunhofer'schen Linien *H* mit hellen Linien des Calciumspectrums zusammen.

Den hellsten Linien in dem Spectrum von Baryum, Kupfer und Zink entsprechen deutlich dunkle Linien im Sonnenspectrum, den schwächeren nicht.

Dagegen fallen die hellen Linien im Spectrum von Lithium, Strontium, Blei, Zinn, Quecksilber, Aluminium, Silber u. s. w. nicht mit dunklen Linien des Sonnenspectrums zusammen, wie man dies z. B. in Fig. 701 für eine helle Linie des Bleispectrums sieht, welche, wie die Gabel andeutet, mit welcher oben der Strich über *Pb* endet, eine namhafte Breite hat.

Brewster hat beobachtet, dass im Sonnenspectrum neue dunkle Linien auftreten, wenn die Sonne sich dem Horizonte nähert. Diese Li-

Digitized by Google

nien, deren sich einige auch in der Kirchhoff'schen Spectraltafel (mit *Aër* bezeichnet) finden, rühren unzweifelhaft von einer durch unsere Erdatmosphäre bewirkten Absorption her. Cook hat gezeigt (Amer. Journ. VII), dass diese Luftlinien von dem in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdampf herrühren, in dem sie zahlreicher werden, wenn der Wassergehalt der Luft zunimmt. Mit einem aus vielen Prismen construirten Spectroskop, welches die beiden D-Linien weit getrennt zeigte, beobachtete er zwischen denselben nur die eine, auch in Fig. 702 dargestellte schwache Linie, als der Wassergehalt der Luft so gering war, dass der Thaupunkt ungefähr bei — 16° C. lag. Bei einem Wassergehalt, welcher dem Thaupunkt 8° C. entspricht, zeigten sich auf demselben Raume 5 weitere dunkle Linien, welche bei noch mehr wachsendem Wassergehalte der Luft an Zahl und Stärke zunahmen.

251 **Umkehrung der Flammenspectra.** Um die Coincidenz der hellen Natriumlinien mit den Linien D des Sonnenspectrums zu prüfen, entwarf Kirchhoff ein mässig helles Sonnenspectrum und brachte eine Natriumflamme vor den Spalt des Apparates. — Die Natriumlinien erschienen hell auf dem etwas dunkleren Grunde. Als aber volles Sonnenlicht auf den Spalt fiel, traten die dunklen D-Linien mit ausserordentlicher Stärke hervor, welche abnahm, sobald man die durch Kochsalz gelb gefärbte Flamme der Bunsen'schen Lampe von dem Spalt entfernte.

Kirchhoff ersetzte das Licht der Sonne durch das Drummond'sche Kalklicht, dessen Spectrum, wie das eines jeden glühenden festen Körpers, keine dunkle Linien hat; wurde dieses Licht durch eine geeignete Kochsalzflamme geleitet, so zeigten sich im Spectrum dunkle Linien an der Stelle der Natriumlinien.

Dasselbe trat ein, wenn statt des glühenden Kalkcylinders ein Platindraht benutzt wurde, welcher durch eine Flamme glühend gemacht und durch einen elektrischen Strom seinem Schmelzpunkte nahe gebracht war.

Diese Erscheinung findet ihre Erklärung in der Annahme, dass eine Natriumflamme eine Absorption ausübt auf die Strahlen von Brechbarkeit derer, welche sie selbst aussendet, während sie für alle anderen Strahlen vollkommen durchsichtig ist. Wenn man vor den glühenden Platindraht, dessen Spectrum betrachtet wird, eine Natriumflamme bringt, so ändert sich nach dieser Annahme die Helligkeit in der Nähe der Natriumlinien nicht; in diesen selbst ändert sie sich aber aus doppeltem Grunde: die Intensität des vom Platindraht ausgegangenen Lichtes wird hier durch die Absorption der Flamme um einen Bruchtheil $\frac{l}{n}$ ihres ursprünglichen Werthes vermindert, dagegen aber das Licht der Flamme, dessen Helligkeit wir mit a bezeichnen wollen, hinzugebracht. Während also in der Nähe der Natriumlinien die Helligkeit des Spectrums l ist, ist sie an der Stelle der Natriumlinien selbst $l - \frac{l}{n} + a$. Die Natriumlinien müs-

Digitized by Google

sen also dunkel auf hellem Grunde erscheinen, wenn der Platindraht so stark leuchtet, wenn also der Werth von l so gross ist, dass $\frac{l}{n}$ grösser ist als a. Durch den Contrast mit der Umgebung können die Natriumlinien ganz schwarz erscheinen, obgleich ihre Lichtstärke noch grösser ist als diejenige, welche die Natriumflamme für sich allein hervorbringt.

Die Absorption des Natriumdampfes ist um so leichter wahrnehmbar, je geringer seine Leuchtkraft, d. h. je niedriger seine Temperatur ist. In der That gelang es nicht, auf dem Spectrum eines glühenden Platindrahtes oder des Drummond'schen Kalklichtes die dunklen Natriumlinien durch eine Leuchtgasflamme hervorzurufen, in welche Kochsalz gebracht war; es gelang aber mit der Flamme von wässerigem Alkohol, welcher Kochsalz enthielt.

Auf dem Spectrum einer gewöhnlichen Kerzenflamme kann man die dunkle Natriumlinie hervorrufen, wenn man die Strahlen derselben durch ein Reagenzglas gehen lässt, auf dessen Boden sich Natriumamalgam befindet, welches bis zum Schmelzen erhitzt ist.

Wie hier die D-Linie durch die absorbirende Wirkung des Natriumdampfes sichtbar wird, so entstehen, wie wir in §. 245 gesehen haben, durch die absorbirende Wirkung des Joddampfes eine ganze Reihe dunkler Streifen, welche, wie Wüllner gezeigt hat (Pogg. Annal. CXX), genau an der Stelle der hellen Linien stehen, welche man beobachtet, wenn man das Licht einer Flamme, in welcher Joddampf glüht, durch das Prisma analisirt.

Vor allen farbigen Flammen zeichnet sich die Natriumflamme durch die grosse Intensität der Linien ihres Spectrums aus. Ihr zunächst steht in dieser Beziehung die Lithiumflamme. Eben so leicht als die hellen Natriumlinien umgekehrt, d. h. in dunkle, verwandelt werden können, eben so leicht kann die rothe Lithiumlinie umgekehrt werden. Lässt man durch eine Lithiumflamme Sonnenstrahlen treten, so zeigt sich im Spectrum am Orte der Lithiumlinie eine schwarze Linie, welche an Deutlichkeit mit den ausgezeichnetsten Fraunhofer'schen Linien wetteifert und welche verschwindet, wenn man die Flamme entfernt.

Weniger leicht ist die Umkehrung der hellen Linien anderer Metalle. Das Spectrum intermittirender elektrischer Funken kann durch Sonnenlicht, welches man durch sie hindurchleitet, nicht umgekehrt werden, weil die Dauer jedes Funkens sehr klein ist gegen die Zeit zwischen zwei aufeinander folgender Funken.

Die Umkehrung der Natriumlinie lässt sich auch sehr schön objectiv darstellen. Wenn man nach der in §. 236 besprochenen Methode mit einem recht grossen, stark zerstreuenden Prisma das Spectrum auf einem Papierschirm so dargestellt hat, dass die Fraunhofer'schen Linien möglichst scharf und deutlich sind, braucht man nur eine durch Kochsalz intensiv gefärbte Gasflamme dicht vor den Spalt zu halten, durch welchen

Digitized by Google

die Sonnenstrahlen in den dunklen Raum eindringen, um die D-Linie bedeutend verstärkt zu sehen.

Nach den obigen Thatsachen liegt die Annahme nahe, dass jedes glühende Gas (in Gasform befinden sich ohne Zweifel auch die in den Flammen und im elektrischen Funken glühenden Metalltheilchen, welche die hellen Spectrallinien erzeugen) ausschliesslich Strahlen von der Brechbarkeit derjenigen absorbirt, die es selbst aussendet, oder mit anderen Worten, die Annahme, dass das Spectrum eines jeden glühenden Gases umgekehrt werden muss, wenn durch dasselbe Strahlen einer Lichtquelle treten, welche hinreichend hell ist und welche an sich selbst ein continuirliches Spectrum giebt.

Aus der Umkehrung der Flammenspectra hat nun Kirchhoff die Erklärung der Fraunhofer'schen Linien im Sonnenspectrum abgeleitet. Um diese zu erklären, muss man annehmen, dass der feste Sonnenkörper, welcher für sich allein ein continuirliches Spectrum von grosser Helligkeit geben würde, von einer Atmosphäre glühender Gase umgeben ist, in welcher zahlreiche Stoffe in Dampfform verbreitet sind. Diese glühenden Gase würden für sich, d. h. ohne den weissglühenden Centralkörper, ein Spectrum liefern, welches aus getrennten hellen Linien besteht, welches aber durch die weissglühende Unterlage umgekehrt wird.

Wir müssen demnach annehmen, dass alle Stoffe in Dampfform in der Sonnenatmosphäre enthalten sind, deren Flammenspectra oder deren elektrische Spectra helle Linien liefern, welche mit dunklen Linien des Sonnenspectrums zusammenfallen. Den Angaben des vorigen Paragraphen zufolge muss also die Sonnenatmosphäre Dämpfe von Natrium, Eisen, Magnesium, Calcium, Chrom u. s. w. enthalten, während Lithium, Aluminium, Zink, Quecksilber, Kupfer, Silber, Blei u. s. w. fehlen.

Das Erbiumoxyd unterscheidet sich, wie Bahr und Bunsen beobachtet haben, von allen bisher bekannten Stoffen durch eine eigenthümliche Umkehrungserscheinung. Die feste Substanz desselben giebt nämlich beim Glühen in der Flamme der nicht leuchtenden Lampe ein Spectrum mit hellen Streifen, welche genau an die Stellen der dunkelen Streifen des in §. 243 besprochenen Absorptionsspectrums einer Erbiumsalzlösung fallen.

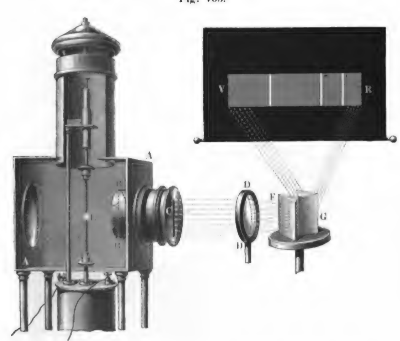
Das Didymoxyd verhält sich der Erbinerde analog (Annal. d. Chemie u. Pharmacie, Januarheft 1866).

252 **Objective Darstellung der Spectrallinien.** Das helle Licht der Kohlenspitzen, zwischen welchen der Strom einer constanten Säule von 50 bis 60 Zinkkohlenbechern übergeht, liefert ein continuirliches Spectrum, in welchem einzelne Linien durch noch grössere Helligkeit ausgezeichnet auftreten, wenn die Kohlenspitzen mit einem Stoff imprägnirt sind, welcher für sich allein diese hellen Linien liefert, oder wenn dieser Stoff auf irgend eine andere passende Weise zwischen den Elektroden angebracht ist.

Digitized by Google

Darauf beruht nun die Möglichkeit, die hellen Spectrallinien objectiv darzustellen. Frankland wendet in seinen Vorlesungen zur objectiven Darstellung der Spectrallinien das folgende Verfahren an, für dessen gütige Mittheilung ich ihm zu Dank verpflichtet bin. *AA* ist eine elektrische Lampe von Dubosq, welche mit einer Säule von 50 bis 60 Bunsen'schen Bechern verbunden wird. Der leuchtende Punkt *L* befindet sich im Brennpunkt einer planconvexen Linse *B* von $3^1/_2$ Zoll Durchmesser, welche die von *L* her auf sie fallenden Strahlen in ein Bündel paralleler Strahlen verwandelt. Bei *C* ($3^1/_2$ Zoll von jener Linse entfernt) ist das Rohr, in dessen anderem Ende die Linse *B* eingesetzt ist, durch eine Messingplatte geschlossen, in welcher sich ein verticaler, 2 Zoll hoher und ungefähr $^1/_{16}$ Zoll breiter Spalt befindet. Die Vorrichtung, mittelst deren dieser Spalt nach Belieben weiter oder enger gemacht werden kann, ist in unserer Fig. 703 der Einfachheit wegen weg-

Fig. 703.



gelassen. Dem Spalt gegenüber ist eine doppelt convexe Linse *D* von $3^1/_2$ Zoll Durchmesser und 12 Zoll Brennweite so aufgestellt, dass sie auf einem ungefähr 13 Fuss weit entfernten Schirm ein scharfes Bild des Spaltes entwirft. Hinter der Linse *D* werden alsdann zwei Schwefelkohlenstoffprismen *F* und *G* von 60° aufgestellt, deren jedes $3^1/_2$ Zoll hoch ist und deren brechende Flächen 2 Zoll breit sind. Das Prisma *F*

Digitized by Google

ist so gestellt, dass das von D her auf dasselbe fallende Strahlenbündel in demselben ungefähr das Minimum der Ablenkung erfährt. Das zweite Prisma G ist alsdann so gestellt, dass die Eintrittsfläche G mit der Austrittsfläche von F einen Winkel von ungefähr 100° macht.

Wenn die Kohlenstäbchen, deren Spitzen bei L einander gegenüberstehen, aus reiner Gaskohle verfertigt sind, so wird durch die beschriebene Anordnung mittelst der beiden Prismen auf einem ungefähr 12 Fuss entfernten weissen Schirm ein prachtvolles continuirliches Spectrum VR von ungefähr 10 Fuss Länge und 18 Zoll Höhe erzeugt.

Um die hellen Linien verschiedener Metallspectra hervorzubringen, wird das untere (positive) Kohlenstäbchen durch einen Kohlencylinder von $^2/_5$ Zoll Durchmesser ersetzt, dessen oberes Ende etwas ausgehöhlt ist. In diese Höhlung wird dann ein Stückchen des Metalls gelegt, dessen Spectrum man zeigen will und welches sich als eine Reihe heller Linien von dem weniger hellen continuirlichen Spectrum abhebt. Es ist gut, wenn man für jedes Metall ein besonderes Kohlenstäbchen in Anwendung bringt.

Um die Spectra von Kalium, Natrium, Lithium, Calcium u. s. w. zu zeigen, wird die eben besprochene Höhlung des unteren Kohlenstäbchens $^1/_2$ Zoll tief gemacht und mit den trocknen Chloriden dieser Metalle gefüllt.

Bei gehöriger Regulirung des Spaltes C und bei gehöriger Einstellung der Linse D, der Prismen F und G und des Schirmes erscheinen die hellen Linien auf dem Spectrum VR vollkommen scharf.

Die Absorption der Natriumlinie durch Natriumdampf stellt Frankland in ausgezeichneter Weise durch das folgende Verfahren dar.

Zunächst wird der ausgehöhlte untere Kohlencylinder wieder durch ein gewöhnliches Kohlenstäbchen ersetzt, welches mit einer schwachen Lösung von Chlornatrium getränkt und wieder getrocknet ist. Sodann wird nahe vor dem Spalt C ein horizontal gehaltenes dünnes Metallblech ab, Fig. 704, angebracht, dessen Ebene die Höhe des Spaltes C halbirt.

Fig. 704. Fig. 705.

Ein Gaskochlämpchen wird nun unter der Mitte dieses Bleches so aufgestellt, dass dasselbe von der nicht leuchtenden Flamme bespült wird. In diese Flamme wird ein kleines Platinlöffelchen eingeführt, welches ein Natriumkügelchen enthält. Sobald das Natrium zu brennen beginnt, wird

Google

die bis dahin helle Natriumlinie in der oberen Hälfte des Spectrums schwarz, wie Fig. 705 andeutet, während in der unteren Hälfte des Spectrums die helle Natriumlinie genau in der Verlängerung dieser schwarzen Linie liegt.

Damit der Versuch gelingt, dürfen die Kohlenspitzen nur schwach mit Kochsalz imprägnirt sein, weil sonst die Helligkeit der Natriumlinie im Spectrum zu gross ist, als dass der Natriumdampf sie umkehren könnte.

Fluorescenz. Wenn man einige Stücke von der Rinde des ge- 253
wöhnlichen Rosskastanienbaums mit Wasser übergiesst und es nur ganz kurze Zeit darauf stehen lässt, so nimmt die Flüssigkeit eine schwach bräunliche Färbung an, zeigt aber von gewissen Seiten her betrachtet einen ganz eigenthümlich bläulichen Schimmer, welchen man besonders gut wahrnimmt, wenn man die in einem Gefässe mit verticalen Wänden befindliche Flüssigkeit von oben herab betrachtet, während helles Tageslicht oder noch besser directes Sonnenlicht von vorn auf die Flüssigkeit fällt.

Das in der Kastanienrinde enthaltene Aesculin ist die Ursache dieser Erscheinung.

Eine Auflösung von schwefelsaurem Chinin in der hundert- bis zweihundertfachen Gewichtsmenge Wasser, welchem einige Tropfen Schwefelsäure zugesetzt sind, zeigt fast dieselbe Erscheinung, wie der Auszug aus der Kastanienrinde, nur ist die Chininlösung für durchgehendes Licht vollkommen klar und farblos, weshalb der blaue Schimmer hier in grosser Reinheit auftritt.

Ganz ähnlich verhält sich ein alkoholischer Auszug aus dem Samen des Stechapfels (*Datura Stramonium*). Diese Flüssigkeit hat eine bräunlichgelbe Färbung und zeigt einen grünlichen Schiller.

Eine höchst auffallende Erscheinung bietet das Blattgrün (Chlorophyll). Man erhält es, wenn man die Blätter von Wasserpfeffer (*Polygonum hydropiper*), Brennnesseln, Epheu u. s. w. mit Aether extrahirt. Frisches Kraut, namentlich im Frühjahr, giebt das Chlorophyll nicht so leicht ab, wie altes und namentlich getrocknetes. Es genügt z. B., das getrocknete Pfeffermünzkraut, wie es in jeder Apotheke verkauft wird, mit Aether übergossen eine Stunde lang stehen zu lassen, um eine intensiv gefärbte Lösung von Chlorophyll zu erhalten.

Eine solche durch Chlorophyll gefärbte, im durchgehenden Lichte schön grüne Flüssigkeit, deren Spectralanalyse in Nr. 7, Tab. IV. dargestellt ist, zeigt, dem Sonnenlichte ausgesetzt, auf der Oberfläche eine intensiv blutrothe Färbung.

Alkoholische Lösungen von Blattgrün zeigen diese Erscheinung weit weniger schön als ätherische; sie zeigen nämlich nur einen trüben braunrothen Schiller.

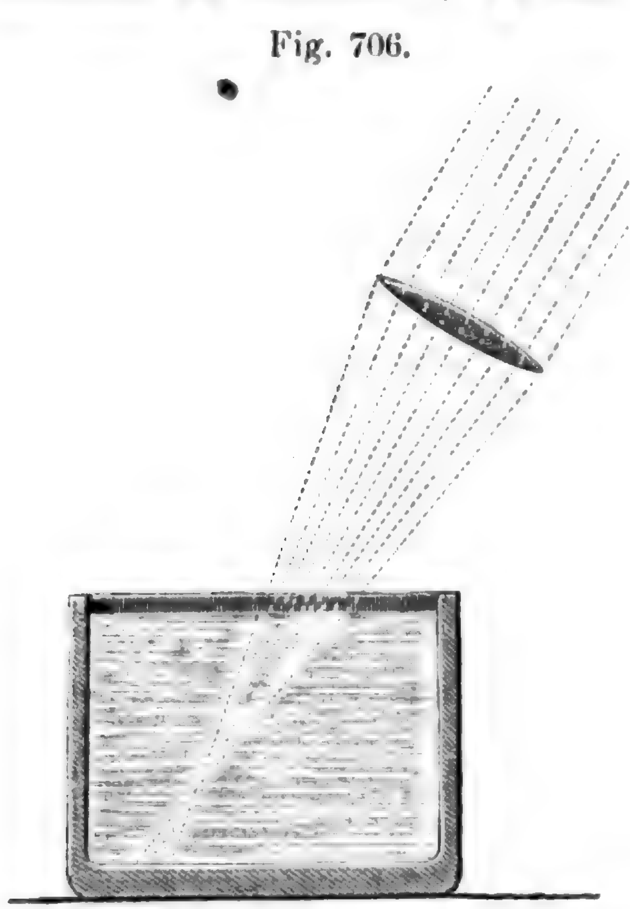
Einen schön blauen Schiller zeigen auch manche violetten und grünlichen Varietäten des Flussspathes, namentlich von Derbyshire, und des-

Digitized by Google

halb schlägt Stokes vor, dieses Phänomen, welches man früher nicht ganz passend innere Dispersion genannt hatte, mit dem Namen der Fluorescenz zu bezeichnen.

Um die Erscheinung deutlicher und brillanter zu sehen, als es unter den eben erwähnten Verhältnissen möglich ist, wandte Brewster folgende Beobachtungsmethode an: Die zu prüfende Flüssigkeit wird in ein oben offenes Gefäss gegossen und dann mittelst einer Convexlinse von 2 bis 3 Zoll Brennweite ein Bündel Sonnenstrahlen gegen die Oberfläche derselben hin concentrirt, wie dies Fig. 706 andeutet. Die Linse wird so gehalten, dass der Brennpunkt je nach den Umständen mehr oder weniger tief unter den Spiegel der Flüssigkeit zu liegen kommt.

Fig. 706.



Wird eine Chininlösung auf diese Weise untersucht, so erblickt man einen prachtvoll himmelblauen Lichtkegel, welcher zunächst an der Oberfläche der Flüssigkeit am lebhaftesten ist und mit dem Eindringen in das Innere der Flüssigkeit rasch an Lichtstärke abnimmt. Ganz Aehnliches zeigt der Aufguss der Kastanienrinde und der alkoholische Auszug von Stechapfelsamen, nur dass bei letzterer Substanz das Bündel des dispergirten Lichtes grün ist.

In einer ätherischen Lösung von Blattgrün ist der fragliche Lichtkegel roth; in der gelben Curcumatinctur ist er grün, in der Lackmustinctur ist er schmutzig orange.

Eine sehr starke grüne Fluorescenz zeigt die Lösung der Galle in Schwefelsäure. Das unreine Steinöl zeigt eine sehr schöne blaue Fluorescenz; ebenso die Lösung, welche man nach Osann erhält, wenn man Kienruss mit möglichst starkem Alkohol extrahirt.

Als feste Körper, welche die fragliche Erscheinung zeigen, ist ausser dem Flussspath noch das durch Uran gelblichgrün gefärbte Glas zu nennen, welches unter dem Namen des Kanarienglases oder des Annagrünen Glases bekannt ist. Ein Würfel solchen Glases ist besonders für Versuche über Fluorescenz geeignet, weil er jederzeit bereit ist, während die oben genannten organischen Lösungen, mehr oder weniger rasch sich zersetzend, fast immer erst wieder neu dargestellt werden müssen, wenn man mit ihnen experimentiren will.

Der durch eine Linse auf ein passend geformtes Stück Uranglas (am

Digitized by Google

zweckmässigsten ein Würfel) concentrirte Lichtkegel erscheint als ein hellgrüner Nebel, während in den genannten Varietäten des Flussspathes ein blauer Lichtkegel erscheint.

Verhalten fluorescirender Körper gegen farbiges Licht. 254
Ueber die Natur des eigenthümlichen Lichtes, welches fluorescirende Körper zeigen, hat Stokes dadurch viel Aufschluss gegeben, dass er ihr Verhalten in farbigem Lichte untersuchte.

Betrachtet man z. B. durch die grüne Lösung von Chlorkupfer (welche man zu diesem Versuch in ein Gefäss der in Fig. 685 dargestellten Art giessen kann) den Lichtkegel, welcher mittelst einer Sammellinse in einem Würfel von Uranglas erzeugt worden ist, so erscheint er fast eben so hell wie vorher; lässt man aber die Sonnenstrahlen vor ihrem Eintritt in das Uranglas durch die Lösung von Chlorkupfer gehen, etwa indem man das mit dieser Lösung gefüllte Gefäss dicht vor die Linse hält, so verschwindet der grüne Lichtkegel im Uranglas fast vollständig.

Hält man dagegen die blaue Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak vor die Linse, so erscheint der grüne Lichtkegel im Uranglas fast in ungeschwächter Stärke, während er fast verschwindet, wenn man ihn durch die fragliche blaue Lösung betrachtet.

Eine Reihe von Versuchen, welche in der gleichen Weise angestellt wurden, gab die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Resultate.

Fluorescirende Flüssigkeit	Farbiges Mittel	Vor dem Auge	Vor der Linse
Schwefels. Chinin	Chroms. Kali	gut sichtbar	verschwunden
" "	Chlorkupfer	sichtbar	verschwunden
Stechapfeltinctur	Chroms. Kali	sichtbar	fast verschwunden
" "	Chlorkupfer	sichtbar	verschwunden
" "	Schwefels. Kupferoxydammoniak	fast verschwunden	sichtbar
Curcumatinctur	Rothes Glas	sichtbar	verschwunden
" "	Schwefels. Kupferoxydammoniak	verschwunden	sichtbar
Blattgrün	Schwefels. Kupferoxydammoniak	verschwunden	sichtbar

Digitized by Google

Diese Versuche zeigen uns nun deutlich, was für ein Unterschied besteht zwischen den Farben der gewöhnlichen Körper und denen der fluorescirenden. Bei einem gewöhnlichen Körper ist es ganz gleichgültig, ob wir nur Licht auf ihn fallen lassen, welches durch ein farbiges Medium gegangen ist, oder ob wir ihn durch dieses Medium betrachten. Ein Stück Siegellack z. B. erscheint roth, mag man nun Strahlen auf dasselbe fallen lassen, welche zuvor durch ein rothes Glas gegangen sind, oder mag man dasselbe, während es von weissem Licht beschienen ist, durch das rothe Glas betrachten; schwarz erscheint dagegen das Stück Siegellack, wenn es nur von grünen Strahlen getroffen oder durch die Chlorkupferlösung betrachtet wird.

Die Eigenthümlichkeit der fluorescirenden Körper besteht obigen Versuchen zufolge hauptsächlich darin, dass sie im Stande sind, die Farbe der auf sie fallenden Strahlen zu ändern, denn sie senden zerstreutes Licht aus, welches in den meisten Fällen von anderer Farbe ist als das auffallende.

Das violette und blaue Licht, welches durch die Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak gegangen ist (Seite 612), kann ein grünes Lichtbündel im Uranglas erzeugen, ein Grün, welches selbst durch die Lösung des genannten Salzes absorbirt wird.

Dagegen sind die grünen Strahlen, welche durch eine Lösung von Chlorkupfer gegangen sind, nicht mehr im Stande, im Uranglas den grünen Nebel zu erzeugen, obgleich das Grün dieses Nebels, wenn er durch weisses oder blaues Licht erzeugt worden ist, sehr gut durch eine Lösung von Chlorkupfer hindurchgeht. Wie man aus obigen Angaben ersieht, sind es vorzugsweise die blauen und die violetten Strahlen, welche in fluorescirenden Körpern die eigenthümlichen Lichterscheinungen hervorrufen. Stokes benutzt dies, um auch ohne Anwendung von Sonnenlicht Fluorescenzerscheinungen sehr merklich zu machen. In den Laden eines sonst ganz dunklen Zimmers wird eine Oeffnung von 4 bis 9 Quadratzoll gemacht und diese durch eine Platte blauen Glases geschlossen, so dass nur diffuses blaues Licht in das Zimmer eindringt. Hält man dann den zu prüfenden Körper, etwa einen Würfel von Uranglas, ein mit Blattgrünlösung gefülltes Glasgefäss u. s. w. in die Nähe der Oeffnung, so strahlt er sein gegen das einfallende Blau auffallend contrastirendes Licht aus, und somit liefert dieses Verfahren ein Mittel, um auch schwache Spuren von Fluorescenz zu entdecken.

Besonders viel der brechbareren Strahlen, welche vorzugsweise Fluorescenz erregend wirken, enthält das elektrische Licht, die elektrischen Lichtbüschel sowohl als auch der elektrische Funke, mag er nun im lufterfüllten oder luftleeren Raume überschlagen. Ganz besonders zeichnet sich aber in dieser Hinsicht das prachtvoll violette Licht des im luftleeren Raume übergehenden Inductionsfunkens aus, worauf wir im zweiten Theile dieses Werkes noch einmal zurückkommen werden.

Die gewöhnliche Kerzenflamme, die Flamme einer Oel- oder Leucht-

Digitized by Google

gaslampe enthalten vorzugsweise die leuchtenderen grünen, gelben und rothen Strahlen, welche wenig oder gar nicht fluorescenzerregend wirken, weshalb man bei Kerzen- und Lampenlicht kaum Spuren von Fluorescenzerscheinungen wahrnehmen kann. Das im Tages- und Sonnenlicht so feurig-grüne Uranglas sieht deshalb des Abends bei Lampenbeleuchtung sehr unscheinbar aus.

Auch die durch Strontian roth und die durch Kupfer grün gefärbten Flammen zeigen in dieser Beziehung nur unbedeutende Wirkungen, weil ihnen namentlich die brechbaren Strahlen fehlen, wie schon der Anblick ihrer Spectra zeigt.

Zu den wenigen Flammen, welche vorzugsweise blaue und violette Strahlen enthalten und welche deshalb geeignet sind, die Erscheinungen der Fluorescenz hervorzurufen, gehört die des Schwefels und namentlich die des Schwefelkohlenstoffs.

Untersuchung fluorescirender Körper im prismatischen Spectrum. 255 Was im vorigen Paragraphen über das Verhalten fluorescirender Körper gegen verschiedenfarbiges Licht gesagt wurde, findet seine Bestätigung, wenn man sie dem prismatischen Farbenspectrum aussetzt, wobei sich aber noch weitere Eigenthümlichkeiten herausstellen.

Fluorescirende Flüssigkeiten werden behufs dieser Versuche in Gefässe mit parallelen Glaswänden gegossen, welche ungefähr so construirt sind, wie das Fig. 685 abgebildete, nur müssen sie andere Dimensionen haben; etwa 20^{cm} lang, 6^{cm} hoch und 3^{cm} dick. In Ermangelung solcher Gefässe kann man auch gläserne Toiletteschüsselchen gebrauchen, wie sie jetzt häufig im Handel vorkommen. Das Spectrum wird gerade so erzeugt, als ob man die Fraunhofer'schen Linien auf einem Papierschirme beobachten wollte, an die Stelle des Schirmes wird aber dann die vordere Fläche des mit der fluorescirenden Flüssigkeit gefüllten Gefässes gesetzt.

Der Anblick, welchen auf diese Weise eine Chininlösung hervorbringt, ist ungemein merkwürdig. Die weniger brechbaren Strahlen gehen ungehindert durch die Lösung hindurch, wie durch Wasser, so dass man an der Vorderfläche des Gefässes von dem rothen Ende des Spectrums nichts sieht, als was etwa durch Unreinheit der Glasfläche diffundirt wird. Erst im Blau beginnt die Chininlösung Licht zu zerstreuen, so dass man auf ihrer Vorderfläche einen Farbenstreifen von zerstreutem Lichte erblickt, welcher, zwischen den dunklen Streifen *G* und *H* beginnend, sich noch weit über die violette Gränze des gewöhnlichen Spectrums hinaus erstreckt. Die dunklen Streifen *H* erscheinen hier mit weit grösserer Deutlichkeit als auf dem Papiere, und noch in dem über *H* hinaus verlängerten Theile des Spectrums zeigt sich eine Menge dunkler Linien, von denen man auf einem Papierschirme nicht die Spur wahrnehmen kann.

Stokes hat die charakteristischsten dunklen Linien und Liniengruppen im ultravioletten Theil des Spectrums mit den Buchstaben *L*, *M*,

Digitized by Google

N, etc. bis *S* bezeichnet; dieselben treten auch in dem photographirten Spectrum, Tab. VI., dessen Darstellung im nächsten Capitel besprochen werden wird, sehr deutlich auf. Man sieht hier z. B., dass zwischen den beiden starken *H*-Streifen noch mehrere feine Linien liegen. Die mit *L* bezeichnete Gruppe ist durch 5 einander ziemlich nahe, und *M* durch 4 stärkere weiter von einander abstehende dunkle Linien charakterisirt. *O* wird durch eine einzige, *P* durch zwei dunkle Linien gebildet etc.

Was die Farbe dieses Lichtstreifens betrifft, welchen wir das durch die Chininlösung modificirte Spectrum nennen wollen, so weicht sie wesentlich von der Farbe des auffallenden Lichtes ab, denn der ganze Streifen zeigt ein helles, sanftes, am Ende etwas ins Grau spielendes Blau, welches sehr gegen das tiefe Blau und Violett des auffallenden Lichtes contrastirt, wie man am besten sehen kann, wenn man dicht vor die vordere Fläche des Gefässes ein weisses Blatt Papier abwechselnd hinhält und wieder wegnimmt, so dass man das Spectrum bald auf dem Papier und dann wieder auf der Chininlösung erblickt.

Der Chininlösung ganz ähnlich verhält sich der Aufguss der Kastanienrinde, nur beginnt der Streifen diffundirten Lichtes schon zwischen den dunklen Linien *F* und *G*.

Noch früher beginnt die Diffusion bei der Stechapfeltinctur, denn sie ist bei dem Streifen *F* schon sehr merklich und erstreckt sich gleichfalls weit über die violette Gränze des gewöhnlichen Spectrums. Das durch Stechapfeltinctur modificirte Spectrum bildet einen hellgrünen Lichtstreifen, so dass also die Fraunhofer'schen Linien sämmtlich auf grünlichem Grunde erscheinen. Man sieht also, dass blaue und violette Strahlen, ferner noch solche Strahlen, welche brechbarer als violett, unmittelbar im Auge keine merkliche Lichtempfindung hervorrufen können und die wir als ultraviolett bezeichnen wollen, in der Stechapfeltinctur ein grünes Licht erzeugen.

Auf der Vorderfläche einer Lösung von Blattgrün erscheint das modificirte Spectrum als ein Lichtstreifen von rother Farbe. Er beginnt zwischen den Fraunhofer'schen Linien *B* und *C* und geht an dem anderen Ende des Spectrums weit über die Linien *H* hinaus. Sehr hell ist dieser rothe Streifen nur zwischen *C* und *D*, darauf folgt ein fast ganz dunkler Zwischenraum, welcher in der Nähe von *F* in eine carmoisinrothe Färbung übergeht; über *H* hinaus ist dann die Färbung des Spectralstreifens dunkel rothbraun. Bei dem durch Blattgrün modificirten Spectrum erscheinen also alle Fraunhofer'schen Linien auf dunkelrothem Grunde, weshalb sie auch nicht so gut sichtbar sind als bei den vorher besprochenen Flüssigkeiten.

Ganz ähnliche Erscheinungen, wie wir sie bisher betrachtet haben, zeigt auch ein mit Curcumatinctur bestrichenes Papier; wird ein solches ins Spectrum gehalten, so erscheint dasselbe weit über *H* hinaus verlängert. Vom rothen Ende des Spectrums bis gegen *F* hin bleiben die Farben des auffallenden Lichtes unverändert; von da an aber bildet das

Digitized by Google

durch das Curcumapapier modificirte Spectrum einen schmutzig grünen Lichtstreifen, auf welchem die Linien *G*, *H* und die dem ultravioletten Theile des Spectrums angehörigen, *L*, *M*, *N* u. s. w., mit grosser Deutlichkeit sichtbar sind.

Den Contrast des auffallenden blauen und violetten Lichtes gegen die grünliche Färbung des durch das Curcumapapier modificirten Lichtes kann man am besten wahrnehmen, wenn man einen Schirm von der auf Seite 615 besprochenen Art anwendet, dessen untere Hälfte mit Curcumatinctur gefärbt ist, und diesen Schirm so ins Spectrum bringt, dass die obere Hälfte des Spectrums auf das weisse Papier, die untere auf den angestrichenen Theil fällt.

Papiere, welche mit einer ziemlich concentrirten Lösung von Chinin oder mit dem Auszuge des Stechapfelsamens getränkt sind, verhalten sich auf ähnliche Weise wie das Curcumapapier; ganz besonders aber eignet sich, nach Böttger's Angabe, zu diesen Versuchen ein mit einer concentrirten Lösung von Kaliumplatincyanür bestrichenes Papier; doch habe ich gefunden, dass mit diesem Salze bestrichene Papiere erst dann fluorescirend wirken, wenn sie so stark imprägnirt sind, dass die Oberfläche mit feinen Krystallnädelchen überdeckt ist.

Solche Papiere sind für den Gebrauch weit bequemer als fluorescirende Flüssigkeiten. Gleiche Bequemlichkeit für den Gebrauch bietet aber auch eine ungefähr 8 Zoll lange und $1^1/_2$ Zoll hohe Platte von Uranglas.

Prismatische Zerlegung der Fluorescenzfarben. Stokes, 256
welchem wir die Kenntniss aller der in den beiden letzten Paragraphen besprochenen Thatsachen verdanken, hat seine Untersuchungen über die Fluorescenz (Poggendorff's Annal., Ergänzungsband IV) mit einer prismatischen Analyse des durch fluorescirende Körper modificirten Spectralstreifens beschlossen.

Untersucht man das auf Curcumapapier aufgefangene Spectrum durch ein zweites horizontal gehaltenes Prisma nach der am Schlusse des §. 233 besprochenen Weise, so beobachtet man die in Fig. 707 (a. f. S.) dargestellte Erscheinung. *AN* stelle das auf dem Curcumapapier aufgefangene Spectrum sammt den wichtigsten Fraunhofer'schen Linien dar; von *F* bis *N* zeigt dieser Streifen eine schmutzig grüne Farbe. Durch das horizontale Prisma wird dieser Spectralstreifen *AN* gewissermaassen in zwei Theile zerlegt, nämlich in ein normales abgeleitetes Spectrum *RS* und in ein zweites ganz eigenthümliches Spectrum *TU*, in welchem die Farben in horizontaler Richtung über einander liegen.

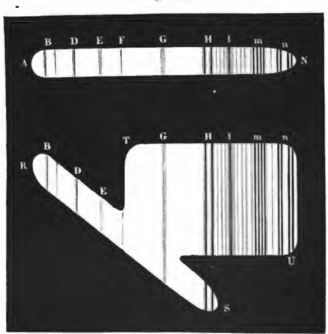
Diese Thatsache zeigt nun, dass die grünliche Färbung, welche sich da zeigt, wo die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen auffallen, keine homogene, sondern eine zusammengesetzte ist, und zwar, dass sie rothe, gelbe, grüne und blaue Strahlen enthält.

Die Fraunhofer'schen Linien sind auch in diesem zweiten abgeleiteten Spectrum *TU* sehr gut sichtbar, jeder derselben durchsetzt aber be-

Digitized by Google

greiflicher Weise alle Farben, so dass also z. B. die Streifen H im derivirten Spectrum durch Roth, Gelb, Grün und Blau gehen.

Fig. 707.



Je nach dem Farbentone des modificirten Spectrums AN wird auch das Verhältniss der Bestandtheile des zweiten abgeleiteten Spectrums TU ein anderes werden; beim Blattgrün z. B. bildet Roth den wesentlichsten Bestandtheil, die übrigen Farben sind schwach und das blaue Ende fehlt beinahe ganz; bei der Chininlösung dagegen herrscht im secundären abgelenkten Spectrum TU das Blau vor, während das rothe Ende fast gänzlich verschwindet.

Dass man bei Anwendung des Curcumapapiers das erste abgelenkte Spectrum RS so hell sieht, rührt daher, dass ein solches Papier noch viel unmodificirtes Licht zurückwirft; ist dies nicht der Fall, wie z. B. bei einer Chininlösung oder bei der Stechapfeltinctur, so wird dieses erste abgelenkte Spectrum RS fast ganz fehlen.

Welche fluorescirende Substanz man auch diesem Versuche unterwerfen mag, so liegt doch das secundäre abgelenkte Spectrum TU vollständig oberhalb des normalen abgelenkten Spectrums RS, und daraus folgt, dass die prismatischen Strahlen in fluorescirenden Substanzen nur solches Licht erzeugen, welches eine geringere Brechbarkeit hat. — Die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen des Spectrums können also rothes, gelbes, grünes, zum Theil auch blaues Licht erzeugen, die rothen, gelben und grünen Strah-

Google

len werden aber niemals in Blau und Violett verwandelt, denn sonst müsste ein Theil des secundären abgelenkten Spectrums links unter *RS* liegen.

Im Sinne der Vibrationstheorie muss man also sagen, dass, wenn Licht von einer bestimmten Wellenlänge auf einen fluorescirenden Körper fällt, es in zerstreutes Licht von grösserer Wellenlänge und geringerer Schwingungsdauer umgewandelt werden kann.

Die zuletzt beschriebene Beobachtungsmethode ist nun die geeignetste, um zu untersuchen, ob ein Körper fluorescirend sei oder nicht. Ist letzteres der Fall, so fehlt das zweite abgelenkte Spectrum *TU*, wie dies z. B. beim weissen Porzellan der Fall ist. Betrachtet man das auf weissem Papier aufgefangene Spectrum durch ein zweites Prisma, so ist das secundäre Spectrum *TU*, wenn auch nur ganz schwach, sichtbar, woraus hervorgeht, dass das Papier schwach fluorescirt.

Stokes hat auf diese Weise gefunden, dass eine grosse Anzahl von Körpern mit einem geringen Grade von Fluorescenz begabt sind.

Absorption Fluorescenz erregender Strahlen. Wenn 257
man auf die Vorderfläche der zwischen parallelen Glasflächen eingeschlossenen Chininlösung ein Spectrum fallen lässt und dann die Flüssigkeit von oben her betrachtet, so sieht man, dass an der Stelle, wo die Fluorescenz beginnt, der blaue Lichtschimmer durch die ganze Dicke der Flüssigkeit hindurch zieht, wenn dieselbe 2 bis 3 Zoll beträgt; alsbald aber nimmt die Dicke, bis zu welcher der Lichtschimmer in die Flüssigkeit eindringt, sehr rasch ab, so dass sie bei den Linien *H*, je nach dem Concentrationsgrade der Chininlösung, nur noch 1 bis 2 Linien beträgt, während weiter hinaus der Lichtschimmer nur noch an der äussersten Oberfläche der Flüssigkeit auftritt.

Es folgt daraus, dass die Chininlösung diejenigen Strahlen absorbirt, welche vorzugsweise Fluorescenz zu erregen im Stande sind.

Wenn man auf Curcumapapier ein Spectrum erzeugt hat, so verschwindet der ultraviolette Theil desselben sogleich, wenn man ein Gefäss von der Fig. 685 Seite 613 dargestellten Art mit Schwefelkohlenstoff gefüllt dicht hinter den Spalt bringt, durch welchen die Sonnenstrahlen in das dunkle Zimmer eintreten. So vollkommen also auch der Schwefelkohlenstoff alle sichtbaren Strahlen des Spectrums durchlässt, so absorbirt er doch die ultravioletten; man dürfte deshalb in den oben beschriebenen Versuchen das Flintglasprisma nicht durch ein mit Schwefelkohlenstoff gefülltes Hohlprisma ersetzen.

Dasselbe ist nach meinem Versuche auch beim Benzol der Fall.

Dagegen lässt der Quarz die ultravioletten Strahlen weit vollständiger durch als Glas; wenn man daher die Sonnenstrahlen durch einen Metallspiegel ins dunkle Zimmer reflectirt, wenn man ferner statt des Flintglasprismas ein Quarzprisma anwendet, welches so geschliffen und gestellt ist, dass die durchgehenden Strahlen dasselbe in der Richtung der optischen Axe durchlaufen, wenn man endlich die dicht hinter dem Prisma aufgestellte Glaslinse mit einer senkrecht zur Axe geschliffenen Linse von Berg-

Digitized by Google

krystall vertauscht, so fällt die Verlängerung des Spectrums auf fluorescirenden Papieren viel bedeutender und lichtstärker aus, als wenn man Glasprisma und Glaslinse anwendet.

Wenn das Spectrum durch Glasapparate erzeugt wird, so erstreckt sich der ultraviolette Theil desselben kaum über die Linie N, Tab. VI., während er über R hinausreicht, wenn man Quarzapparate angewandt hat.

Was nun die Ursache betrifft, warum die ultravioletten Strahlen direct unsichtbar sind, so kann diese entweder darin liegen, dass diese Strahlen gar nicht unsere Netzhaut erreichen, dass sie von den brechenden Medien des Auges absorbirt werden wie vom Schwefelkohlenstoff; oder wenn das nicht der Fall ist, wenn die ultravioletten Strahlen wirklich auf die Netzhaut gelangen, so kann der Grund ihrer Unsichtbarkeit nur in Unempfindlichkeit der Netzhaut gegen so schnelle Schwingungen liegen.

Nach den Untersuchungen von Donders werden die ultravioletten Strahlen durch die brechenden Medien des Auges nicht absorbirt, die Unsichtbarkeit der ultravioletten Strahlen muss also dem zweiten der oben angeführten Gründe zugeschrieben werden.

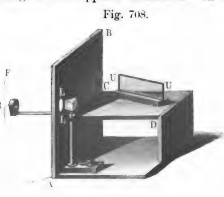
Die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen, welche vorzugsweise die Phänomene der Fluorescenz hervorrufen, sind es auch, welche, wie wir später sehen werden, vorzugsweise chemische Wirkungen hervorbringen, wodurch dann die innigen Beziehungen zwischen Fluorescenz und Photographie bedingt sind, welche weiter unten besprochen werden sollen.

258 Das Fluorescenzspectrum des elektrischen Lichtes.

Mit Hülfe der Fluorescenz hat Stokes nachgewiesen, dass der ultraviolette Theil des Fluorescenzspectrums für das elektrische Licht noch weit ausgedehnter ist als für Sonnenlicht, dass also das elektrische Licht noch viele Strahlen enthält, welche noch weit brechbarer sind als die brechbarsten Strahlen der Sonne.

Um wenigstens die bedeutende Länge des Spectrums des elektrischen Lichtes zu zeigen, habe ich den in Fig. 708 in $^1/_{10}$ der natürlichen Grösse dargestellten Apparat construirt. In dem verticalen Brett AB ist ein rundes Loch eingeschnitten, welches zur Aufnahme der Quarzlinse dient (die meinige hat $4^1/_3$ Zoll Brennweite; für grössere Brennweite der Linse müsste auch der ganze Apparat entsprechend vergrössert werden). Dicht hinter der Quarzlinse ist ein Quarzprisma von 60° aufgestellt und zwar so wie es ungefähr dem Minimum der Ablenkung entspricht.

Fig. 708.



Digitized by Google

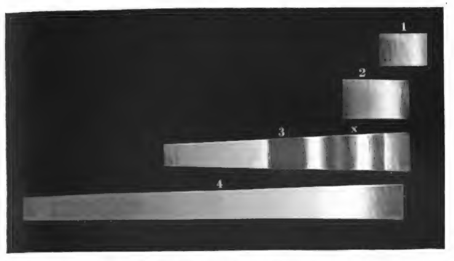
Auf der äusseren Seite des Brettes AB ist, rechtwinklig auf seiner Ebene stehend, ein starker Streifen von Eisenblech befestigt, dessen freies Ende den Holzring R trägt. Der Mittelpunkt des Ringes R und des Loches L befindet sich in gleicher Höhe. Als Lichtquelle wird der zwischen zwei Metallspitzen, die 1 bis 2 Millimeter von einander abstehen, überspringende Funken des im 2ten Bande näher zu besprechenden Ruhmkorff'schen Apparates benutzt. Diese Spitzen werden dicht an die äussere Fläche des Ringes R herangeschoben und zwar so, dass die Mitte zwischen den Spitzen in gleicher Höhe mit dem Mittelpunkte des Ringes R liegt. Die Dimensionen müssen so gewählt sein, dass der Funken ungefähr um die doppelte Brennweite der Linse von derselben absteht.

Um das Spectrum aufzufangen dient die Uranglasplatte UU, welche in einem Holzfuss eingelassen auf dem horizontalen Brett CD steht, auf welchem man sie so lange verschieben kann, bis das Spectrum möglichst scharf erscheint.

Um das blendende Licht des Funkens von dem Auge des Beobachters abzuhalten, ist ein Schirm AF von Schwarzblech (in unserer Figur nur durch die Gränzlinien angedeutet) angebracht, welcher an die Aussenseite des Brettes AB angeschraubt ist.

Als der Funken zwischen Zinkspitzen überschlug, wurde das bei Nro 3 Fig. 709 in seiner wahren Länge abgebildete Spectrum beob-

Fig. 709.



achtet, welches wie alle auf dem Uranglas aufgefangenen seiner ganzen Ausdehnung nach grün erschien. Um die Ausdehnung des ohne Fluorescenz sichtbaren Spectrums zu ermitteln, wurde die Glasplatte an der Stelle, wo die obere Hälfte des Fluorescenzspectrums hinfiel, durch Papier bedeckt, und nun zeigte das Spectrum vom Roth bis zum Violett die in Nro. 1 dargestellte Ausdehnung.

Das Fluorescenzspectrum des zwischen Zinkspitzen überschlagenden Funkens ist also fast 6mal so lang als das ohne Fluorescenz sichtbare Spectrum.

Noch grösser wurde die Länge des Fluorescenzspectrums, als die Zinkspitzen durch Aluminiumspitzen ersetzt wurden. Es hatte nun die in Nro. 4 dargestellte Ausdehnung.

Um das Spectrum des elektrischen Lichtes mit dem des Sonnenlichtes zu vergleichen, wurde in den Holzring R eine gegen $^1/_2{}^{mm}$ breite Spalte eingesetzt und auf diese ein Bündel Sonnenstrahlen geleitet, welches von dem Metallspiegel eines Silbermann'schen Heliostaten reflectirt worden war. Auf dem Uranglase zeigte sich nun der seiner ganzen Ausdehnung nach grüne Spectralstreifen Nro. 2.

Eine Vergleichung von Nro 2 mit Nro. 3 und Nro. 4 zeigt, wie das Fluorescenzspectrum des elektrischen Lichtes bedeutend ausgedehnter ist als das des Sonnenlichtes.

Eine annähernd genaue Bestimmung ergab für die brechbarsten Strahlen des Aluminiumlichtes als Minimum der Ablenkung 64^0. Das Quarzprisma, welches im Fall der kleinsten Ablenkung in der Richtung der optischen Axe durchlaufen wurde, hatte einen brechenden Winkel von 60^0. Danach ergiebt sich für die äussersten ultravioletten Strahlen des elektrischen Lichtes der Brechungsexponent 1,766.

Als der Funken zwischen Zinkspitzen überschlug, wurde eine Platte des reinsten Spiegelglases zwischen den Ring R und die Quarzlinse gehalten. Augenblicklich verschwand der brechbarere Theil des Spectrums von der mit x bezeichneten Stelle an, ein Beweis, wie stark das Glas die stärker brechbaren Strahlen absorbirt.

Die in dem Apparat Fig. 708 verwendete Quarzlinse hatte eine viel zu kurze Brennweite, als dass man mit demselben reine Spectra hätte herstellen und die Lage der hellen Spectrallinien verschiedener Metalle im ultravioletten Theile des Spectrums hätte bestimmen können, wie dies Stokes zum Theil gethan hat, dessen Quarzlinse eine Brennweite von 12 Zoll hatte.

259 **Phosphorescenz.** Durch die Phänomene der Fluorescenz haben die schon länger bekannten Erscheinungen der Phosphorescenz ein neues Interesse gewonnen.

Es ist bekannt, dass Phosphor im Dunkeln schwach leuchtet, wenn er mit der atmosphärischen Luft in Berührung kommt. Hier ist das Leuchten leicht zu erklären, denn es findet unter den angedeuteten Umständen eine allmälige Oxydation, eine langsame Verbrennung des Phosphors statt, welche offenbar die Quelle der schwachen Lichtentwickelung ist. Nach dieser bekannten Erscheinung, welche man an jedem Streichhölzchen beobachten kann, hat man überhaupt jedes schwache Leuchten eines Körpers, mag die Ursache desselben sein, welche sie will, mit dem Namen der Phosphorescenz bezeichnet.

Digitized by Google

Das Leuchten des faulen Holzes, faulender Fische, der Johanniswürmchen u. s. w. ist ohne Zweifel wie das des Phosphors nur die Folge eines chemischen Processes.

Die Erscheinung eines schwachen Leuchtens tritt aber bei gewissen Körpern auch ohne chemische Processe auf, und zwar

1) in Folge mechanischer Effecte. Wenn man im Dunkeln zwei Kieselsteine an einander reibt, so beobachtet man Funken von röthlicher Farbe; ebenso findet beim Zerbrechen der Kreide, des Zuckers u. s. w. eine Lichtentwickelung statt, ferner beim Spalten des Glimmers u. s. w. In diese Kategorie gehört wohl auch die von Rose beobachtete Lichtentwickelung beim Krystallisiren der arsenigen Säure, sowie des schwefelsauren Kalis und Natrons.

2) Durch Erwärmen. Gewisse Varietäten von Diamant und von Flussspath leuchten im Dunkeln, wenn sie erwärmt werden, und zwar schon bei einer Temperatur, welche noch sehr weit von der des Glühens entfernt ist. Es lässt sich dieses zeigen, wenn man Stücke des zu untersuchenden Körpers auf einem Metallblech über der Weingeistlampe erwärmt.

3) Durch Insolation, d. h. durch Einwirkung von Licht und zwar vorzugsweise von Sonnenstrahlen oder durch intensives elektrisches Licht. Die neuesten und ausgedehntesten Untersuchungen über die Phosphorescenz durch Insolation hat E. Becquerel angestellt und seine interessanten Resultate in den „Annales de chimie et de physique (3. série T. LV u. LVII)“ veröffentlicht. In dem ersten dieser Aufsätze findet man auch eine Zusammenstellung der älteren Literatur über diesen Gegenstand.

Die gewöhnliche Art, die Phosphorescenz durch Insolation zu beobachten, besteht darin, dass man den zu beobachtenden Körper, nachdem er eine Zeit lang den Sonnenstrahlen ausgesetzt war, so rasch als möglich in einen verfinsterten Raum bringt. Um das Auge selbst für ganz schwache Grade der Phosphorescenz empfänglich zu machen, muss man längere Zeit in einem vollkommen verfinsterten Zimmer verweilen und die Augen schliessen, während eine zweite Person den zu insolirenden Körper durch eine (gleich nach dem Hereinziehen wieder zu schliessende) Oeffnung im Laden des dunklen Zimmers hinaushält.

Unter den in der Natur vorkommenden Körpern, welche durch Insolation leuchtend werden, sind vor Allen die oben genannten, auch durch Erwärmung leuchtend werdenden Varietäten von Diamant und Flussspath zu nennen. Eine mit schön grünem Lichte phosphorescirende Varietät von Flussspath ist unter dem Namen Chlorophan bekannt.

Keiner der durch Insolation phosphorescirenden Körper zeigt aber die Erscheinung schöner, als die sogenannten künstlichen Leuchtsteine, deren Bereitung Becquerel in der erwähnten Abhandlung ausführlich bespricht. Diese künstlichen Leuchtsteine sind Verbindungen von Schwefel mit dem metallischen Bestandtheil einer der drei alkalischen Erden, also Schwefelcalcium, Schwefelstrontium oder Schwefelbarium.

Digitized by Google

Diese Verbindungen müssen, wenn sie phosphorescirend sein sollen, auf trocknem Wege und unter dem Einfluss hoher Temperatur hergestellt sein. Man kann zu ihrer Darstellung drei verschiedene Methoden anwenden:

1) Die kaustische Erde oder ihr kohlensaures Salz wird mit Schwefel gemengt in einem Tiegel geglüht. Hierher gehört Canton's Leuchtstein, welcher durch Glühen von Austerschalen mit Schwefel erhalten wird.

2) Der Schwefel kann bei dieser Operation durch eine Schwefelverbindung, etwa durch Schwefelantimon oder Realgar ersetzt werden; so erhält man den Osann'schen Leuchtstein durch Glühen von Austerschalen mit Realgar.

3) Erhält man den Leuchtstein durch Reduction der schwefelsauren Erde, also des Gypses, des Baryts oder des Strontians mittelst Kohle. In diese Kategorie gehört der aus Schwerspath dargestellte Bologneser Leuchtstein.

Um gute Leuchtsteine von Schwefelcalcium darzustellen, muss die Masse ungefähr $^1/_2$ Stunde lang einer Temperatur von 800 bis 900^{0}C. ausgesetzt werden. Die Bariumphosphore bedürfen einer noch höheren Temperatur, während für die Strontianphosphore eine weit niedrigere Temperatur genügt.

Die Farbe, mit welcher die künstlichen Phosphore leuchten, hängt von der Bereitungsweise ab.

So strahlt z. B. der Bologneser Leuchtstein (Schwerspath mit Kohle geglüht) ein orangefarbenes Licht aus, während man einen grünlich leuchtenden Phosphor erhält, wenn man gefällte schwefelsaure Baryterde mit Kohle glüht.

Wenn man Aetzkalk mit Schwefel glüht, so erhält man einen rothgelb strahlenden Phosphor, wenn der Aetzkalk von isländischem Kalkspath, einen grün leuchtenden, wenn er vom Arragonit stammt.

Wenn man Aetzkalk, welcher aus Arragonit erhalten worden ist, in Salpetersäure löst, aus der Lösung mittelst kohlensauren Ammoniaks kohlensauren Kalk fällt und diesen dann mit Schwefel glüht, so erhält man einen sehr schön grün leuchtenden Phosphor; wenn man dagegen die Lösung des salpetersauren Kalks dadurch herstellt, dass man die Salpetersäure direct auf den Arragonit einwirken lässt, im Uebrigen aber ganz auf die eben angegebene Weise verfährt, so erhält man einen rothgelb oder violett leuchtenden Phosphor.

Durch Einwirkung von Schwefel auf kaustische Strontianerde erhält man einen gelb leuchtenden Phosphor, wenn die Temperatur, welcher das Gemenge ausgesetzt war, unter 500^{0}C. geblieben, dagegen einen violett leuchtenden, wenn sie über 500^{0}C. gestiegen war.

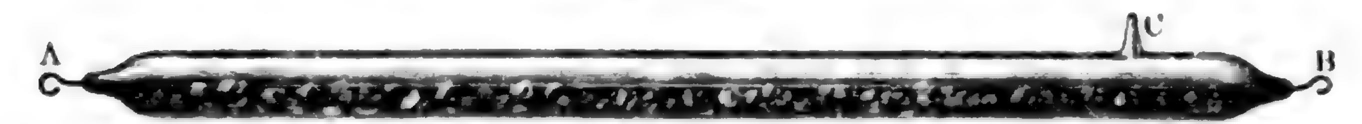
Die Reduction des schwefelsauren Strontians durch Kohle liefert einen blau leuchtenden Phosphor; ebenso die Einwirkung des Schwefels auf kohlensauren Strontian.

Digitized by Google

Auf die gehörige Weise bereitet, sind die eben genannten Substanzen so stark phosphorescirend, dass sie im Dunkeln herrlich leuchten, wenn sie auch nur kurze Zeit dem diffusen Tageslicht, selbst bei bedecktem Himmel, ausgesetzt waren. In feuchter Luft verlieren sie aber allmälig ihre phosphorescirende Eigenschaft, weshalb man sie alsbald nach ihrer Präparation in Glasröhren einschmelzen muss.

Um die durch elektrisches Licht hervorgebrachten Phänomene der Phosphorescenz zu studiren, verdünnte Becquerel die Luft in einer 2 bis 3 Centimeter weiten, 40 bis 50 Centimeter langen Glasröhre, in der sich die phosphorescirenden Substanzen befanden. An den Enden der Röhre sind die Platindrähte *A* und *B*, Fig. 710. eingeschmolzen. Das

Fig. 710.



ausgezogene Röhrchen *C* dient, um die Röhre mittelst einer Luftpumpe zu evacuiren und alsdann zuzuschmelzen. Lässt man im Dunkeln durch den luftleeren Raum der horizontal gehaltenen Röhre den Entladungsfunken einer Leydener Flasche, oder den continuirlichen Funkenstrom der Elektrisirmaschine, oder endlich den Funkenstrom des Ruhmkorff'schen Inductionsapparates hindurchgehen, so leuchtet die eingeschmolzene Substanz noch eine Zeitlang nach dem Aufhören der elektrischen Entladung.

Die Farbe, welche die künstlichen Phosphore ausstrahlen, ändert sich mit der Temperatur, welche sie während der Insolation besitzen. Am auffallendsten zeigt sich dies beim Schwefelstrontium, welches durch Einwirkung des Schwefels auf Strontianerde bei einer über 500 bis 600° C. gehenden Temperatur dargestellt wurde. Das ausgestrahlte Licht ist bei gewöhnlicher Temperatur violett, es wird dunkel violett bei — 20°, hellblau bei + 40°, bläulich grün bei + 70°, grünlich gelb bei 100° und rothgelb von schwacher Leuchtkraft bei 200° C.

Dauer der Phosphorescenz. Zwischen der Intensität der Phosphorescenz und ihrer Dauer findet keinerlei Beziehung statt. Der insolirte Arragonit strahlt im Dunkeln ein lebhaft grünes Licht aus, welches aber schon nach 20 Secunden vollständig erloschen ist, während die schwächere Phosphorescenz des Chlorophans oft nach einer Stunde noch wahrnehmbar ist. 260

Die Phosphorescenz der insolirten künstlichen Leuchtsteine ist selbst nach einigen Stunden noch wahrnehmbar.

Die meisten Mineralien und Salze zeigen die Erscheinung der Phosphorescenz nur wenige Secunden, höchstens einige Minuten nach dem Aufhören der Insolation, und selbst während dieser kurzen Zeit bei der gewöhnlichen Beobachtungsweise nur so schwach, dass sie nur wahrgenom-

Digitized by Google

men werden kann, wenn man mindestens 1/4 Stunde im Dunkeln zugebracht, und dadurch die Netzhaut zur Wahrnehmung der schwächsten Lichteindrücke fähig gemacht hat.

Um die Erscheinungen der Phosphorescenz auch an solchen Körpern beobachten zu können, bei welchen dieselbe in sehr kurzer Zeit verschwindet, hat Becquerel einen sehr sinnreichen Apparat construirt, welchen er das Phosphoroskop nennt, und dessen Zweck der ist, die Zeit, welche zwischen den Momenten der Insolation und der Beobachtung vergeht, bis auf Bruchtheile einer Secunde abzukürzen.

Fig. 711 stellt Becquerel's Phosphoroskop dar, wie es von Dubosq ausgeführt wird. *A* ist eine cylindrische Büchse von geschwärztem Messingblech. In der vorderen ebenen Gränzfläche der Büchse befindet sich die Oeffnung *C*, welche die Form eines Kreisausschnittes hat. Eine ganz gleiche Oeffnung befindet sich auf der Rückwand der Büchse, der Oeffnung *C* gerade gegenüber. Durch die Mitte der Büchse geht eine drehbare Axe, auf welche zwei kreisförmige Scheiben *RR* und *TT*, Fig. 712, von

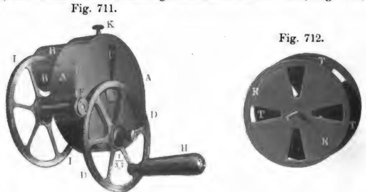


Fig. 711. Fig. 712.

geschwärztem Messingblech befestigt sind, die sich im Inneren der Büchse um jene Axe drehen lassen. Jede dieser Scheiben hat vier Oeffnungen von der Form der Oeffnung *C* in der vorderen Platte der Büchse; die Oeffnungen der beiden Scheiben sind aber alternirend gestellt, so dass jede Oeffnung der einen Scheibe einer vollen Partie der anderen entspricht.

Die Umdrehung des Scheibenpaares wird durch Zahnräder in folgender Weise vermittelt. Das durch den Handgriff *H* in Bewegung zu setzende Zahnrad *D* greift in den Trieb *F* ein, an dessen Axe ein zweites Zahnrad *I* befestigt ist. Das Zahnrad *I* greift aber in einen zweiten Trieb ein, welcher auf der Rückseite der Büchse auf der centralen Axe sitzt, auf welcher die beiden im Inneren der Büchse rotirenden Scheiben *R* und *T* befestigt sind. Jede Umdrehung des Rades *D* bewirkt 25 Umdrehungen der Scheiben *R* und *T* um ihre Axe.

Um einen Körper im Phosphoroskop zu untersuchen, wird derselbe mit etwas Wachs in das Rähmchen Fig. 713 befestigt, und dasselbe mittelst des Knopfes *K* von oben her in die Büchse *A* eingesetzt, so

Digitized by Google

dass sich das Rähmchen sammt dem darauf befestigten, auf seine Phosphorescenz zu prüfenden Körper zwischen den rotirenden Scheiben befindet.

Fig. 713.

Das ganze Instrument wird endlich mittelst des auf der Rückwand der Büchse aufgeschraubten Rohres B auf diejenige Röhre (etwa die Beleuchtungsröhre eines Sonnenmikroskops) aufgeschoben, durch welche die Sonnenstrahlen in das dunkle Zimmer eintreten.

Da sich nun aber in jedem physikalischen Cabinet eine Vorrichtung befindet, um eine Axe rasch in Rotation zu versetzen, so kann man dieselbe zur Construction des Phosphoroskops benutzen, und dadurch das etwas theure Räderwerk entbehrlich machen, wie ich es bei dem sogleich zu beschreibenden nach dem Princip des Becquerel'schen Phosphoroskops construirten Apparat ausgeführt habe.

Fig. 714 zeigt zwei Scheiben, A und B, welche, wie beim Becquerel'schen Phosphoroskop, auf einer und derselben Axe in unveränderlicher gegenseitiger Stellung ungefähr 1 Zoll von einander stehend be-

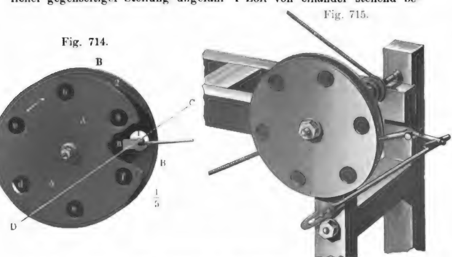


Fig. 714. Fig. 715.

festigt sind. Jede dieser Scheiben ist gegen den Rand hin mit 6 gleich weit von einander abstehenden Löchern versehen, und die Scheiben von starkem Metallblech sind so gegen einander gestellt, dass ein von dem Mittelpunkt eines Loches der Scheibe A auf die Ebene der anderen Scheibe gefälltes Perpendikel die Scheibe B in einem Punkte trifft, welcher in der Mitte zwischen zwei auf einander folgenden Löchern liegt.

Die Figuren 715 u. 716 (a.f.S.) in grösserem Maassstab, zeigen, wie dieses Scheibenpaar auf einer einfachen Rotationsvorrichtung (auch die Schwungmaschine Fig 326 Seite 265 liesse sich dazu verwenden) angebracht ist, welche auch noch zu manchen anderen Zwecken gebraucht wird, z. B. für die auf Seite 407 besprochenen Sirenenscheiben, für den Newton'schen Farbenkreisel u. s. w.

Digitized by Google

Diese Vorrichtung wird nun so aufgestellt, dass die Rotationsaxe des Scheibenpaares parallel ist mit der Richtung CD, Fig. 714, der durch die

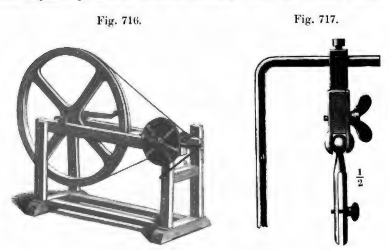


Fig. 716. Fig. 717.

Oeffnung im Laden des dunklen Zimmers eintretenden Sonnenstrahlen und dass dieses Strahlenbündel die Scheibe A an einer Stelle ihres Löcherkreises trifft. Ist nun das Scheibenpaar gerade so gestellt, wie Fig. 714 zeigt, so wird ein in der Richtung von D nach C sich fortpflanzendes Strahlenbündel die Scheibe A an einer Stelle treffen, welche zwischen den Löchern a und f in der Mitte liegt, in diesem Moment wird also kein Sonnenstrahl den Körper bei n treffen können, obgleich derselbe für ein bei C befindliches Auge durch das Loch 1 der Scheibe B sichtbar ist.

Werden die Scheiben in der Richtung des Pfeils gedreht, so fallen in rasch aufeinander folgenden Momenten Sonnenstrahlen durch die Oeffnungen a, b, c u. s. w. auf den Körper n, welcher in diesen Momenten von C aus nicht gesehen werden kann; dagegen ist n in den Zwischenmomenten von C aus sichtbar, in welchen dieser Körper gerade nicht von den Sonnenstrahlen getroffen wird.

Befindet sich nun in n ein durchscheinender oder durchsichtiger Körper, etwa ein Stückchen Glas, eine Platte Kalkspath u. s. w., so sieht man ihn mit einem eigenthümlichen Lichte strahlen, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit gross genug ist, denn unter diesen Umständen ist das Zeitintervall zwischen den Momenten, in welchen er bestrahlt, und den Momenten, in welchen er beschaut wird, sehr klein. Es beträgt $^1/_{12}$ der Umlaufszeit der Scheiben, wenn jede Scheibe 6 Löcher hat, und da man es mit Hülfe der Vorrichtung Fig. 716 leicht dahin bringen kann, dass die Scheiben 50 Umdrehungen in der Secunde machen, so vergeht für diesen Fall zwischen Insolation und Beobachtung nur eine Zeit von $^1/_{600}$ Secunde.

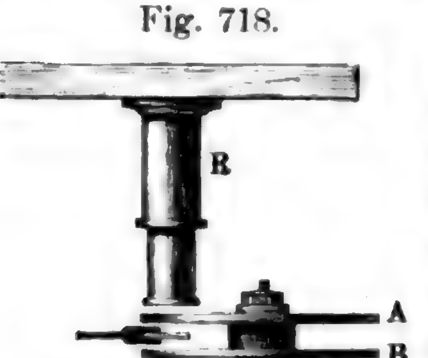
Digitized by Google

Fig. 717 stellt die Vorrichtung, mittelst deren die zu untersuchenden Körper zwischen den rotirenden Scheiben gehalten werden, in $^1/_2$ der natürlichen Grösse dar. Der Metallstab a, von welchem Fig. 717 nur das obere Ende zeigt, ist an das hölzerne Gestell angeschraubt, wie man Fig. 716 sieht.

Um möglichst gute Effecte zu erhalten, muss man das einfallende Bündel Sonnenstrahlen durch eine Linse auf den Körper n concentriren und alles störende Licht möglichst abhalten.

Bei dem Becquerel'schen Phosphoroskop ist dies dadurch erreicht, dass das rotirende Scheibenpaar in einer geschwärzten Büchse enthalten ist; bei der in Fig. 716 dargestellten Vorrichtung habe ich diesen Zweck durch folgende Anordnung zu erreichen gesucht.

Fig. 718.



In dem Laden des dunklen Zimmers ist das Beleuchtungsrohr R, Fig. 718, eines Sonnenmikroskops eingeschraubt und der Rotationsapparat so aufgestellt, dass das Scheibenpaar dicht vor der vorderen Linse des Beleuchtungsrohres rotirt. Vor den rotirenden Scheiben A und B wird aber noch ein beiderseits geschwärzter Schirm S aufgestellt, welcher nur eine einzige Oeffnung hat, deren Mittelpunkt in die Verlängerung des Rohres R fällt, und welche nur wenig grösser ist als eines der Löcher in den rotirenden Scheiben. Durch diese Oeffnung im Schirm S schaut der Beobachter aus einer Entfernung von mehreren Schritten hindurch.

Im Phosphoroskop sieht man eine grosse Menge von Körpern leuchten, welche nach der gewöhnlichen Beobachtungsweise keine Spur von Phosphorescenz zeigen, weil eben bei ihnen die Dauer der Phosphorescenz nur eine sehr kurze ist.

Schon bei geringer Umdrehungsgeschwindigkeit sieht man den Kalkspath im Phosphoroskop mit orangenfarbenem Lichte strahlen, während der Arragonit ein grünliches Licht giebt.

Glas, namentlich bleihaltiges Glas, leuchtet mit grünlichem Licht. Besonders schöne Effecte geben uranhaltige Substanzen, wie Uranglas, und Krystalle von salpetersaurem Uranoxyd. Die letzteren werden im Phosphoroskop mit lebhaft grünem Lichte sichtbar, wenn die Umdrehungsgeschwindigkeit der Art ist, dass die Beschauung $^1/_{30}$ bis $^1/_{25}$ Secunde nach der Bestrahlung stattfindet, das Maximum des Effectes tritt aber ein, wenn dieses Intervall $^1/_{300}$ bis $^1/_{250}$ Secunde beträgt.

Thonerde in Gestalt von Korund, Saphir oder Rubin strahlt im Phosphoroskop mit einem sehr lebhaften und reinen rothen Lichte. Dieselbe Farbe zeigt Thonerde, welche vor dem Knallgasgebläse geschmolzen worden ist, sowie Thonerde, welche aus der Lösung eines Thonerdesalzes niedergeschlagen und längere Zeit bei hoher Temperatur calcinirt worden ist. Um das letztere Präparat in dem Phosphoroskop zu beobachten, befestigt man das Pulver auf ein Glimmerblatt.

Digitized by Google

Auch verschiedene thonerdehaltige Mineralien, wie Spinell, Disthen, und in geringerem Grade Topas, leuchten im Phosphoroskop mit rothem Licht.

261 **Farbe des erregenden und des ausgestrahlten Lichtes.** Vergleicht man die Farbe der Strahlen, welche die Phosphorescenz zu erregen im Stande sind, mit der Farbe derjenigen, welche der Körper im Dunkeln ausstrahlt, so findet man ähnliche Beziehungen, wie wir sie bei der Fluorescenz kennen lernten. Im Allgemeinen ist die Farbe des ausgestrahlten Lichtes verschieden von der des erregenden. Bei der Phosphorescenz wie bei der Fluorescenz sind vorzugsweise die blauen, violetten und ultravioletten Strahlen die erregenden, während das Licht, mit welchem der phosphorescirende Körper im Dunkeln leuchtet, aus Strahlen von geringerer Brechbarkeit besteht.

Um genauer zu untersuchen, welche Theile des Spectrums erregend auf die künstlichen Phosphore wirken, wandte Becquerel folgendes Verfahren an: Die phosphorescirende Substanz wird in Pulverform dargestellt, und mit Hülfe eines feinen Siebes über ein Blatt Papier ausgestreut, welches mit einer dünnen Schicht von arabischem Gummi überstrichen ist. Nachdem das Blatt vollständig getrocknet ist, hat man eine mit einer phosphorescirenden Substanz überzogene Fläche, welche man einem nach der durch Fig. 671 auf Seite 591 erläuterten Methode erzeugten Spectrum aussetzen kann. Das Spectrum, mit welchem Becquerel experimentirte, war 5 bis 6 Mm. hoch, während sein sichtbarer Theil eine Länge von 4 bis 5 Cm. hatte.

Auf diese Weise ergeben sich unter anderen folgende interessante Resultate.

Ein roth und ein blau leuchtendes Schwefelstrontium sowie ein gelb leuchtendes Schwefelbarium wurden nur im ultravioletten Theile des Spectrums phosphorescirend. Der ganze sichtbare Theil des Spectrums wirkte nicht erregend auf diese Substanzen.

Ein grün leuchtendes Schwefelcalcium wurde phosphorescirend in dem Theil des Spectrums, welcher zwischen die Fraunhofer'schen Linien *G* und *H* fällt, und dann wieder im ultravioletten Theil des Spectrums durch die Partie, welche zwischen den dunklen Linien *M* und *Q* (siehe Tab. VI.) liegt. Die Partie zwischen *H* und *M* brachte fast keine erregende Wirkung hervor.

Ein besonders interessantes Präparat ist ein schön grün phosphorescirendes Schwefelstrontium, welches durch Einwirkung von Schwefel auf kohlensauren Strontian erhalten wurde. Flächenhaft ausgebreitet, zeigt es zwei Maxima phosphorescirender Erregung, eines zwischen *F* und *H*, das andere zwischen *L* und *P*, während zwischen *H* und *L* keine Phosphorescenz merklich ist. Wenn dieses Präparat so dargestellt ist, dass es im diffusen Tageslicht schwefelgelb erscheint, so ist es aber nicht allein phosphorescirend, sondern mit der gleichen Farbe auch fluores-

Digitized by Google

cirend, und zwar nicht allein an denselben Stellen des Spectrums, in welchen es phosphorescirt, sondern auch, wenngleich weit schwächer, zwischen *H* und *L*. Mit der Insolation hört aber die Lichtemission zwischen *H* und *L* auf, während sie an den beiden anderen bezeichneten Stellen noch eine Zeit lang fortdauert.

Man findet also so mannigfache Beziehungen und Analogien zwischen Phosphorescenz und Fluorescenz, dass man zu dem Schlusse berechtigt ist, die Fluorescenz sei ein Phosphoresciren, welches schon während der Insolation wahrnehmbar ist, aber sehr rasch nach dem Aufhören der Insolation verschwindet. Umgekehrt kann man die Phosphorescenz als eine die Insolation noch lange überdauernde Fluorescenz bezeichnen.

Im Sinne der später ausführlicher zu besprechenden Undulationstheorie des Lichtes kann man die Erscheinungen der Fluorescenz und der Phosphorescenz ungefähr in folgender Weise erklären.

Die Lichtstrahlen werden nach der Undulationstheorie durch die Vibrationen des Aethers fortgepflanzt, welcher nicht nur die Himmelsräume, sondern auch die Zwischenräume zwischen den Atomen der ponderabeln Körper erfüllt. Wenn nun die Lichtstrahlen (Aethervibrationen), welche einen Körper treffen, nicht allein den in ihnen enthaltenen Aether, sondern auch seine ponderabeln Atome in Oscillation versetzen, so wird er selbstleuchtend, wenn die Oscillationsgeschwindigkeit nicht unter eine gewisse Gränze (die Oscillationsgeschwindigkeit der rothen Strahlen) herabsinkt. Der Körper ist fluorescirend, wenn die Vibration seiner ponderabeln Atome mit der Einwirkung der erregenden Lichtstrahlen aufhört; er ist phosphorescirend, wenn die Vibration seiner Körperatome nach dem Aufhören der Insolation noch eine Zeit lang fortdauert.

Wenn durch die einen Körper treffenden Aethervibrationen auch seine ponderabeln Atome in Vibration versetzt werden, so muss dies nothwendig eine Verminderung der Oscillationsgeschwindigkeit zur Folge haben, wodurch die bei der Phosphorescenz wie bei der Fluorescenz stattfindende Umwandlung der rascher oscillirenden brechbareren Strahlen des auffallenden Lichtes in langsamer vibrirende, weniger brechbare, ihre Erklärung finden.

Digitized by Google

Sechstes Capitel.

Die chemischen Wirkungen des Lichtes.

---

262 **Einfluss des Lichtes auf chemische Verbindungen und Zersetzungen.** Zwischen den Erscheinungen der Fluorescenz und den chemischen Wirkungen des Lichtes finden so vielfache Beziehungen statt, dass die Besprechung der letzteren am zweckmässigsten gerade nach den die Fluorescenz behandelnden Paragraphen ihre Stelle findet.

Bei gewöhnlicher Temperatur verbinden sich im Dunklen Chlorgas und Wasserstoffgas nicht mit einander; sobald man aber dem Lichte den Zutritt gestattet, geht die Verbindung vor sich, und zwar langsam im Tageslichte, unter Explosion im Sonnenlichte. — Das in Wasser absorbirte Chlorgas entzieht nur unter Einwirkung des Lichtes dem Wasser allmälig den Wasserstoff; Phosphor, welcher in Wasser aufbewahrt wird verwandelt sich im Sonnenlichte in rothes Phosphoroxyd. — Concentrirte, Salpetersäure zersetzt sich am Lichte schon bei gewöhnlicher Temperatur zum Theil in Sauerstoff und Untersalpetersäure; das weisse Chlorsilber wird durch das Licht geschwärzt, was eine Folge seiner Zersetzung ist, indem das Chlor entweicht und das Silber metallisch (reducirt) in fein vertheiltem Zustande zurückbleibt. Es sind hier nur einige der auffallendsten Beispiele angeführt, um den Einfluss des Lichtes auf chemische Verbindungen und Zersetzungen nachzuweisen; es finden sich solcher Beispiele noch viele in allen Lehrbüchern der Chemie.

Sehr auffallend ist der Einfluss des Lichtes auf die Zersetzung organischer Substanzen; es befördert nämlich die Vereinigung des Sauerstoffs der Atmosphäre mit dem Kohlenstoff und dem Wasserstoff der organischen Körper; daher kommt denn auch das Bleichen vegetabilischer Farbstoffe im Lichte, namentlich im Sonnenlichte, die gelbe Färbung des Terpentin-

Digitized by Google

öls, die grüne Färbung des gelben Guajaks, wenn eine weingeistige Lösung desselben, auf Papier gestrichen, dem Lichte ausgesetzt wird u. s. w.

Zum Gedeihen der lebenden Pflanzen ist das Licht durchaus nöthig. Im Dunklen ist eine kräftige Entwickelung derselben unmöglich, sie erhalten hier bald ein verkümmertes Ansehen, Blätter und Blüthen bleiben blass. Pflanzen, die in Zimmern gezogen werden, wachsen bekanntlich immer nach den Fenstern hin.

Die grünen Theile der Pflanzen absorbiren Kohlensäure aus der Luft; diese Kohlensäure wird zerlegt, der Kohlenstoff bleibt als Bestandtheil der Pflanze zurück, während der Sauerstoff wieder in die Atmosphäre ausgehaucht wird. Diese Zersetzung der Kohlensäure und das Aushauchen von Sauerstoff in die Luft findet aber nur unter dem Einflusse des Lichtes statt. Man kann sich leicht davon überzeugen, wenn man einen frischen grünen Zweig unter eine mit kohlensäurehaltigem Wasser gefüllte Glasglocke bringt; im Lichte entwickeln sich zahlreiche Gasblasen an den Blättern, die in den oberen Theil der Glasglocke aufsteigen; das hier gesammelte Gas ist Sauerstoffgas. Diese Gasentwickelung findet im Dunklen nicht statt, sie hört auf, sobald dem Wasser alle freie Kohlensäure entzogen worden ist.

Im Allgemeinen ist die chemische Wirkung der blauen und violetten Strahlen ungleich stärker als die der gelben und rothen.

Photographie. Schon Wedgwood kam auf den Gedanken, die 263
Schwärzung des Chlorsilbers zu benutzen, um die Bilder der Camera obscura zu fixiren, und in der That stellte Davy mittelst eines Sonnenmikroskops die Bilder kleiner Gegenstände auf Chlorsilberpapier dar; sie wurden aber bald durch die fortdauernde Einwirkung des Lichtes auf das Chlorsilber wieder vernichtet. Niepce brachte es in der Kunst, solche Lichtbilder zu fixiren, schon weiter; allein erst Daguerre fand nach vielen mühsamen Versuchen ein Verfahren, welches in dieser Hinsicht fast Unglaubliches leistet.

Das Material, auf welchem die Daguerre'schen Lichtbilder dargestellt werden, ist eine plattirte, d. h. eine mit einer dünnen Silberschicht überzogene Kupferplatte. Nachdem sie gehörig gereinigt worden ist, wird sie auf eine viereckige Porzellanschale gelegt, welche eine wässerige Lösung von Chlorjod enthält, und hier so lange den Dämpfen des Jods ausgesetzt, bis sich eine goldgelbe oder violette Schicht von Jodsilber auf der Platte gebildet hat. Nun wird die Platte, vor jeder fremden Einwirkung des Lichtes geschützt, genau an der Stelle in die Camera obscura eingesetzt, an welcher ein scharfes Bild des abzubildenden Gegenstandes entsteht. Nach einiger Zeit, deren Dauer von mannigfachen Umständen abhängt, wird die Platte aus der Camera obscura weggenommen. Man sieht jetzt noch keine Spur eines Bildes; dasselbe tritt aber alsbald hervor, wenn man sie Quecksilberdämpfen aussetzt. Sobald das Bild hinlänglich ausgeprägt ist, wird die Platte in eine Lösung von unterschwefelig-

Digitized by Google

saurem Natron gelegt, wodurch der Ueberzug von Jodsilber aufgelöst und so eine fernere Einwirkung des Lichtes unmöglich gemacht wird.

An den Stellen der jodirten Platte, auf welche die hellen Partien des Bildes der Camera obscura gefallen waren, hat das Licht schon eine Einwirkung hervorgebracht, bevor dieselbe dem Auge sichtbar wird; diejenigen Stellen der Platte nämlich, welche dem Lichte am meisten ausgesetzt waren, haben die Eigenschaft erhalten, Quecksilberdämpfe zu condensiren; hier schlägt sich also Quecksilber in unendlich feinen Perlchen nieder, während da, wo das Licht nicht eingewirkt hat, kein solcher Niederschlag stattfindet. Nachdem nun an den letzteren Stellen das völlig unveränderte Silberjodid abgewaschen worden ist, hat man an den hellen Partien des Bildes den feinen Quecksilberstaub, da, wo das Licht nicht eingewirkt hat, den glänzenden Silberspiegel; und wenn man die Platte so hält, dass der Spiegel solche Strahlen in das Auge reflectirt, welche von dunklen Gegenständen kommen, so bildet dieser Silberspiegel den dunklen Grund, auf welchem die hellen Partien durch das von den Quecksilberkügelchen nach allen Seiten hin zerstreute Licht hervortreten.

Wenn man die Platte länger in der Camera obscura lässt, so wird die Wirkung des Lichtes auf der jodirten Platte ohne Weiteres sichtbar, indem das Jodsilber da geschwärzt wird, wo das Licht am kräftigsten wirkt; das auf diese Weise entstehende Bild ist ein negatives, d. h. den hellen Stellen des Gegenstandes entsprechen die dunklen Stellen des Bildes, und umgekehrt.

Wenn man die Platte so lange in der Camera obscura gelassen hat, dass die Lichtwirkung auf derselben sichtbar wird, so ist der zur Erzeugung eines Daguerre'schen Bildes geeignete Moment schon vorüber.

Das zuerst von Talbot in Anwendung gebrachte Verfahren, welches man vorzugsweise mit dem Namen der Photographie bezeichnet, zerfällt in zwei Theile: 1) die Herstellung eines negativen Bildes, d. h. eines solchen, bei welchem die hellen Partien des Gegenstandes dunkel erscheinen und umgekehrt. Von diesem negativen Bilde wird dann 2) eine positive Copie gemacht, in welcher die Licht- und Schattenverhältnisse denen des Gegenstandes entsprechen.

Das negative Bild, welches ursprünglich auf Papier gemacht wurde, wird gegenwärtig fast allgemein auf Glas dargestellt, und zwar auf folgende Weise: die Glasplatte wird mit Collodium übergossen, welchem eine bestimmte Quantität Alkohol zugesetzt und in welchem etwas Jodkalium aufgelöst ist. Nachdem die Collodiumschicht gleichförmig über die Platte ausgebreitet ist, lässt man das Ueberflüssige ablaufen und taucht dann die Platte in ein sogenanntes Silberbad, d. h. in eine wässerige Lösung von salpetersaurem Silber.

Das salpetersaure Silber durchdringt nun die Collodiumschicht, und mit Jodkalium in Berührung kommend, bildet sich Jodsilber, welches nebst einem Ueberschuss von salpetersaurem Silber durch die ganze Collodium-

Digitized by Google

schicht gleichförmig vertheilt ist und welches eigentlich die empfindliche Schicht bildet.

Es versteht sich von selbst, dass diese Operation in einem dunklen, nur von einer Kerze erleuchteten Zimmer vorgenommen werden muss, weil unter dem Einfluss des Tageslichtes das neu gebildete Jodsilber sogleich geschwärzt werden würde.

Die so präparirte Platte wird nun in die Camera obscura gesetzt, aber schon nach kurzer Zeit herausgenommen, ehe noch durch das Licht direct eine Reduction des Jodsilbers bewirkt worden, ehe also noch das negative Bild sichtbar geworden ist. An den Stellen, wo das Licht eingewirkt hat, ist aber nun das Jodsilber leichter reducirbar, als an solchen Stellen, wo das Licht nicht einwirkte, so dass, wenn man nun auf die aus der Camera obscura herausgenommene Platte eine reducirende Flüssigkeit giesst, wozu man gewöhnlich Pyrogallus-Säure wählt, an den dem Lichte ausgesetzt gewesenen Stellen rasch eine Reduction des Silbers, also eine Schwärzung erfolgt, während an den nicht vom Lichte getroffenen Stellen die empfindliche Schicht unverändert bleibt.

Ist auf diese Weise das negative Bild hervorgerufen, so müssen die empfindlichen Substanzen aus der Collodiumschicht entfernt werden, weil sonst nach kurzer Zeit unter Einwirkung des Tageslichtes die ganze Collodiumschicht schwarz werden würde. Es geschieht dies dadurch, dass man die Platte mit einer Lösung von unterschwefligsaurem Natron übergiesst und dann mit Wasser abwäscht, wodurch, wie man sagt, das Bild fixirt wird.

Zur Darstellung der positiven Bilder wendet man ein mit Chlorsilber imprägnirtes Papier an, welches in folgender Weise präparirt wird: Ein Blatt Papier wird mit der einen Seite auf eine Kochsalzlösung gelegt und, nachdem es ganz durchfeuchtet ist, zwischen Fliesspapier etwas getrocknet; alsdann wird das Papierblatt (im dunklen Zimmer) mit derselben Seite, welche auf der Kochsalzlösung gelegen hatte, auf eine Lösung von salpetersaurem Silberoxyd gelegt; es bildet sich nun Chlorsilber, welches die leichtempfindliche Substanz des photographischen Papieres ist (Näheres in Frick's physikalischer Technik).

Auf dem Chlorsilberpapier wird nun das positive Bild auf folgende Weise erzeugt.

Das negative Glasbild wird in einen vorn mit einer Glasplatte versehenen Rahmen (den Copirrahmen) gelegt, darauf das Chlorsilberpapier (mit seiner präparirten Seite) und hinter dieses dann ein schwarzes Tuch, und nachdem Alles durch eine von hinten her angepresste Rückwand gehörig gegen Verschiebung gesichert ist, wird der Copirrahmen so den Sonnenstrahlen ausgesetzt, dass dieselben durch die hellen Stellen des negativen Bildes hindurch auf das Chlorsilberpapier fallen und hier eine Schwärzung hervorbringen. Ist auf diese Weise das positive Bild auf dem Papier hergestellt, so muss, um das vollständige Schwarzwerden desselben zu verhindern, das noch unzersetzte Chlorsilber aus dem Pa-

Digitized by Google

piere ausgewaschen werden, was dadurch geschieht, dass man das Bild eine Zeitlang in eine Auflösung von unterschwefligsaurem Natron und dann in reines Wasser legt, wodurch dann nun auch das positive Bild fixirt ist.

264 **Ungleichheit der chemischen Wirkungen verschiedenfarbiger Strahlen.** Nicht alle Strahlen des weissen Sonnen- und Tageslichtes bringen gleich starke chemische Wirkungen hervor, unter einem rothen Glase verbinden sich Wasserstoffgas und Chlorgas nicht, wohl aber unter einem blauen oder violetten Glase und im weissen Lichte; Chlorsilber wird im blauen und violetten, aber fast gar nicht im rothen Lichte geschwärzt. Berard hat die chemische Wirkung der verschiedenen prismatischen Farben selbst untersucht. Er liess die mittelst eines Heliostats in ein dunkles Zimmer geworfenen Sonnenstrahlen auf ein Prisma fallen und fing das so erzeugte Spectrum auf einem mit Chlorsilber imprägnirten Papier auf; da das Spectrum unverrückt blieb, so konnte eine und dieselbe Farbe längere Zeit auf dieselbe Stelle des Chlorsilberpapiers wirken. Er fand auf diese Weise, dass die chemischen Wirkungen am violetten Ende des Spectrums am stärksten sind und sich selbst noch über die Gränzen des sichtbaren Spectrums hinaus erstrecken, wie dies auch früher schon Ritter und Wollaston gefunden hatten. Die blauen Strahlen brachten schon eine weit schwächere Wirkung hervor, die grünen, gelben und rothen Strahlen wirkten so gut wie gar nicht. Um diesen Unterschied recht auffallend zu machen, concentrirte er durch eine Linse alle Strahlen vom Grün bis zum äussersten Violett, durch eine zweite Linse aber den übrigen Theil des Spectrums, also die grünen, die gelben und die rothen Strahlen. Im Vereinigungspunkte der grünen, gelben und rothen Strahlen wurde das Chlorsilberpapier selbst nach zweistündiger Einwirkung kaum merklich verändert, obgleich hier das Licht blendend hell war, während in dem weit lichtschwächeren Vereinigungspunkte der blauen und violetten Strahlen das Chlorsilber schon in 10 Minuten geschwärzt wurde. Es geht daraus auch hervor, dass die chemischen Wirkungen des Lichtes nicht bloss von der gleichzeitig entwickelten Wärme abhängen können.

Wir sehen also hier eine vollkommene Analogie zwischen den chemischen Wirkungen des Lichtes und der Fluorescenz; hier wie dort sind die brechbareren Strahlen die wirksameren; hier wie dort geht die Wirkung noch über die violette Gränze des Spectrums hinaus. Es ist demnach, um die Lage der dunklen Linien im ultravioletten Theile des Spectrums zu ermitteln, gewiss das Zweckmässigste, das Spectrum zu daguerreotypiren oder zu photographiren. Um dies auszuführen, erzeugt man nach der auf Seite 591 angegebenen Weise ein Spectrum, welches, auf einem Schirm aufgefangen, die Fraunhofer'schen Linien möglichst deutlich zeigt, und bringt dann die präparirte Platte an die Stelle dieses Schirmes, um das negative Bild zu erzeugen.

Digitized by Google

Als v. Babo und ich bei Anwendung eines Flintglasprismas und einer Glaslinse das negative Bild bei einer Lichteinwirkung von 1 Secunde herstellten, ging die Wirkung kaum über die Linien *G* und *H* hinaus, so dass von *L* noch keine Spur erschien; dagegen waren zwischen *G* und *H* alle Linien scharf und deutlich sichtbar. Man sieht daraus, dass die dunkelblauen und violetten Strahlen zwischen *G* und *H* die photographisch wirksamsten sind. Erst bei einer Lichteinwirkung von 15 Secunden ging die Lichtwirkung etwas über die von Stokes mit *N* bezeichnete Liniengruppe hinaus; allein nun war die ganze Partie zwischen *G* und *H* ganz hell und alle Linien vollkommen verschwunden, selbst die Linien *H* erschienen bedeutend angefressen.

Um ein möglichst weit über das Violett hinausgehendes Spectrum zu erhalten, muss man statt der Glasapparate ein Prisma und eine Linse von Quarz anwenden; bei einer 16 Secunden lang dauernden Lichteinwirkung erhielt ich auf diese Weise ein photographirtes Spectrum, welches sich bis über den Streifen *R* (Tab. VI.) hinaus erstreckte.

Da es nun aber nach den obigen Bemerkungen unmöglich ist, ein direct photographirtes Spectrum herzustellen, in welchem alle Streifen von *G* bis *R* gleich deutlich erscheinen, so habe ich mit der grössten Genauigkeit in grossem Maassstabe Linie für Linie copirend eine getuschte Zeichnung des Spectrums hergestellt und von dieser ist dann Tab VI. eine verkleinerte photographische Copie. In dem photographirten Spectrum Tab. VI. erscheinen deshalb auch alle dunklen Linien von *G* bis *R* deutlich, während in dem direct photographirten Spectrum bei kürzerer Lichteinwirkung nur die Streifen zwischen *G* und *H*, in dem Maasse aber, in welchem die Insolation länger dauert, nach und nach die Partien zwischen *H* und *M*, oder die zwischen *M* und *O*, zwischen *O* und *Q* oder endlich zwischen *Q* und *R* hervortreten.

Von *G* aus gegen das rothe Ende des Spectrums hin breitet sich die chemische Wirkung des Lichtes mit zunehmender Dauer der Insolation nur sehr wenig aus. Erst bei einer Lichteinwirkung von 30 Secunden dehnte sich das photographirte Spectrum bis *F* aus.

Während also die Strahlen, welche zwischen die Fraunhofer'schen Linien *G* und *H* fallen, die kräftigsten chemischen Wirkungen hervorbringen, ist, wenigstens für das gewöhnliche Collodium, die Wirkung selbst der blauen Strahlen zwischen *G* und *F* eine sehr schwache; die grünen, gelben und rothen Strahlen aber bringen hier gar keine photographische Wirkung hervor.

Bei Anwendung eines mehr bromhaltigen Collodiums wurde die Ausdehnung des Spectrums bis zum Streifen *F* schon bei einer Lichteinwirkung von wenigen Secunden erreicht; das so erhaltene Bild war rein und scharf.

Es geht daraus hervor, dass verschiedene chemische Präparate durchaus kein gleiches Verhalten gegen die verschiedenen Partien des Spectrums zeigen. In der That ist es mehreren Physikern gelungen, Licht-

Digitized by Google

bilder des Sonnenspectrums auf Daguerreotypplatten herzustellen, welche sich fast bis zur Gränze des Roth erstrecken.

Eine ganz ausgezeichnete Photographie des Spectrums hat Rutherfurd in Newyork ausgeführt, und zwar in so grossem Maassstab, dass der Abstand der einzelnen Fraunhofer'schen Linien ungefähr 20 mal so gross ist, als beim photographirten Spectrum auf Tab. VI. ($^1/_2$ des Maassstabs der in §. 250 besprochenen Kirchhoff'schen Spectraltafel). Die Entfernung von *H* bis *G* beträgt 40,7, die von *G* bis *F* beträgt 38 Centimeter.

Zur Herstellung seines Spectrums wandte Rutherfurd zwei Schwefelkohlenstoff-Prismen von 60° an, es geht deshalb auch nicht über die *H* Streifen hinaus, während es auf der andern Seite gegen das Grün hin noch ziemlich weit über *F* hinausgeht.

Das Rutherfurd'sche Spectrum bildet begreiflicher Weise nicht einen einzigen zusammenhängenden Streifen, sondern es besteht aus 10 einzelnen Spectralstücken, die sich theilweise überdecken.

Wahrhaft überraschend ist es, wie genau die Rutherfurd'sche Photographie mit der Kirchhoff'schen Zeichnung übereinstimmt. Wollte man in ähnlicher Weise den ultra-violetten Theil des Spectrums photographiren, so müsste man mindestens drei Quarzprismen von 60° anwenden, deren brechende Kante parallel ist mit der optischen Axe des Krystalls und zwar müsste man den ultravioletten Theil des am stärksten gebrochenen (des extraordinären) Bildes photographiren.

Digitized by Google

Siebentes Capitel.

Vom Auge und den optischen Instrumenten.

Das Gesichtsorgan. Die Empfindung des Lichtes und der Farbe rührt von einer Affection besonderer Nerven her, deren feine Enden sich als eine Nervenhaut ausbreiten. Die Empfindung des Dunklen rührt von einer vollkommenen Ruhe dieser Nervenhaut her, jeder Reiz derselben bringt aber die Empfindung von Helligkeit, von Licht hervor; ganz vorzüglich wird dieser Reiz durch die Lichtstrahlen hervorgebracht, welche die Körper der Aussenwelt durch das Auge auf die Nervenhaut, die Netzhaut, senden; doch ist auch die Empfindung von Licht und Farbe durch andere Ursachen ohne Mitwirkung der von aussen kommenden Lichtstrahlen möglich, z. B. durch den Druck des Blutes (Flimmern vor den geschlossenen Augen). Ein äusserer Druck auf das geschlossene Auge, eine elektrische Entladung sind ebenfalls im Stande, Lichtempfindungen hervorzubringen. 265

Zum Unterscheiden äusserer Gegenstände durch das Gesicht reicht es nicht hin, dass die von einem Körper ausgehenden Lichtstrahlen auf die Nervenhaut fallen, es sind noch lichtsondernde Apparate nöthig, welche bewirken, dass die von einem leuchtenden Punkte ausgehenden Strahlen nur eine bestimmte Stelle der Nervenhaut treffen, und dass von dieser Stelle die von anderen Punkten herkommenden Lichtstrahlen abgehalten werden; auf diese Weise sind die verschiedenen Stellen der Netzhaut verschieden afficirt, und dadurch wird eine Unterscheidung möglich. Wo solche lichtsondernde Apparate fehlen, wie dies bei vielen niederen Thierclassen der Fall ist, da kann kein eigentliches Sehen, sondern nur eine Unterscheidung von Licht und Dunkel, von Tag und Nacht stattfinden; doch sind selbst für eine solche Lichtempfindung noch besondere Nervenapparate nöthig.

Nicht bei allen Thierclassen, bei denen ein eigentliches Sehen stattfindet, sind die zur Isolirung der Lichteindrücke bestimmten Vorrichtun-

Digitized by Google

gen auf dieselbe Weise eingerichtet; man unterscheidet zwei wesentlich verschiedene Arten von Augen, nämlich 1) die musivisch zusammengesetzten Augen der Insecten und Crustaceen, und 2) die mit Sammellinsen versehenen Augen der Wirbelthiere.

266 **Zusammengesetzte Augen.** Erst durch die classischen Untersuchungen Müller's ist das Wesen der musivisch zusammengesetzten Augen klar gemacht worden (Physiologie des Gesichtssinnes 1826, und Handbuch der Physiologie des Menschen 1837). Auf der convexen Nervenhaut steht eine grosse Menge durchsichtiger Kegel rechtwinklig auf, und nur diejenigen Strahlen können die Basis eines solchen Kegels auf der Nervenhaut erreichen, die in der Richtung der Axe dieses Kegels einfallen. Alles seitlich einfallende Licht wird absorbirt, weil die Seitenwände der Kegel mit einem dunkelfarbigen Pigmente bekleidet sind. In

Fig. 719.

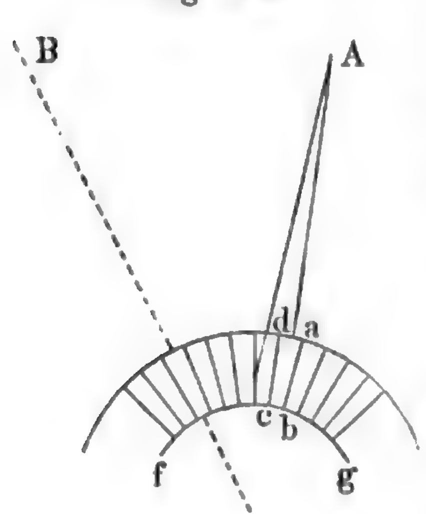


Fig. 719 sei fg ein Durchschnitt der convexen Nervenhaut mit den darauf sitzenden durchsichtigen Cylindern, so ist es klar, dass die von dem leuchtenden Punkte A ausgehenden Strahlen nur in cb, der Basis des abgestumpften Kegels $abcd$, die Nervenhaut treffen können; schon die Basis der beiden neben $abcd$ liegenden Kegel wird nicht mehr durch die von A ausgehenden Strahlen getroffen; ein leuchtender Punkt B sendet seine Strahlen wieder an eine andere Stelle der Netzhaut u. s. w. Auf die Basis eines solchen durchsichtigen Kegels wird natürlich alles Licht wirken, welches von Punkten herkommt, die in der Verlängerung des Kegels liegen, und die Lichteindrücke von allen Punkten, welche Licht auf die Basis desselben Kegels senden, werden sich auch vermischen, und somit sieht man leicht ein, dass die Deutlichkeit des Bildes auf der Nervenhaut um so grösser sein wird, je grösser die Anzahl der Kegel ist. Sehr treffend charakterisirt Müller das Sehen solcher Augen, indem er sagt: „Die Darstellung des Bildes in mehreren tausenden gesonderten Punkten, wovon jeder Punkt einem Feldchen der Aussenwelt entspricht, gleicht einer Mosaik, und man kann sich aus einer kunstreichen Mosaik die beste Vorstellung von dem Bilde machen, welches die Geschöpfe, die eines solchen Organs theilhaftig sind, von der Aussenwelt erhalten werden."

Die Grösse des Sehfeldes solcher Augen hängt natürlich von dem Winkel, den die Axen der äussersten Kegel mit einander machen, also von der Wölbung der Augen, ab. Die durchsichtige Haut, welche das ganze Auge nach aussen hin bedeckt, die Hornhaut, ist gewöhnlich in Facetten abgetheilt, und jede einzelne Facette entspricht einem der eben besprochenen durchsichtigen Kegel. Die Zahl der Facetten eines solchen

Digitized by Google

Auges ist in der Regel sehr gross; ein einziges Auge enthält oft 12 bis 20 Tausend solcher Facetten.

Nicht alle Insecten haben solche musivisch zusammengesetzte Augen, die Spinnen z. B. haben einfache linsenhaltige Augen, welche ganz so gebaut sind wie die Augen der Wirbelthiere; ja es giebt viele Insecten, welche ausser den musivisch zusammengesetzten auch noch einfache linsenhaltige Augen haben, doch lässt der Bau derselben, so wie auch ihre Stellung vermuthen, dass sie nur zum Sehen der allernächsten Gegenstände bestimmt sind.

Einfache Augen mit Sammellinsen. Auf der Netzhaut der 267 mit Collectivlinsen versehenen Augen entsteht das Bild ganz auf dieselbe Weise, wie die Sammelbilder der gewöhnlichen Linsen; die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen, welche die Vorderfläche des Auges treffen, werden nämlich durch die durchsichtigen Medien des Auges nach einem Punkte der Netzhaut hin gebrochen. Fig. 720 soll den horizontalen Durchschnitt eines menschlichen Auges bei zweimaliger Vergrösserung darstellen. Der ganze Augapfel ist von einer festen, harten Haut umgeben, welche nur auf der Vorderseite durchsichtig ist, dieser durchsichtige Theil wird die Hornhaut (*cornea*), der weisse undurchsichtige Theil die harte Haut (*tunica sclerotica*) genannt; die durchsichtige Hornhaut ist stärker gewölbt als der übrige Theil des Augapfels. Hinter der Hornhaut liegt die farbige Regenbogenhaut $bss'b'$ (*iris*), welche fast eben ist. In der Mitte der Regenbogenhaut bei ss' befindet sich eine kreisförmige Oeffnung, welche von vorn gesehen vollkommen schwarz (das Schwarze im Auge) erscheint; diese Oeffnung führt den Namen der Pupille. Hinter der Iris und der Pupille befindet sich die Krystalllinse; sie ist in einer durchsichtigen Kapsel enthalten, durch welche sie auch an der äusseren Hülle des Auges befestigt ist. Neuere Untersuchungen haben gezeigt, dass beim lebenden Auge die Iris dicht an der Linse anliegt. Zwischen der Linse und der Hornhaut befindet sich eine klare, etwas salzige Flüssigkeit, die wässerige Feuchtigkeit (*humor aqueus*); der

Fig. 720.

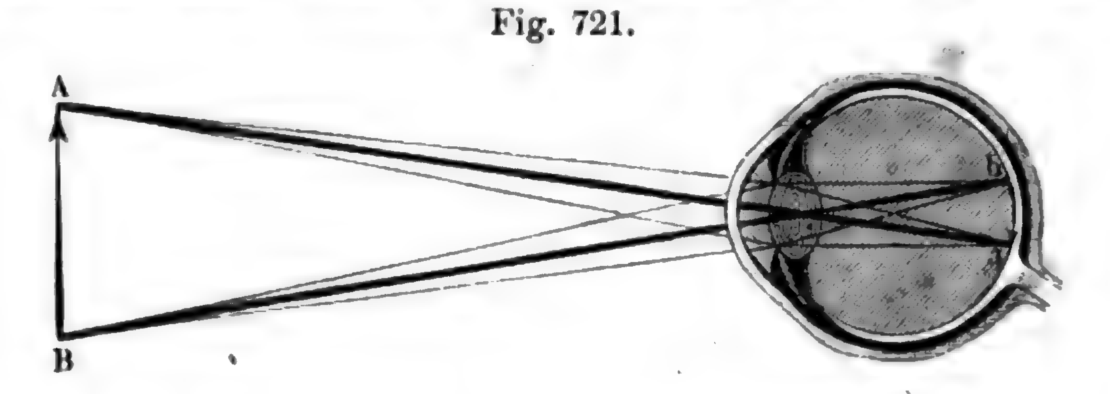
Digitized by Google

ganze Raum hinter der Linse ist dagegen mit einer durchsichtigen gallertartigen Substanz, der Glasfeuchtigkeit oder dem Glaskörper (*humor vitreus*), angefüllt. Die Krystalllinse selbst, deren Vorderseite flacher ist als die Hinterseite, ist stärker brechend als die beiden Flüssigkeiten, zwischen denen sie sich befindet; sie besteht aus übereinander gelagerten durchsichtigen Schichten, welche sich der Kugelgestalt um so mehr nähern, je mehr man ins Innere dringt.

Ueber die Sclerotica ist im Inneren des Auges die Aderhaut (*tunica choroidea*) ausgebreitet, und über dieser endlich liegt die Netzhaut (*retina*), welche nur eine Ausbreitung des Sehnerven *n* ist. Die Aderhaut, welche die ganze innere Höhlung des Auges bekleidet, ist mit einem schwarzen Pigment überzogen; diese Schwärzung ist nöthig, damit nicht durch Reflexionen im Inneren des Auges die Reinheit der Bilder gestört wird. Aus demselben Grunde werden auch die Fernröhre innen geschwärzt.

Die Lichtstrahlen, welche auf das Auge fallen, treffen entweder auf den vorderen Theil der Sclerotica, das Weisse im Auge, und werden unregelmässig nach allen Seiten zerstreut; oder sie dringen durch die Hornhaut in das Auge ein; die äusseren der durch die Hornhaut eingedrungenen Strahlen fallen auf die Iris und werden nach allen Seiten hin unregelmässig zerstreut, wodurch die Farbe der Regenbogenhaut sichtbar wird. Die centralen Strahlen endlich fallen durch die Pupille auf die Linse und werden durch dieselbe nach der Retina hin gebrochen, und zwar so, dass die von einem Punkte eines äusseren Gegenstandes ausgehenden Strahlen, welche durch die Pupille gehen, in einem Punkte auf der Netzhaut wieder vereinigt werden, wie dies Fig. 721 erläutert. So

Fig. 721.



entsteht auf der Netzhaut ein verkehrtes verkleinertes Bild der vor dem Auge befindlichen Gegenstände.

Man kann sich leicht durch den Versuch an einem etwas grossen Thierauge, etwa an einem Ochsen- oder Pferdeauge, von der Existenz dieses Netzhautbildchens überzeugen; man braucht nur oben bei *b*, Fig. 722, ein viereckiges Loch in die Sclerotica zu schneiden und alles Undurchsichtige wegzunehmen, um durch diese Oeffnung auf die Netzhaut sehen zu können. Damit das Auge möglichst seine Form behalte, legt man es in die halbkugelförmige Höhlung eines Stativs, wie es die Figur zeigt. — Meist quillt die Glasfeuchtigkeit aus der Oeffnung

Digitized by Google

ab hervor und verhindert, weil sie nicht mit ebener Fläche begränzt ist, dass man die Netzhautbildchen deutlich sehen kann. Diesen Uebelstand vermeidet man dadurch, dass man ein Glasplättchen auf die Oeffnung legt. — Das Bild der Gegenstände, auf welche das Auge gerichtet ist, sieht man bei diesem Versuche verkehrt auf der Netzhaut. Leicht lässt sich auch das Bild auf der Netzhaut weisssüchtiger Thiere, z. B. weisser Kaninchen, zeigen, bei welchen der schwarze Ueberzug der Aderhaut fehlt, während zugleich der hintere Theil der Sclerotica durchscheinend ist. An solchen Augen sieht man die Netzhautbilder ohne weitere Präparation.

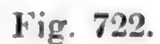
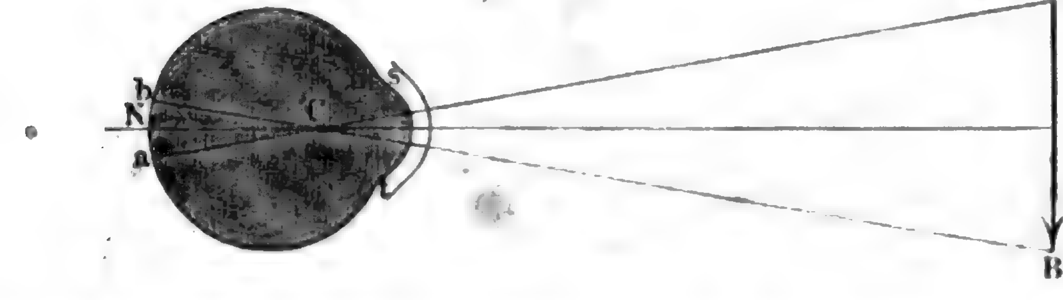


Fig. 722.

Bei den meisten numerischen Bestimmungen über den Gang der Lichtstrahlen im Auge kann man ohne merkliche Fehler statt der drei durchsichtigen Medien des Auges ein einziges substituiren, dessen Vorderfläche gleichfalls eine sphärisch convexe Krümmung hat, und welches man mit dem Namen des reducirten Auges bezeichnet. Ist der Brechungsexponent des reducirten Auges gleich dem der Glasfeuchtigkeit, nämlich 1,34, so müssen wir, wie Listing nachgewiesen hat (Wagner's Handwörterbuch der Physiologie Bd. IV, S. 495), den Krümmungshalbmesser der vorderen Fläche *st*, Fig. 723, gleich $5,1^{mm}$ und die Entfernung des Krümmungsmittelpunktes *C* von der Mitte *N* der Netzhaut gleich 15^{mm} annehmen, wenn das reducirte Auge die Bilder auf der Netzhaut auf dieselbe Weise entwerfen soll wie das wirkliche menschliche Auge.

Fig. 723.



Der Scheitelpunkt der Cornea des menschlichen Auges, deren Krümmungshalbmesser 8^{mm} beträgt, liegt um $2,3^{mm}$ weiter von der Netzhaut weg, als der Scheitelpunkt der Vorderfläche des reducirten Auges, wie dies auch in Fig. 723 angedeutet ist.

Digitized by Google

Es ist klar, dass die Axen aller Strahlenbündel, welche von einem Punkte des Gegenstandes AB ausgehend durch das reducirte Auge wieder in den entsprechenden Punkten des Bildes ab auf der Netzhaut vereinigt werden, durch den Krümmungsmittelpunkt C der Vorderfläche st gehen müssen. In C kreuzen sich also die Axen aller in das Auge eindringenden Strahlenbündel, weshalb Volkmann diesen Punkt den Kreuzungspunkt nennt. Listing nennt ihn den Knotenpunkt.

In Fig. 720 ist die Stelle des wirklichen Auges, auf welche der Kreuzungspunkt fällt, durch k bezeichnet; der Knotenpunkt liegt also nahe vor der Hinterfläche der Krystalllinse.

268 **Accommodation, Kurzsichtigkeit und Fernsichtigkeit.** Wir haben oben schon gesehen, dass das Bild einer Linse seine Lage ändert, wenn der Gegenstand genähert oder entfernt wird; das Bild entfernt sich nämlich um so mehr von der Linse, je näher der Gegenstand heranrückt. Da nun das Auge ganz so wirkt wie eine Linse, da wir die Gegenstände nur dann scharf sehen können, wenn auf der Netzhaut ein scharfes Bild derselben entsteht, so sollte man meinen, dass wir nur in einer bestimmten Entfernung die Gegenstände deutlich sehen könnten; doch zeigt die Erfahrung das Gegentheil; ein normales Auge kann alle Gegenstände deutlich sehen, die mehr als 9 bis 10 Zoll weit entfernt sind, das Auge muss also offenbar die Fähigkeit haben, sich den verschiedenen Entfernungen zu accommodiren.

Man kann dies auch durch einen ganz einfachen Versuch darthun: Man mache auf eine durchsichtige Glastafel einen kleinen schwarzen Fleck und halte die Tafel 9 bis 10 Zoll weit von dem (entweder normalen oder durch eine Concavbrille normal gemachten) Auge, so kann man willkürlich den Fleck, oder durch die Glastafel hindurch die entfernteren Gegenstände deutlich sehen. Sieht man die entfernten Gegenstände deutlich, so erscheint der Fleck neblig und unbestimmt, umgekehrt aber erscheinen die fernen Gegenstände verwaschen, wenn man den Fleck deutlich sieht.

Man hat das Accommodationsvermögen des Auges aus verschiedenen Ursachen herzuleiten versucht; z. B. aus einer Veränderlichkeit der Krümmung der Hornhaut, aus einer Verschiebbarkeit der Linse u. s. w. In neuester Zeit hat endlich Cramer diese wichtige Frage durch Beobachtung der Spiegelbildchen gelöst, welche die Vorderfläche und die Hinterfläche der Linse von einer seitlich vom Auge aufgestellten Kerzenflamme geben. Es ist ihm gelungen, durch diese Methode nachzuweisen, dass beim Nahesehen die vordere Fläche der Krystalllinse gewölbter und dass sie zu gleicher Zeit etwas nach vorn geschoben wird.

Es giebt für ein jedes Auge ein Minimum der Entfernung, über welche hinaus man die Gegenstände nicht nähern darf, wenn sie noch scharf und deutlich sichtbar sein sollen. Diese Entfernung nennt

Digitized by Google

man die **Weite des deutlichen Sehens** oder die Sehweite. Es ist dies die Entfernung, in welche man einen kleinen Gegenstand, etwa ein klein gedrucktes Buch, hält, um es mit unbewaffnetem Auge möglichst gut sehen zu können. Bei einem normalen Auge beträgt die Weite des deutlichen Sehens 8 bis 10 Zoll. Ein Auge, dessen Sehweite geringer ist, nennt man **kurzsichtig**, wenn sie aber grösser ist, **weitsichtig**.

Die Undeutlichkeit des Sehens ganz naher Gegenstände rührt, wie schon erwähnt wurde, daher, dass die von einem Punkte des nahen Gegenstandes ausgehenden Strahlen so stark divergiren, dass die brechenden Medien des Auges nicht im Stande sind, sie hinlänglich convergent zu machen, um ihre Vereinigung auf der Netzhaut zu bewirken.

Der von einem zu nahe gelegenen Punkte in das Auge eintretende Strahlenkegel convergirt gegen einen **hinter** der Netzhaut liegenden Punkt, er wird also von der Netzhaut in einem Kreise geschnitten, welchen man als **Zerstreuungskreis** bezeichnet.

Man mache mit einer Stecknadel ein feines Loch in ein Kartenblatt und halte es dicht vor das Auge, so wird man durch dasselbe einen **ganz nahe** gehaltenen kleinen Gegenstand, etwa ein etwas grösseres mikroskopisches Object (ein Flohpräparat z. B.) ziemlich scharf sehen, während man ihn nach Entfernung des Kartenblattes nicht mehr zu unterscheiden vermag. Der Grund liegt darin, dass von einem Punkte des ganz nahen Gegenstandes aus nur in **einer einzigen** Richtung durch die feine Oeffnung Strahlen ins Auge dringen können, und diese werden auch nur in einem Punkte die Netzhaut treffen, während sich auf ihr ein Zerstreuungskreis bildet, wenn das Kartenblatt entfernt ist.

Durch eine feine Oeffnung in einem Kartenblatte, welche dicht vors Auge gehalten wird, sieht man begreiflicherweise nahe und ferne Gegenstände gleich scharf, ohne dass das Auge nöthig hätte, sich den Entfernungen zu accommodiren, da ja ohnehin die von einem Punkte des Gegenstandes ausgehenden Strahlen auch nur in einem Punkte die Netzhaut treffen.

Hierher gehört auch der interessante und lehrreiche Versuch des Pater **Scheiner** (oculus sive fundamentum opticum etc. 1652). Wenn man in ein Kartenblatt **zwei** feine Nadellöcher macht, deren Entfernung von einander kleiner sein muss als der Durchmesser der Pupille, und die Oeffnungen dicht vor das Auge hält, so sieht man einen kleinen Gegenstand, etwa eine Stecknadel, die man innerhalb der Sehweite vor die Löcher hält, **doppelt**. Von dem kleinen Gegenstande gelangen nämlich nur zwei ganz feine Strahlenbündel durch die beiden Löcher ins Auge; diese beiden Strahlen convergiren aber nach einem Punkte, der **hinter** der Netzhaut liegt, sie treffen also die Netzhaut in **zwei verschiedenen Punkten**; es sind dies zwei isolirte Punkte des Zerstreuungskreises, welcher auf der Retina entstehen würde, wenn man die übrigen Strahlen nicht durch das Kartenblatt auffinge.

Wenn man den kleinen Gegenstand mehr und mehr entfernt, so

Digitized by Google

nähern sich die beiden Bilder, um ganz zusammenzufallen, wenn man den Gegenstand bis auf die Weite des deutlichen Sehens entfernt hat.

Wird der Gegenstand noch über die Weite des deutlichen Sehens hinaus entfernt, so bleibt das Bild einfach, bis die Entfernung so gross geworden ist, dass sich das Auge für dieselbe nicht mehr accommodiren kann. Eine solche äussere Gränze der Accommodationsfähigkeit giebt es jedoch nur für kurzsichtige, nicht für fernsichtige Augen.

Auf den Scheiner'schen Versuch hat man Instrumente gegründet, welche zur Ermittelung der Sehweite dienen sollen und den Namen Optometer führen. (Näheres über das Optometer im Supplementband.)

Die Kurzsichtigkeit (Myopie) und die Weitsichtigkeit (Presbyopie) sind Fehler, deren Grund wohl am richtigsten in einem mangelhaften Accommodationsvermögen zu suchen ist, was besonders daraus hervorgeht, dass die Gewöhnung einen grossen Einfluss auf diese Fehler ausübt; Kurzsichtigkeit entsteht oft dadurch, dass das Sehen in die Ferne vernachlässigt wird, und Kinder, welche beim Lesen und Schreiben das Gesicht zu dicht auf das Papier halten, werden in Folge dessen kurzsichtig. Auch dadurch, dass man längere Zeit durch ein Mikroskop sieht, wird ein sonst gutes Auge vorübergehend kurzsichtig, ja dieser Zustand dauert oft mehrere Stunden lang.

Das einfachste Mittel, die Fernsichtigkeit und Kurzsichtigkeit zu verbessern, besteht, wie schon bemerkt wurde, darin, dass man eine feine, etwa in ein Kartenblatt gemachte Oeffnung dicht vor das Auge hält. Durch dieses Mittel, welches schon in dem bisher Gesagten seine Erklärung gefunden hat, wird die Schärfe des Bildes freilich auf Kosten der Helligkeit hergestellt.

Ein zweites Mittel sind die Brillengläser, und zwar wendet man bei kurzsichtigen Augen Hohlgläser, bei fernsichtigen Convexgläser an. Bei einem kurzsichtigen Auge fallen die Bilder ferner Gegenstände vor die Netzhaut, und das Auge hat nicht das Vermögen, sich so zu accommodiren, dass sie auf die Netzhaut selbst gebracht würden; man verändert deshalb das Refractionsvermögen des Auges durch vorgesetzte Hohlgläser in der Weise, dass die ins Auge gelangenden Strahlen stärker divergiren, und macht dadurch ihre Vereinigung auf der Netzhaut möglich.

Bei fernsichtigen Augen fällt das Bild naher Gegenstände hinter die Netzhaut, ohne dass das Auge im Stande ist, sich diesem Refractionsvermögen zu accommodiren; man wendet deshalb Convexgläser an, um die Strahlen im Auge convergenter zu machen und dadurch ihren Vereinigungspunkt auf die Netzhaut zu bringen.

Je nachdem ein Auge mehr oder weniger kurzsichtig oder weitsichtig ist, muss man stärkere oder schwächere Linsen anwenden; man wählt die Gläser so, dass die Weite des deutlichen Sehens, welche entweder

Digitized by Google

grösser oder kleiner ist, als bei einem ganz normalen Auge, durch Mitwirkung der Linsen ebenfalls 8 bis 10 Zoll, also eben so gross wird als bei einem guten Auge.

Die Kurzsichtigkeit kommt am häufigsten im mittleren Lebensalter, die Fernsichtigkeit aber im höheren Alter vor.

Achromatismus des Auges. Unser Auge ist ein nahezu 269
achromatisches Instrument, denn wir sehen die Gegenstände fast ganz frei von farbigen Säumen.

Da der Achromatismus der Linsen durch eine Combination verschiedener brechender Substanzen von ungleicher zerstreuender Kraft hervorgebracht wird, so lässt sich die Möglichkeit der Achromasie des Auges sehr wohl einsehen, da ja ein Lichtstrahl auf seinem Wege durchs Auge der Reihe nach drei verschiedene Media zu durchlaufen hat, welche zusammen wie eine achromatische Linse wirken.

Das Auge ist jedoch nicht ganz vollkommen achromatisch, denn wir sehen einen Gegenstand nur dann rein, wenn sich das Auge der Entfernung dieses Gegenstandes gehörig accommodirt hat. Man erblickt z. B. sehr lebhafte Farbensäume an einem nahe vor dem Auge befindlichen dunklen Gegenstande, wenn man an ihm vorbei das Auge auf ferne Gegenstände richtet und diese deutlich sieht; wenn man z. B. in ein Kartenblatt ein Loch von etwa 1 Linie Durchmesser macht, es 5 bis 6 Zoll weit vom Auge hält und durch dasselbe nach einem fernen Gegenstande visirt, so erscheinen die Ränder der Oeffnung farbig.

Beziehungen zwischen den Empfindungen des Auges 270
und der Aussenwelt. Der Act des Sehens beruht lediglich darauf, dass die Affectionen der Nervenhaut auf eine uns freilich unerklärliche Weise zum Bewusstsein kommen. Eigentlich nehmen wir also nur einen bestimmten Zustand, eine gewisse Affection der Netzhaut wahr; dass wir aber diese Wahrnehmung nach aussen verlegen, dass wir die Netzhautbilder gleichsam in Anschauungen der Aussenwelt verwandeln, ist Sache eines unmittelbaren Urtheils; in diesem Urtheile haben wir durch fortwährende übereinstimmende Erfahrungen eine solche Sicherheit erlangt, dass wir die Netzhaut gar nicht als wahrnehmendes Organ empfinden, dass wir die unmittelbaren Empfindungen mit dem verwechseln, was nach unserem Urtheile die Ursache derselben ist. Diese Substitution des Urtheils für die Empfindung geschieht ganz unwillkürlich, sie ist uns so zu sagen zur anderen Natur geworden.

Da wir überhaupt für die Empfindung auf der Netzhaut eine Vorstellung der Aussenwelt setzen, so substituiren wir auch für jedes Netzhautbild einen Gegenstand ausser uns. Dass wir den Gegenstand, welcher einem bestimmten Netzhautbildchen entspricht, nach einer bestimmten Richtung hin suchen, ist aber sicherlich ebenso das Resultat fortgesetzter consequenter Erfahrung, wie das nach Aussen Wirken des Gesichtssinnes überhaupt.

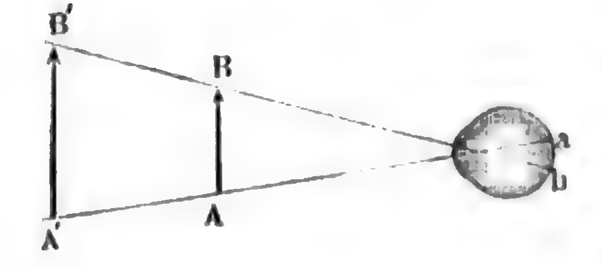
Digitized by Google

Es ist oben gezeigt worden, dass von den äusseren Gegenständen auf der Netzhaut verkleinerte und verkehrte Bilder entstehen, und es ist deshalb die Frage aufgeworfen worden, warum wir nicht alle Dinge **verkehrt** sehen? Diese Frage findet nun in den eben angestellten Betrachtungen ihre genügende Antwort; zu dem Bewusstsein, dass überhaupt ein Netzhautbild existirt, dass ein Bildchen auf dem oberen oder unteren Theile der Netzhaut liegt, dass es sich auf der rechten oder linken Seite derselben befindet, gelangen wir erst durch optische Untersuchungen; die Empfindung der Nervenhaut kommt nicht als solche zum Bewusstsein, sondern sie wird unwillkürlich nach einer bestimmten Richtung nach aussen hin projicirt, und zwar in derjenigen Richtung, in welcher sich die Gegenstände befinden, welche die Netzhautbilder veranlassen. Nach dieser Richtung hin finden wir aber die Gegenstände auch durch andere sinnliche Wahrnehmungen, z. B. durch den Tastsinn, es besteht also zwischen den verschiedenen sinnlichen Wahrnehmungen in Beziehung auf die Ortsbestimmung die vollkommenste Harmonie; wir würden die Gegenstände verkehrt sehen, wenn diese Uebereinstimmung nicht stattfände.

Mit der durch das Gesichtsorgan vermittelten Vorstellung der ausser uns befindlichen Dinge verbinden wir auch eine Vorstellung von ihrer Grösse und Entfernung. Die Bildchen auf der Netzhaut liegen neben einander, und wenn wir die entsprechenden Gegenstände nicht als unmittelbar neben einander, sondern auch hinter einander befindlich erkennen, kurz, wenn wir uns von der flächenhaften Wahrnehmung zu einer Vorstellung der Tiefe des Raumes erheben, so ist das nicht Sache der Empfindung, sondern des Urtheils. Das Kind hat noch keine Vorstellung von den Entfernungen, es greift nach dem Monde, wie es nach Dingen in seiner Umgebung greift. Die Vorstellung von der Tiefe des Sehraums erhalten wir erst dadurch, dass wir uns im Raume bewegen, dass sich die gegenseitige Lage der Bilder bei dieser Bewegung ändert und dass wir durch unsere eigene Ortsveränderung einen Begriff von der Entfernung der Gegenstände bekommen.

Die **scheinbare Grösse** der Gegenstände hängt von der Grösse des Netzhautbildchens ab. Denken wir uns von den beiden Endpunkten eines Netzhautbildchens Linien nach den entsprechenden Endpunkten des Gegenstandes gezogen, so schneiden sich diese Linien im Kreuzungspunkte unter einem Winkel, den man den **Sehwinkel** nennt; die Grösse dieses Winkels ist aber der Grösse des Netzhautbildes proportional; man kann deshalb auch sagen, dass die scheinbare Grösse der Gegenstände von der Grösse des Sehwinkels abhängt, unter welchem sie erscheinen. Zwei Gegenstände von verschiedener Grösse, wie AB und $A'B'$, Fig. 724, können gleiche scheinbare Grösse haben, wenn ihre Grösse ihrer Entfernung vom

Fig. 724.



Digitized by Google

Auge proportional ist; verschiedene Gegenstände also, deren Grösse sich verhält wie 1 : 2 : 3 u. s. w., werden in einfacher, doppelter, dreifacher Entfernung unter gleich grossem Gesichtswinkel erscheinen.

Unser Urtheil über die wahre Grösse der Gegenstände und ihre Entfernung wird erst durch fortgesetzte Erfahrung erlangt und kann durch Uebung einen bewunderuswürdigen Grad von Sicherheit erreichen.

Zur Schätzung der Entfernungen bieten uns die theilweise bekannten Grössen einzelner Gegenstände, die grössere oder geringere Menge von Einzelheiten, welche wir an ihnen zu unterscheiden im Stande sind, einen wesentlichen Anhaltspunkt. Wenn wir auf der Landstrasse einen Menschen, ein Pferd u.s w. sehen, so können wir aus der annähernd bekannten wahren Grösse in Verbindung mit der scheinbaren Grösse, unter welchen wir sie eben wahrnehmen, auf ihre Entfernung schliessen. In der Landschaft bieten uns Häuser, Bäume u. s. w. Anhaltspunkte zur Schätzung der Abstände dar. In sehr grosser Entfernung erscheint uns ein Haus nur als ein heller Fleck; nähern wir uns demselben, so werden alsbald die Fenster als dunkle Punkte in der hellen Wand erkennbar; nähern wir uns noch mehr, so können wir das Fensterkreuz, endlich sogar die einzelnen Fenstersprossen unterscheiden. — Ueber eine gewisse Entfernung hinaus können wir einzelne Blätter eines Baumes, noch ferner können wir die Stämme der Bäume eines Waldes nicht mehr unterscheiden u. s. w.

Von wesentlichem Einfluss auf die Schätzung der Entfernungen in der Landschaft ist auch noch die Luftperspective, d. h. ein gewisser Duft, welcher die entfernteren Gegenstände verschleiert und dadurch die Schärfe der Contouren sowohl als auch die Stärke der Contraste zwischen Licht und Schatten vermindert, welche nur im Vordergrunde in voller Kraft auftreten.

Aus der Entfernung, in welcher wir einen Gegenstand vermuthen, schliessen wir immer wieder umgekehrt auf seine Grösse. Da wir es aber hier nicht mit Messungen, sondern nur mit Schätzungen zu thun haben, da die Ausgangspunkte unserer Vergleichungen selbst mehr oder weniger unsicher sind, so ist es nicht zu verwundern, wenn unserm Urtheil über Grösse und Entfernung mannigfache Täuschungen unterlaufen.

Bei gleichem Sehwinkel halten wir einen Gegenstand für um so grösser, je weiter wir ihn von uns entfernt glauben. Wenn uns bei duftigem nebligem Wetter die Einzelnheiten auf benachbarten Bergen verschwinden, so bewirkt dies, dass wir sie unwillkürlich für weiter entfernt halten, und da sie uns noch immer unter gleichem Gesichtswinkel erscheinen, dass sie uns höher scheinen als gewöhnlich. Umgekehrt scheinen uns die Berge näher gerückt und niedriger, wenn die Luft sehr durchsichtig ist und wir Details zu unterscheiden im Stande sind, welche wir gewöhnlich nicht sehen.

Der Sehwinkel, unter welchem uns der Mond beim Aufgange oder Untergange erscheint, ist nicht grösser, als wenn er hoch am Himmel steht, dessen ungeachtet erscheint uns der auf- oder untergehende Mond

Digitized by Google

grösser. Es kommt dies daher, dass zur Zeit des Auf- oder Unterganges die vom Monde zu uns gelangenden Lichtstrahlen einen ungleich längeren Weg durch die Atmosphäre zurückzulegen haben, als wenn der Mond hoch am Himmel steht; im letzteren Falle sehen wir ihn also schärfer begränzt, die dunklen Flecken auf demselben erscheinen uns deutlicher, wir halten ihn deshalb unwillkürlich für näher, und in Folge dessen für kleiner, als wenn wir ihn noch am Horizont erblicken, wo er uns lichtschwächer und weniger scharf begränzt erscheint und wo die Flecken fast ganz verschwinden.

Bei der Beurtheilung des Abstandes sehr naher Gegenstände ist das Sehen mit zwei Augen von wesentlichem Einfluss, wie wir im nächsten Paragraphen sehen werden.

Wenn ein Gegenstand noch gesehen werden soll, so darf der Gesichtswinkel, unter welchem er erscheint, nicht unter einer gewissen Gränze liegen, die sehr von der Erleuchtung und der Farbe des Gegenstandes, der Natur des Hintergrundes und der Individualität der Augen abhängt. Für ein gewöhnliches Auge ist bei mässiger Beleuchtung ein Gegenstand noch unter einem Sehwinkel von 30 Secunden sichtbar; ein sehr heller Gegenstand, wie ein glänzender Silberdraht, wird aber auf dunklem Grunde noch unter einem Gesichtswinkel von 2 Secunden gesehen. Auch dunkle Körper können auf weissem Grunde sehr deutlich gesehen werden, selbst wenn sie auch sehr fein sind; ein mittelmässiges Auge kann ein Hauptpaar vor dem mässig hellen Himmel noch in einer Entfernung von 4 bis 6 Fuss deutlich unterscheiden.

271 **Sehen mit zwei Augen.** Wenn man mit beiden Augen einen nahen Gegenstand, etwa einen 1 Fuss weit vor das Gesicht gehaltenen Finger, fixirt, so sieht man alle entfernteren Gegenstände doppelt.

Umgekehrt sieht man den nahe vor das Gesicht gehaltenen Finger doppelt, wenn man mit beiden Augen einen fernen Gegenstand fixirt.

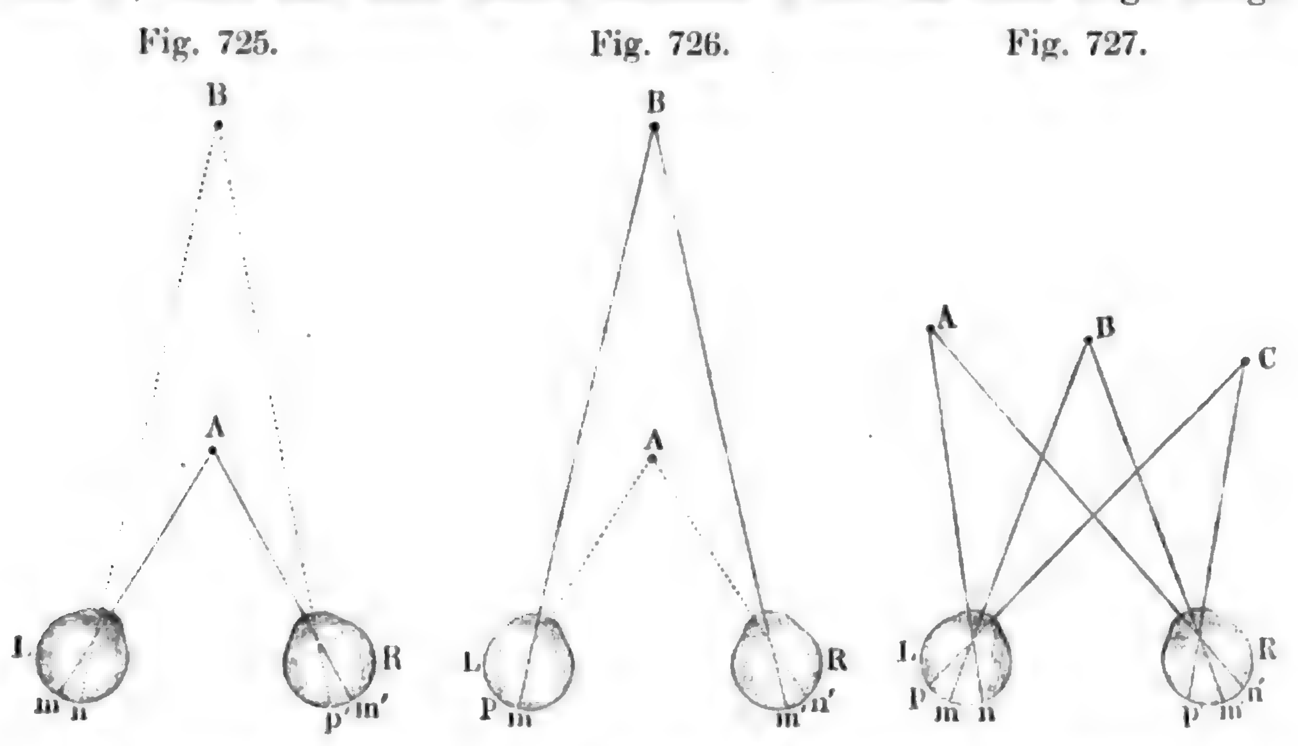
In Fig. 725 seien L und R die beiden Augen, A und B zwei in verschiedenen Entfernungen vor dem Auge befindliche Gegenstände. Wenn man den Gegenstand A fixirt, so sind die Axen beider Augen (die Augenaxe ist die gerade Linie, welche die Mitte der Netzhaut mit dem Mittelpunkte der Linse und der Pupille verbindet) nach A gerichtet, sie machen also einen ziemlich bedeutenden Winkel mit einander, das Bild von A erscheint aber in jedem Auge auf der Mitte der Netzhaut; fixirt man nun den entfernteren Gegenstand B, wie dies in Fig. 726 dargestellt ist, so wird der Winkel der Augenaxen kleiner, und nun erscheint das Bild von B in jedem Auge auf der Mitte der Netzhaut.

Wenn A fixirt ist, wie Fig. 725, so liegt das Bild von B im linken Auge rechts, im rechten aber links von der Mitte der Netzhaut; die Bilder n und p' liegen also in beiden Augen nicht auf entsprechenden Stellen der Netzhaut, und darin ist wohl auch der Grund zu suchen, warum der Gegenstand B hier doppelt gesehen wird. Da das Bild n im linken

Digitized by Google

Auge rechts von m liegt, so scheint uns B links von A zu liegen, während das rechte Auge den Gegenstand B rechts von A sieht, weil das Bild p' links von m' ist. Hat man den Gegenstand A mit beiden Augen so fixirt, dass man ihn einfach sieht, B aber doppelt erscheint, so kann man das linke oder rechte Bild von B verschwinden machen, je nachdem man die von B auf das linke oder rechte Auge fallenden Strahlen auffängt. Hat man hingegen den entfernteren Gegenstand B fixirt, so dass A doppelt gesehen wird, wie in Fig. 726, so verschwindet das rechts erscheinende Bild von A, wenn man einen Schirm zwischen A und das linke Auge bringt.

Fig. 725. Fig. 726. Fig. 727.



Um einen Gegenstand mit beiden Augen einfach zu sehen, ist es übrigens nicht nöthig, dass die beiden Augenaxen genau auf ihn gerichtet sind, dass also sein Bild in jedem Auge auf die Mitte der Netzhaut fällt, denn sonst könnte man ja nur einen einzigen Gegenstand einfach sehen, alles Andere würde doppelt erscheinen. Eine ganze Reihe von Gegenständen kann zu gleicher Zeit mit beiden Augen einfach gesehen werden, wenn sie nur ihre Bilder in beiden Augen auf entsprechende Stellen der Netzhaut werfen. In Fig. 727 stellen L und R wieder die beiden Augen dar, A, B und C drei verschiedene Gegenstände vor denselben; die Bilder der drei Gegenstände folgen sich in beiden Augen in derselben Ordnung; auf der Netzhaut beider Augen nämlich liegt das Bild von B in der Mitte, das Bild von C links, das von A rechts. Weil die Netzhautbilder p und p' links von m und m' liegen, so erblicken beide Augen den Gegenstand C rechts von B; ebenso sehen beide Augen den Gegenstand A links von B, weil die Netzhautbilder n und n' rechts von m und m' liegen.

Diejenige Fläche, welche sämmtliche im Raume liegenden Punkte mit einander verbindet, die bei unverrückter Augenstellung trotzdem, dass sie auf der Netzhaut jedes Auges ein Bild entwerfen, dennoch einfach gesehen werden, ist die Horopterfläche.

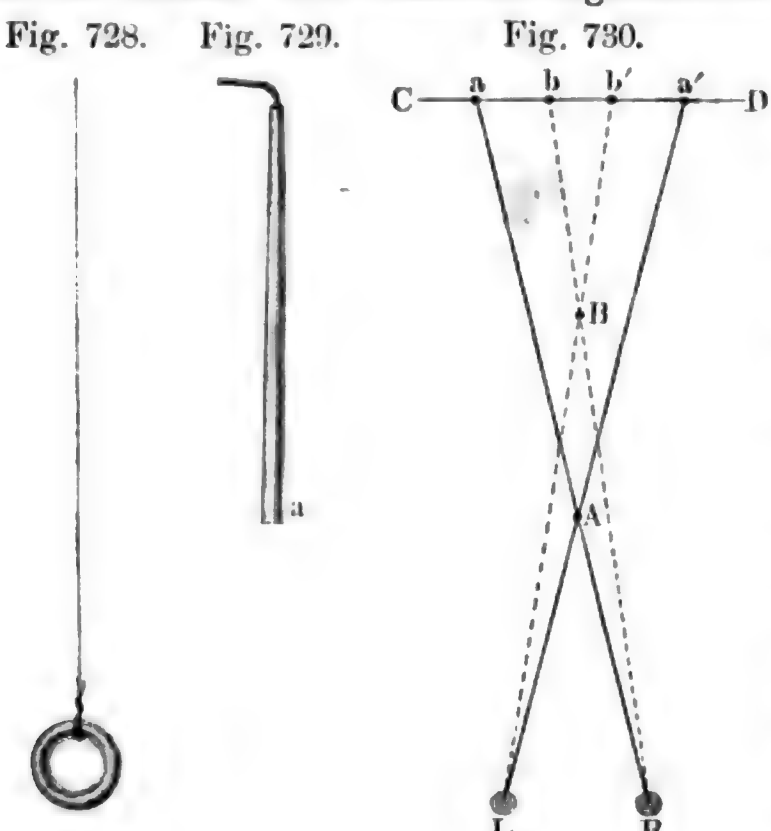
Digitized by Google

Wenn man einen Gegenstand mit beiden Augen einfach sieht, wenn also sein Bild auf entsprechende Stellen beider Netzhäute fällt, so sieht man ihn heller als mit einem Auge; man kann sich davon leicht überzeugen, wenn man einen Streifen von weissem Papier ansieht und vor das eine Auge einen dunklen Schirm so hält, dass für dieses Auge die eine Hälfte des Papierstreifens bedeckt wird; der Theil des Papieres, welcher mit beiden Augen zugleich gesehen wird, erscheint heller als die andere Hälfte, die man nur mit einem Auge sieht.

Der Grund, warum wir mit beiden Augen einfach sehen können, ist wohl jedenfalls ein innerer, also im Verlaufe der Nervenfasern zu suchen, und nicht eine Folge der Gewohnheit. „Beide Augen sind gleichsam zwei Zweige mit einfacher Wurzel, und jedes Theilchen der einfachen Wurzel ist gleichsam in zwei Zweige für beide Augen gespalten,“ sagt Müller, in dessen Schriften man auch Näheres über die verschiedenen Versuche findet, die zur Erklärung dieser wunderbaren Verkettung gemacht wurden.

Beim Betrachten naher Gegenstände bietet das Sehen mit zwei Augen ein wesentliches Mittel zur richtigen Schätzung der Entfernungen. Mit dem rechten Auge sehen wir einen nahen Gegenstand auf einen anderen Punkt des Hintergrundes projicirt als mit dem linken, und dieser Unterschied wird um so bedeutender, je näher der Gegenstand rückt. Während es leicht ist, eine Nähnadel einzufädeln, so lange man mit beiden Augen sieht, ist es äusserst schwierig, wenn man das eine Auge schliesst. Ein diesem entsprechender Vorlesungsversuch ist folgender. Man hänge einen Ring, dessen innerer Durchmesser ungefähr zwei Zoll beträgt, an einem Faden auf, wie Fig. 728 andeutet, und suche nun den gegen 2 Fuss langen Stab, Fig. 729, an seinem einen Ende *a* haltend, den am anderen Ende desselben angebrachten Haken in die Höhlung des Ringes hineinzustecken. Es gelingt dies sogleich, wenn man mit zwei Augen sieht, schliesst man aber das eine Auge, so wird man mit dem Haken bald vor, bald hinter den Ring fahren.

Fig. 728. Fig. 729. Fig. 730.



Der Grund davon ist folgender: wenn wir beide Augen auf einen nicht allzuweit entfernten Punkt richten, so machen die beiden Augenaxen einen Winkel mit einander, welcher um so kleiner wird, je weiter sich der Gegenstand entfernt, wie dies Fig. 730

Digitized by Google

erläutert, in welcher A einen näheren, B einen entfernteren Punkt bezeichnet. Die Grösse des Winkels, welchen die beiden Augenaxen mit einander machen und welcher mit dem Namen des Gesichtswinkels bezeichnet wird, giebt uns also ein Maass für die Entfernung der Gegenstände. — Wir können freilich diesen Gesichtswinkel nicht messen, eine Schätzung desselben wird aber dadurch vermittelt, dass wir einen beliebigen Punkt, etwa A, mit dem rechten Auge an einer anderen Stelle des Hintergrundes CD projicirt sehen als mit dem linken. Mit dem rechten Auge betrachtet, scheint uns nämlich der Punkt A gerade vor a, mit dem linken betrachtet, scheint er gerade vor a' zu stehen oder, mit anderen Worten, a und a' sind die Projectionen des Punktes A auf den Hintergrund CD für das rechte und für das linke Auge.

Der Abstand der beiden Projectionspunkte wird aber um so kleiner, je weiter sich der betrachtete Gegenstand vom Auge entfernt, je kleiner also der Gesichtswinkel wird.

Für den entfernteren Punkt B sind b und b' die beiden Projectionen auf den Hintergrund; und diese beiden Projectionspunkte b und b' liegen einander näher als a und a'.

Es kommen also hier beim Sehen mit zwei Augen dieselben Hülfsmittel in Anwendung, mit Hülfe deren der Geometer die Entfernung unzugänglicher Punkte bestimmt. An die Stelle der gemessenen Standlinie, von deren Endpunkten aus man nach dem fraglichen Punkte hinvisirt, tritt hier die Verbindungslinie der beiden Augen, und an die Stelle des Messens und Rechnens tritt die Schätzung, welche wir unbewusst ausführen und in welcher wir durch Uebung eine ziemliche Sicherheit erlangt haben.

So lässt uns denn bei Betrachtung unserer näheren Umgebung das gleichzeitige Sehen mit zwei Augen deutlich unterscheiden, welche Punkte mehr vortreten und welche mehr zurückliegen. Dazu kommt noch, dass wir nahe Gegenstände mit dem rechten Auge etwas mehr von der einen, mit dem linken Auge etwas mehr von der anderen Seite sehen und dass gerade die Combination dieser etwas ungleichen Bilder zu einem Totaleindruck wesentlich dazu beiträgt, die flächenhafte Anschauung des einzelnen Auges zu einer körperlichen, zu einer plastischen zu erheben.

Die erwähnten Vortheile des Sehens mit zwei Augen treten in ihrer vollen Bedeutung nur bei Betrachtung unserer nächsten Umgebung auf; sie vermindern sich in dem Maasse, als die zu beschauenden Gegenstände weiter weg liegen, und verschwinden bereits völlig beim Betrachten einer landschaftlichen Ferne.

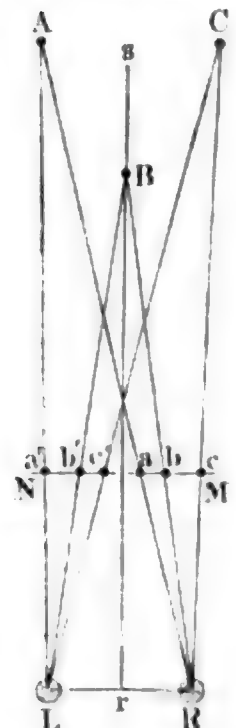
Das Stereoskop. Eine auf einer Fläche ausgeführte bildliche 272
Darstellung, sei es nun eine Zeichnung oder ein Gemälde, kann doch immer nur die Anschauung eines einzelnen Auges wiedergeben. Wie sehr der Künstler auch durch richtige Perspective, durch naturgetreue Schattirung und Färbung seinen Gegenstand hervorheben mag, nie wird er durch ein

Digitized by Google

flächenhaftes Bild die Täuschung so weit treiben können, dass sich das Bild gleichsam unwiderstehlich körperlich gestaltet. Eine solche vollkommen plastische Erscheinung ist nur durch die Combination zweier Bilder desselben Gegenstandes zu erreichen, von denen das eine dem rechten, das andere dem linken Auge entspricht und welche sich zu einem einzigen Totaleindrucke vereinigen.

In Fig. 731 stelle L das linke, R das rechte Auge vor. Auf der Linie rs, welche rechtwinklig zur Verbindungslinie der beiden Augen steht, befinde sich ein Punkt B und hinter demselben, gleich weit von B und gleich weit von rs die Punkte A und C.

Fig. 731.



Denken wir uns zwischen das rechte Auge und die drei Punkte ABC eine Glastafel M eingeschoben, so schneiden die Visirlinien AR, BR und CR die Glastafel in a, in b und in c. Werden nun auf der Glastafel die drei Punkte a, b und c gehörig bezeichnet, so werden sie, von R aus gesehen, die Punkte A, B und C decken; a, b und c sind die Bilder von A, B und C. Nach den Bildern a, b und c hinschauend, wird das rechte Auge R denselben Eindruck empfangen, als ob es die Punkte A, B und C selbst betrachtete.

Welcher von den drei Punkten aber vor- oder zurückliegt, kann das eine Auge R nicht entscheiden. Durch die von R ausgehenden Visirlinien ist nur die Richtung bestimmt, in welcher man die Punkte A, B und C zu suchen hat, aber nicht ihre Entfernung. Jeder dieser Punkte könnte auf seiner Visirlinie vor- oder zurückgeschoben werden, ohne dass dadurch seine scheinbare Stellung gegen die anderen für das Auge R im mindesten geändert würde.

Dasselbe gilt für das linke Auge. Von L aus betrachtet, machen die drei Bilder a', b' und c' auf der Glastafel N denselben Eindruck wie die drei Punkte ABC selbst. Die Betrachtung mit dem linken Auge allein kann aber über die wahre gegenseitige Lage derselben nichts entscheiden, mag man es nun auf die Punkte ABC selbst oder ihre Bilder $a'b'c'$ richten.

Wenn nun aber gleichzeitig das linke Auge die Bilder auf N, das rechte die auf M betrachtet und zwar so, dass die Netzhautbildchen von a', b' und c' im linken Auge und die Netzhautbildchen a, b und c im rechten Auge auf die entsprechenden Stellen der Netzhäute fallen, so combiniren sich die Netzhautbildchen von a und a' zu einem gemeinschaftlichen Eindrucke; ebenso die von b und b', von c und c'. Dabei versetzen wir unwillkürlich die einzelnen Punkte dahin, wo sich die beiden nach seinen Bildern gerichteten Visirlinien schneiden. Für die Bilder a und a' glauben wir einen Punkt in A, für die Bilder b und b' einen Punkt in B, für die Bilder c und c' einen Punkt in C zu sehen.

Digitized by Google

Auf diese Weise ist die Stellung der einzelnen Punkte im Raume vollständig gegeben, es kann nicht mehr zweifelhaft sein, welcher Punkt vor- und welcher zurückliegt.

In dem eben besprochenen Beispiele liegen die Bilder für das rechte und für das linke Auge auf *M* und *N* vollständig auseinander. Betrachtet man aber einen etwas ausgedehnten Gegenstand, so wird das Bild für das rechte Auge theilweise das Bild für das linke Auge überdecken, wie dies Fig. 732 anschaulich macht. Wenn man aber zwei so sich überdeckende Bilder betrachtet, so muss daraus nothwendig eine Verwirrung entstehen, indem ja das rechte Auge wenigstens theilweise noch das für das linke Auge bestimmte Bild sieht, und umgekehrt. Um in solchem Falle die Bilder getrennt zu erhalten, d. h. um zu bewerkstelligen, dass jedes Auge nur das für dieses und nicht das für das andere Auge bestimmte Bild sehen kann, bedarf es besonderer Apparate, welche Stereoskope genannt werden.

Fig. 732.

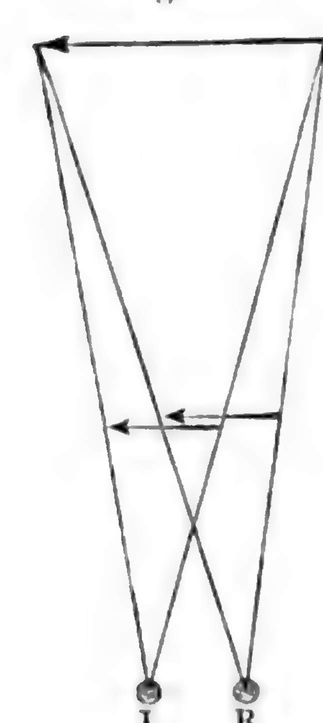
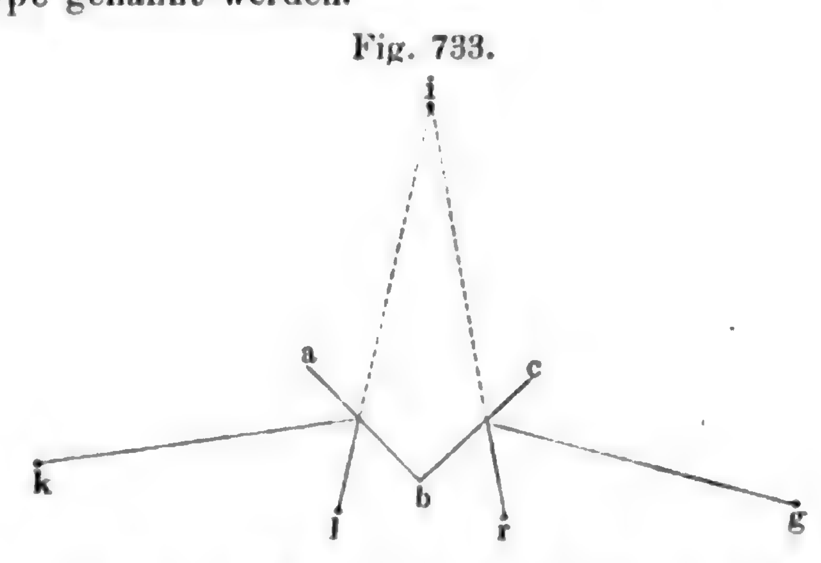


Fig. 733.



Der Erfinder des Stereoskops ist Wheatstone. Das Wesen des von Wheatstone construirten Stereoskops soll durch Fig. 733 erläutert werden; *ba* und *bc* sind zwei rechtwinklig gegen einander geneigte Spiegel, deren Ebene vertical steht. Vor den einen dieser Spiegel, nämlich vor *bc*, wird das rechte Auge *r*, vor den anderen wird das linke Auge *l* gebracht; wenn nun bei *g* die für das rechte Auge bestimmte Zeichnung eines Gegenstandes, bei *k* aber die für das linke Auge bestimmte aufgestellt wird, so sieht jedes Auge das Bild der ihm entsprechenden Zeichnungen in *i*, die Wahrnehmungen beider Augen können sich also in der oben angedeuteten Weise zu einem plastischen Totaleindrucke vereinigen.

Fig. 734 (a. f. S.) stellt das Wheatston'sche Stereoskop, wie es sich am einfachsten ausführen lässt, in $^1/_5$ der natürlichen Grösse dar. Die Zeichnungen werden bei *g* und *k* eingeschoben; *a* und *b* sind die Spiegel. Sonst bedarf die Figur wohl keiner Erläuterung.

Was Wheatstone durch Spiegel erreicht, das erreicht Brewster durch Prismen, welche zugleich linsenartig gewölbt sind. Fig. 735 dient dazu, das Princip des Brewster'schen Stereoskops anschaulich zu

machen. Die beiden Bilder, von welchem das eine dem rechten, das andere dem linken Auge entspricht, welche aber in ihrer richtigen Lage

Fig. 734.

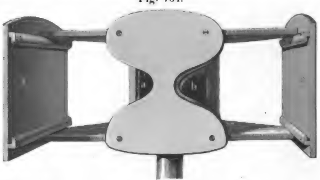


Fig. 735.

zum Gegenstande sich theilweise überdecken würden, wie Fig. 732 zeigt, werden, wie man Fig. 735 sieht, so weit auseinander geschoben, dass sie vollständig getrennt sind. Vor das rechte Auge wird alsdann ein Prisma P von geringem brechenden Winkel gebracht, dessen brechende Kante nach der Linken gerichtet ist, während vor dem linken Auge ein gleiches Prisma Q sich befindet, dessen brechende Kante nach der Rechten gerichtet ist. Durch das Prisma P sieht das rechte Auge das Bild ab etwas nach der Linken, durch das Prisma Q sieht das linke Auge das Bild $a'b'$ etwas nach der Rechten verschoben. So erblickt das rechte Auge das Bild a der Pfeilspitze nach der Richtung Rr, während das linke Auge das Bild a' der Pfeilspitze nach Ll erblickt; fallen nun die Bilder a und a' auf entsprechende Stellen der Netzhäute, so combiniren sie sich zu einem gemeinschaftlichen Eindrucke, beide Augen zusammen werden also die Pfeilspitze da sehen, wo sich die Visirlinien Ll und Rr schneiden, also in A.

Ebenso wird sich der Eindruck des durch Q gesehenen Bildes des anderen Pfeilendes b' im linken Auge mit dem Eindrucke des durch P gesehenen Bildes von b im rechten Auge so combiniren, dass man dieses Pfeilende in B zu erblicken glaubt.

Für die beiden Prismen P und Q brachte Brewster die beiden Hälften einer Sammellinse von ungefähr 15 Centimeter Brennweite in Anwendung.

Google

Diese Linsenhälften sind an den Deckel des Stereoskopkastens, Fig. 736, so befestigt, wie Fig. 737 erläutert. Das rechte Auge schaut durch

Fig. 736.

die Linse R, das linke schaut durch die Linse L in das Instrument. Durch die Anwendung dieser Linsenstücke ist es nun zunächst möglich, die Zeichnungen dem Gesichte näher zu bringen, dann aber wirken sie auch wie Prismen, indem die Linsenhälfte R das Bild etwas nach dem linken schiebt, während das Bild der mit dem linken Auge durch L betrachteten Zeichnung etwas nach dem rechten gerückt erscheint. Auf diese Weise wird das vollständige Zusammenfallen der beiden Bilder begünstigt.

Fig. 737.

Die beiden Zeichnungen, welche sich auf einem und demselben Blatte befinden, werden auf den Boden des Kastens eingeschoben, in dessen vorderer Wand sich eine grössere Oeffnung befindet, durch welche die Zeichnungen das nöthige Licht erhalten.

In dem Stereoskopkasten, Fig. 736, ist eine verticale Scheidewand S eingesetzt, welche verhindert, dass ein Auge das Bild sehen kann, welches für das andere Auge bestimmt ist.

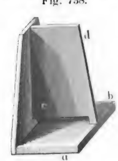
Wenn man die Zeichnungen in einer günstigen Stellung vor das Auge bringt und nur verhindert, dass das rechte Auge die fürs linke bestimmte Zeichnung sehen kann, und umgekehrt, so sind gar keine weiteren optischen Hülfsmittel mehr nöthig, um die Bilder auf die entsprechenden Stellen der Netzhaut fallen zu machen. Nimmt man die Gläser aus dem Apparat Fig. 736 ganz weg, so sieht ein Kurzsichtiger, wenn er mit beiden Augen durch die beiden Oeffnungen hinabschaut, Anfangs allerdings doppelte Bilder; nach einiger Zeit aber nähern sie sich, um bald vollständig in einander zu verschmelzen, und dann ist der plastische Eindruck vollständig da.

Digitized by Google

Auf gleiche Weise würde auch ein Weitsichtiger die Erscheinung wahrnehmen können, wenn nur die Oeffnungen weiter vom Boden weg wären.

Frick fand, dass es zur Hervorbringung der stereoskopischen Täuschung schon genügt, eine Scheidewand zwischen den beiden Zeichnungen anzubringen; so ergiebt sich denn die Vorrichtung Fig. 738 als die einfachste Form des Stereoskops. In der Mitte eines horizontalen Brettchens ab, welches ungefähr 10 Centimeter breit und doppelt so lang ist, wird ein verticales Brettchen cd befestigt, welches als Scheidewand dienen soll. Die Rückwand dient nur, um dem Brette cd mehr Halt zu geben. cd ist unten durchbrochen, damit man die Zeichnungen auf das Bodenbrett einschieben kann. Die Höhe von cd ist je nach der Weite des deutlichen Sehens grösser oder kleiner.

Fig. 738.



Die Betrachtung der Fig. 731 lehrt uns, welche Bedingungen in den Bildern erfüllt sein müssen, damit ein Punkt vor- oder zurücktritt. Damit der Punkt B in der Mitte vor A und C erscheint, muss sein Bild b in der fürs rechte Auge entworfenen Zeichnung näher bei a, in der fürs linke Auge entworfenen Zeichnung muss aber sein Bild b' näher bei c' stehen, und daraus folgt, dass der Abstand der beiden Bilder b und b' kleiner sein muss als der von a und a' oder der von c und c', wenn der Punkt B vortreten soll.

Fig. 739.

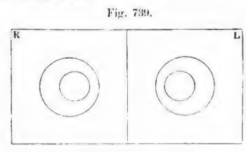
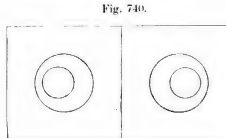


Fig. 740.



Es lässt sich dies durch ganz einfache Stereoskopschieber erläutern. So stellt Fig. 739 einen solchen ungefähr in $^1/_2$ der natürlichen Grösse dar, bei welchem das für das rechte Auge bestimmte Bild sowohl wie das für das linke bestimmte nur aus zwei nicht concentrischen Kreisen besteht. Im Stereoskop sieht man den kleineren Kreis gerade über der Mitte des unteren schweben, weil die Mittelpunkte der beiden kleinen Kreise einander näher liegen als die der beiden grossen. Dagegen

Digitized by Google

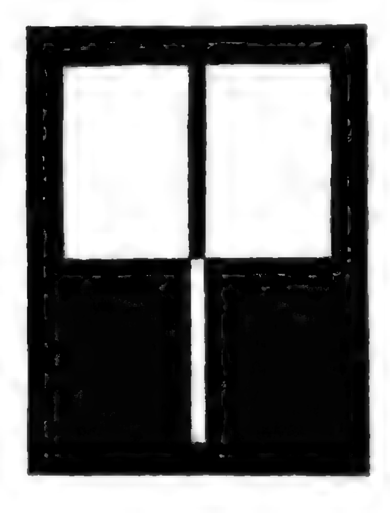
macht der Stereoskopschieber Fig. 740 im Stereoskop betrachtet den Eindruck, als ob der kleinere Kreis unter dem grossen schwebe, weil hier die Mittelpunkte der beiden kleineren Kreise weiter von einander entfernt sind als die der beiden grossen.

Ursprünglich hatte man als Stereoskopbilder nur Zeichnungen, meist geometrischer Körper in Anwendung gebracht. Ein neues Interesse und eine allgemeinere Anwendung fand das Stereoskop aber erst, nachdem man photographische Bilder an die Stelle der Zeichnungen gesetzt hatte. Das Stereoskop ist jetzt nicht nur ein Instrument, mittelst dessen der Physiolog die Gesetze des binocularen Stehens studiren und demonstriren kann, sondern es ist auch ein Mittel, Statuen, Baudenkmale, Städteansichten, Naturscenen aller Art, wie Gletscher, Wasserfälle u. s. w., mit einer Lebhaftigkeit zur Anschauung zu bringen, von welcher man früher keine Ahnung hatte.

Irradiation. Wenn der Mond sichelförmig erscheint und zugleich 273
der Rest seiner Scheibe durch schwache Beleuchtung von aschfarbigem Lichte wahrnehmbar ist, so scheint die Sichel überzugreifen, d. h. sie scheint einem Kreise von grösserem Halbmesser anzugehören als der Rest des Mondes. Eine solche scheinbare Vergrösserung wird fast überall beobachtet, wo man einen hellen Gegenstand auf dunklem Grunde sieht; umgekehrt aber erscheint ein dunkler Gegenstand auf hellem Grunde verkleinert. Man hat die hierher gehörigen Erscheinungen mit dem Namen der Irradiation bezeichnet. Ganz besonders hat Plateau die Gesetze der Irradiation zu ermitteln gesucht (Pogg. Annal., Ergänzungsband 1842).

Die folgende Vorrichtung ist sehr geeignet, diese interessante Erscheinung zu zeigen. Die obere Hälfte einer Pappscheibe von 7 Zoll Höhe und 5 Zoll Breite überziehe man mit weissem Papier, während die untere Hälfte schwarz angestrichen wird. Die obere Hälfte theilt man dann durch einen schwarzen Streifen von 2 Linien Breite, die untere durch einen ebenso breiten weissen Streifen, so dass der weisse Streifen in der Verlängerung des dunklen liegt, wie man Fig. 741 sieht. Diesen Apparat stelle man neben einem Fenster auf, so dass er wohl beleuchtet ist, und entferne sich 12 bis 15 Fuss davon, so wird der weisse Streifen auffallend breiter erscheinen als der schwarze. Noch auffallender kann man die Erscheinung machen, wenn man die weissen Felder und den weissen Streifen ganz ausschneidet und den Apparat an einer der oberen Scheiben eines Fensters so befestigt, dass man durch die ausgeschnittenen Stellen den hellen Himmel erblickt.

Fig. 741.



Der Grund der Irradiation ist, nach Plateau's Ansicht, in einer Ausbreitung des Lichteindrucks auf der Netzhaut zu suchen, sie ist also in

Digitized by Google

Beziehung auf den Raum, was das Beharren der Eindrücke auf der Netzhaut, wovon sogleich die Rede sein wird, in Beziehung auf die Zeit ist.

Da demnach die Irradiation keine objective, sondern eine subjective Erscheinung ist, so wird sie auch nicht für alle Personen gleich stark sein.

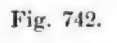


Fig. 742.

Auf eine weisse Papptafel von denselben Dimensionen, wie die Fig. 741 dargestellte, male man zwei schwarze Felder so, dass der Rand *ab*, Fig. 742, ein Millimeter rechts, der Rand *gh* 1 Millimeter links von der verticalen Mittellinie der Tafel liegt. Aus einiger Entfernung betrachtet, scheinen nun die Ränder *ab* und *gh* in eine verticale Linie zu fallen; diese Entfernung ist nun für verschiedene Individuen sehr ungleich. Plateau fand, dass bei einer Person diese Coincidenz schon bei einer Entfernung von 2,5 Metern stattfand, was für den Winkelwerth der Irradiation 1′22″ giebt; bei einer anderen Person trat aber die Coincidenz erst bei einer Entfernung von 12 Metern ein, bei dieser betrug also der Winkelwerth der Irradiation nur 17″.

Der Winkelwerth der Irradiation ist unabhängig von der Entfernung des Gegenstandes vom Auge; die absolute Breite also, welche wir der Irradiation beilegen, ist unter übrigens gleichen Umständen der Entfernung des Gegenstandes proportional.

Die Irradiation zeigt sich bei allen Entfernungen von der Weite des deutlichen Sehens bis zu unendlicher Entfernung.

Die Grösse der Irradiation wächst mit zunehmender Lichtstärke, doch wächst sie nicht in demselben Verhältnisse wie die Helligkeit, sondern in einem bei zunehmender Helligkeit stets abnehmenden Verhältnisse.

Die Existenz der Irradiation wurde einige Zeit hindurch selbst von ausgezeichneten Astronomen und Physikern bezweifelt, weil die mit den besten Fernröhren angestellten Beobachtungen von dem Einflusse der Irradiation ganz frei waren; so fand man z. B. den Durchmesser des Mondes ganz gleich, man mochte die Messung bei Tage machen, wo er nur ganz matt auf dem blauen Himmel erscheint, oder des Nachts, wo er glänzend auf dem dunklen Grunde steht. Dies ist aber sehr wohl erklärlich. Der Gesichtswinkel, unter welchem wir den Durchmesser des Mondes sehen, beträgt ungefähr 30 Minuten; wenn nun der Winkelwerth der Irradiation für das beobachtende Auge 1 Minute beträgt, so erscheint offenbar der Durchmesser des Mondes durch die Irradiation um 2 Minuten, also um $^1/_{15}$, vergrössert. Betrachtet man nun den Mond durch ein gutes Fernrohr, so wird wohl der Durchmesser des Mondes, aber nicht die Irradiation vergrössert; nehmen wir an, das Fernrohr bewirke eine 50malige Vergrösserung, so wird der Durchmesser des Mondes unter einem Gesichtswinkel von 1500′ erscheinen; wenn nun dieser Winkel durch die Irradiation noch um 2′ vergrössert wird, so beträgt doch diese Vergrösserung nur

Digitized by Google

$\frac{1}{740}$, sie übt also hier einen verhältnissmässig sehr geringen Einfluss aus. Bedenkt man nun ausserdem noch, dass die Intensität des Lichtes durch die starke Vergrösserung geschwächt wird, dass also auch deshalb noch der Einfluss der Irradiation geringer ausfällt, so begreift man sehr gut, wie bei Beobachtungen mit guten Fernröhren der Einfluss der Irradiation ganz verschwindet.

Gegen die obige Erklärung der Irradiationserscheinungen ist Welcker in einer Abhandlung aufgetreten (Ueber Irradiation u. s. w. von Hermann Welcker, Giessen 1852), in welcher er nachzuweisen sucht, dass alle Irradiationserscheinungen auf mangelhafte Accommodation zurückzuführen seien. Allerdings bringen die Zerstreuungskreise, welche sich auf der Netzhaut bilden, wenn das Auge für die betrachteten Gegenstände nicht gehörig accommodirt ist, ganz ähnliche Erscheinungen hervor wie die Irradiation, und die von Welcker beobachteten und beschriebenen Erscheinungen sind in der That nur das Resultat mangelhafter Accommodation; sie sind aber auch gar keine Irradiationserscheinungen, denn die Irradiation fängt erst an merklich zu werden, wenn die durch Zerstreuungskreise bewirkte Unreinheit der Bilder beseitigt ist. Es geht dies auch aus Plateau's Abhandlung hervor, obgleich er diesen Umstand nicht nach Gebühr betont. — So lange das Auge nicht accommodirt ist, sind die Wirkungen der Zerstreuungskreise so weitaus überwiegend, dass gegen sie die Irradiationserscheinungen völlig verschwinden.

Dass man die Irradiationserscheinungen nicht so schlechthin auf unvollständige Accommodation schieben darf, dafür dürfte folgende Beobachtung sprechen, die ich im Frühjahr 1856 machte. Die zwei Tage alte Mondsichel stand gerade im Sternbilde des Widders und ich beobachtete an ihr die im Anfange dieses Paragraphen erwähnte Erscheinung in ausgezeichneter Weise, obgleich meine Augen durch eine Brille hinlänglich accommodirt waren, um die sechs Hauptsterne der Plejadengruppe getrennt zu sehen.

Dass der Lichteindruck auf der Netzhaut sich ausbreiten könne, wie es Plateau's Ansicht ist, steht durchaus nicht im Widerspruche mit den Grundsätzen der Physik, wie Welcker zu meinen scheint; denn wenn irgend ein materielles Theilchen in den Zustand lebhafter Vibrationen versetzt wird, so werden sich diese Vibrationsbewegungen mehr oder weniger den benachbarten Theilchen mittheilen, und es ist nicht einzusehen, warum ein solches bei den Netzhautpartikelchen nicht stattfinden soll.

Dauer des Lichteindruckes. Wenn man mit einer glühenden Kohle rasch einen Kreis beschreibt, so kann man die Kohle selbst nicht unterscheiden, sondern man sieht einen feurigen Kreis. Der Grund dieser Erscheinung liegt darin, dass eine durch einen Lichteindruck afficirte Stelle der Retina nicht augenblicklich wieder zur Ruhe kommt, wenn der Lichteindruck selbst aufgehört hat, dass in dem fraglichen Fall der Lichtein- 274

Digitized by Google

druck, welchen die glühende Kohle an irgend einer Stelle ihrer Kreisbahn hervorbringt, so lange dauert, bis sie nach einer ganzen Umdrehung wieder dieselbe Stelle erreicht.

Wenn man vor einer unbeweglichen glühenden Kohle eine undurchsichtige Kreisfläche rotiren lässt, die in der Nähe ihres Umfanges mit einem Loche versehen ist, welches gerade vor der Kohle vorübergeht, so bleibt die Kohle ununterbrochen sichtbar, wenn die Umdrehung der Scheibe in weniger als $^1/_7$ Secunde vollendet wird.

Aus demselben Grunde kann man auch die Speichen eines schnell laufenden Rades nicht unterscheiden, und die obere Fläche eines Kreisels, welcher mit abwechselnd weissen und schwarzen Sectoren bemalt ist, wie Fig. 743, erscheint bei rascher Rotation gleichförmig grau. Wenn aber der Kreisel, im Dunklen rotirend, momentan erleuchtet wird, etwa durch einen Blitz oder einen elektrischen Funken, so kann man die einzelnen Sectoren deutlich unterscheiden.

Fig. 743.

Macht man in eine Pappscheibe von 2 bis 3 Zoll Durchmesser diametral gegenüberstehend zwei Löcher, durch welche man Fäden zieht, wie Fig. 744 und Fig. 745 zeigen, so kann man mit Hülfe dieser Fäden die Scheibe rasch drehen, so dass man abwechselnd die eine und dann wieder die andere Seite sieht. Macht man nun auf die eine Seite einen schwarzen Streifen in der Richtung der beiden kleinen Löcher, auf die andere Seite einen Streifen, welcher auf dieser Richtung rechtwinklig steht, so sieht man bei rascher Umdrehung ein Kreuz, weil der Eindruck des horizontalen Streifens im Auge noch nicht erloschen ist, wenn der verticale Streifen sichtbar wird. Ist auf die eine Seite ein Käfig, auf die andere ein Vogel gemalt, so erscheint bei rascher Drehung der Vogel im Käfig u. s. w.

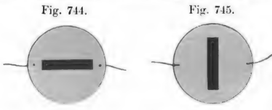


Fig. 744. Fig. 745.

Ein recht sinnreicher und artiger Apparat, welcher sich ebenfalls auf die Dauer des Lichteindruckes gründet, ist die sogenannte **Wunderscheibe**, die **stroboskopische Scheibe** oder das **Phenakistoskop**. Eine Scheibe von 20 bis 25 Centimeter Durchmesser kann um eine horizontale Axe in rasche Rotationsbewegung versetzt werden; am Rande dieser Scheibe befindet sich eine Reihe von Oeffnungen, welche in gleichen Abständen auf einander folgen; in der Fig. 746 dargestellten Wunderscheibe befinden sich 12 solcher Löcher. Innerhalb des durch die 12 Löcher gebildeten Ringes ist nun eine kleinere bemalte Scheibe befestigt, auf welcher ein und derselbe Gegenstand in 12 auf einander folgenden Stellungen abgebildet ist, so dass jedem Loche eine andere Stellung entspricht.

Digitized by Google

In unserer Figur ist ein ganz einfacher Gegenstand gewählt, nämlich ein Pendel. Unter der mit 1 bezeichneten Oeffnung ist das Pendel dargestellt,

Fig. 746.

wie es eben seine äusserste Stellung links erreicht hat; unter der Oeffnung 2 sehen wir das Pendel, wie es sich der Gleichgewichtslage schon wieder genähert hat, bei 3 hat es sich der Gleichgewichtslage noch mehr genähert und bei 4 hat es dieselbe erreicht u. s. w. Dieser Apparat wird nun so vor einen Spiegel gehalten, dass die bemalte Fläche dem Spiegel zugekehrt ist und man durch eine Oeffnung, etwa durch die oberste, das Bild der bemalten Scheibe im Spiegel sieht. Wenn die Scheibe rotirt, so geht eine Oeffnung nach der anderen vor dem Auge vorüber, während aber die Zwischenräume vor dem Auge hergehen, empfängt es kein Licht. Nehmen wir an, dass in einem bestimmten Momente die Oeffnung 1 vor dem Auge vorübergeht, so erblickt man unter derselben das Bild des Pendels in seiner grössten Ausweichung; der in diesem Moment ins Auge gelangende Lichteindruck bleibt nun, bis die zweite Oeffnung vors Auge kommt, und nun erscheint das Pendel an derselben Stelle, an welcher man es eben erst in seiner grössten Ausweichung gesehen hatte, der Gleichgewichtslage etwas genähert; das Bild dieser zweiten Lage bleibt im Auge, bis die dritte Oeffnung vor dasselbe gelangt, und nun sieht man das Pendel seiner Gleichgewichtslage noch mehr genähert u. s. w.; die auf diese Weise der Reihe nach dem Auge vorgeführten Stellungen des Pendels machen nun täuschend den Eindruck, als ob man ein Pendel wirklich oscilliren sähe. Statt des Pendels kann man auch andere Gegenstände wählen, die man der Reihe nach in eben so viel verschiedenen Stellungen dargestellt hat, als Löcher vorhanden sind, so dass jeder Oeffnung eine andere Stellung entspricht. Sehr täuschend lassen sich auf diese Weise Bewegungen von Menschen und Thiergestalten darstellen, die man in den verschiedenen auf einander folgenden Stellungen aufgezeichnet hat.

Digitized by Google

Ebenso wie die Gegenstände eine gewisse Grösse haben müssen, um durch das Auge wahrnehmbar zu sein, ebenso muss auch der Lichteindruck eine namhafte Zeit andauern, um eine Wirkung auf die Netzhaut hervorzubringen; aus diesem Grunde wird ein sehr schnell sich bewegender Körper, z. B. eine Kanonenkugel, nicht gesehen; das Bild der fliegenden Kugel bewegt sich auf der Netzhaut mit solcher Geschwindigkeit, dass es an keiner Stelle derselben wahrgenommen werden kann.

Die Nachwirkungen auf der Netzhaut sind um so stärker und dauern um so länger fort, je intensiver und andauernder die primitive Einwirkung war. Die Nachbilder heller Gegenstände sind hell, die Nachbilder dunkler Gegenstände dunkel, wenn das Auge einer ferneren Lichteinwirkung entzogen wird. Sieht man z. B. längere Zeit unverwandt durch ein Fenster nach dem hellen Himmel, wendet man alsdann das Auge weg, indem man es zugleich schliesst, so sieht man noch immer die hellen Zwischenräume begränzt durch die dunklen Fensterrahmen, wendet man dagegen das Auge auf eine weisse Wand, so erscheint im Nachbilde hell, was im ursprünglichen dunkel war, und umgekehrt; man sieht z. B. die Fensterrahmen hell und die Zwischenräume dunkel. Diese Umkehrung ist leicht zu erklären: wird das geblendete Auge auf die weisse Wand gerichtet, so sind die vorher durch das helle Licht afficirten Stellen der Netzhaut weniger empfindlich gegen das weisse Licht der weissen Wand, als diejenigen Stellen der Netzhaut, auf welche das Bild der dunklen Fensterrahmen gefallen war.

Die Nachbilder, von denen soeben die Rede war, sind immer mehr oder weniger gefärbt, und zwar ist diese Färbung um so entschiedener, je intensiver der primitive Lichteindruck war, welcher die Nachbilder veranlasste. Man fixire z. B. einige Zeit lang ein Kerzenlicht recht scharf, schliesse dann die Augen und wende sie nach einer dunklen Stelle des Zimmers, so glaubt man noch immer die Flamme vor den Augen zu haben, aber sie verändert nach und nach ihre Farbe; sie wird alsbald ganz gelb, geht dann durch Orange in Roth, von Roth durch Violett in grünliches Blau über, welches immer dunkler wird, bis das Nachbild endlich ganz verschwindet. Wendet man hingegen das durch das Kerzenlicht geblendete Auge auf eine weisse Wand, so folgen sich die Farben des Nachbildes in fast entgegengesetzter Ordnung, d. h. man sieht anfangs ein ganz dunkles Nachbild auf dem hellen Grunde, welches alsbald blau, grün, gelb wird und endlich vom weissen Grunde nicht mehr unterschieden wird, wenn das Nachbild ganz verschwunden ist, d. h. wenn die Netzhaut sich ganz wieder erholt hat. Der Uebergang von einer Farbe zur anderen beginnt am Rande und verbreitet sich von da aus nach der Mitte. Dieselbe Reihe von Farbenerscheinungen baobachtet man an den Blendungsbildern weisser Papiere, die auf schwarzem Grunde liegend von der Sonne beschienen sind u. s. w.

Eine eingehendere Besprechung dieser Erscheinung gehört in die Physiologie.

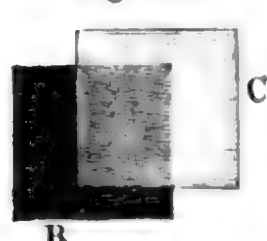
Digitized by Google

Subjective Farben nennt man solche Farbenerscheinungen, welche 275
ihren Grund in einem bestimmten Reizungszustand der Netzhaut haben und nicht dadurch veranlasst werden, dass Lichtstrahlen der entsprechenden Farbe auf die Netzhaut fallen.

Wenn man längere Zeit einen farbigen Fleck auf weissem Grunde scharf fixirt und dann das Auge seitwärts auf die weisse Fläche richtet, so sieht man ein complementär gefärbtes Nachbild; war der Fleck blau, so ist das Nachbild gelb; war er roth, so ist es grün u. s. w. Diese Erscheinung erklärt sich dadurch, dass die Netzhaut für die Farbe des Objectes abgestumpft und also für diejenigen im weissen Licht enthaltenen Farben empfindlicher wird, die nicht in der Färbung des Objectes enthalten sind, welches die Blendung veranlasste.

Dass die Retina durch das längere Betrachten eines stark erleuchteten farbigen Gegenstandes allmälig gegen diese Farbe abgestumpft wird, geht auch daraus hervor, dass sie nach und nach immer matter und unscheinbarer wird. Man kann sich davon am leichtesten auf folgende Weise überzeugen. Man fixire längere Zeit ein farbiges, etwa ein rothes Quadrat, welches sich auf einem weissen Grunde befindet, und wende dann das Auge nur etwas seitwärts, so dass das complementäre Nachbild zum Theil noch auf das farbige Quadrat fällt, wie dies Fig. 747 angedeutet ist. Der freie Theil des Nachbildes erscheint jetzt grün, der frei gewordene Theil des ursprünglichen Bildes, d. h. derjenige Theil, welcher seine Strahlen jetzt auf Stellen der Netzhaut sendet, die vorher noch nicht von dem rothen Licht getroffen waren, erscheint lebhaft roth; da aber, wo beide Quadrate über einander fallen, sieht man ein weit matteres Roth, denn die von diesem Theile des objectiven rothen Quadrates ausgehenden Strahlen treffen noch immer solche Stellen der Netzhaut, welche gegen den Eindruck des rothen Lichtes schon mehr abgestumpft sind.

Fig. 747.



Die Farben, welche die complementären Nachbilder zeigen, nennt man auch subjective Farben, weil sie wahrgenommen werden, ohne dass ein äusserer Gegenstand dieser Farbe seine Strahlen ins Auge sendet. — Ganz besonders schön lassen sich diese subjectiven Farben mit dem Fig. 748 (a. f. S.) dargestellten, von Nörremberg construirten Apparate zeigen. Vor die Rückwand des unteren Theiles wird eine mit schön farbigem Papier überzogene Tafel von Pappendeckel eingeschoben, welche in Fig. 749 unverkürzt dargestellt ist; in der Mitte des Theiles der Tafel, welcher sichtbar bleibt, wenn dieselbe in den Apparat eingeschoben worden ist, ist ein längliches Rechteck *nobq* von einer anderen Farbe aufgeklebt, welche wo möglich (aber nicht nothwendig) complementär zur Grundfarbe ist. Hat man den Apparat so aufgestellt, das die farbige Tafel gut beleuchtet ist, so schaut man dieselbe eine Zeitlang starr an; damit man aber ja das Auge möglichst unverrückt erhalte, ist an der Vorderseite des Apparates, von einem Drahte getragen, ein ungefähr $^1/_2$ Zoll im Durchmesser halten-

Digitized by Google

des schwarz angestrichenes Scheibchen a, Fig. 748, angebracht, welches vor der Mitte des farbigen Rechtecks $nobq$ erscheint, wenn sich das Auge

Fig. 748.

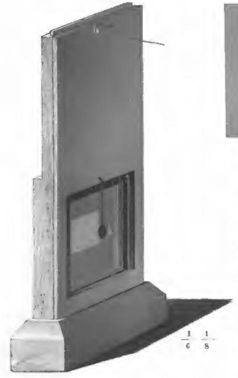


Fig. 749.

in gleicher Höhe mit dem Scheibchen gerade in der Mitte vor dem Apparate befindet. Nachdem man nun, das Scheibchen a scharf fixirend, die Tafel 16 bis 20 Secunden lang angeschaut hat, ist das Auge bereits ermüdet, und die Farben verlieren ihren Glanz. Ist dies eingetreten, so wird, während der Beschauer noch immer unverwandt das schwarze Scheibchen fixirt, der Stift b ausgezogen, so dass ein mit weissem Papier überzogenes Holzrähmchen, welches bis dahin von dem Stifte getragen wurde, herabfällt und die mit farbigem Papier überzogene Tafel zudeckt. Nun sieht man auf dem weissen Papier sehr schön die complementären Farben von denen, welche das Auge vor dem Herabfallen des weissen Schirmes gesehen hatte.

Sehr auffallend ist das Unscheinbarwerden der Farben bei einem von Brewster angegebenen Versuche. Betrachtet man das Spectrum einer Kerzenflamme anhaltend durch ein Prisma, so werden nach und nach die Farben immer unscheinbarer; zuerst verschwindet Roth und Grün, dann Blau, endlich auch das Gelb, und man sieht statt des farbigen Spectrums nur noch einen langen weisslichen Streifen; am sichersten gelingt der Versuch, wenn man mit der Hand das obere Augenlid festhält, um es am Herunterfallen zu verhindern.

Sollte man es bei einer Kerzenflamme nicht zum Verschwinden der Farben bringen können, denn diese, wie alle subjectiven Gesichtserscheinungen, entwickeln sich nicht bei allen Individuen mit gleicher Intensität, so nehme man eine intensivere weisse Flamme zum Object. Auf jeden

Digitized by Google

Fall gelingt der Versuch, wenn man durch das Prisma direct das Sonnenbild betrachtet; das Licht ist so intensiv, dass man sogleich nur einen weissen Streifen ohne alle Färbung wahrnimmt.

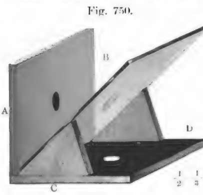
Contrastfarben. Ein grauer Fleck erscheint auf einer weissen 276
Fläche dunkler, auf einer schwarzen heller, als wenn die ganze Fläche mit demselben grauen Tone überzogen wäre. Ein Versuch, welcher dies recht deutlich zeigt, ist folgender: Man bringe einen schmalen undurchsichtigen Körper, etwa einen Bleistift, zwischen eine Kerzenflamme und eine weisse Fläche, so wird man einen dunklen Schatten auf hellem Grunde sehen; bringt man nun eine zweite Kerzenflamme neben die erstere, so sieht man zwei dunkle Schatten auf dem hellen Grunde; jeder dieser Schatten ist aber jetzt durch eine Kerze also eben so stark erleuchtet, als vorher die ganze Fläche war, und doch hielt man vorher die Fläche für hell und jetzt den Schatten für dunkel; dieser Versuch beweist den bedeutenden Einfluss des Contrastes.

Noch auffallender sind die Contrasterscheinungen bei Betrachtungen farbiger Gegenstände, wobei man oft complementäre Farben sieht, welche objectiv gar nicht vorhanden sind.

Legt man einen schmalen grauen Papierschnitzel auf ein lichtgrünes Papier, so erscheint der Streifen röthlich, legt man ihn auf ein blaues Papier, so erscheint er gelb, kurz er erscheint immer complementär zur Farbe des Grundes. Sehr deutlich nimmt man die Erscheinung wahr, wenn man einen ungefähr 1 Millimeter breiten Streifen von weissem Papier auf eine Tafel von farbigem Glase klebt und dann durch dasselbe nach einer weissen Fläche, etwa nach einem Blatt weissen Papiers, sieht; oder auch, indem man die eine Seite des Glases ganz mit einem dünnen Papier bedeckt, auf die andere den schmalen Streifen befestigt und dann das Glas vor eine Kerzenflamme hält; der Streifen erscheint dann complementär zur Farbe des Glases, also roth auf einem grünen Glase, blau auf einem gelben u. s. w.

Sehr schön kann man die Contrastfarben mit Hülfe des Apparates Fig. 750 zeigen, welcher sich aus Pappendeckel oder aus dünnen Holzbrettchen herstellen lässt. Die verticale Wand AB ist mit weissem Papier überzogen und hat in der Mitte einen schwarzen kreisrunden Fleck von ungefähr $1^1/_2$ Centimeter Durchmesser. Die horizontale Wand CD ist mit schwarzem Papier überzogen und hat in der Mitte einen weisssen Fleck, welcher eben so gross ist als

Fig. 750.



Digitized by Google

der eben erwähnte schwarze. Unter einem Winkel von 45° gegen AB und CD geneigt, ist nun eine farbige Glasplatte angebracht, und wenn man nun das Auge so hält, dass das Spiegelbild, welches die untere Fläche der Glasplatte von dem auf CD gemachten weissen Fleck giebt, gerade vor dem schwarzen Fleck der Wand AB gesehen wird, so erscheint dieses Spiegelbild farbig, und zwar ist seine Farbe complementär zur Farbe des Glases. Bei Anwendung einer grünen Glasplatte z. B. sieht man einen rothen Fleck auf grünem Grunde.

Hierher gehören auch die sogenannten farbigen Schatten, welche erscheinen, wenn im farbigen Licht ein schmaler Körper einen Schatten wirft und dieser Schatten durch weisses Licht beleuchtet ist. Man erhält solche farbigen Schatten am leichtesten auf folgende Weise: Man lässt Lichtstrahlen durch ein farbiges Glas auf eine weisse Fläche, etwa auf weisses Papier, fallen, so dass sie nun farbig erscheint; fängt man an irgend einer Stelle die das Papier beleuchtenden farbigen Strahlen durch einen schmalen Körper auf, so erhält man einen schmalen Schatten, welcher nur durch das ringsum verbreitete weisse Tageslicht erhellt ist; dieser Schatten erscheint nun complementär zum Grunde; wendet man ein rothes Glas an, so erscheint der Schatten grün; er erscheint blau, wenn man ein gelbes Glas anwendet u. s. w. Die Farben dieser Schatten sind rein subjectiv.

Manchmal beobachtet man auch farbige Schatten, welche wirklich objectiv verschiedenfarbig sind; sie entstehen, wenn ein Körper bei doppelter Beleuchtung zwei Schatten wirft und die beiden Lichtquellen verschiedene Farben haben, denn alsdann ist der eine Schatten nur durch Licht von der einen, der andere Schatten nur durch Licht von der anderen Farbe beleuchtet. Solche farbigen Schatten entstehen, wenn in der Dämmerung das bläuliche Himmelslicht in ein Zimmer fällt, in welchem sich eine brennende Kerze befindet; hält man ein Stäbchen so, dass es einen Schatten im Kerzenlicht, einen zweiten im Tageslicht auf eine weisse Fläche wirft, so erscheint der eine Schatten blau, der andere gelb, weil der eine nur durch das bläuliche Tageslicht, der andere nur durch das gelbliche Kerzenlicht beleuchtet ist; doch möchte auch bei diesem Falle der Contrast einen grossen Einfluss auf die Intensität der Farbenerscheinung und somit die Erscheinung einen theils objectiven, theils subjectiven Grund haben.

Was die Erklärung der farbigen Nebenbilder betrifft, so ist sie wohl darin zu suchen, dass, wenn irgend ein Theil der Netzhaut durch farbiges Licht afficirt wird, die directe Wirkung auch auf die benachbarten Stellen der Netzhaut in der Weise reagirt, dass sie in einen dem primitiven Eindrucke complementären Zustand versetzt werden.

Jede Zusammenstellung von Farben, welche complementär zu einander sind, macht einen angenehmen Eindruck auf das Auge, was leicht begreiflich ist, wenn man bedenkt, dass, wenn irgend ein Theil der Netzhaut direct durch irgend eine Farbe afficirt wird, sie ja selbst ein Be-

Digitized by Google

streben zeigt, auf den benachbarten Stellen diesen Gegensatz hervorzurufen. Ueber die Contrastfarben hat Chevreul ein höchst interessantes Werk geschrieben.

Die camera obscura. Die von dem Neapolitaner Porta um die Mitte des 17ten Jahrhunderts erfundene camera obscura besteht im Wesentlichen aus einer Sammellinse, deren Brennweite gewöhnlich 15 bis 30 Zoll beträgt und durch welche ein Bild entfernter Gegenstände entworfen wird; um den Effect dieses Bildes möglichst zu heben, muss von der Fläche, auf welcher es aufgefangen wird, alles seitliche, nicht hierher gehörige Licht sorgfältig ausgeschlossen, d. h. es muss in einer dunklen Kammer aufgefangen werden. 277

Die früher gebräuchlichsten Formen der camera obscura sind in Fig. 751

Fig. 751.

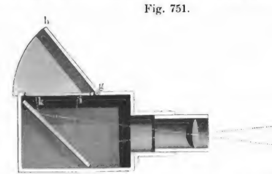


Fig. 752.

und Fig. 752 dargestellt. Fig. 751 stellt einen Kasten dar, an dem sich eine Röhre befindet. In dieser Röhre lässt sich eine zweite aus- und einschieben, welche eine Sammellinse von entsprechender Brennweite enthält; die durch diese Linse in den dunklen Kasten eindringenden Strahlen werden durch einen, in einem Winkel von 45° gegen die Axe der Linse geneigten ebenen Spiegel nach oben reflectirt, so dass das Bild eines entfernten Gegenstandes bei ik auf einer mattgeschliffenen Glastafel aufgefangen werden kann. Der Deckel gh dient, um das fremde Licht von dem Bilde möglichst abzuhalten. Wenn die mattgeschliffene Seite des Glases nach oben gekehrt ist, so kann man auf demselben mit Bleistift

Digitized by Google

die Umrisse des in ik entstehenden Bildes nachfahren und so eine naturgetreue Zeichnung der Gegenstände erhalten.

Fig. 752 stellt einen Kasten dar, auf dessen Boden ein Blatt weissen Papiers gelegt wird; durch die obere Fläche des Kastens geht eine Röhre, welche die Sammellinse enthält, über welcher sich dann ein 45° gegen die Verticale geneigter ebener Spiegel befindet. Die von einem entfernten Gegenstande kommenden Strahlen werden durch den Spiegel nach unten reflectirt, so dass das Bild auf der Fläche des Papiers entsteht. Dieses Bild ist sehr lebhaft, weil durch die Wände des Kastens alles seitliche Licht ausgeschlossen ist, und man kann deshalb die Contouren dieses Bildes leicht mit Bleistift nachfahren.

Die Nettigkeit der in einer camera obscura entstehenden Bilder hatte schon lange den Wunsch erregt, diese Bilder gewissermaassen fixiren zu können; und wenn wohl auch die Meisten diesen Wunsch als ein pium desiderium betrachten, so hat es doch auch nicht an Solchen gefehlt, welche sich bestrebten, ihn zu realisiren. Da das Licht chemische Wirkungen hervorbringt, da es z. B. das Chlorsilber schwärzt, so lag wenigstens die Möglichkeit vor, durch das Bild der camera obscura bleibende Eindrücke hervorzubringen. Durch die bereits oben besprochene Erfindung der Photographie sind diese Bestrebungen durch den glänzendsten Erfolg gekrönt worden.

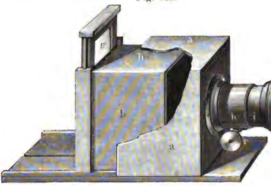
In Folge der Erfindung Daguerre's mussten nun auch alsbald grössere Anforderungen an die Leistungen der camera obscura gemacht werden; es kam jetzt darauf an, nicht allein sehr reine und scharfe, sondern zugleich auch sehr lichtstarke Bilder hervorzubringen. Zunächst versteht es sich von selbst, dass man achromatische Linsen in Anwendung bringen musste. Um die nöthige Lichtmenge zu erhalten, muss der Durchmesser der Linse ziemlich gross sein, und da doch ihre Brennweite zugleich ziemlich gering sein soll, so würden die Fehler wegen sphärischer Aberration viel zu bedeutend werden, wenn man das Bild durch eine einzige Linse erzeugen wollte; die einfache Linse wurde deshalb nach den in Paragraph 232 entwickelten Grundsätzen durch ein System zweier Linsen ersetzt, die in einiger Entfernung von einander stehen, und deren jede eine achromatische Crown-Flintglaslinse ist.

Fig. 753 zeigt den Apparat, wie er gewöhnlich zum Photographiren angewendet wird. Auf der Vorderseite des Kastens a ist eine messingene Hülse h befestigt, in welcher sich eine zweite i mittelst eines Triebes, der durch den Knopf r bewegt wird, aus- und einschieben lässt. Diese Hülse i enthält das Linsensystem, welches seine Bilder auf einer gegenüberstehenden mattgeschliffenen Glastafel entwirft. Diese Glastafel g ist in einem Schieber befestigt, welcher die Rückwand des in den Kasten a hineinpassenden, nach vorn hin offenen Kastens b bildet. Unsere Figur zeigt den Schieber mit der Glastafel etwas in die Höhe gezogen. Je näher der Gegenstand rückt, dessen Bild man erhalten will, desto weiter muss man

Digitized by Google

den Kasten b aus a herausziehen. Die feinere Einstellung geschieht durch Verschiebung der Linse mittelst des schon erwähnten Triebes r.

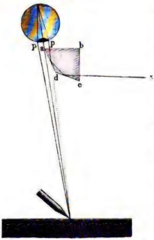
Fig. 753.



Zeichnungsapparate. Wir haben im vorigen Paragraphen gesehen, wie man die Contouren der auf Papier oder auf eine matte Glastafel entworfenen Sammelbilder einer camera obscura nachzeichnen kann. Denselben Zweck kann man aber auch dadurch erreichen, dass man auf einer Papierfläche das virtuelle Bild des abzuzeichnenden Gegenstandes in solcher Weise entstehen lässt, dass man ausser diesem virtuellen Bilde auch noch die Papierfläche selbst nebst der Spitze des zur Zeichnung verwendeten Bleistiftes sehen kann. 278

Ein derartiger Apparat ist Wollaston's camera lucida oder clara. Sie besteht im Wesentlichen aus einem vierseitigen Prisma $abcd$, Fig. 754, welches bei b einen rechten und bei d einen stumpfen Winkel von 135° hat; die Fläche cb ist gegen das Object gekehrt, dessen Zeichnung man entwerfen will. Ein vom Gegenstande kommender Lichtstrahl dringt rechtwinklig zu der Fläche cb in das Prisma ein, erleidet an der Fläche cd eine erste, und an der Fläche ad eine zweite totale Reflexion, und tritt endlich, nahe bei dem Eck a, fast rechtwinklig zur Fläche ab wieder aus. Wird nun das Auge so über diese Fläche gehalten, dass sich die Pupille etwa in pp befindet, so ist klar, dass man durch die eine Hälfte der Pupille das reflectirte Bild des Gegenstandes x sehen wird, während man durch die andere Hälfte der Pupille direct an dem

Fig. 754.



Digitized by Google

Eck *a* vorbei nach einem horizontalen weissen Blatt Papier sieht, auf welchem sich dieses Bild projicirt. Wenn man nun mit der Hand den Bleistift auf das Papier hält, so sieht man zugleich die Spitze des Bleistiftes und das Bild von x, man kann also leicht die Contouren des Bildes mit dem Bleistifte nachfahren.

Damit dieses Instrument für die Anwendung bequemer sei und das Auge nicht ermüde, muss man gefärbte Gläser anwenden, um zu machen, dass beide Bilder ungefähr gleiche Helligkeit haben, und Linsen, um zu bewirken, dass die Strahlen von beiden mit gleicher Divergenz auf das Auge fallen, damit das Auge sich für beide accommodiren kann.

Nach Sömmering's Angabe kann man eine camera clara ganz einfach aus einem kleinen Metallspiegel machen. Fig. 755 stellt ein solches Spiegelchen in natürlicher Grösse dar und zwar in einer Weise gefasst, wodurch es besonders geeignet wird, um die durch ein Mikroskop gesehenen Gegenstände zu zeichnen. Der Ring *a* wird um das Ocularrohr des Mikroskops gelegt und das Spiegelchen *s* so gerichtet, dass die von unten auf den Spiegel fallenden und in horizontaler Richtung von demselben reflectirten Strahlen auf das Auge bei *o* fallen, welches also das Bild des unter dem Objectiv des Mikroskops liegenden Gegenstandes in der Richtung *on* erblickt. Wird nun rechtwinklig zu *on* ein Papierblatt aufgestellt, so erscheint das Bild des unter dem Objectiv liegenden Gegenstandes auf dieses Papierblatt projicirt, während gleichzeitig die neben dem Spiegel vorbei in das Auge fallenden Strahlen das Papier selbst nebst der Bleistiftspitze sehen lassen.

Denken wir uns den Spiegel aus der in Fig. 755 dargestellten Lage um 180° gedreht, so dass seine spiegelnde Oberfläche schräg nach oben gerichtet ist, so wird ein von oben herabsehendes Auge das Bild der Gegenstände, welche von *n* her ihre Strahlen in horizontaler Richtung auf den Spiegel senden, auf ein unterhalb des Spiegels horizontal liegendes Papierblatt projicirt sehen.

Fig. 755. Fig. 756.

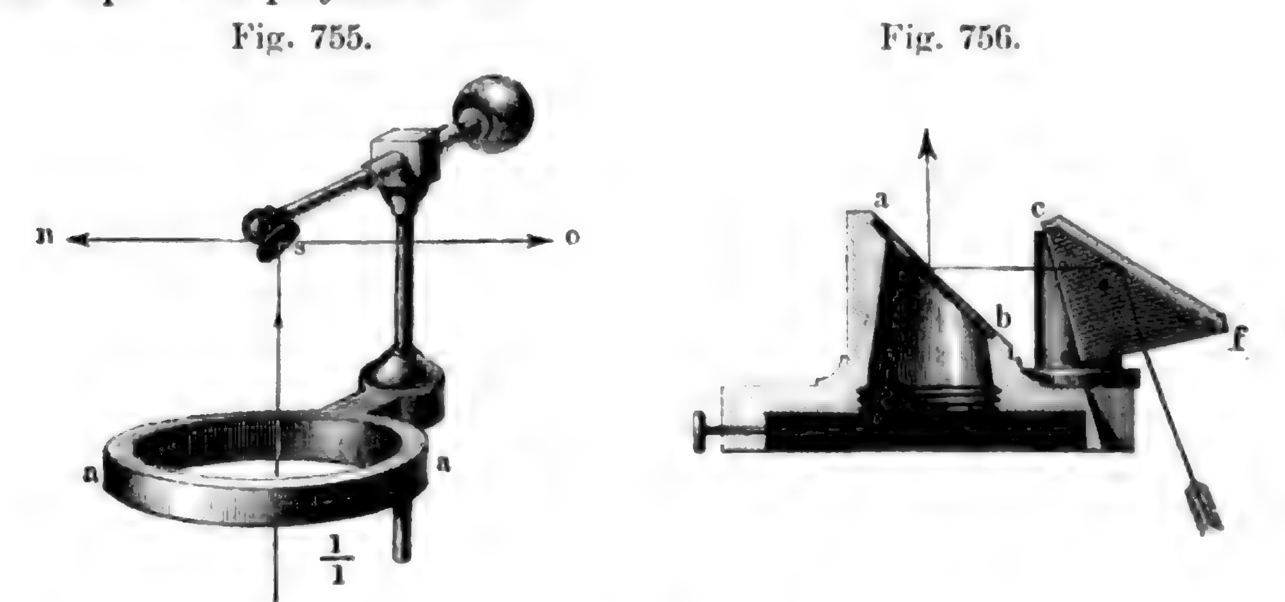


Fig. 756 stellt Nobert's (zu Barth in Pommern) camera lucida, welche ebenfalls vorzugsweise zum Zeichnen mikroskopischer Gegenstände

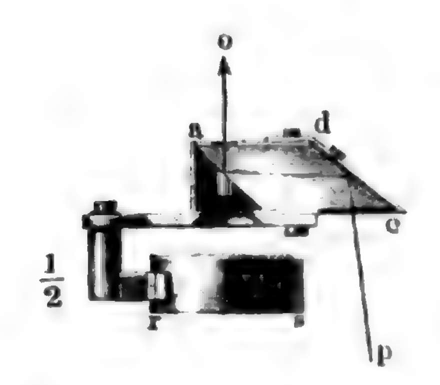
Digitized by Google

geeignet ist, in natürlicher Grösse dar. Sie wird so auf das Ocular des Mikroskops aufgeschraubt oder aufgesetzt, dass die Mitte des oben unter einem Winkel von 45° abgeschnittenen und mit einer dünnen geschliffenen Glasplatte *ab* bedeckten Rohres gerade über die Mitte des Oculars zu stehen kommt.

Der Glasplatte *ab* gegenüber ist nun ein rechtwinkliges Glasprisma *cdf* angebracht, welches durch einen kleinen Messingpfeiler getragen wird, und um eine horizontale (in unserer Figur durch einen Punkt angedeutete) Axe drehbar ist. Dies Prisma wird nun so gestellt, dass die Lichtstrahlen von dem neben das Mikroskop gelegten Papiere auf dem durch den gebrochenen Pfeil angedeuteten Wege ins Auge gelangen. Man sieht also das Bild des Papiers und der Bleistiftspitze, nachdem die von ihnen ausgehenden Strahlen eine totale Reflexion an der Rückwand des Prismas und eine einfache Spiegelung an der Oberfläche der Glasplatte *ab* erfahren haben, an derselben Stelle, an welcher man die unter dem Mikroskop liegenden Gegenstände erblickt, man kann also die Contouren derselben nachfahren.

Für den gleichen Zweck hat Nachet in Paris die camera lucida construirt, welche Fig. 757 in $^1/_2$ der natürlichen Grösse und zwar der obere Theil derselben im Durchschnitt dargestellt ist. Auf die Mitte der Fläche *ab* des Glasparallelepipeds *abcd* ist ein kleines Glascylinderchen angekittet, durch welches hindurch ein in *o* befindliches Auge das Bild der unter das Mikroskop gelegten Gegenstände sieht, wenn der Ring *rs* die Ocularröhre desselben umfasst. Gleichzeitig sieht aber das Auge auch ein Blatt Papier, welches neben dem Mikroskop auf den Tisch gelegt ist und den darauf gehaltenen Bleistift, indem die von *p* herkommenden Strahlen, nachdem sie eine erste totale Reflexion an der Fläche *cd*, eine zweite an der Fläche *ab* erlitten haben, in gleicher Richtung in das Auge gelangen.

Fig. 757.



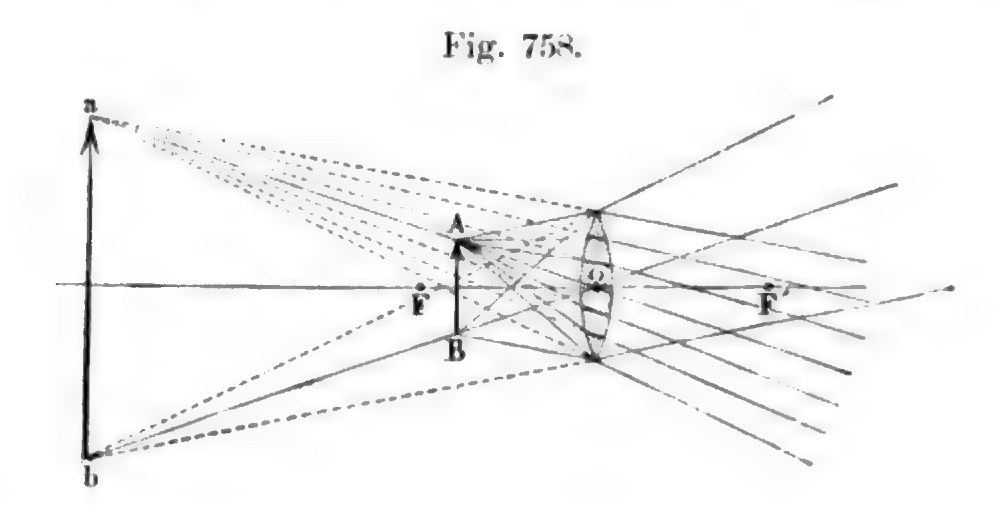
Die Loupe oder das einfache Mikroskop. Wir haben oben 279
gesehen, dass die scheinbare Grösse eines Gegenstandes von der Grösse des Sehwinkels abhängt, unter welchem er erscheint; der Sehwinkel wird aber um so grösser, je mehr der Gegenstand dem Auge genähert wird; nun aber können wir ihn nur bis zu einer gewissen Gränze, der Weite des deutlichen Sehens, dem unbewaffneten Auge nähern, wenn noch eine scharfe Unterscheidung der Gränzen und der einzelnen Theile möglich sein soll, und dadurch ist auch einer weiteren Vergrösserung des Sehwinkels eine Gränze gesetzt. Ein jedes Instrument, welches eine weitere Vergrösserung für den Sehwinkel kleiner naher Gegenstände möglich macht, als es bei unbewaffnetem Auge der Fall ist, wird ein Mikroskop genannt. Nach dieser Erklärung ist auch die kleine Oeffnung im Kartenblatt, welche oben

Digitized by Google

auf Seite 673 besprochen wurde, ein Mikroskop, und zwar ein einfaches; doch bezeichnet man mit dem Namen des **einfachen Mikroskopes** in der Regel nur Collectivlinsen von kurzer Brennweite.

Um zu begreifen, wie eine einfache Sammellinse als Mikroskop dienen kann, braucht man nur einen Blick auf Fig. 758 zu werfen. Es sei AB ein Gegenstand, der sich **innerhalb der Brennweite** der Sammellinse befindet, so divergiren alle von einem Punkte des Gegenstandes AB ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse gerade so, **als ob** sie von dem entsprechenden Punkte des Bildes ab herkämen, wie dies schon oben auf Seite 578 gezeigt wurde; ein auf der anderen Seite der Linse befindliches Auge wird aber den Gegenstand durch die Linse deutlich sehen können, wenn sich das Bild ab in der Weite des deutlichen Sehens befindet; in diesem Falle aber liegt der Gegenstand selbst dem Auge weit näher; ohne die Linse würde man ihn also nicht mehr deutlich sehen können. Die vergrössernde Kraft der Linse ist also im Wesentlichen darin zu suchen, dass sie es möglich macht, den Gegenstand dem Auge sehr nahe zu bringen, wodurch dann natürlich auch der Sehwinkel vergrössert wird.

Fig. 758.



Um die durch die Loupe hervorgebrachte Vergrösserung zu bestimmen, müssen wir die Grösse des Sehwinkels, unter welchem das in der Weite des deutlichen Sehens befindliche Bild ab dem Auge erscheint, mit der Grösse des Sehwinkels vergleichen, unter welchem der Gegenstand selbst gesehen würde, wenn er eben so weit vom Auge entfernt wäre.

Genau lässt sich der Winkel, unter welchem das Bild ab erscheint, nur dann ermitteln, wenn die Entfernung des Glases vom Kreuzungspunkte im Auge bekannt ist; wenn man aber die Linse dicht vor das Auge hält und die Dicke der Linse selbst unbedeutend ist, so kann man als erste Annäherung das Auge als mit dem Mittelpunkte o der Linse zusammenfallend annehmen; unter dieser Voraussetzung ist nun die Vergrösserung leicht zu berechnen.

Von o aus gesehen erscheint der Gegenstand AB und das Bild ab unter gleichem Gesichtswinkel, wir finden also die Vergrösserung, wenn

Digitized by Google

wir den Gesichtswinkel, unter welchem AB hier erscheint, mit demjenigen vergleichen, unter welchem derselbe Gegenstand erscheinen würde, wenn er bis in die Weite des deutlichen Sehens von o entfernt, wenn er also an die Stelle des Bildes ab gesetzt wäre. Da die scheinbare Grösse eines Gegenstandes seiner Entfernung vom Auge umgekehrt proportional ist, so verhält sich der Gesichtswinkel AoB zu dem Winkel, unter welchem AB von o aus betrachtet erscheinen würde, wenn dieser Gegenstand bis ab fortgerückt wäre, wie die Entfernungen des Bildes ab und des Gegenstandes AB von o. Bezeichnen wir die Entfernung des Bildes ab von o mit d, die Entfernung des Gegenstandes AB von o aber mit x, so ist also die Vergrösserung $\frac{d}{x}$, wo für d die Weite des deutlichen Sehens zu setzen ist.

Zwischen der Entfernung d des Bildes, der Entfernung x des Gegenstandes und der Brennweite besteht aber die Beziehung

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{d} = \frac{1}{f}$$

und daraus folgt

$$x = \frac{df}{d + f}.$$

Setzt man diesen Werth von x in den Quotienten $\frac{d}{x}$, so erhält man für die Vergrösserung den Werth

$$\frac{d + f}{f}.$$

Das heisst mit Worten: man findet die Vergrösserung durch die Loupe, wenn man zur Weite des deutlichen Sehens die Brennweite der Linse addirt, und die erhaltene Summe durch die Brennweite dividirt. Wäre z. B. die Weite des deutlichen Sehens 10 Zoll, die Brennweite der Loupe 2 Zoll, so würde die Vergrösserung $\frac{12}{2} = 6$ sein.

Der Quotient $\frac{d + f}{f}$ wird um so grösser, je kleiner f ist; je kleiner also die Brennweite der Linse ist, desto stärker vergrössert sie.

Es ist keineswegs gleichgültig, welche Gestalt eine Linse hat, die als Loupe gebraucht werden soll, indem, wie sich durch Rechnung sowohl wie durch Construction nachweisen lässt, für eine biconvexe Linse, an welcher beide Flächen von gleichem Krümmungshalbmesser sind, die Fehler der sphärischen Aberration und der Farbenzerstreuung stets bedeutender ausfallen, als für eine planconvexe Linse von gleicher Brennweite, wenn man die ebene Seite dem Objecte zuwendet.

Für einigermaassen starke Vergrösserungen ist es aus den in Paragraph 232 entwickelten Gründen vortheilhafter, eine Combination von mehreren schwächeren Linsen statt einer stärkeren anzuwenden, wie dies

Digitized by Google

z. B. bei der Fig. 759 mit der Fassung im Durchschnitte gezeichneten Fraunhofer'schen Loupe der Fall ist, wo die beiden planconvexen Linsen, in geringem Abstand von einander stehend, die gekrümmten Seiten einander zukehren. Bei der Wilson'schen Loupe sind die beiden Linsen in grössere Entfernung von einander gestellt, und zwischen ihnen ist eine Blendung angebracht.

Plössl construirte Loupen aus zwei planconvexen achromatischen Linsen, die einzeln oder combinirt gebraucht werden können.

Eine Combination von zwei oder von drei Linsen, welche wie eine einzige stärker wirken, wird ein Duplet oder Triplet genannt.

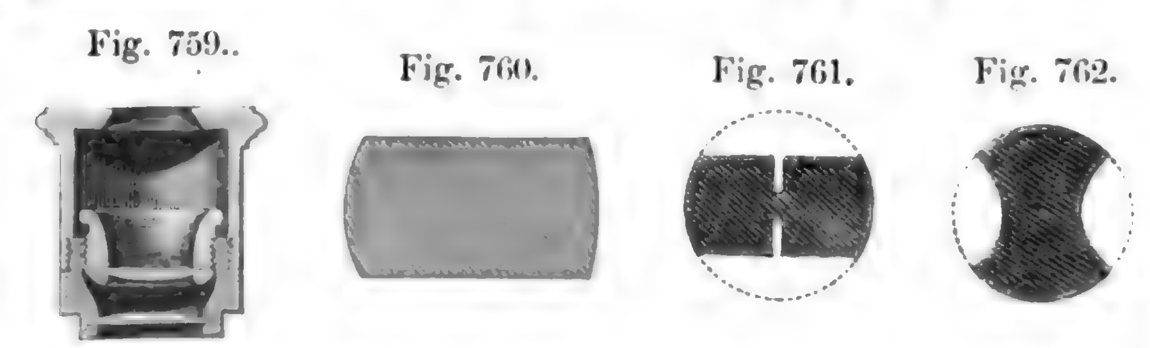


Fig. 759. Fig. 760. Fig. 761. Fig. 762.

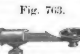
Die in Deutschland sehr verbreitete Cylinderloupe, welche ohne Fassung Fig. 760 dargestellt ist, giebt Bilder, welche von den Fehlern der sphärischen Aberration ziemlich frei sind, was dadurch erreicht wird, dass die dem Objecte zugekehrte Seite schwächer gekrümmt ist, als die dem Auge zugewendete, und dass wegen der grösseren Entfernung der beiden brechenden Flächen die austretenden Strahlen die stärker gekrümmte Fläche nur im mittleren Theile passiren. Diese sonst recht gute Loupe hat den Nachtheil, dass sie sehr nahe an das Object hingehalten werden muss. Den gleichen Fehler haben die Coddington'sche Loupe, Fig. 761, und die Brewster'sche, Fig. 762, welche noch reinere Bilder geben, als die gewöhnliche Cylinderloupe; bei beiden sind die brechenden Flächen Stücke einer und derselben Kugeloberfläche; die Reinheit der Bilder wird durch die Einschnürung in der Mitte erlangt, welche bewirkt, dass nur centrale Strahlen ins Auge gelangen.

Wenn nur die Brennweite klein genug ist, so kann man selbst mit einfachen Linsen eine 100- bis 200fache Vergrösserung erreichen; da aber das Schleifen so kleiner Linsen immerhin schwierig ist, so hat man mit Erfolg versucht, statt derselben kleine, durch Schmelzung erhaltene Glaskügelchen in Anwendung zu bringen. Ist man aber auch im Stande, auf diesem Wege sehr bedeutende Vergrösserungen zu erhalten, so ist doch der Gebrauch solcher Kügelchen höchst unbequem und die Reinheit des Bildes mangelhaft, so dass es in jeder Beziehung vortheilhafter ist, ein zusammengesetztes Mikroskop von gleicher Vergrösserung anzuwenden.

Endlich muss hier noch der aus Edelsteinen geschliffenen Linsen Erwähnung geschehen, die Brewster zuerst in Vorschlag brachte. Linsen aus Diamant und Saphir sind wegen des starken Brechungsvermögens dieser Substanzen bei gleicher Brennweite bedeutend weniger gekrümmt als

Digitized by Google

Glaslinsen. Bei gleicher Vergrösserung verhalten sich die Krümmungshalbmesser einer Diamant- und einer Glaslinse wie 8 zu 3; bei gleichem Durchmesser wird also die sphärische Aberration für die Diamantlinse bedeutend geringer sein. Die Edelsteinlinsen sind jedoch so kostbar, dass sie nur zu den Seltenheiten gehören.



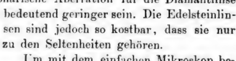
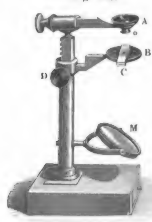


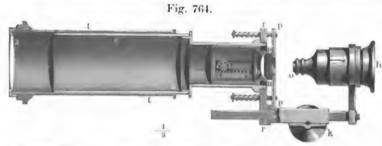
Fig. 763.



Um mit dem einfachen Mikroskop bequemer beobachten und arbeiten zu können, hat man die Linsen auf verschiedene Weise gefasst und mit Stativen versehen. Fig. 763 stellt ein solches dar. Die Linse, entweder eine einfache Linse oder ein Duplet oder ein Triplet, je nach dem man eine schwächere oder stärkere Vergrösserung beabsichtigt, ist bei *o* eingeschraubt. Die zu beobachtenden Gegenstände werden auf ein Tischlein *B* gelegt, welches mittelst der Schraube *D* auf- und niedergeschoben werden kann. Zur Beleuchtung der Objecte von unten dient der Spiegel ***M***.

Das Sonnenmikroskop. Das durch die Linse *a*, Fig. 764, verschlossene Ende der Messingröhre *t* wird in eine entsprechende Oeffnung 280

Fig. 764.



eines Ladens eingeschraubt, durch dessen Schliessung das Experimentirzimmer vollständig verfinstert worden ist. Vor der fraglichen Oeffnung befindet sich ein Spiegel, welcher stets so gerichtet werden muss, dass er die Sonnenstrahlen in der Richtung der Axe des Rohres *t* auf die Linse *a* wirft. Die durch die Linse *a* bereits convergent gemachten Strahlen fallen auf eine zweite Linse *b*, durch welche sie auf den kleinen, gewöhnlich zwischen zwei Glasplatten bei *n* gefassten Gegenstand concentrirt werden. Von diesem stark erleuchteten Gegenstande wird nun durch eine kleine Linse *o*, welche an eine bei *h* offene Messinghülse angeschraubt ist, auf einem im dunklen Zimmer aufgestellten weissen Schirme ein verkehrtes vergrössertes Bild entworfen.

Um die Beleuchtung des Gegenstandes gehörig reguliren zu können,

Digitized by Google

kann die Röhre *s* mehr oder weniger ausgezogen, und die Linse *b*, deren Fassung mit einer gezahnten Stange versehen ist, durch einen in dieselbe eingreifenden Trieb vor- oder rückwärts geschoben werden.

Die Objecte werden zwischen die Platten *rr* und *pp* eingeschoben und hier festgehalten, weil die Platte *pp* durch eine aus der Figur vollkommen verständliche Vorrichtung stets gegen die Platte *rr* angedrückt wird.

Ist nun der Gegenstand gehörig eingestellt und beleuchtet, so wird die Linse *o* mit Hülfe des Triebes *k* so lange verschoben, bis das Bild auf einem 10 bis 20 Fuss weit entfernten weissen Schirme möglichst scharf und deutlich erscheint.

Nehmen wir an, die Linse *o* sei gerade 1 Centimeter weit vom Objecte entfernt, wenn auf dem 2 Meter entfernten Schirme ein scharfes Bild entsteht, so sind die linearen Dimensionen des Bildes 200mal so gross als die des Gegenstandes, und wenn der Gegenstand eine Fläche von 1 Quadratlinie bedeckt, so wird also sein Bild auf einen Flächenraum von 40000 Quadratlinien ausgebreitet sein. Man begreift demnach leicht, dass der Gegenstand sehr hell erleuchtet sein muss, wenn das stark vergrösserte Bild nicht zu lichtschwach sein soll.

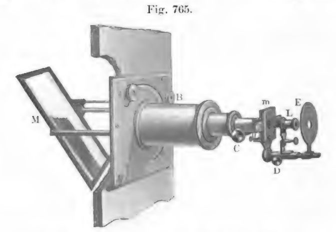
Mit derselben Linse bei *o* kann man verschiedene Vergrösserungen erhalten, je nachdem man den Abstand des Schirmes verändert.

Je weiter der Schirm entfernt wird, desto näher muss man die Linse *o* dem Objecte bringen und desto stärker wird die Vergrösserung.

Um bei gleichem Abstande des Schirmes stärkere Vergrösserungen zu erhalten, wird eine Combination von zwei oder von drei Linsen bei *o* angeschraubt.

Fig. 765 stellt die Totalansicht eines Sonnenmikroskops sammt dem

Fig. 765.



Beleuchtungsspiegel dar. Die Neigung des Spiegels *M* (welcher die Sonnenstrahlen reflectirt) gegen die Axe des Rohres kann durch Drehung des

Digitized by Google

Knopfes *B* mittelst einer Schraube ohne Ende regulirt werden, während die Drehung des Spiegels um die Axe des Rohres durch den Knopf *A* vermittelt wird.

Man hat auch ähnliche Mikroskope construirt, in denen das Licht der Sonne durch elektrisches Licht, oder durch das Licht eines im Knallgasgebläse glühend gemachten Kalkstückchens (Drummond'sches Kalklicht), oder auch nur durch das Licht einer intensiv leuchtenden Lampe ersetzt ist. Die Vergrösserung muss um so geringer sein, je weniger intensiv die Lichtquelle ist.

Die Zauberlaterne (laterna magica) beruht auf denselben Principien; als Objecte dienen aber meist in grösseren Dimensionen auf Glas gemalte Bilder, welche durch das Licht einer Lampe erleuchtet werden, die höchstens eine 15- bis 20fache Vergrösserung erlaubt.

Das zusammengesetzte Mikroskop. Die Principien, auf welchen die Construction aller, wenn auch in ihrer sonstigen Einrichtung 281
noch so sehr abweichender Mikroskope beruht, sind folgende:

1. Die Gegenstände, welche man der Beobachtung unterwerfen will, befinden sich nahe bei einer Sammellinse von kurzer Brennweite, und zwar etwas jenseits des Brennpunktes. Diese Linse, sie mag nun einfach oder zusammengesetzt, achromatisch sein oder nicht, wird die Objectivlinse oder das Objectiv des Mikroskops genannt.

2. Die vergrösserten Sammelbilder, welche von den Objecten durch das Objectiv entworfen werden, werden durch eine Convexlinse betrachtet, welche hier als Loupe dient; diese zweite Linse, welche ebenfalls einfach oder zusammengesetzt, achromatisch oder nicht achromatisch sein kann, wird das Augenglas oder das Ocular des Mikroskops genannt.

So ist denn jedes dioptrische Mikroskop im Wesentlichen aus einem Objectiv und einem Ocular zusammengesetzt, und die Vergrösserung des Mikroskops ist das Product der Vergrösserungen, welche jedes dieser Gläser hervorbringt. Wenn z. B. das Objectiv im Durchmesser 5mal, das Ocular aber 10mal vergrösserte, so würde ein solches Mikroskop den Durchmesser der Gegenstände 50mal, die Oberfläche also 2500mal vergrössern. Eine 300fache Vergrösserung des Durchmessers würde man erhalten, wenn die Vergrösserungen des Objectivs und des Oculars respective 30 und 10, oder 25 und 12, oder 20 und 15 wären.

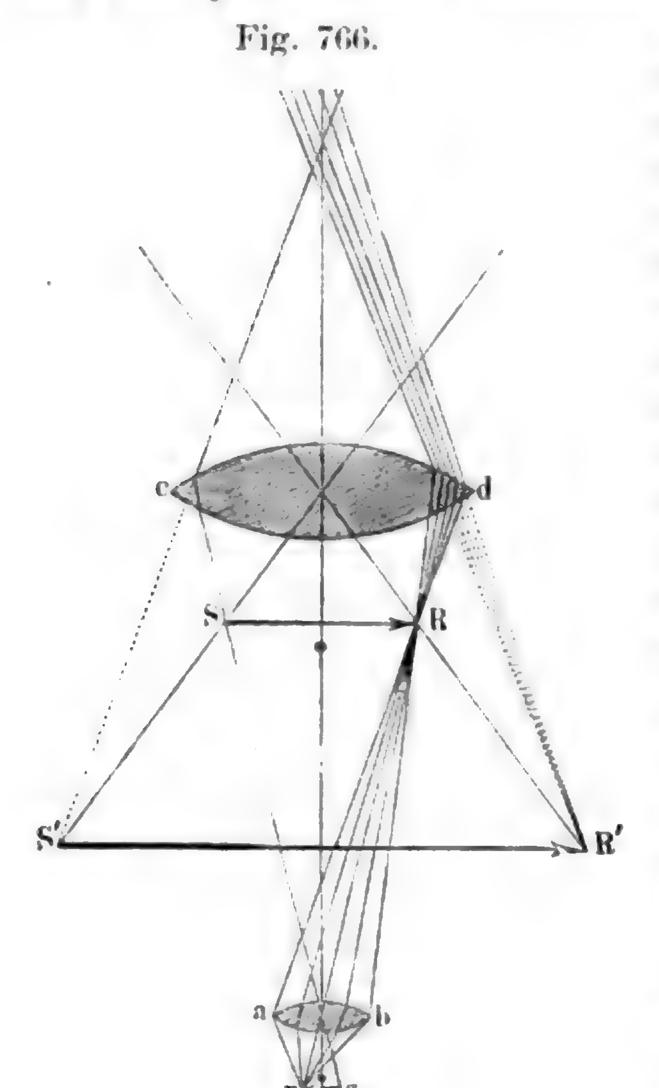
Fig. 766 (a. f. S.) erläutert die Wirkung des zusammengesetzten Mikroskops in seiner einfachsten Form. Von dem kleinen Gegenstande *sr*, der nahe beim Brennpunkte der Objectivlinse *ab* steht, wird durch dieselbe das verkehrte, vergrösserte Sammelbild *RS* erzeugt, welches, durch die Loupe *cd* betrachtet, in *R' S'* erscheint.

Unsere Figur zeigt, wie das von der Spitze *r* des Pfeils ausgehende Strahlenbündel seinen Weg durch das Instrument nimmt. Die von *r* aus divergirend auf die Linse *ab* treffenden Strahlen divergiren nach ihrem Austritt aus der Linse *cd* so, als ob sie von *R'* herkämen.

Digitized by Google

Wenn man durch die Loupe cd das Bild RS betrachtet, so findet doch nicht ganz dasselbe Verhältniss statt, als ob man durch cd einen in RS befindlichen Gegenstand betrachtete. Ein jeder Punkt eines solchen Gegenstandes würde Lichtstrahlen nach allen Seiten aussenden, von R aus würden also Strahlen sowohl auf die Mitte der Linse, als auch an den Rand c fallen; in unserem Falle ist es anders, von R aus fällt nur ein schmales Strahlenbündel auf die rechte Seite der Ocularlinse. Würde also der Rand der Linse cd mit einer Blendung belegt, welche nur die mittlere Hälfte derselben frei lässt, so würde gar keiner der durch den Punkt R gehenden Strahlen durch die Linse cd gehen, man würde durch sie die Spitze des Pfeils nicht mehr sehen können.

Fig. 766.



Es geht aus dieser Betrachtung hervor, dass das Gesichtsfeld des Mikroskops von dem Durchmesser des Oculars abhängt, und zwar wird es durch den Winkel gemessen, unter welchem das Ocular cd von der Mitte des Objectivs aus erscheint.

Um das ganze Gesichtsfeld zu übersehen, muss man das Auge etwas vom Ocular entfernen, und zwar muss man es an die Stelle der Axe bringen, an welcher die durch den Rand des Oculars austretenden Strahlenbündel diese Axe schneiden.

Gewöhnlich wird das Objectiv des Mikroskops am unteren, das Ocular am oberen Ende einer verticalen Röhre angebracht, wie man Fig. 767 sieht. Das Objectiv wird bei o angeschraubt, das Ocular ist mit seiner Fassung oben bei n eingeschoben. Die Objecte werden auf eine Platte p gelegt, die in ihrer Mitte eine Oeffnung hat, durch welche der Hohlspiegel s Licht auf das Object sendet. Um nach Belieben ein breiteres oder ein dünneres Lichtbündel auf den Gegenstand fallen zu lassen, ist an der unteren Seite der Platte p eine kleine Drehscheibe angebracht, welche drei runde Oeffnungen von verschiedener Grösse hat, deren jede unter die Mitte der centralen Oeffnung der Platte p gebracht werden kann.

Um das Objectiv o in solche Entfernung von dem Objecte bringen zu können, dass man ein deutliches Bild desselben sieht, ist die Mikro-

Digitized by Google

skoprōhre in der Messinghülse h sanft verschiebbar, die feinere Einstellung geschieht mittelst des Schraubenkopfes k.

Um nicht immer von oben herab in das Instrument sehen zu müssen, was in manchen Fällen unbequem sein kann, hat man dem Instrumente die in Fig. 768 (ein Chevalier'sches Mikroskop in $^1/_4$ der natürlichen

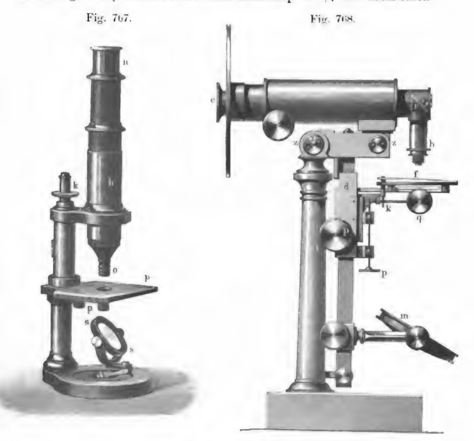


Fig. 767. Fig. 768.

Grösse) dargestellte Einrichtung gegeben. Das Objectiv befindet sich bei b, das Ocular bei c; die vom Gegenstande kommenden Strahlen gehen in verticaler Richtung durch das Objectiv hindurch und werden durch die totale Reflexion, welche sie an der Hypotenuse des Glasprismas r erleiden, in horizontaler Richtung gegen das Ocular c geworfen.

Das achromatische Mikroskop. So lange einfache, doppelt convexe oder planconvexe Linsen als Objective beim zusammengesetzten Mikroskop gebraucht wurden, war dieses Instrument höchst mangelhaft, so dass es in seinen Leistungen durch das einfache Mikroskop übertroffen 282

Digitized by Google

wurde. Erst durch die Einführung achromatischer Objective wurde die Bahn zu einer weiteren Vervollkommnung des zusammengesetzten Mikroskops gebrochen.

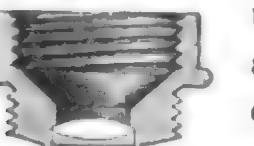
Nach Harting hat Beedsniyder in Amsterdam schon am Ende des vorigen Jahrhunderts achromatische Mikroskopobjective von ziemlicher Güte verfertigt, was jedoch nicht weiter bekannt geworden zu sein scheint; Fraunhofer verfertigte bereits im Jahre 1811 Mikroskope mit achromatischem Objectiv.

Diese Mikroskope zeichnen sich vor den nicht achromatischen allerdings durch die Reinheit und Lichtstärke des Bildes aus; allein sie erlaubten doch noch keine starke Vergrösserung, weil die Objective zu schwach waren. Die Construction stärkerer Objective wurde erst möglich, nachdem Selligue im Jahre 1824 versucht hatte, solche durch Combination mehrerer achromatischen Linsen herzustellen.

Nach den Betrachtungen in Paragraph 232 bedarf der Vortheil einer solchen Combination keiner weiteren Auseinandersetzung; es ist klar, dass man nur auf diesem Wege stark vergrössernde Objective erzielen kann, welche zur Erreichung möglichster Lichtstärke einen grossen Durchmesser haben, ohne doch mit einer die Reinheit der Bilder störenden sphärischen Aberration behaftet zu sein.

Fig. 769 stellt ein schwächeres achromatisches Mikroskop-Objectiv in natürlicher Grösse dar; die Convexlinse von Crownglas und die Hohllinse von Flintglas sind mit Canada-Balsam auf einander gekittet. Wie man in der Figur sieht, ist die Fassung unten mit einem Schraubengewinde versehen, um eine zweite ähnliche Linse anzuschrauben. Den Plössl'schen Mikroskopen sind gewöhnlich fünf solcher achromatischen Objectivlinsen beigegeben, welche mit 1, 2, 3, 4 und 5 bezeichnet sind. Zu den schwächsten Vergrösserungen wird die achromatische Linse Nr. 1 allein gebraucht. Die stärkeren Objective werden durch die Combination 1 + 2, 1 + 2 + 3, 2 + 3 + 4 und 3 + 4 + 5 erhalten. Die Objective der Schieck'schen Mikroskope haben dieselbe Einrichtung.

Fig. 769.



Oberhäuser setzt seine Objectivsysteme aus ein- für allemal zusammengehörigen Linsen zusammen, so dass dieselbe Linse nicht zu verschiedenen Combinationen gebraucht wird.

Bei den katoptrischen oder Spiegelmikroskopen ist die Objectivlinse durch einen kleinen Hohlspiegel ersetzt. Besonders ausgezeichnet ist Amici's katoptrisches Mikroskop; da jedoch diese Mikroskope weit seltener gebraucht werden als die dioptrischen, so ist wohl hier eine nähere Beschreibung dieser Instrumente nicht nöthig.

Als Ocular des zusammengesetzten Mikroskops wendet man ebenfalls keine einfache Sammellinse an, sondern eine Combination zweier Linsen. Das gebräuchlichste Ocular der Mikroskope ist dasjenige, welches bereits von Huyghens für Fernröhre war benutzt worden und welches unter dem

Digitized by Google

Namen des Campani'schen oder des achromatischen Oculars bekannt ist; Fig. 770 dient um das Wesen desselben zu erläutern.

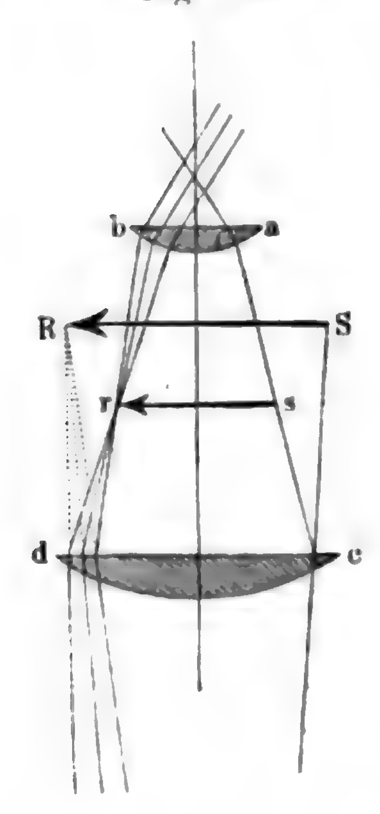


Fig. 770.

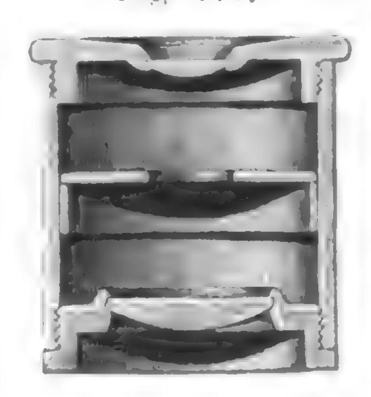


Fig. 771.

Die beiden Linsen sind planconvexe Crownglaslinsen, welche beide ihre convexe Seite gegen das Objectiv hin kehren. Bezeichnet man die Brennweite der Linse ab, durch welche man in das Instrument hineinschaut, mit 1, so ist in der Regel der Abstand der beiden Linsen gleich 2, die Brennweite der unteren gleich 3.

Die beiden Linsen zusammen wirken also keineswegs wie eine einzige stärkere. Die grössere der beiden Linsen ist so gestellt, dass sie die vom Objectiv kommenden Strahlen bereits auffängt, ehe sie sich zu einem Bilde vereinigt haben.

Wenn in unserer Figur RS das Bild ist, welches durch die Wirkung des Objectivs entstehen würde, wenn die Linse cd nicht vorhanden wäre, so ist klar, dass die nach einem Punkte dieses Bildes, etwa nach R hin convergirenden Strahlen durch die Linse cd noch stärker convergirend gemacht, dass sie in r vereinigt werden, kurz, dass das Bild nun in rs zu Stande kommt.

Dieses Bild rs wird endlich durch die Loupe ab betrachtet, welche das eigentliche Augenglas ist; die Linse cd führt den Namen des Collectivglases. Seiner Wirkung nach gehört das Collectivglas eigentlich zum Objectiv, denn durch die vereinigte Wirkung des Objectivs und des Collectivglases wird ja das Bild rs zu Stande gebracht, welches durch die Ocularlinse ab betrachtet werden soll; das Collectivglas ist jedoch mit der Ocularlinse in eine und dieselbe Röhre gefasst, und man bezeichnet deshalb auch die ganze Combination gewöhnlich mit dem Namen des Oculars.

Fig. 771 stellt ein solches zu einem Plössl'schen Mikroskop gehöriges Ocular dar. Zwischen beiden Linsen, da wo das Bild zu Stande kommt, ist eine Blendung zur Abhaltung des fremden Lichtes angebracht.

Sowie mehrere Objctive zu einem Mikroskope gegeben werden, so gehören auch mehrere Oculare von verschiedener Stärke dazu. Folgendes sind die Vergrösserungen, welche man erhält, wenn man die verschiedenen Objective eines Plössl'schen Mikroskops mit dem einen oder dem anderen Ocular verbindet.

Digitized by Google

Objective.	I.	II.	III.
1	23	48	
1 + 2	60	131	
1 + 2 + 3	96	205	
2 + 3 + 4	135	288	
3 + 4 + 5	190	390	660

Bei den Plössl'schen Mikroskopen ist die Vergrösserung mehr auf das Ocular, bei den Oberhäuser'schen ist sie mehr auf das Objectiv geworfen, weshalb bei gleicher Vergrösserung der Abstand des Objectivs von dem Gegenstande beim ersteren etwas grösser ist.

Es muss jetzt noch nachgewiesen werden, welches die Vorzüge sind, durch welche sich das Campani'sche Ocular vor der einfachen Ocularlinse auszeichnet.

Nehmen wir an, was in der That nahe der Fall ist, das Bild rs stehe gerade im Brennpunkte der Ocularlinse ab, so steht es also gerade in der Mitte zwischen den beiden Linsen, da ja ihre Entfernung doppelt so gross ist wie die Brennweite von ab, welche wir in der folgenden Betrachtung stets zur Einheit nehmen wollen, so dass die Brennweite der Linse $cd = 3$ und der Abstand der beiden Linsen gleich 2 ist.

Nach §. 229 kann man nun berechnen, wie weit von der Linse cd das Bild RS abstehen muss, nach dessen einzelnen Punkten die vom Objectiv kommenden Strahlenbündel convergiren, wenn sie in den entsprechenden Punkten des Bildes rs vereinigt werden sollen, dessen Abstand von cd gleich 1 ist. Die Rechnung ergiebt, dass RS ungefähr in der Mitte zwischen der Augenlinse ab und dem Bilde rs liegt.

Es verhalten sich also die Entfernungen der Bilder rs und RS von dem Collectivglase wie 1 zu 1,5; folglich ist auch $RS = 1{,}5\, rs$.

Sollte nun das Bild RS, durch eine Loupe betrachtet, ebenso gross erscheinen, als man rs durch die Augenlinse ab sieht, so müsste die Brennweite dieser Linse 1,5, also halb so gross sein als die des Collectivglases, welches demnach bei gleichem Fehler wegen der sphärischen Aberration einen doppelt so grossen Durchmesser haben kann, als die dem Campani'schen Ocular an Vergrösserung äquivalente Loupe.

Bei gleicher Vergrösserung giebt also das Campani'sche Ocular ein doppelt so grosses Gesichtsfeld als eine einfache Loupe.

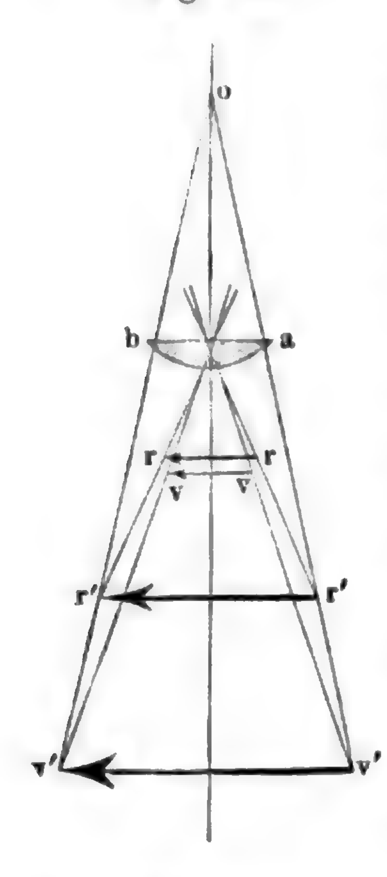
Ein weiterer Vortheil des Campani'schen Oculars besteht darin, dass es ein von chromatischer Aberration fast ganz freies Bild liefert.

Da das Collectivglas nicht achromatisch ist, so erzeugt es eine ganze Reihe von Bildern des Gegenstandes, und zwar liegt das blaue Bild dem

Digitized by Google

Collectivglase näher und ist deshalb auch kleiner als das rothe Bild. In Fig. 772 sei *r r* das rothe, *v v* das violette Bild des Gegenstandes. Betrachtet man nun diese Bilder durch die Ocularlinse *a b*, so wird man sie in *r' r'* und *v' v'* erblicken.

Fig. 772.



Die Bilder *v' v'* und *r' r'* liegen nun aber so, dass sie sich für ein in *o* befindliches Auge decken, und so kommt es denn, dass die verschiedenfarbigen Strahlen, welche von einem Punkte des Gegenstandes ausgehen, nachdem sie das ganze Instrument durchlaufen haben, doch endlich wieder sehr nahe in einem Punkte der Netzhaut vereinigt werden.

Bei der Betrachtung der Fernröhre werden wir noch ein anderes Ocular kennen lernen, welches den Namen des Ramsden'schen Oculars führt. Es ist im Wesentlichen eine aus zwei Linsen zusammengesetzte Loupe. Dieses Ocular wird bei Mikroskopen sehr selten angewendet. Plössl giebt seinen Mikroskopen ein Ocular bei, welches er als aplanatisches Ocular bezeichnet; es ist dies ein aus zwei achromatischen Crown-Flintglaslinsen zusammengesetztes Ramsden'sches Ocular. Es giebt zwar nur eine schwache Vergrösserung, hat aber ein sehr grosses Gesichtsfeld und zeigt namentlich opake, von oben beleuchtete Gegenstände mit grosser Klarheit.

Das pankratische Mikroskop. Bei den bis jetzt besprochenen Mikroskopen sind Objectiv und Ocular in unveränderlicher Entfernung von einander angebracht, und man sieht nur dann das Bild deutlich und scharf, wenn der Gegenstand sich in einer bestimmten Entfernung vom Objectiv befindet; daher kommt es denn auch, dass die Vergrösserung des Mikroskops so lange dieselbe bleibt, als man dasselbe Objectiv und dasselbe Ocular anwendet. 283

Nähert man den Gegenstand dem Objectiv, so entfernt sich das vom Objectiv entworfene Bild weiter von demselben, und man müsste das Ocular gleichfalls weiter von dem Objectiv entfernen können, um das Bild wieder deutlich zu sehen; dabei müsste nothwendig die Vergrösserung wachsen, während zugleich das Gesichtsfeld kleiner wird.

Von der Wahrheit dieser Behauptung kann man sich an jedem Mikroskope überzeugen, wenn sich die Ocularröhre etwas schwer in ihrer Hülse schiebt, so dass man sie etwas herausziehen kann und sie dann in dieser Stellung auch fest stehen bleibt.

Sobald also die Entfernung zwischen Ocular und Objectiv eine veränderliche ist, kann man mit denselben Linsensystemen verschiedene Vergrösserungen hervorbringen. Die vergrössernde Kraft des Instrumentes

Digitized by Google

wächst mit der Entfernung des Oculars vom Objectiv, also mit der Länge der Röhre.

Dies Princip ist bei den **pankratischen Mikroskopen** in Anwendung gebracht worden. Das Wesen derselben beruht darin, dass das Ocular dem Objectiv nach Belieben genähert oder von demselben entfernt werden kann, um so verschiedene Vergrösserungen **ohne Wechsel der Linsen** zu erhalten.

Fig. 773. Fig. 774.

In die Classe der pankratischen Mikroskope gehören auch die **Dissectionsmikroskope**, wie sie von **Oberhäuser** und **Plössl** construirt werden; diese haben jedoch ausser der erwähnten noch eine andere Eigenthümlichkeit.

Das gewöhnliche Mikroskop zeigt die Gegenstände verkehrt. Für mikroskopische Beobachtungen hat dies gar keinen Nachtheil; dagegen ist es höchst störend, wenn man einen Gegenstand unter dem Mikroskope präpariren will. Für diesen Zweck sollen nun die Dissectionsmikroskope dienen, welche kein verkehrtes Bild geben und bei welchem die Entfernung des Gegenstandes vom Objectiv grösser ist als beim gewöhnlichen Mikroskope.

Das Ocular des Dissectionsmikroskopes ist eigentlich selbst ein schwach vergrösserndes zusammengesetztes Mikroskop, wenn auch seine Einrichtung von der des gewöhnlichen Mikroskopes etwas abweicht; sie ist identisch mit der des **terrestrischen Oculars** an Fernröhren, welches wir bald näher werden kennen lernen.

Dieses Ocular zeigt uns von kleinen Gegenständen ein verkehrtes vergrössertes Bild; betrachtet man also durch dasselbe das verkehrte Bild, welches durch die Objectivlinse des Instrumentes erzeugt wird, so wird man den Gegenstand wieder aufrecht sehen.

Die eben bezeichnete Ocularröhre lässt sich nun in dem Rohre, an

Digitized by Google

welchem unten die Objectivlinsen angeschraubt sind, auf- und abschieben, wodurch die Stärke der Vergrösserung innerhalb gewisser Gränzen nach Belieben verändert werden kann.

Fig. 774 stellt ein Plössl'sches Dissectionsmikroskop dar; das Objectiv ist durch drei über einander geschraubte achromatische Linsen *r* gebildet. Fig. 773 zeigt die Ocularröhre *o* für sich mit der Hülse *h*, in welcher sie sich schieben lässt und welche auf das Rohr *c* aufgeschraubt wird, an dessen unterem Ende sich das Objectiv befindet.

Die auf der Ocularröhre stehenden Zahlen geben an, welche Vergrösserung man erhält, wenn man die Ocularröhre bis zu dieser Stelle auszieht.

Prüfung des Mikroskops und Messung seiner Vergrösserung. 284 Wenn die Brennweiten der einzelnen Linsen, aus denen ein Mikroskop zusammengesetzt ist, bekannt sind, so kann man allerdings nach den oben entwickelten Grundsätzen die Vergrösserung berechnen, welche es hervorbringt; da jedoch die Brennweiten der Linsen selbst erst durch den Versuch ermittelt werden müssen, so ist es einfacher und sicherer, die Vergrösserung des Mikroskops selbst zu messen, was gewöhnlich nach folgender, von Jacquin angegebener Methode geschieht.

Man legt unter das Objectiv des Mikroskops an die Stelle des zu betrachtenden Gegenstandes ein Glasmikrometer, d. h. einen sehr feinen auf Glas getheilten Maassstab, bei welchem die Länge von 1 Millimeter in 20, und wenn es sich um stärkere Vergrösserungen handelt, in 100 gleiche Theile getheilt ist; über dem Ocular des Mikroskops aber bringt man irgend einen der in Paragraph 278 beschriebenen Zeichnungsapparate, etwa den Nachet'schen oder den Nobert'schen, an. Wenn nun neben das Mikroskop in der Weite des deutlichen Sehens ein Papierblatt aufgelegt ist, so kann man auf demselben die durch das Mikroskop gesehenen Theilstriche der Scala nachfahren und die so erhaltene Zeichnung alsdann mit dem Mikrometer vergleichen. Es sei z. B. unter das Objectiv des Mikroskops ein Mikrometer gelegt, auf welchem das Millimeter in 20 gleiche Theile getheilt ist, so also dass der Abstand je zweier auf einander folgenden Theilstriche $^1/_{20}$ Millimeter beträgt; von einem Theil dieses Mikrometers habe man alsdann mit Hülfe des auf das Mikroskop gesetzten Zeichnungsapparates die Zeichnung Fig. 775 erhalten, bei welcher der Abstand je zweier auf einander folgenden Theilstriche 4 Millimeter beträgt, so erscheint die Länge von $^1/_{20}$ Millimeter durch das Mikroskop gesehen zu 4 Millimeter vergrössert, die Vergrösserung ist also $4 : {}^1/_{20}$, d. h. eine 80fache.

Fig. 775.

Dieselbe Methode kann man auch anwenden, um die Vergrösserung einer einfachen Loupe zu bestimmen.

Die Leistungen eines Mikroskops sind jedoch

Digitized by Google

keineswegs durch die Vergrösserung desselben allein bedingt, sondern sie hängen davon ab, wie weit man durch das Instrument die Einzelnheiten kleiner Gegenstände zu erkennen im Stande ist; man wendet deshalb zur Prüfung der Mikroskope organische Körper an, welche in ihrer Structur ein feines Detail erkennen lassen.

Unter den verschiedenen, zu diesem Zwecke vorgeschlagenen Probeobjecten sind die Schuppen von den Flügeln des Weibchens von Hipparchia Janira (ein unter den deutschen Namen „gelbes Sandauge“ oder „Riedgrasfalter“ bekannter, ziemlich häufiger Tagschmetterling) vorzugsweise zu empfeblen. Ein gutes Mikroskop soll bereits bei einer 44maligen Vergrösserung deutlich Längsstreifen auf denselben zeigen; bei 300maliger Vergrösserung müssen aber zwischen den Längsstreifen sehr nahe aneinander liegende Querstreifen erscheinen.

Weit schwierigere Probeobjecte sind verschiedene Arten von Diatomeen, namentlich Navicula und Pleurosigma. Nur mit sehr guten Instrumenten kann man auf ihnen verschiedenartige Streifungen erkennen. Näheres darüber in Harting's Mikroskop, 2. Aufl. Braunschweig 1866.

Man hat gegen diese Probeobjecte geltend gemacht, dass selbst die verschiedenen Schuppen desselben Flügels nicht ganz gleiche Grösse und Beschaffenheit haben. Um diesem Uebelstande zu entgehen, wendet Nobert sehr fein getheilte Glasmikrometer als Probeobjecte an. Seine Probeplatte enthält 10 Gruppen von Parallellinien. Bei der ersten Gruppe beträgt die Entfernung je zweier Linien $^1/_{1000}$, bei der letzten Gruppe beträgt sie $^1/_{4000}$ Pariser Linie. Je mehr nun die Leistung des Mikroskops zunimmt, desto mehr dieser Gruppen wird man in einzelne Linien aufgelöst sehen. Die Linien der ersten Gruppe sollen bereits bei einer 70-maligen Vergrösserung deutlich sichtbar sein, während man sie bei einer 300maligen Vergrösserung noch bis zur 6ten und 7ten Gruppe getrennt erkennen soll.

In neuerer Zeit hat Nobert noch feinere Probeplatten gemacht, welche bis zu 30 Liniengruppen gehen; bei der letzten dieser Gruppen beträgt die Entfernung je zweier Linien, (von der Mitte eines Striches bis zur Mitte des nächsten) nur $\frac{1}{8000}$ Pariser Linie, und mit Recht sagt Harting: Man weiss nicht, soll man sich mehr wundern über die Kunst, womit diese Linien gezogen worden sind, oder über das Unterscheidungsvermögen des Mikroskops, welches solche Linien zur Ansicht bringt.

Die auf diese Weise getheilten Mikrometer zeigen jedoch, wie leicht begreiflich ist, unter sich ebenfalls Verschiedenheiten in der Schärfe und Sichtbarkeit der Linien. Uebrigens muss hier noch bemerkt werden, dass die Sichtbarkeit dieser Linien, so wie auch andere mikroskopische Objecte wesentlich durch die Beleuchtungsweise bedingt ist, indem sie bei etwas schräger Beleuchtung weit eher wahrgenommen werden, als bei gerader.

Mit wachsender Vergrösserung nimmt die Lichtstärke und Schärfe der mikroskopischen Bilder ab; über eine gewisse Gränze hinaus wird

Digitized by Google

also eine gesteigerte Vergrösserung keinen Vortheil mehr bringen, sondern sogar noch weniger Detail erkennen lassen, als eine schwächere Vergrösserung. Nach Mohl's Angaben liegt diese Gränze bei den besten der damaligen (1846) Mikroskope ungefähr bei einer 300- bis 400maligen Vergrösserung.

Ueber diese Gränzen ist man selbst in den neuesten Zeiten nicht viel hinausgekommen, wie aus einem Aufsatze von Harting hervorgeht, in welchem er die neuesten Verbesserungen der Mikroskope bespricht (Pogg. Annal. Bd. CXIV). Bei Vergleichung eines Merz'schen und eines Hartnack'schen Objectivs hatte er die Oculare so gewählt, dass eine 430- bis 450fache Vergrösserung erzielt wurde. Als stärkere Oculare genommen wurden, so dass die Vergrösserung bis zu 1500 stieg, wurde zwar nicht mehr gesehen als bei der schwächeren Vergrösserung, die Beobachtung der Objecte wurde aber leichter und dadurch deutlicher.

Um die für stärkere Vergrösserungen nöthige Lichtstärke zu erhalten, wendet man besondere Linsensysteme an (*condensers*), welche das Licht auf dem Objecte concentriren.

In der Regel werden die zu beobachtenden Objecte unter dünne Glasplättchen, die sogenannten Deckgläschen, gelegt. Bei einigermaassen starken Vergrösserungen dürfen diese Deckgläschen nur sehr dünn sein, und bei sehr starken Vergrösserungen kann ein Objectiv nur für eine bestimmte Dicke des Deckplättchens seine besten Leistungen hervorbringen. Man hat deshalb die unterste Linse der stärkeren Objectivsysteme innerhalb einer gewissen Gränze durch Drehung verschiebbar gemacht, um es dadurch für verschiedene Dicken der Deckplättchen accommodiren zu können.

Ganz besonders gute Resultate hat Hartnack (der Geschäftsnachfolger Oberhäuser's) durch ein Objectiv erzielt, zwischen dessen unterer Linse und dem Deckplättchen ein Tropfen Wasser angebracht wird und welches er als Immersionsobjectiv bezeichnet.

Die optische Vollkommenheit der besten Mikroskope steht, wie Harting in dem oben citirten Aufsatze nachgewiesen hat, noch weit hinter der des menschlichen Auges zurück. Bei Anwendung des Hartnack'schen Immersionsobjectivs fand er die Gränze der Sichtbarkeit für ein fadenförmiges Object ungefähr $\frac{1}{45000}$ Millimeter; bei 1500maliger Vergrösserung erscheint ein solches Object also in einer Breite von ungefähr $^1/_{30}$ Millimeter, während das blosse Auge noch einen fadenförmigen Körper von $^1/_{200}$ Millimeter Durchmesser unterscheiden kann.

Harting knüpft daran die Bemerkung, dass die Kunst in Herstellung von Objectivsystemen so ziemlich die äussersten Gränzen dessen erreicht habe, was wohl überhaupt für die praktische Benutzung des Mikroskops geleistet werden könne, und dass die Optiker fernere Verbesserungen in der Verbindung des Oculars mit dem Objectiv erstreben müssten.

Digitized by Google

Da das Mikroskop für den Botaniker, den Zoologen, den Physiologen u. s. w. ein Instrument von der höchsten Wichtigkeit ist, so sind über dasselbe in neuerer Zeit mehrere gute Werke erschienen, unter denen ausser Mohl's Mikrographie (Tübingen 1846) und dem bereits oben genannten Werke von Harting noch eines von Nägeli und Schwendner zu nennen ist.

285 **Binoculare Mikroskope** nennt man solche Instrumente, deren Construction darauf berechnet ist, dass dasselbe Object gleichzeitig von zwei verschiedenen Augen mikroskopisch betrachtet werden kann. In diese Kategorie gehören nun zwei wesentlich verschiedene Arten von Instrumenten, nämlich: 1. solche, bei denen die beiden Augen desselben Beobachters gleichzeitig dasselbe Object mikroskopisch betrachten, so dass ein stereoskopischer Effect erzielt wird, weshalb man solche Instrumente auch stereoskopische Binocular-Mikroskope nennen kann, und 2. solche Instrumente, deren Zweck es ist, dass gleichzeitig zwei Beobachter dasselbe Object beobachten können, was für mikroskopische Demonstrationen oft von der grössten Wichtigkeit ist.

Was die stereoskopischen Binocular-Mikroskope betrifft, so könnte man den Zweck zunächst dadurch erreichen, dass man zwei gewöhnliche Mikroskope in der Weise combinirt, dass die beiden Röhren, in deren Oculare die beiden Augen des Beobachters hineinschauen, gegen dasselbe Object gerichtet sind; dies ist jedoch nur ausführbar, so lange man Objective von grosser Brennweite, also sehr schwache Vergrösserungen anwendet. Dieser Uebelstand wird dadurch beseitigt, dass man ein gemeinschaftliches Objectiv für beide Rohre anwendet, und dass man die vom Objecte kommenden Strahlen erst nach ihrem Durchgang durch das Objectiv in zwei Bündel theilt, von denen das eine dem rechten, das andere dem linken Auge zugeführt wird. Riddel in Amerika, Nachet in Frankreich und Wenham in England haben diesen Zweck auf verschiedene Weise erreicht.

Fig. 776 ist eine äussere Ansicht von Nachet's stereoskopischem binocularem Mikroskop, in welcher man leicht das gemeinschaftliche Objectiv und die beiden einander parallelen Ocularröhren erkennt. Wie die Trennung der Strahlenbündel bewirkt wird, von welchen das eine in das rechte, das andere in das linke Auge gelangt, ist aus Fig. 777 zu ersehen. Die aus dem Objectiv austretenden Strahlen treten in das gleichseitige Glasprisma A ein, um zur Hälfte an der Fläche fg, zur anderen Hälfte an der Fläche fh eine totale Reflexion zu erfahren. Die an der Fläche fg gespiegelten Strahlen treten nahezu rechtwinklig zur Fläche fh, und die von fh gespiegelten treten eben so an der Fläche fg aus.

Die durch die Fläche fg austretenden Strahlen erfahren im Prisma C eine abermalige totale Reflexion, um dann nahezu in verticaler Richtung in das eine Ocularrohr einzutreten, während das aus der Fläche fh austretende Strahlenbündel in gleicher Weise dem anderen Ocularrohr zugeführt wird.

Digitized by Google

Da der Abstand der beiden Augen für verschiedene Individuen nicht derselbe ist, so ist die Einrichtung getroffen, dass man innerhalb gewisser Gränzen die Ocularröhren einander nähern oder sie von einander entfernen kann.

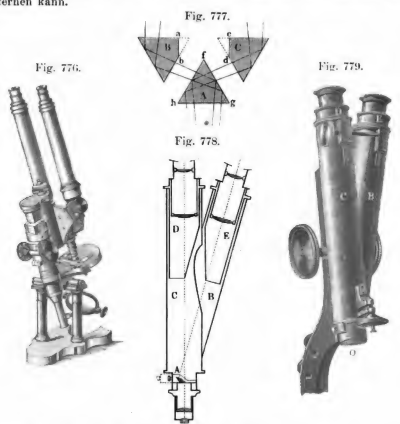


Fig. 776. Fig. 777. Fig. 778. Fig. 779.

Fig. 779 stellt Wenham's Binocular-Mikroskop in $^1/_4$ der natürlichen Grösse dar, und Fig. 778 erläutert die innere Einrichtung desselben. Bei *o* Fig. 779 wird das Objectiv eingeschraubt. Etwas oberhalb des Objectivs wird ein ringförmiger Schieber eingeführt, welcher das kleine Glasprisma *A* Fig. 778 trägt. Ein Theil der durch das Objectiv in das Instrument eingetretenen Strahlen erleidet in *A* eine zweimalige totale Reflexion, um dann in das Rohr *B* einzutreten und zum Ocular *E* desselben zu gelangen, während die neben *A* vorbei gehenden Strahlen durch das Rohr *C* zum Ocular *D* gelangen. Auch hier ist die Einrichtung getroffen, dass die Entfernung der beiden Oculare so regulirt werden kann, wie es der Entfernung der beiden Augen des Beobachters entspricht.

Der Effect solcher stereoskopischen Binocular-Mikroskope ist ein wahrhaft überraschender.

Digitized by Google

Wenn man das Glasprisma A aus dem Wenham'schen Instrumente entfernt, so dient das Rohr C mit dem unten angeschraubten Objectiv und mit dem Ocular D wie ein gewöhnliches zusammengesetztes Mikroskop.

Fig. 780 stellt Nachet's binoculares Mikroskop für zwei Beobachter dar.

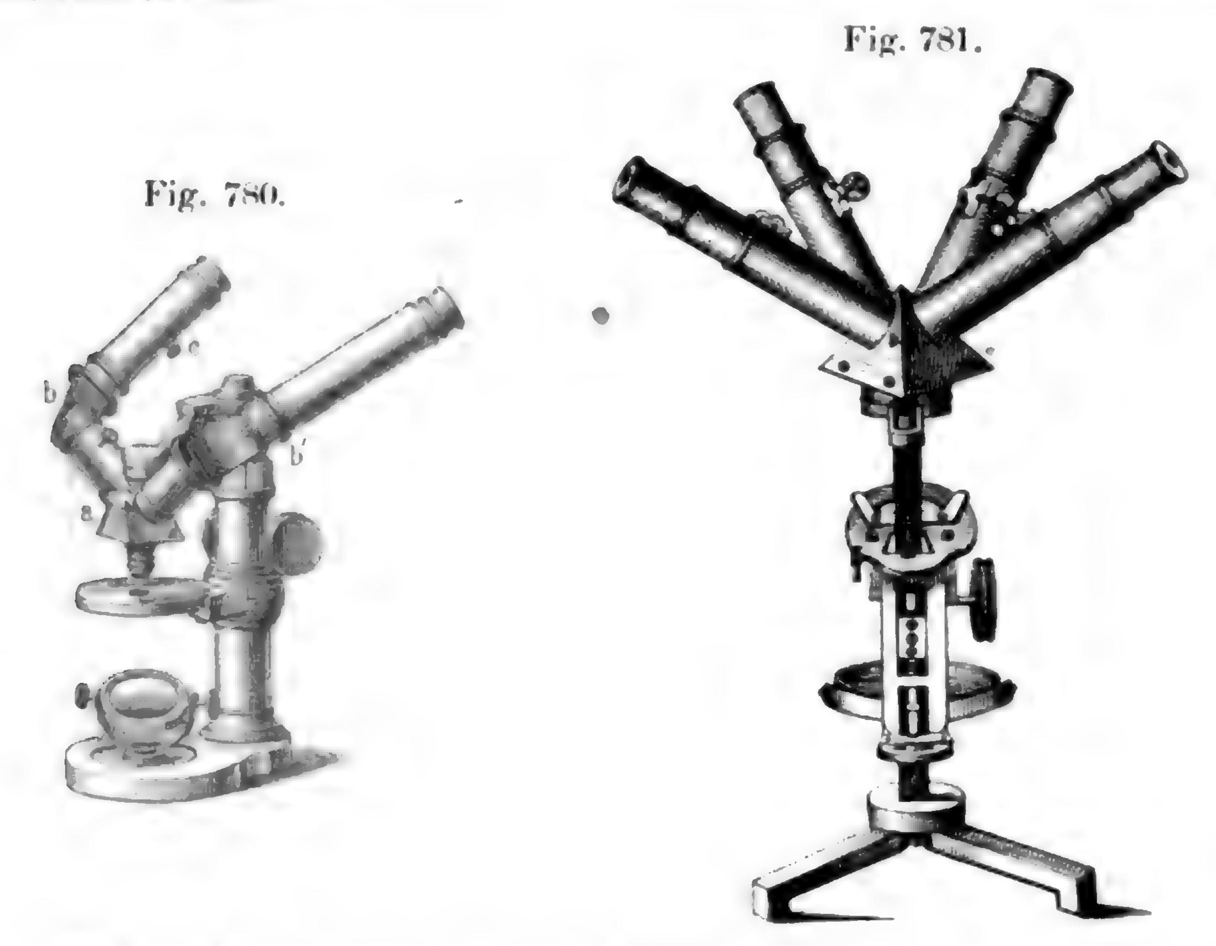


Fig. 780. Fig. 781.

Es bedarf wohl keiner weiteren Erläuterung, wie die aus dem gemeinschaftlichen Objectiv austretenden Strahlen zunächst durch ein im Kästchen a befindliches Prisma in zwei Strahlenbündel getheilt werden, welche durch eine zweite totale Reflexion bei b und b' zu den beiden Ocularen gelangen.

Nach demselben Princip hat Nachet auch ein trioculares und Harting ein quadrioculares Mikroskop, Fig. 781, construirt.

286 **Das holländische Fernrohr.** Während das Mikroskop den Zweck hat, Körper zur Anschauung zu bringen, welche wegen ihrer Kleinheit mit blossem Auge nicht in ihren Einzelnheiten gehörig deutlich gesehen werden können, ist es die Aufgabe des Fernrohrs, solche Gegenstände zu zeigen, deren Details wegen ihrer grossen Entfernung dem blossen Auge verschwinden.

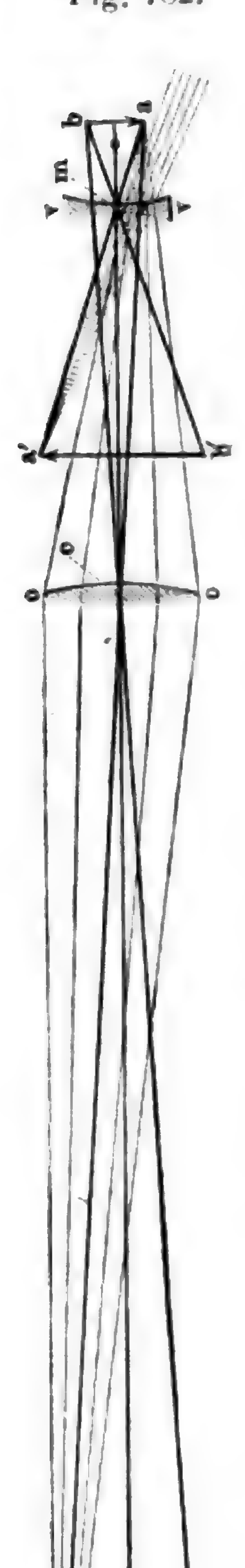
Auch die Fernröhre sind aus einem Objectiv und einem Ocular zusammengesetzt; das Objectiv des Fernrohres ist aber eine Linse von grösserer Brennweite, welche achromatisch sein muss, wenn die Bilder rein und scharf sein sollen.

Die verschiedenen Arten der Fernröhre unterscheiden sich durch die verschiedene Einrichtung des Oculars. Bei dem holländischen Fern-

Digitized by Google

rohre besteht das Ocular aus einer einfachen Zerstreuungslinse; das Ocular des astronomischen Fernrohres hat eine oder zwei Sammellinsen; das Ocular des Erdfernrohres endlich hat deren drei oder vier.

Fig. 782.



Die Einrichtung des holländischen oder Galiläi'schen Fernrohres ist in Fig. 782 schematisch dargestellt. oo ist das Objectiv, welches in ab ein verkehrtes Bild des Gegenstandes AB entwerfen würde, wenn die Strahlen nicht schon vorher durch das als Ocular dienende Hohlglas vv aufgefangen würden. Das Ocular vv ist so gestellt, dass die Entfernung des Bildes ab von demselben etwas grösser ist als seine Zerstreuungsweite der Hohllinse; folglich werden alle nach einem Punkte des Bildes ab convergirenden Strahlen durch die Hohllinse vv so gebrochen, dass sie nach ihrem Durchgange durch dieselbe so divergiren, als ob sie von einem Punkte vor der Linse vv herkämen (s. Seite 574).

Die von dem obersten Punkte A des Gegenstandes auf das Objectiv fallenden Strahlen convergiren nach dem Durchgange durch dasselbe nach dem Punkte a; von der zerstreuenden Ocularlinse vv aufgefangen, werden sie aber so gebrochen, dass sie von dem Punkte a' aus zu divergiren scheinen, welcher weiter von vv entfernt ist als a.

In gleicher Weise wird das von dem untersten Punkt B des Gegenstandes aus auf die Objectivlinse oo fallende Strahlenbündel nach dem Durchgang durch die Ocularlinse vv so divergiren, als ob es von b' ausgegangen wäre.

Ein hinter das Ocular gebrachtes Auge wird also in a' b' das Bild des Gegenstandes AB erblicken.

Die Vergrösserung, welche das holländische Fernrohr hervorbringt, ist leicht zu berechnen, wenn man die Brennweite des Objectivs und die Zerstreuungsweite des Oculars kennt. Ohne Fernrohr erscheint der Gegenstand unter dem Winkel AcB oder, was dasselbe ist, unter dem Winkel acb; durch das Fernrohr betrachtet, erscheint er uns aber unter dem Winkel $a'mb'$ (wenn wir uns das Auge in den Mittelpunkt m der Ocularlinse versetzt denken), welcher dem Winkel bma gleich ist. Um zu bestimmen, wie vielmal das Fernrohr vergrössert, haben wir also nur zu ermitteln, wie vielmal der Winkel bca grösser ist als der Winkel bma.

Die Entfernung des Bildes ab vom Objectiv ist

Digitized by Google

(nahe) gleich der Brennweite f desselben, wenn der Gegenstand sehr weit entfernt ist; die Entfernung des Bildes ab vom Ocular vv ist aber nur unmerklich grösser als die Zerstreuungsweite f' dieser Linse. Nun aber verhalten sich die Winkel bma und bca sehr nahe umgekehrt wie diese Entfernungen, also

$$bca : bma = f' : f.$$

Setzen wir den Winkel bca, unter welchem der Gegenstand ohne Fernrohr erscheint, = 1, so ist der Winkel, unter welchem er in dem Fernrohre gesehen wird,

$$bma = \frac{f}{f'},$$

d. h. man findet die Vergrösserung, wenn man die Brennweite des Objectivs durch die Zerstreuungsweite des Oculars dividirt; die Vergrösserung ist also um so grösser, je grösser die Brennweite des Objectivs und je kleiner die Zerstreuungsweite des Oculars ist.

Die Entfernung der beiden Gläser ist offenbar sehr nahe gleich $f - f'$; wenn man also verschiedene Oculare mit demselben Objective verbindet, so wird die Entfernung der beiden Linsen um so grösser sein müssen, je kürzer die Zerstreuungsweite des Oculars, je stärker also die Vergrösserung ist.

Je näher der zu betrachtende Gegenstand rückt, desto weiter rückt ab vom Objectiv weg, desto weiter muss man also das Fernrohr ausziehen.

Ausser den gewöhnlichen Theaterperspectiven gehören auch die sogenannten Feldstecher, welche namentlich von Plössl ausgezeichnet gemacht werden, in die Classe der holländischen Fernrohre. Die Feldstecher sind mit mehreren (gewöhnlich drei) auf einer kleinen Drehscheibe befindlichen, verschiedenen starken Hohlgläsern versehen, so dass man nach Belieben das eine oder das andere vor die Ocularöffnung bringen und so leicht die Stärke der Vergrösserung wechseln kann. Für stärkere Vergrösserungen muss das Fernrohr natürlich weiter ausgezogen sein; ebenso muss man bei Betrachtung näherer Gegenstände das Rohr weiter ausziehen, als wenn man fernere Gegenstände betrachtet.

Da die aus dem Ocular des holländischen Fernrohres austretenden Strahlen divergiren, so ist klar, dass nur von demjenigen Theile des Objectivs, welcher sich unmittelbar vor der Pupille befindet, Strahlen ins Auge gelangen können. Aus diesem Grunde ist das Gesichtsfeld des holländischen Fernrohres sehr klein, es wird durch die Mantelfläche des Kegels begränzt, dessen Basis die Pupille und dessen Spitze der Mittelpunkt des Objectivs ist.

Wegen des kleinen Gesichtsfeldes können die Galiläi'schen Fernrohre auch nur eine geringe, höchstens 20- bis 30malige Vergrösserung vertragen. Die Theaterperspective vergrössern 2- höchstens 3mal.

Fig. 783 erläutert die gewöhnliche Form der holländischen Fernrohre, nämlich das Theaterperspectiv. An einem vorn weiten, hinten engeren Rohre ist bei oo die Objectivlinse eingeschraubt. Bei bb ist eine Hülse

Digitized by Google

eingeschraubt, in welcher das Rohr cc steckt, und in dieses Rohr ist endlich bei aa die Ocularlinse eingeschraubt. Das Rohr c kann sammt dem Ocular nach Belieben aus- und eingeschoben werden.

Fig. 783.

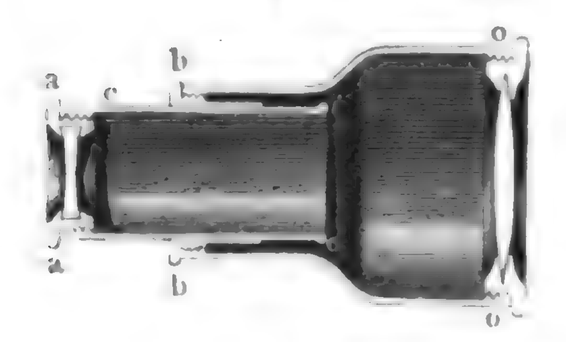
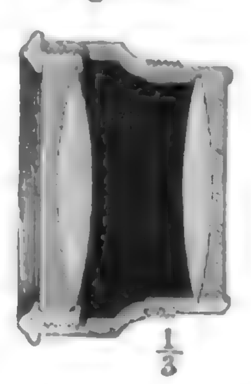


Fig. 784.



In die Kategorie des holländischen Fernrohrs gehört auch die Brücke'sche Loupe, welche sich von dem Theaterperspectiv und dem Feldstecher nur dadurch unterscheidet, dass ihr Objectiv eine viel kleinere Brennweite hat. Um jedoch diesem Objectiv bei einer Brennweite von 8 bis 9 Centimetern doch eine grosse Oeffnung geben zu können, ist es aus zwei achromatischen Linsen zusammengesetzt, wie Fig. 784 zeigt. Das Ocular ist das gleiche wie bei einem Theaterperspectiv. Ungefähr 9 Centimeter lang, giebt dieses Instrument bei nahezu 7maliger Vergrösserung scharfe Bilder von Objecten, welche ungefähr 8 Centimeter vom Objectiv entfernt sind. In ihren Leistungen steht die Brücke'sche Loupe also zwischen dem Mikroskop und dem Fernrohr.

Das astronomische Fernrohr. Bei dem astronomischen Fernrohre kommt das Bild des Objectivs wirklich zu Stande, und es wird 287
durch eine einfache oder zusammengesetzte Loupe in dem bereits beim Mikroskop erläuterten Sinne betrachtet.

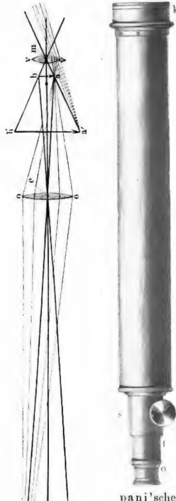
Von dem Gegenstand AB, Fig. 785 (a. f. S.), wird durch das Objectiv oo das verkehrte verkleinerte Bild ab entworfen, und dieses erscheint dann durch die Ocularlinse vv betrachtet in $a'b'$ vergrössert. Unsere Figur zeigt den Lauf des Strahlenbündels, welches, von dem höchsten Punkt des Gegenstandes ausgehend, das Instrument durchläuft.

Die Vergrösserung eines solchen Fernrohres ist leicht zu berechnen, wenn man die Brennweite des Objectivs und des Oculars kennt; denn der Sehwinkel, unter welchem der Gegenstand dem blossen Auge erscheint, ist gleich dem Winkel bca; durch das Fernrohr erscheint er aber unter dem Winkel $b'ma'$, welcher gleich bma ist. Der erstere dieser Winkel verhält sich aber zum letzteren umgekehrt wie die Entfernung des Bildes ab vom Objectiv zu der Entfernung desselben vom Ocular; nun aber steht das Bild vom Objectiv (nahezu) um die Brennweite f desselben, vom Ocular aber (nahezu) um die Entfernung f' ab, wenn wir mit f' die Brennweite des Oculars bezeichnen; die durch das Fernrohr hervorgebrachte Vergrösserung ist also $\frac{f}{f'}$.

Digitized by Google

Die Länge des Fernrohres ist $f + f'$, d. h. sie ist gleich der Summe der Brennweiten der beiden Gläser.

Fig. 785. Fig. 786.



Beim astronomischen Fernrohre wird in gleicher Weise, wie beim Mikroskop, nicht eine einfache Convexlinse, sondern ein System von zwei Linsen als Ocular angewendet. Das gebräuchlichste Ocular des astronomischen Fernrohres ist das Campani'sche, dessen Einrichtung bereits auf Seite 711 beschrieben wurde.

Fig. 786 stellt die äussere Einrichtung des astronomischen Fernrohres dar. An die Röhre, an welcher vorn das Objectiv *k* angeschraubt ist, setzt sich am anderen Ende eine engere Röhre *s* an, in welcher sich mittelst des Triebes *r* die Röhre *t* aus- und einschieben lässt. An das Rohr *t* ist das Ocular *o* angeschraubt.

In der Regel sind jedem derartigen Fernrohre mehrere Oculare beigegeben, welche verschieden starke Vergrösserungen geben und welche man nach Belieben wechseln kann.

Zum Behuf genauer Beobachtungen und Messungen muss das Instrument mit einem Fadenkreuze versehen sein. Beim Campani'schen Ocular kann dieses nur zwischen dem Collectivglas und dem Augenglas und zwar an der Stelle des Bildes *rs*, Fig. 770 S. 711 angebracht werden; bei Anwendung von Campani'schen Ocularen ist also kein Wechsel der Vergrösserung möglich, ohne dass gleichzeitig das Fadenkreuz entfernt und durch ein anderes ersetzt wird. Dass dabei die Unveränderlichkeit der Visirlinie nicht gewahrt werden kann, ist klar, und man hat deshalb bei Messinstrumenten das Campani'sche Ocular mit dem **Ramsden**'schen vertauscht, welches im Wesentlichen eine aus zwei Linsen zusammengesetzte Loupe ist.

Google

Kellner hat das Ramsden'sche Ocular dadurch verbessert, dass er die zweite Linse desselben, also die, welche dem Auge zunächst steht, aus einer convexen Crownglas- und einer concaven Flintglaslinse zusammensetzte, deren letztere so berechnet ist, dass sie die Fehler der Farbenzerstreuung der beiden Crownglaslinsen des Oculars corrigirt.

Das Gesichtsfeld des astronomischen Fernrohres wird dann ein möglichst grosses sein, wenn man das Auge an die Stelle der Axe bringt, wo dieselbe von den Strahlenbündeln geschnitten wird, welche den Rand der Ocularlinse passiren. Das Gesichtsfeld ist durch den Mantel des Kegels begränzt, dessen Spitze die Mitte des Objectivs und dessen Basis die Ocularlinse oder bei zusammengesetzten Ocularen die dem Objectiv zunächst stehende Linse des Oculars (also beim Campani'schen Ocular das Collectivglas) ist. Es geht daraus hervor, dass das Gesichtsfeld des astronomischen Fernrohrs bedeutend grösser ist als das des holländischen, dass es aber gleichfalls mit der Stärke der Vergrösserung abnimmt.

Wegen der mit starker Vergrösserung unvermeidlich verbundenen Kleinheit des Gesichtsfeldes ist es oft ungemein schwierig, ein stark vergrösserndes Fernrohr auf einen bestimmten Gegenstand einzustellen, es also z. B. auf einen bestimmten Stern zu richten. Deshalb ist mit solchen grösseren Instrumenten meist ein kleineres Fernrohr von geringerer Vergrösserung in der Art verbunden, dass die Axen beider Fernrohre genau parallel sind, wie man dies z. B. in Fig. 787 sieht, welche ein grösseres Standfernrohr sammt seinem Stativ darstellt. Wenn man, durch das kleine Fernrohr hindurchschauend, das Instrument so gerichtet hat, dass der zu

Fig. 787.

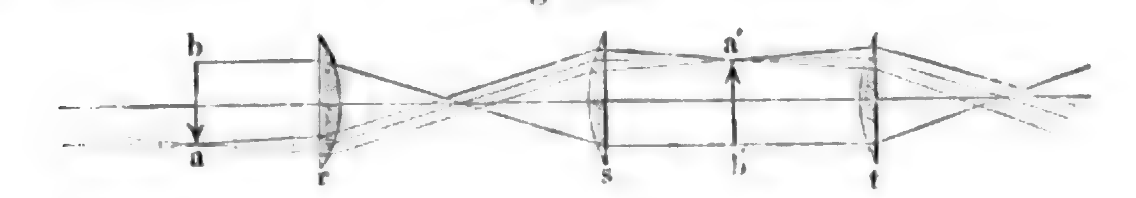
betrachtende Gegenstand in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint, so wird er alsdann auch für das grössere Fernrohr im Gesichtsfelde sein.

Digitized by Google

288 **Das terrestrische Fernrohr.** Das astronomische Fernrohr zeigt uns ein verkehrtes Bild der Gegenstände. Bei Beobachtung von Gestirnen hat dieser Umstand nicht den mindesten Nachtheil, während er bei Betrachtung irdischer Objecte störend ist. Bei Erdfernröhren, d. h. bei solchen, welche zur Beobachtung von irdischen Gegenständen dienen sollen, bringt man deshalb ein Ocular in Anwendung, welches das vom Objectiv entworfene verkehrte Bild wieder umkehrt.

Die Ocularröhre des terrestrischen Fernrohrs oder das terrestrische Ocular ist im Wesentlichen nichts Anderes als ein zusammengesetztes Mikroskop, dessen Objectiv jedoch weit schwächer ist als bei den gewöhnlichen Mikroskopen. Fig. 788 stellt die Einrichtung dar, welche Rheita

Fig. 788.

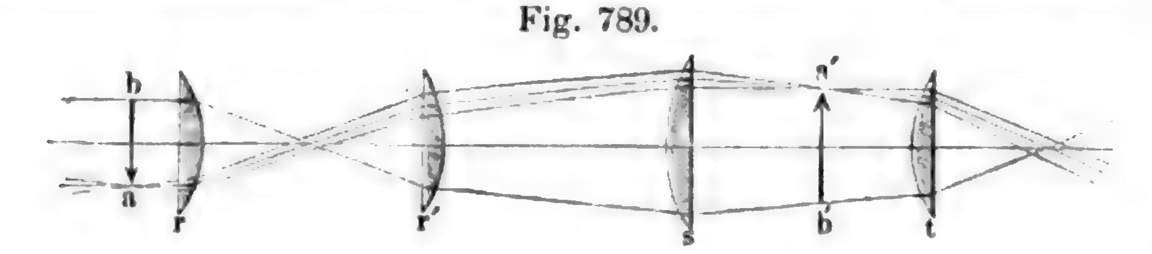


ursprünglich dem terrestrischen Ocular gab. Es besteht aus drei Linsen, von denen die erste, *r*, gewissermaassen das Objectiv, *s* das Collectivglas und *t* das Augenglas des Mikroskops ist, durch welches man das vom Objectiv des Fernrohrs entworfene verkehrte Bild *ab* betrachtet. Durch die beiden Linsen *r* und *s* wird vom verkehrten Bilde *ab* ein aufrechtes Bild in *a′b′* entworfen und dieses endlich durch das Augenglas *t* betrachtet.

In unserer Figur kann man den Verlauf des Strahlenbündels verfolgen, welches, von dem obersten Punkte des betrachteten Gegenstandes ausgehend, nach dem Durchgange durch das Instrument ins Auge gelangt.

Später hat man statt des vorderen Glases im Rheita'schen Ocular zwei Linsen substituirt, und so entstand die jetzt gebräuchliche Form des terrestrischen Oculars, welche in Fig. 789 schematisch dargestellt ist. Das

Fig. 789.



vom Objectiv des Fernrohres entworfene Bild *ab* steht innerhalb der Brennweite der ersten Linse *r*, so dass die von einem Punkte des Bildes *ab* ausgehenden Strahlen nach ihrem Durchgange durch *r* divergiren. Diese Strahlenbündel schneiden nun die Axe und treffen alsdann erst auf die zweite Linse *r′*, die sie parallel oder schwach convergirend macht, bis sie endlich durch die dritte Linse *s* wieder zu einem aufrechten Bilde *a′b′* gesammelt werden.

Sowohl da, wo die Strahlenbündel zwischen *r* und *r′* die Axe schneiden, als auch an der Stelle des Bildes *a′b′* ist eine Blendung angebracht.

Digitized by Google

Fig. 790 zeigt die vollständige Einrichtung des terrestrischen Oculars sammt der Fassung. Bei grösseren Standfernrohren sind gewöhnlich ausser einigen astronomischen Ocularen auch ein oder zwei terrestrische beigegeben, welche wie die astronomischen angeschraubt werden. Die gewöhnlichen Zugfernrohre sind dagegen, um sie transportabeler zu machen, aus mehreren in einander schiebbaren Röhren zusammengesetzt, wie dies Fig. 791 erläutert.

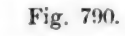
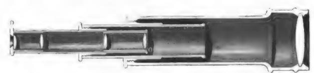


Fig. 790.

Fig. 791.



Geschichtliche Notizen über die Er- 289
findung des Fernrohres. Die erste Erfindung des Fernrohres ist einem Zufalle zu verdanken. Die Kinder eines Brillenmachers in Middelburg spielten mit optischen Gläsern und brachten zufällig zwei in eine Röhre, in welcher der Vater die Gläser aufzubewahren pflegte, so zusammen, dass sie dadurch den Hahn auf dem Kirchthurme vergrössert erblickten; voller Verwunderung zeigten sie es auch ihrem Vater, welcher den Zufall zu benutzen wusste. Galiläi erhielt Nachricht von der in den Niederlanden gemachten Entdeckung, errieth die Combination der Gläser und construirte so das in §. 286 besprochene Fernrohr, welches auch das Galiläi'sche genannt wird und mit welchem er die Trabanten des Jupiter entdeckte.

Der Erfinder des astronomischen Fernrohrs ist Kepler; wenn er es auch nicht selbst ausführte, so hat er doch die Construction desselben in seiner „Dioptrik" bekannt gemacht. Fatana hat, ohne Kepler's Dioptrik zu kennen, ein aus Sammellinsen gebildetes Fernrohr zuerst im Jahre 1625 construirt.

Gewöhnlich werden Picard und Huyghens als die Erfinder des Fadenkreuzes angegeben; doch soll, nach Herschel, diese Ehre einem englischen Astronomen Gascoigne zukommen, welcher zu Cromwell's Zeit in der Schlacht von Marston Moor einen frühen Tod fand. Da das Fadenkreuz an der Stelle ausgespannt ist, an welcher sich das durch das Objectiv erzeugte Sammelbild befindet, so ist klar, dass man in dem Galiläi'schen Fernrohre kein Fadenkreuz anbringen kann, weil ja hier dieses Sammelbild gar nicht zur Entstehung kommt.

Digitized by Google

290 **Die Leistungen des Fernrohres.** Um die Vergrösserung eines Fernrohres zu messen, kann man dieselbe Methode anwenden, die wir bereits beim Mikroskop kennen lernten. Man richtet nämlich das Fernrohr auf einen in gemessener Entfernung aufgestellten Maassstab, bringt dann vor das Ocular einen der oben beschriebenen Zeichnungsapparate, etwa ein Sömmering'sches Spiegelchen, an und entwirft mit Hülfe desselben auf einem in der Weite des deutlichen Sehens aufgestellten Blatt Papier die Zeichnung des vergrössert gesehenen Maassstabes, in dem man die einzelnen Theilstriche desselben mit dem Bleistift nachführt.

Aus der Vergleichung dieser Zeichnung mit dem Maassstab selbst ergiebt sich die Vergrösserung.

Man hat nämlich nur den Gesichtswinkel, unter welchem eine Abtheilung des entfernten Maassstabes durch das Fernrohr betrachtet erscheint, zu dividiren durch den Gesichtswinkel, unter welchem sie das unbewaffnete Auge wahrnimmt, um die durch das Fernrohr hervorgebrachte Vergrösserung zu finden.

Der Gesichtswinkel, unter welchem das Fernrohr eine Abtheilung des fernen Maassstabes zeigt, ist gleich einer Abtheilung des gezeichneten Maassstabes, dividirt durch die Weite des deutlichen Sehens.

Der Gesichtswinkel, unter welchem eine Abtheilung des entfernten Maassstabes ohne Fernrohr erscheint, ist gleich der wirklichen Länge dieser Abtheilung, dividirt durch ihre Entfernung vom Auge.

Es sei z. B. in einer Entfernung von 48 Metern (480 Decimeter) ein Maassstab aufgestellt, dessen einzelne schwarz und weiss angestrichene Abtheilungen 0,5 Decimeter lang sind, so ist der Gesichtswinkel (oder vielmehr die trigonometrische Tangente des Gesichtswinkels), unter welchem eine solche Abtheilung dem blossen Auge erscheint, $\frac{0,5}{480}$.

Das vergrösserte Bild dieses durch ein Fernrohr betrachteten Maassstabes wurde nun mit Hülfe eines Sömmering'schen Spiegelchens auf ein 2 Decimeter vom Auge entferntes Papierblatt gezeichnet, und es ergab sich, dass jede Abtheilung dieses gezeichneten Maassstabes die Länge von 6 Millimetern (0,06 Decimeter) hatte; der Gesichtswinkel, unter welchem eine Abtheilung durch das Fernrohr betrachtet erscheint, ist also $\frac{0,06}{2}$.

Demnach ist die durch das Fernrohr hervorgebrachte Vergrösserung

$$\frac{0,06}{2} : \frac{0,5}{480} = 28,8.$$

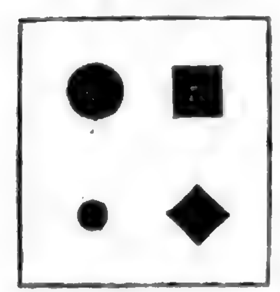
Bei schwachen Vergrösserungen und wenn es nicht auf grosse Genauigkeit ankommt, kann man folgendes Verfahren anwenden: Man stelle in einiger Entfernung vom Fernrohr einen getheilten Stab, etwa eine Latte, wie man sie zum Feldmessen gebraucht, auf, und betrachte diesen Gegenstand gleichzeitig mit dem einen Auge direct, mit dem anderen durch das Fernrohr; man sieht auf diese Weise, wie viele Abtheilungen

Digitized by Google

des mit blossem Auge gesehenen Maassstabes auf eine durch das Fernrohr vergrösserte Abtheilung fallen, und erhält so unmittelbar den Werth der Vergrösserung. Man kann zu dem eben angegebenen Verfahren auch die Ziegelreihen eines Daches oder einen ähnlichen Gegenstand anwenden.

Die Güte eines Fernrohrs ist aber nicht allein durch die Stärke der Vergrösserung, sondern auch durch die Schärfe und Klarheit der Bilder bedingt; man muss sich also auch hier nach ähnlichen Prüfungsmethoden umsehen, wie beim Mikroskop. Ein treffliches Probeobject für grössere Fernröhre sind die Doppelsterne, welche durch dieselben als getrennte Sterne erkannt werden müssen. Weil man aber bei dieser Prüfungsmethode so sehr von der Reinheit der Atmosphäre abhängig ist, so zog Fraunhofer vor, eine weisse Tafel mit schwarzen runden und eckigen Figuren, wie eine solche Fig. 792 ungefähr in $^1/_{10}$ der wahren Grösse dargestellt ist, als Probeobject anzuwenden. Wird diese Tafel in einer Entfernung von 80 bis 100 Schritten aufgestellt, so müssen die Figuren, durch das Fernrohr betrachtet, scharf begränzt, vollkommen schwarz, unverzerrt und ohne farbige Ränder erscheinen, wenn das Fernrohr fehlerfrei sein soll.

Fig. 792.



Ein dem Nobert'schen Mikrometer entsprechendes Probeobject ist eine weisse Tafel, auf welcher mehrere Gruppen schwarzer Linien von verschiedener Dicke und verschiedener Entfernung gezogen sind, die erste Gruppe etwa aus acht Linien von 5^{mm} Dicke und 5^{mm} Abstand, die letzte aus Linien von $^1/_2{}^{mm}$ Dicke und $^1/_2{}^{mm}$ Abstand bestehend. Je mehr dieser Gruppen ein Fernrohr bei gegebener Entfernung in einzelne Linien aufzulösen vermag, desto mehr leistet es.

Auch das Lesen eines entfernt aufgestellten Buches von gewöhnlicher Druckschrift ist ein treffliches Prüfungs- und Vergleichungsmittel für Fernröhre.

Bei demselben Fernrohr, also bei unverändertem Objectiv, wird das Bild um so lichtschwächer, je stärker die Vergrösserung ist, welche das Ocular bewirkt; stark vergrössernde Oculare kann man deshalb auch nur bei Objectiven von grossem Durchmesser in Anwendung bringen.

Auch beim Fernrohre gelangt man in Betreff der Vergrösserung bald zu einer Gränze, deren Ueberschreitung mehr Nachtheil als Vortheil bringt; namentlich macht der Zustand unserer Atmosphäre die Anwendung starker Vergrösserungen nutzlos. Nur in sehr seltenen Fällen ist in unseren Gegenden die Luft so rein und ruhig, dass man eine 900malige Vergrösserung gebrauchen kann.

Das Sichtbarwerden kleiner entfernter Gegenstände, namentlich kleiner Sterne durch das Fernrohr, ist nicht sowohl eine Folge der durch das Instrument hervorgebrachten Vergrösserung, als vielmehr des Umstandes, dass bei grosser Oeffnung des Objectivs eine bedeutend grössere Menge der von dem Gegenstande ausgehenden Strahlen ins Auge gelangt, als ohne das Fernrohr durch die Pupillenöffnung eingedrungen sein würde.

Digitized by Google

Die **raumdurchdringende Kraft** der Fernrohre, vermöge welcher man gewissermaassen weiter in die Himmelsräume vordringen kann und Sterne erblickt, welche mit blossem Auge nicht erkennbar sind, ist vorzugsweise durch die Grösse der Objectivöffnung bedingt. Selbst durch die stärkste Vergrösserung erscheinen uns ja die Fixsterne immer nur als leuchtende Punkte ohne messbaren Durchmesser.

291 **Spiegelteleskope.** So lange man nicht im Stande war, achromatische Objective herzustellen, blieben die Leistungen der Fernrohre weit hinter den Wünschen der Astronomen zurück. Man suchte deshalb das Objectivglas durch einen **metallenen** Hohlspiegel (das **Spiegelmetall** besteht aus einer Legirung von Kupfer, Zinn und etwas Arsen) zu ersetzen, und so entstanden die **Spiegelteleskope**.

Die verschiedenen Spiegelteleskope unterscheiden sich nur durch die Art und Weise, wie das vom Hohlspiegel erzeugte Sammelbild des entfernten Gegenstandes durch das Ocular beobachtet wird.

Fig. 793.

Der Hohlspiegel *ss* des **Gregory**'schen Teleskops, Fig. 793 hat in der Mitte eine kreisförmige Oeffnung; die einfallenden Strahlen werden so reflectirt, dass in *a* ein reelles verkehrtes Bild des fernen Gegenstandes entsteht; dieses Bild nun befindet sich nahe dem Brennpunkte des kleinen Hohlspiegels *V*, durch welchen vor dem Ocular ein aufrechtes Bild *b* des verkehrten Bildes *a* entworfen wird. Dieses Bild *b* wird nun endlich durch die Ocularlinse *o* betrachtet.

Fig. 794.

Je nachdem die zu betrachtenden Gegenstände näher oder ferner sind, muss der Spiegel *V* vom Ocular entfernt oder demselben genähert werden. Dies geschieht mit Hülfe der Schraube *mn*. Fig. 794 zeigt die äussere Ansicht eines **Gregory**'schen Spiegelteleskops, wie sie früher ziemlich verbreitet waren.

Google

Cassegrain's Teleskop unterscheidet sich von dem Gregory'schen dadurch, dass der Hohlspiegel V durch einen Convexspiegel ersetzt ist, welcher die von dem grossen Hohlspiegel kommenden Strahlen auffängt, ehe sie sich zum Bilde vereinigt haben; sie werden also mit verringerter Convergenz so reflectirt, dass vor der Ocularlinse ein verkehrtes Sammelbild entsteht, welches durch diese Linse betrachtet wird.

Bei diesen beiden Arten des Spiegelteleskops schaut der Beobachter in der Richtung in das Instrument, in welcher der zu betrachtende Gegenstand sich befindet; sie leiden aber an dem Nachtheil, dass gerade der Theil des Hohlspiegels fehlt, welcher die reinsten Bilder giebt. Dieser Uebelstand ist bei dem Newton'schen und bei dem Herschel'schen Teleskop vermieden.

Fig. 795 stellt ein Newton'sches Spiegelteleskop schematisch dar. Der Hohlspiegel SS würde von dem entfernten Gegenstande ein

Fig. 795.

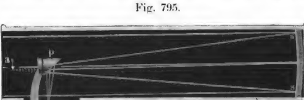
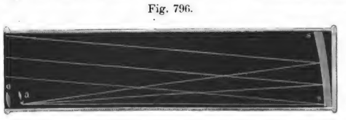


Bild in a entwerfen; ehe jedoch die Strahlen hierher gelangen, werden sie von einem Planspiegel p, der 45° gegen die Axe des Rohres geneigt ist, seitwärts reflectirt, so dass das Bild wirklich in b entsteht. Dieses Bild wird nun durch das Ocular betrachtet.

Gegen das offene Ende hin ist in der Seitenwand des Rohres (welches bei den Newton'schen Teleskopen meist achteckig ist) eine Oeffnung angebracht, welche von einer Metallplatte mn verdeckt wird. In dieser Metallplatte ist nun einerseits das Ocularrohr eingeschraubt, andererseits ist auf derselben mittelst eines Metallstabes der Planspiegel p befestigt. Die Scheibe mn kann durch Umdrehung des Kopfes r sammt dem Ocular und dem Planspiegel parallel mit der Axe des Rohres verschoben und dadurch eine scharfe Einstellung auf einen bestimmten Gegenstand bewerkstelligt werden.

Bei den Herschel'schen Spiegelteleskopen, deren Einrichtung durch Fig. 796 erläutert wird und welche nur in grösserem Maassstabe

Fig. 796.



Digitized by Google

ausgeführt werden, ist kein zweiter Spiegel angebracht. Das durch den Objectivspiegel *SS*, welcher etwas schräg gegen die Axe des Instrumentes steht, erzeugte Bild *a* wird unmittelbar durch das am Eingange des Rohres angebrachte Ocular *o* betrachtet. Bei dieser Beobachtungsweise kommt freilich der Kopf des Beobachters zwischen das Object und den Spiegel, was aber bei dem grossen Durchmesser des letzteren nichts schadet.

Herschel nennt diese Instrumente *Front view telescops*, was man etwa durch Vornschau-Teleskope übersetzen könnte.

Es versteht sich von selbst, dass bei den Spiegelteleskopen eben so wie bei dioptrischen Fernrohren statt der einfachen Ocularlinsen, wie sie die Figuren 793, 795 und 796 zeigen, zusammengesetzte Oculare in Anwendung kommen.

Durch die Erfindung der achromatischen Fernrohre sind die kleineren Spiegelteleskope, namentlich aber die Gregory'schen und die Cassegrain'schen fast ganz verdrängt worden, weil sie bei gleicher Leistungsfähigkeit ungleich schwerer und unbequemer sind und die Spiegel gar leicht ihre Reinheit und Politur verlieren.

Nur bei der Construction ganz grosser Instrumente bieten die Hohlspiegel Vortheile vor den achromatischen Objectiven, weil sich bei letzteren der Vergrösserung des Durchmessers über gewisse Gränzen hinaus unüberwindliche Schwierigkeiten entgegenstellen. Die grössten achromatischen Objective, welche man bis jetzt zu Stande gebracht hat, haben nur 14 bis 18 Zoll Durchmesser, während der Spiegel des grossen 40füssigen Teleskops von Herschel, dessen Leistungen noch nicht durch dioptrische Fernrohre übertroffen worden sind, 4 Fuss im Durchmesser hat. Rosse construirte in neuerer Zeit ein 53füssiges Teleskop von 6 Fuss Durchmesser.

Eine neue Zukunft wurde den Spiegelteleskopen durch eine Erfindung Liebig's eröffnet, nach welcher man im Stande ist, eine Glasfläche mit einer ausserordentlich dünnen und doch der vollkommensten Politur fähigen Silberschicht zu überziehen, denn abgesehen davon, dass versilberte Hohlspiegel von Glas bei weitem weniger Gewicht haben als die aus Spiegelmetall hergestellten, reflectiren solche Silberspiegel die Lichtstrahlen weit vollständiger als die früheren Metallspiegel. Steinheil hat mit Hohlspiegeln von Glas, welche nach der Liebig'schen Methode versilbert waren, Teleskope von ausgezeichneter Lichtstärke und Schärfe hergestellt.

Mit ausgezeichnetem Erfolge hat auch Foucault die versilberten Hohlspiegel von Glas zur Construction von Spiegelteleskopen benutzt. Die gläsernen Hohlspiegel, welche aus der Fabrik von St. Gobain stammen, erhalten in den Werkstätten von Secretan ihre vollkommen sphärische Gestalt. Die Vollendung der Politur führt Foucault eigenhändig der Art aus, dass er (wahrscheinlich durch verstärkten Druck im mittleren Theile) die Gestalt des Hohlspiegels etwas der eines Umdrehungsparaboloids nähert, wodurch die Fehler der sphärischen Aberration beinahe vollständig corrigirt werden. Der polirte Spiegel wird alsdann nach einer der

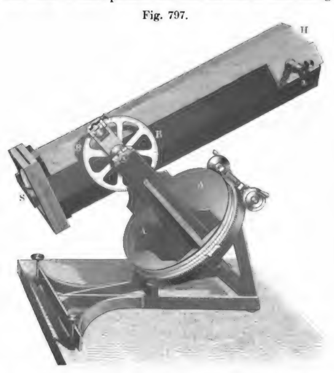
Digitized by Google

Liebig'schen ähnlichen Methode versilbert und endlich der Silberschicht selbst eine vollständige Politur ertheilt.

Die Bilder dieser Hohlspiegel sind so scharf und lichtstark, dass sie eine sehr bedeutende Ocularvergrösserung vertragen, weshalb die Foucault'schen Instrumente weit geringere Dimensionen haben, als andere von gleicher Leistungsfähigkeit. Das Ocular des Foucault'schen Teleskops, welches übrigens nach dem Systeme des Newton'schen Teleskops construirt ist, ist ein achromatisches Mikroskop (also ein terrestrisches Ocular). Die Stelle des Planspiegels im Newton'schen Teleskop ist durch ein rechtwinkliges Glasprisma ersetzt, an dessen Hypotenusenfläche eine totale Reflexion stattfindet.

Fig. 797 stellt ein Foucault'sches Spiegelteleskop dar, wie dieselben von Secretan parallaktisch aufgestellt werden. Das 7 Decimeter lange Rohr ist bei *H* offen, während bei *S* der versilberte Hohlspiegel eingesetzt wird. Das Ocular *a* kann parallel der Axe des Rohres innerhalb gewisser

Fig. 797.



Gränzen verschoben werden, wodurch die Einstellung auf einen bestimmten Gegenstand bewerkstelligt wird. In den Werkstätten von Secretan werden solche parallaktisch montirte Foucault'sche Spiegelteleskope auch noch in weit grösseren Dimensionen hergestellt.

Google

Achtes Capitel.

Interferenz und Beugung des Lichtes.

---

292 **Hypothesen über das Wesen des Lichtes.** Indem wir bisher die allgemeinen Gesetze der Reflexion, der Brechung und der Dispersion des Lichtes besprachen, haben wir uns nur an die Erfahrung gehalten und haben dabei jede theoretische Ansicht über die Natur des Lichtes ganz aus dem Spiele gelassen. Dies lässt sich nun bei den Interferenzerscheinungen nicht mehr durchführen, weil es ganz unmöglich ist, die Gesetze derselben übersichtlich zu machen, ohne eine theoretische Ansicht über das Wesen des Lichtes zu Hülfe zu nehmen. Wir wollen zunächst einige Worte über die beiden Hypothesen reden, welche von den Physikern in Beziehung auf das Wesen des Lichtes aufgestellt worden sind. Diese Hypothesen sind unter dem Namen der Emissions- oder Emanationstheorie und der Vibrations- oder Undulationstheorie bekannt.

Die Emissionstheorie nimmt an, dass es eine eigenthümliche Lichtmaterie gebe, und dass ein leuchtender Körper nach allen Seiten hin Theilchen dieser feinen Materie mit so ungeheurer Geschwindigkeit aussende, dass ein solches Lichttheilchen in einer Secunde einen Weg von 42000 deutschen Meilen zurücklegt. Diese Lichtmaterie muss man natürlich als äusserst fein und den Wirkungen der Schwere nicht unterworfen, also imponderabel annehmen. Die Verschiedenheit der Farben rührt von einer Verschiedenheit in der Geschwindigkeit her; die Reflexion ist nach dieser Ansicht dem Abprallen elastischer Körper analog. Um nach dieser Theorie die Brechung zu erklären, müsste man annehmen: 1) dass sich in den durchsichtigen Körpern hinreichend grosse Zwischenräume befinden, um den Lichttheilchen den Durchgang zu gestatten, und 2) dass die wägbaren Moleküle auf die Lichttheilchen eine anziehende Kraft ausüben, welche, combinirt mit der einmal erlangten Geschwindigkeit der Lichttheilchen, ihre Ablenkung bewirkt.

Digitized by Google

Die Vibrationstheorie nimmt an, dass das Leuchten eines Körpers von einer äusserst raschen Oscillationsbewegung seiner ponderabeln Atome herrühre; die Fortpflanzung der Lichtstrahlen aber wird durch eine Wellenbewegung des bereits in § 19 definirten Aethers vermittelt, welche durch die Schwingungen der Körperatome angeregt wird. Der Aether erfüllt den ganzen Weltraum, da das Licht alle Räume des Himmels durchdringt. Der Aether ist aber nicht bloss in den sonst leeren Räumen verbreitet, welche die Gestirne trennen, er durchdringt alle Körper und füllt die zwischen den wägbaren Atomen befindlichen Räume aus.

Wenn der Aether in dem ganzen Weltraume in Ruhe wäre, so würde überall vollkommene Finsterniss herrschen; an einer Stelle aber gleichsam erschüttert, pflanzen sich die Lichtwellen nach allen Seiten hin fort, wie sich die Schwingungen einer Saite in einer ruhigen Atmosphäre weithin verbreiten. Das Licht, welches erst durch eine Bewegung entsteht, ist also wohl von dem Aether selbst zu unterscheiden, wie die Vibrationsbewegung, welche den Schall hervorbringt, von den oscillirenden Theilchen der wägbaren Materie unterschieden wird.

Lange Zeit hindurch zählten beide Theorien Anhänger unter den Physikern. Newton hatte die Emanationstheorie aufgestellt. Huyghens ist als Schöpfer der Undulationstheorie zu betrachten, die auch Euler vertheidigte; doch erst in neueren Zeiten haben besonders Young's und Fresnel's Arbeiten der Undulationstheorie einen so entschiedenen Sieg verschafft, dass die Emanationstheorie jetzt allgemein als unhaltbar verlassen ist.

Die wichtigste Stütze für die Vibrationstheorie liefern die sogenannten Interferenzerscheinungen, die wir sogleich näher betrachten werden. Die erste hierher gehörige Thatsache wurde von dem Jesuiten Grimaldi beobachtet und in seiner „Physico-mathesis de lumine, coloribus et iride, Bologna 1665“ beschrieben. Er beobachtete, dass wenn man durch eine feine Oeffnung einen Sonnenstrahl in ein dunkles Zimmer eindringen lässt und diesem Strahle einen schmalen Körper aussetzt, alsdann der Schatten dieses Körpers breiter ist, als man nach dem geradlinigen Fortgange der Lichtstrahlen erwarten sollte; ebenso fand er, dass wenn man die durch die feine Oeffnung eindringenden Strahlen auf einer weissen Fläche auffängt, der erleuchtete Raum grösser ist, als ihn, bei Voraussetzung geradliniger Fortpflanzung des Lichtes, die geometrische Construction giebt; er beobachtete auch farbige Säume, sowohl im Schatten des schmalen Körpers als auch am Umfange des erleuchteten Fleckes, und schrieb diese Erscheinungen einer Ablenkung von dem geradlinigen Wege zu, welche die Lichtstrahlen erleiden, wenn sie an den Rändern undurchsichtiger Körper vorübergehen. Diese Ablenkung nannte er Diffraction; später wurde sie auch Beugung oder Inflexion genannt.

Diese Versuche sind jedoch für die Vibrationstheorie nicht so direct beweisend wie der folgende: Grimaldi liess die Sonnenstrahlen durch

Digitized by Google

zwei feine nahe bei einander stehende Oeffnungen in das dunkle Zimmer eintreten und fing sie auf einem Papierblatte in einer solchen Entfernung auf, dass die von den beiden Oeffnungen herrührenden hellen Kreise theilweise über einander fielen. Die durch das Licht beider Oeffnungen erleuchtete Stelle war allerdings heller als die Stellen, welche nur von einer Oeffnung Licht empfingen, doch fand er an den Gränzen dieses stark erleuchteten Raumes dunkle Streifen an solchen Stellen des Schirmes, welche offenbar Licht von beiden Oeffnungen empfingen, und dennoch waren diese Streifen dunkler als diejenigen Stellen des Papierschirms, welche nur von einer Oeffnung beleuchtet waren. In der That verschwanden diese dunklen Linien, sobald die eine Oeffnung zugehalten wurde, so dass nur durch die andere das Licht einfallen konnte. Grimaldi schloss aus dieser Erscheinung, dass ein erleuchteter Körper dunkler werden kann, wenn neues Licht zu dem hinzukommt, welches ihn schon vorher traf, und suchte diese sonderbare Erscheinung durch Annahme von Lichtwellen zu erklären.

Während Grimaldi's Beugungsversuche vielfach wiederholt und abgeändert wurden, während man eifrig bemüht war, die Gesetze der Inflexion durch genaue Messungen zu ermitteln, liess man die von Grimaldi ausgesprochene Idee, dass Dunkelheit durch das Zusammenwirken zweier Lichtstrahlen entstehen könne, ganz unbeachtet, man übersah gerade die Erscheinung, welche den Schlüssel zur Erklärung der Beugungsphänomene hätte geben können. Erst Young nahm diesen Gegenstand wieder auf; er beobachtete die hellen und dunklen Streifen, welche hinter einem schmalen Körper entstehen, wenn man ihn den von einem leuchtenden Punkte oder einer schmalen Lichtlinie ausgehenden Strahlen aussetzt, und fand, dass diese Streifen alsbald verschwinden, sobald man das Licht an der einen Seite des schmalen Körpers vorbeizugehen hindert. Young hatte also durch diesen Versuch ebenfalls dargethan, dass zwei Lichtstrahlen, die sehr nahe nach einerlei Richtung fortgehen, bei ihrem Zusammentreffen nicht immer zur Verstärkung der Erleuchtung beitragen, sondern dass sie sich unter Umständen verstärken oder ihre Wirkung gegenseitig vernichten können. Diese gegenseitige Einwirkung der Lichtstrahlen bezeichnete Young mit dem Namen der Interferenz.

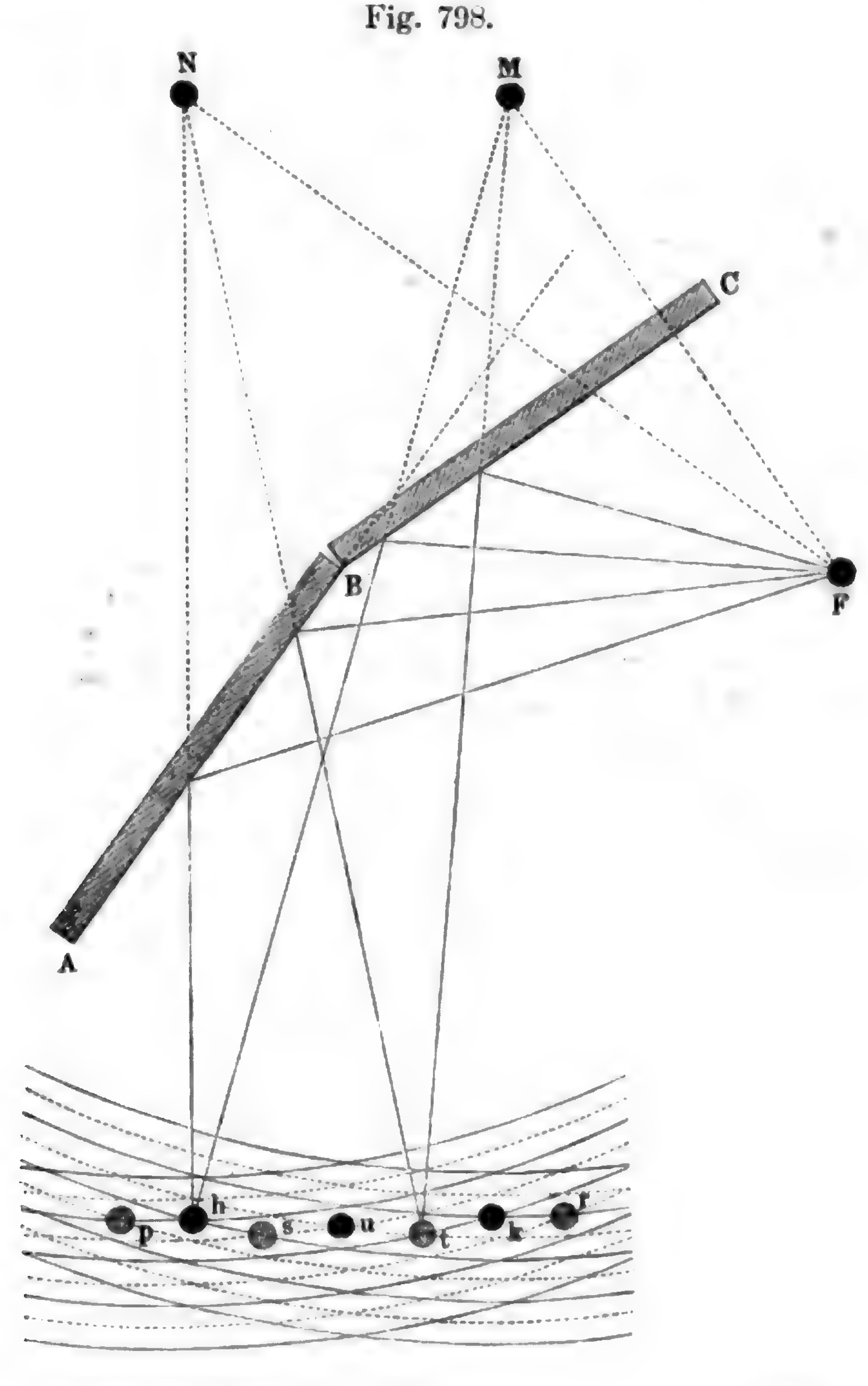
Solche Interferenzen lassen sich nun nach der Emanationstheorie durchaus nicht erklären. Young aber zeigte, dass der Weg, welchen die Lichtstrahlen durchlaufen, um von der Lichtquelle zu einem Punkte hinter dem schmalen Körper zu gelangen, der nicht gerade in der Mitte des geometrischen Schattens liegt, ungleich ist, je nachdem sie auf der einen oder anderen Seite des schmalen Körpers vorbeigehen; wenn sich also das Licht durch eine Wellenbewegung fortpflanzt, so begreift man sehr wohl, wie die beiden Lichtstrahlen, welche in einem Punkte hinter dem schattengebenden Körper zusammentreffen, hier je nach der Differenz der durchlaufenen Wege bald mit gleichen, bald mit entgegengesetzten Schwingungs-

Digitized by Google

zuständen ankommen, sich also gegenseitig verstärken oder aufheben können.

Fresnel's Spiegelversuch. Young's Interferenzversuch spricht 293
entscheidend für die Undulationstheorie; man könnte dagegen nur noch etwa einwenden, dass die ganze Erscheinung durch die Beugung des Lichtes hervorgebracht wird, deren Wesen selbst noch nicht gehörig erkannt worden war. Wollte man die Beugung des Lichtes und alle damit zusammenhängenden Erscheinungen durch das Princip der Interferenzen erklären, so war zu wünschen, solche Interferenzen auch ohne Beugung hervorzubringen. Fresnel, der durch seine klassischen Arbeiten die Undulationstheorie vollkommen begründete, löste diese Aufgabe auf folgende Weise.

Fig. 798.



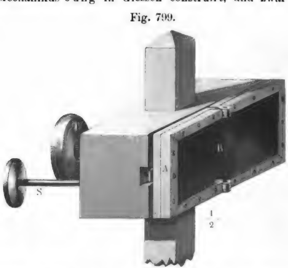
Digitized by Google

Zwei Metallspiegel oder zwei Spiegel von schwarzem Glase sind neben einander so aufgestellt, dass die Ebenen beider vertical sind, dass sie also in einer verticalen Linie zusammenstossen; der Winkel, den die beiden Spiegelebenen mit einander machen, muss sehr stumpf sein, er darf nur wenig kleiner sein als 180°. Die Fig. 798 (vor. S.) stellt den horizontalen Durchschnitt der beiden Spiegel dar; *AB* ist die spiegelnde Fläche des einen, *BC* die des anderen; *B* ist die in der Figur zum Punkte verkürzte Kante, in welcher die beiden Spiegelebenen zusammentreffen.

Wenn sich nun in *F* ein leuchtender Punkt befindet, so sendet er Strahlen auf beide Spiegel, es werden also zwei Spiegelbilder des leuchtenden Punktes entstehen, und zwar das eine in *M*, das andere in *N*; diese beiden Bilder werden sehr nahe zusammenliegen, weil die Spiegelebenen fast zusammenfallen. In einiger Entfernung von den Spiegeln treffen nun die reflectirten Strahlen zusammen und bilden dadurch abwechselnd helle und dunkle verticale Streifen. Ist *u* ein Punkt, welcher gleichweit von *M* und *N* entfernt ist, so bildet sich in *u* ein heller Streifen, zu beiden Seiten desselben in *s* und *t* ein dunkler; auf diese folgen wieder zwei helle in den Punkten *h* und *k*, zwei dunkle in *p* und *r* u. s. w.

Fig. 799 und 800 stellen den Fresnel'schen Spiegelapparat dar, wie ihn Mechanikus Jung in Giessen construirt, und zwar Fig. 799 in

Fig. 799.



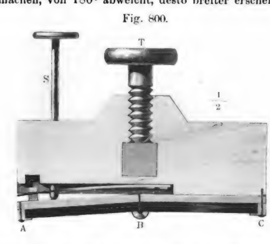
perspectivischer Ansicht, Fig. 800 in horizontalem Durchschnitte. Die beiden Spiegel sind auf der Vorderseite eines Holzklötzchens angebracht, und zwar ist der Spiegel *BC* vollkommen fest, *AB* um ein Charnier drehbar. Durch Drehung der Schraube *S* kann man den Spiegel *AB* mehr und mehr aus der Ebene des Spiegels *BC* herausschieben, während er beim Zurückdrehen der Schraube *S* durch eine Feder wieder zurückgezogen wird. Man hat es auf diese Weise in der Gewalt, ganz allmälig

Digitized by Google

den Winkel der beiden Spiegel nach Belieben zu vergrössern oder zu verkleinern.

Je weniger der Winkel, welchen die beiden Spiegel mit einander machen, von 180° abweicht, desto breiter erscheinen die Streifen.

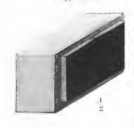
Fig. 800.



Das Holzklötzchen ist an einem verticalen, auf einem entsprechenden Fusse befestigten Stabe verschiebbar und kann in jeder beliebigen Höhe mit Hülfe der hölzernen Schraube *T* festgestellt werden.

Sehr leicht lassen sich Interferenzspiegel auf folgende Weise herrichten: Auf die obere Fläche eines Holzklötzchens, welches ungefähr 10^{cm} lang, 2^{cm} breit und 3^{cm} hoch ist, klebe man an drei Stellen, nämlich in der Mitte und gegen jedes Ende hin, etwas weiches Wachs auf und lege darauf zwei Stücke von geschliffenem Spiegelglas, von denen jedes nahe 5^{cm} lang und fast 3^{cm} breit ist. Diese beiden Spiegel müssen auf dem mittleren Wachsstücke zusammenstossen. Wenn man nun hier, wo beide Spiegel an einander gränzen, dieselben etwas stärker auf das Wachs aufdrückt als an den Enden, so kann man es leicht dahin bringen, dass die Ebenen der beiden Spiegel einen sehr stumpfen Winkel mit einander machen. Ganz besonders kommt es darauf an, dass da, wo die beiden Spiegel zusammenstossen, keiner über den anderen auch nur im mindesten vorstehe, wovon man sich durch das Gefühl der Fingerspitzen überzeugen kann; man darf hier nicht die mindeste Unterbrechung fühlen, wenn man mit dem Finger (nicht mit dem Nagel) über diese Stelle hinfährt. Die Spiegel müssen natürlich auf der Rückseite geschwärzt sein.

Fig. 801.



Was den Winkel betrifft, den die Spiegel mit einander machen sollen, so muss er so gross sein, dass die beiden Bilder einer ungefähr 8 bis 10 Schritte entfernten Kerzenflamme höchstens um den Durchmesser dieser Kerzenflamme von einander getrennt erscheinen.

Fig. 801 stellt ein Paar auf diese Weise hergerichteter Interferenzspiegel dar, bei welchen sich natürlich der Winkel nicht nach Belieben verändern lässt.

Ohm ersetzte die Interferenzspiegel durch ein Interferenzprisma,

Digitized by Google

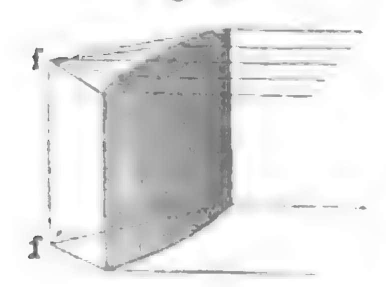
welches Fig. 802 im Durchschnitte dargestellt ist. Die beiden Facetten *a* und *b* machen einen sehr stumpfen Winkel miteinander, so dass die von einem leuchtenden Punkte hinter dem Prisma ausgehenden Strahlen nach dem Durchgange durch dasselbe so fortgehen, als ob sie von den zwei nahe bei einander liegenden Punkten ausgegangen wären; die durch die eine Facette gegangenen Strahlen werden also mit den von der anderen Facette herkommenden gerade so unter einem sehr spitzen Winkel zusammentreffen, wie dies bei den von den Interferenzspiegeln reflectirten der Fall ist.

Fig. 802.

Zum leuchtenden Gegenstande wendet man am besten eine feine Lichtlinie an; man kann sich dieselbe auf mancherlei Art verschaffen, entweder bringt man in dem Laden eines dunklen Zimmers einen ungefähr 1^{mm} breiten vertical stehenden Spalt an, durch welchen die von einem vor dem Laden angebrachten Spiegel reflectirten Sonnenstrahlen in horizontaler Richtung eintreten, oder man setzt einen solchen Spalt vor die Flamme einer Argand'schen Lampe; ja es reicht eine hell brennende Kerzenflamme ohne allen Schirm schon hin, wenn man dieselbe wenigstens in einer Entfernung von 12 bis 15 Schritten von den Spiegeln oder dem Interferenzprisma aufstellt.

Fresnel erzeugte die feine Lichtlinie durch eine Cylinderlinse; eine solche Linse, Fig. 803, ist durch zwei Cylindersegmente gebildet, während eine gewöhnliche Linse durch zwei Kugelsegmente gebildet wird; dem Brennpunkt der gewöhnlichen Linse entspricht bei diesen eine Brennlinie *ff'*. Diese Brennlinie bildet den leuchtenden Streifen.

Fig. 803.



Auch der Lichtstreifen auf einem in der Sonne liegenden glänzenden Metallstäbchen oder einem innen geschwärzten Glasröhrchen kann sehr gut zu diesem Interferenzversuche angewendet werden.

Selbst wenn die Lichtquelle keine Lichtlinie, sondern nur ein leuchtender Punkt ist, lassen sich die Interferenzstreifen noch sehr gut zeigen; einen leuchtenden Punkt erhält man, wenn man statt des Schirmes mit dem Spalte einen Schirm mit einer kleinen runden Oeffnung von 1 bis 2^{mm} Durchmesser in den Laden des dunklen Zimmers oder vor die Lampenflamme setzt. Ferner ist zu diesem und zu vielen der folgenden Versuche ein sehr brauchbarer Lichtpunkt das Sonnenbildchen im Focus einer gewöhnlichen Linse von kurzer Brennweite; dann das Sonnenbildchen auf einer Metallkugel, einem Metallknopfe, einer etwas grossen Thermometerkugel, einem innen geschwärzten Uhrglase u. s. w.

Fig. 804.

l

Fig. 804 zeigt die Anordnung des Versuchs für die Interferenzspiegel: *l* ist die Lichtquelle, *s* sind die Spiegel, *o* ist eine Loupe, durch welche

Digitized by Google

man die Streifen beobachtet; denn sie sind doch meistens zu fein, um mit blossem Auge wahrgenommen werden zu können.

Es versteht sich von selbst, dass sich die Lichtquelle, die Spiegel und das Auge in einer Horizontalebene befinden müssen.

Will man die Interferenzstreifen mit dem Interferenzprisma, Fig. 802, beobachten, so befestigt man dasselbe mit seiner Fassung auf einem Stativ, und stellt dahinter die Loupe in einer Entfernung von $1\frac{1}{2}$ bis 3 Zoll auf, wie man Fig. 805 sieht; die Lichtquelle, die Mitte des Prismas und die Axe der Loupe müssen in einer geraden Linie liegen.

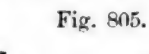
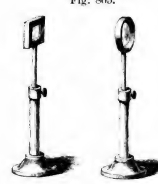


Fig. 805.



Bringt man vor das Auge ein ziemlich homogenes, etwa ein rothes Glas, so sieht man nur abwechselnd helle und dunkle Streifen; wendet man dagegen kein homogenes, sondern weisses Licht an, so erscheinen die Streifen mit verschiedenen Farben gesäumt.

Wir wollen jetzt sehen, wie die Undulationstheorie diese Erscheinung zu erklären im Stande ist.

Elemente der Vibrationstheorie. Während der Schall durch 294
die stehenden Schwingungen elastischer Körper erzeugt wird, entsteht das Licht durch eine ungleich raschere Vibrationsbewegung der einzelnen Moleküle, aus welchen der leuchtende Körper zusammengesetzt ist.

Während sich der Schall durch eine Wellenbewegung ponderabeler Medien verbreitet, werden die Lichtstrahlen durch eine Wellenbewegung des bereits in §. 19 besprochenen Aethers fortgepflanzt.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen Lichtwellen und Schallwellen besteht aber darin, dass die Vibrationen, welche die Lichtwellen fortpflanzen, rechtwinklig sind zur Richtung des Strahles, während die Vibrationen der Schallwellen in der Richtung der Schallstrahlen selbst stattfinden.

Wenn sich also ein Lichtstrahl in der Richtung von A nach B, Fig. 806, fortpflanzt, so vibriren alle Aethertheilchen, welche im Zustande des Gleich-

Fig. 806.

gewichtes auf der geraden Linie AB liegen würden, in Richtungen, welche rechtwinklig auf AB stehen, ungefähr so, wie die Theile eines gespannten Seiles schwingen, wenn man an dem einen Ende einen kräftigen Schlag gegen dasselbe geführt hat. Die Curve in Fig. 806 stellt die gegenseitige Stellung der vibrirenden Moleküle in einem bestimmten Momente der Bewegung dar.

Die Gründe, warum man die Vibrationen der Lichtwellen als rechtwinklig zum Strahl annehmen muss, werden wir später kennen lernen.

Betrachten wir die Schwingungen eines Aethermoleküls etwas genauer! Das Theilchen, dessen Gleichgewichtslage in b ist, vibrirt beständig zwischen den Punkten b' und b''. In b' ist seine Geschwindigkeit Null, je mehr sich aber das Theilchen der Gleichgewichtslage nähert, desto mehr wächst seine Geschwindigkeit, welche ihr Maximum in dem Momente erreicht, in welchem das Molekül die Gleichgewichtslage passirt; von nun an nimmt die Geschwindigkeit wieder ab, bis sie endlich in b'' wieder Null wird, worauf dann die Bewegung nach entgegengesetzter Richtung beginnt. Kurz die Vibrationen eines Aethertheilchens finden ganz nach den Gesetzen statt, welche wir in §. 117 Seite 283 kennen lernten. Die Oscillationsgeschwindigkeit eines vibrirenden Aethertheilchens wird also durch die Gleichung

$$u = a \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

dargestellt, wenn man mit a die Geschwindigkeit, mit welcher das Aethertheilchen die Gleichgewichtslage passirt, mit T die Zeit, welche es zu einer ganzen Oscillation, also zu einem vollständigen Hin- und Hergang, braucht, und mit t endlich die Zeit bezeichnet, welche seit dem Anfang der Bewegung verflossen ist. Als Anfangsmoment dieser Zeitzählung ist ein solcher zu nehmen, in welchem sich das Theilchen in seinem grössten Abstand von der Gleichgewichtslage befindet. Der Quotient $\frac{t}{T}$ drückt die Zahl der vollständigen Oscillationen aus, welche seit dem Anfang der Bewegung verflossen sind.

Die Ausweichung eines vibrirenden Punktes wird dagegen dargestellt durch die Gleichung

$$D = b \cos\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

wenn b das Maximum der Ausweichung, also die Oscillationsamplitude bezeichnet, während die übrigen Buchstaben dieselbe Bedeutung haben wie in Gleichung 1).

Obgleich sich das Licht mit ausserordentlicher Geschwindigkeit fortpflanzt, so geschieht diese Fortpflanzung doch nicht momentan; die Vibrationen eines Aethermoleküls theilen sich also auch nicht momentan den in der Richtung des Strahles ihm folgenden Molekülen mit. Stellen wir uns vor, die ganze Reihe von Molekülen auf der Linie AB, Fig. 806, sei in Ruhe. Wenn nun das Molekül in b in einem bestimmten Momente seine

Digitized by Google

Vibrationen beginnt, so werden alle weiter nach B hin liegenden Moleküle später zu vibriren beginnen, und zwar um so später, je weiter sie von b liegen; während das Molekül b eine vollständige Oscillation macht, d. h. während es von b' nach b'' und wieder zurück nach b' sich bewegt, wird sich die Bewegung bis zu irgend einem Moleküle c fortpflanzen, so dass dieses Molekül seine erste Vibration in demselben Momente beginnt, in welchem b seine zweite anfängt. Von nun an werden die Moleküle b und c stets in gleichen Schwingungszuständen sich befinden, d. h. sie werden gleichzeitig, nach derselben Seite hin sich bewegend, die Gleichgewichtslage passiren, gleichzeitig das Maximum der Ausweichung auf der einen und auf der anderen Seite von AB erreichen.

Die Entfernung bc von einem Aethermolekül b bis zum nächsten c, welches sich mit b stets in gleichen Schwingungszuständen befindet, heisst, wie wir schon früher gesehen haben, eine Wellenlänge. Wenn der Abstand cd auch eine Wellenlänge ist, so wird das Molekül d seine erste Oscillation in demselben Augenblicke beginnen, in welchem c seine zweite und b seine dritte Oscillation beginnt; d wird von nun an mit c und b sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden.

Wenn f in der Mitte zwischen b und c liegt, d. h. wenn es um eine halbe Wellenlänge von b entfernt ist, so befindet sich das Molekül in f stets in Schwingungszuständen, welche denen der Moleküle in b und c entgegengesetzt sind. Wenn b und c das Maximum der Ausweichung oberhalb AB erreichen, so erreicht f das Maximum der entgegengesetzten Seite. Das Molekül f passirt mit b und c gleichzeitig die Gleichgewichtslage, allein in entgegengesetzter Richtung sich bewegend.

Wenn zwei Aethertheilchen auf dem Wege eines Lichtstrahles um $^1/_2$ Wellenlänge von einander entfernt sind, so sind sie stets von gleichen aber entgegengesetzten Geschwindigkeiten afficirt. Dasselbe gilt von solchen Theilchen, die um $^3/_2$, $^5/_2$, $^7/_2$ u. s. w. Wellenlängen von einander abstehen.

Suchen wir auch dies in mehr mathematischer Form auszudrücken. Wenn Gleichung 1) die Vibrationsgeschwindigkeit eines Aethertheilchens b, Fig. 806, in einem bestimmten Momente ausdrückt, so ist

$$v = a \; sin. \; 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

die gleichzeitige Vibrationsgeschwindigkeit eines in der Richtung von A nach B um x Wellenlängen weiter liegenden Aethertheilchens, wenn λ die Wellenlänge bezeichnet. Der Werth von v wird aber gleich $a \, sin \left(2\pi \frac{t}{T}\right)$, wenn x ein ganzes Vielfaches von λ, also $\frac{x}{\lambda}$ eine ganze Zahl ist. Dagegen wird $v = - a . sin. \; 2\pi \frac{t}{T}$, wenn x ein ungerades Vielfaches von $^1/_2 \, \lambda$, also der Bruch $\frac{x}{\lambda}$ ein ungerades Vielfaches von $^1/_2$ ist.

Digitized by Google

Die **Wellenlänge** ist für verschiedenfarbige Strahlen nicht gleich; am grössten ist die Wellenlänge der rothen, am kleinsten die Wellenlänge der violetten Strahlen. Wir werden bald sehen, wie es möglich ist, die Wellenlänge der verschiedenfarbigen Strahlen mit grosser Genauigkeit zu bestimmen.

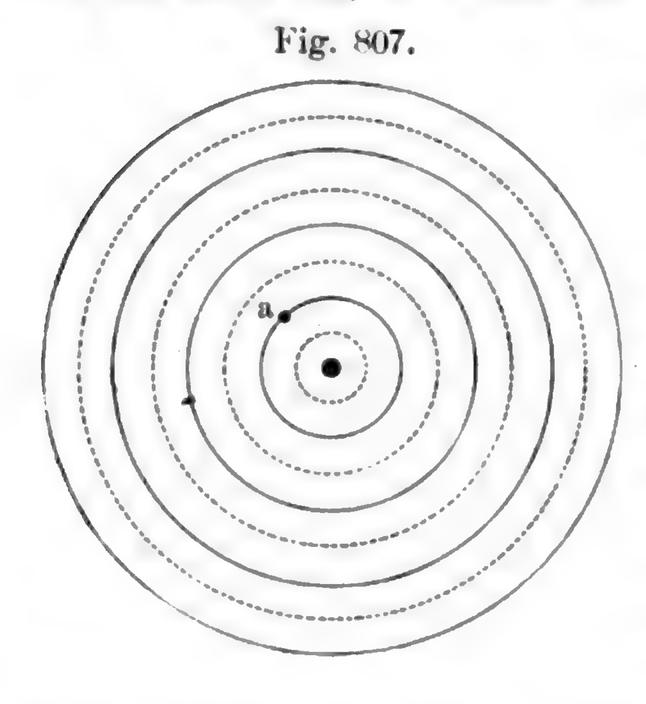
Mit der ungleichen Wellenlänge hängt auch die ungleiche Schwingungsdauer zusammen; die Vibrationen der violetten Strahlen sind die schnellsten, die der rothen dagegen die langsamsten.

Man sieht also, dass beim Lichte die Verschiedenheit der Farben der ungleichen Höhe und Tiefe der Töne entspricht.

Die **Intensität** des Lichtes hängt von der Vibrationsintensität, der Grösse der Oscillationsamplitude ab, und zwar ist sie der **lebendigen Kraft**, also dem **Quadrat der Geschwindigkeit**, proportional, mit welchem die Aethertheilchen ihre Gleichgewichtslage passiren. Da nun aber die Oscillationsamplitude in demselben Verhältniss ab- und zunimmt, wie die Geschwindigkeit, mit welcher die Aethertheilchen die Gleichgewichtslage passiren, so ist also auch **die Intensität eines Lichtstrahls dem Quadrate der Oscillationsamplitude der vibrirenden Aethertheilchen proportional.** Nach der Bezeichnung der obigen Gleichungen 1) und 2) wird also die Intensität des Lichtes gemessen durch a^2 oder durch b^2.

295 **Die Wellenoberfläche.** Von der Art und Weise, wie sich von einem leuchtenden Punkte aus die Lichtwellen ringsum verbreiten, kann man sich ein recht deutliches Bild machen, wenn man die Wellen betrachtet, welche auf der Oberfläche eines stillstehenden Wassers entstehen, wenn man einen Stein hineinwirft, und die wir auch schon oben betrachtet haben. Von der Stelle aus, an welcher der Stein in das Wasser einsank, verbreiten sich ringsum kreisförmige Wellen.

Fig. 807.



Das Fortschreiten dieser Wellen von dem Mittelpunkte der Bewegung aus rührt aber nicht daher, dass die einzelnen Wassertheilchen eine solche fortschreitende Bewegung haben; denn wenn ein leichter Körper, etwa ein Stückchen Holz, in dem Bereiche der Wellenbewegung auf dem Wasser schwimmt, so sieht man dasselbe nur auf- und niedergehen. Die Wassertheilchen an der Stelle, an welcher der Stein ins Wasser fiel, gehen abwechselnd auf und nieder, und diese Bewegung pflanzt sich ringsum mit gleicher Geschwindigkeit fort; alle Wassertheilchen also, welche gleichweit von dem Mittelpunkte entfernt sind, werden sich auch in gleichen Schwingungs-

Digitized by Google

zuständen befinden, d. h. sie werden gleichzeitig ihre höchste und gleichzeitig ihre tiefste Stellung erreichen, es werden sich also concentrische Wellenberge und Wellenthäler bilden, wie durch Fig. 807 anschaulich gemacht werden soll. Wenn für einen bestimmten Moment die ausgezogenen Kreise den Wellenbergen, die punktirten aber den Wellenthälern entsprechen, so werden die Wellenberge nach aussen hin in der Weise fortschreiten, dass nach einer kurzen Zeit gerade an den punktirten Stellen sich die Wellenberge befinden, die Thäler aber in den ausgezogenen Kreisen.

Sämmtliche Wassertheilchen, welche zwischen zwei auf einander folgenden Wellenbergen oder zwei Wellenthälern liegen, bilden eine Welle; die Wellenlänge aber ist die Entfernung von einem Wellenberge zum nächsten oder von einem Wellenthale zum folgenden. Während ein Wassertheilchen, etwa a, von seiner höchsten Stellung niedergeht und dann wieder bis zur Gipfelhöhe eines Wellenberges aufsteigt, wird der Wellenberg um eine Wellenlänge fortschreiten; bezeichnen wir mit v die Geschwindigkeit, mit welcher die Wellen fortschreiten, mit t die Schwingungsdauer, also die Zeit, welche während des Nieder- und Aufganges eines Wassertheilchens vergeht, so ist offenbar

$$\lambda = v \, . \, t,$$

wenn λ die Wellenlänge bezeichnet. Diese Beziehung zwischen Wellenlänge, Schwingungsdauer und Fortpflanzungsgeschwindigkeit findet auch bei den Lichtvibrationen statt.

So wie sich die Wasserwellen in concentrischen Kreisen um den Oscillationsmittelpunkt verbreiten, so verbreiten sich die Lichtvibrationen in concentrischen Kugelschichten um die Lichtquelle.

Die Gesammtheit aller Aethertheilchen, welche gleichzeitig von der Vibrationsbewegung ergriffen werden, die sich von einem leuchtenden Punkte aus verbreitet, bildet die Wellenoberfläche. In einem isotropen Mittel, d. h. in einem solchen, in welchem die Dichtigkeit und Elasticität des Aethers nach allen Seiten hin dieselbe ist, ist die Wellenoberfläche kugelförmig. Wir werden später sehen, welche Modificationen die Wellenoberfläche erleidet, wenn sie aus einem Medium in ein anderes von grösserer oder geringerer Aetherdichtigkeit übergeht, und wie sie sich in solchen Medien gestaltet, in welchen die Elasticität des Aethers nicht nach allen Richtungen dieselbe ist.

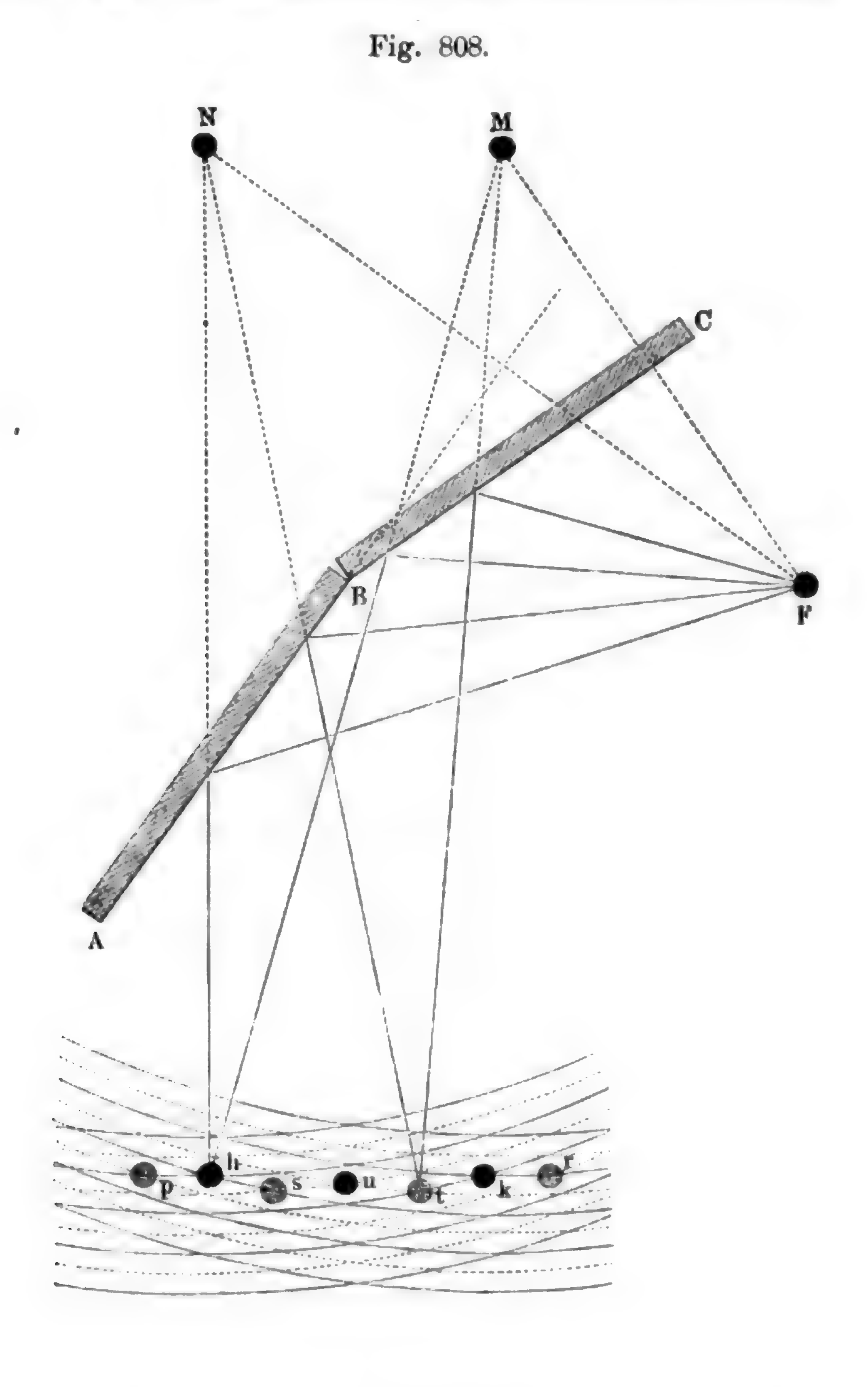
In hinlänglicher Entfernung von der Lichtquelle kann man ein nicht zu grosses Stück der Wellenoberfläche stets als eben betrachten.

Denken wir uns von irgend einem Punkte der Wellenoberfläche eine gerade Linie nach der Lichtquelle gezogen, so bilden die in ihrem Gleichgewichtszustande auf dieser Linie liegenden, rechtwinklig zu ihr vibrirenden Aethertheilchen einen elementaren Lichtstrahl. Ein optisch wirksamer Strahl besteht stets aus einem Bündel elementarer Strahlen, welche einer gemeinsamen Wellenoberfläche angehören.

Digitized by Google

296 **Erklärung des Fresnel'schen Spiegelversuchs.** Diese Principien reichen hin, die Fresnel'schen Interferenzstreifen zu erklären. Die von F, Fig. 808, ausgehenden Strahlen werden durch den Spiegel AB

Fig. 808.



so reflectirt, als ob sie von N ausgegangen wären. Betrachten wir zunächst den nach h reflectirten Strahl, so müssen alle Vibrationen, welche diesen Strahl fortpflanzen, rechtwinklig auf der Richtung Nh sein, ein Aethertheilchen in h wird etwa abwechselnd auf und nieder vibriren. Durch h ist nun ein Kreis um den Mittelpunkt N gezogen, und alle auf diesem Kreise liegenden Punkte werden durch die vom Spiegel AB reflectirten

Digitized by Google

Strahlen gleichzeitig in denselben Schwingungszustand versetzt, d. h. in demselben Augenblicke, in welchem das Theilchen h durch den in der Richtung Nh reflectirten Strahl aufwärts getrieben wird, sind die Aethertheilchen des bezeichneten Kreises in derselben Weise afficirt.

Ein zweiter Kreis ist um N durch den Punkt s gezogen; der Halbmesser dieses Kreises ist grösser, und zwar wollen wir annehmen, dass die Differenz der beiden Radien $^1/_2$ Wellenlänge betrage, so ist klar, dass alle auf diesem letzteren Kreise liegenden Aethertheilchen sich stets in Schwingungszuständen befinden, welche denen der Aethertheilchen auf dem zuerst besprochenen Kreise entgegengesetzt sind.

So sind nun noch mehrere Kreise um N gezogen, und zwar beträgt die Entfernung zwischen zwei auf einander folgenden ausgezogenen Kreisen eine ganze, die Entfernung zwischen einem ausgezogenen und dem nächstfolgenden punktirten Kreise $^1/_2$ Wellenlänge.

Eine ähnliche Reihe von Kreisen ist um den Punkt M gezogen, und aus diesen Kreisen ersieht man, in welchen Schwingungszustand die Aethertheilchen durch die vom Spiegel BC reflectirten Wellen versetzt werden.

Betrachten wir nun den Effect, welcher durch das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme hervorgebracht wird.

Der Punkt u liegt gleichweit von M und N entfernt, folglich wird das Aethertheilchen u durch die beiden Wellensysteme gleichzeitig nach derselben Seite hin getrieben; hier wird sich also die Wirkung der beiden Wellensysteme summiren, die Vibrationsintensität des Aethertheilchens u wird also doppelt so gross sein, als wenn es nur durch ein Wellensystem afficirt worden wäre.

Das Theilchen in s wird durch die vom Spiegel AB reflectirten Lichtwellen ebenso afficirt wie u, durch das andere Wellensystem aber gerade in entgegengesetzter Richtung, die Wirkung des einen Wellensystems wird also hier durch die des anderen aufgehoben, in s also wird Dunkelheit entstehen.

Ebenso wird in h und k, kurz in allen Punkten, in denen sich zwei ausgezogene oder zwei punktirte Kreise schneiden, das Zusammenwirken der beiden Wellensysteme eine Vermehrung der Lichtintensität zur Folge haben, während in allen Stellen, in welchen sich ein ausgezogener und ein punktirter Kreis schneiden, gar keine Vibrationen stattfinden, also Dunkelheit herrscht.

Fresnel hat mit der grössten Genauigkeit die Breite der Streifen, d. h. die Entfernung eines dunklen Streifens vom anderen, den Winkel, den die Spiegel mit einander machen, und die Entfernung der Lichtquelle gemessen, und konnte auf diese Weise zeigen, dass in der That die Strahlen, welche, von F ausgehend, durch den Spiegel AB nach h, nach s, t u. s. w. gelangen, ungleiche Wege zurückgelegt haben, dass die Differenz dieser Wege gleich ist, dass also $Nt - Ns = Ns - Nh$ u. s. w.

Diese Differenz, welche sich aus den Messungen berechnen lässt, ist aber nichts Anderes als die halbe Wellenlänge.

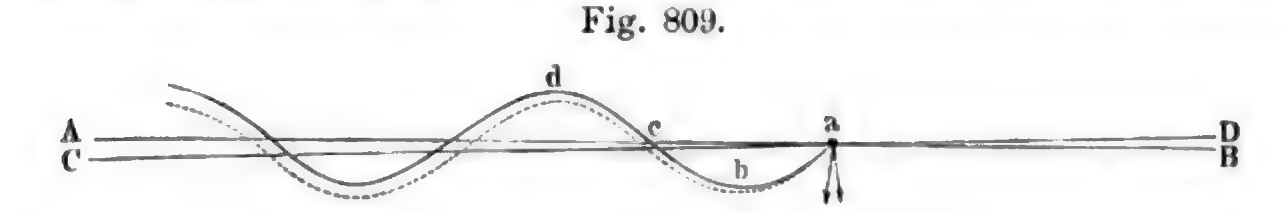
Digitized by Google

Betrachtet man die Streifen durch ein rothes Glas, so sind sie breiter, als wenn man ein blaues anwendet; daraus folgt aber, dass die Wellenlänge für die rothen Strahlen grösser ist als für die blauen. Ueberhaupt sind die Wellenlängen der farbigen Strahlen um so kürzer, je brechbarer diese Strahlen sind. Da die hellen und dunklen Streifen für die verschiedenfarbigen Strahlen nicht genau an dieselben Stellen fallen, so können die Streifen bei Anwendung von weissem Lichte auch nicht rein weiss und schwarz erscheinen, sondern sie müssen farbige Säume zeigen, die um so deutlicher werden, je breiter überhaupt die Streifen sind. Nähere Auskunft über diese farbigen Säume findet man weiter unten.

297 **Interferenz der Lichtstrahlen.** Durch den Fresnel'schen Spiegelversuch ist also das Princip der Interferenzen begründet. Dieses Princip ist für die physikalische Theorie des Lichtes von der grössten Wichtigkeit; wir wollen deshalb versuchen, dasselbe durch Zeichnungen möglichst anschaulich zu machen.

In Fig. 809 mögen die Linien AB und CD zwei elementare Lichtstrahlen darstellen, welche, von einer Lichtquelle ausgehend, auf verschie-

Fig. 809.



denen Wegen zu dem Punkte a gelangen, und sich hier unter einem sehr spitzen Winkel schneiden. Wenn der Weg, welchen der Lichtstrahl CD von der Lichtquelle bis zu dem Punkte a zurückgelegt hat, gerade eben so gross oder um 1, 2, 3 u. s. w. ganze Wellenlängen grösser ist, als der Weg, welchen der andere Strahl von der Lichtquelle bis zum Punkte a zurückgelegt hat, so werden die beiden Strahlen in a in der Weise zusammenwirken, wie es Fig. 809 darstellt.

Die Wellenlinie $abcd$ u. s. w. stellt für irgend einen Moment die gegenseitige Lage der Aethertheilchen dar, welche den Strahl in der Richtung AB fortpflanzen. Das Theilchen b hat eben seine äusserste Stellung unterhalb AB erreicht, das Theilchen a passirt eben die Gleichgewichtslage in der Richtung, welche der kleine Pfeil andeutet.

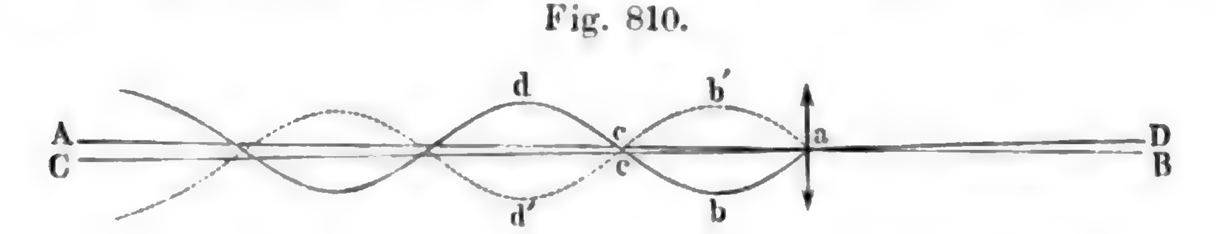
Die punktirte Wellenlinie zeigt uns den gleichzeitigen Oscillationszustand der Aethertheilchen, welche den Lichtstrahl CD fortpflanzen. Wenn beide Strahlen von der Lichtquelle bis zum Punkte a gleiche Wege durchlaufen haben, so wird das Theilchen a gleichzeitig durch die Vibration beider Strahlen auf dieselbe Weise afficirt werden; in dem durch unsere Zeichnung dargestellten Momente wird das Theilchen a durch das zweite Wellensystem ebenfalls nach unten getrieben; die Vibrationsintensität ist also doppelt so gross, als wenn seine Bewegung nur durch die Vibrationen des einen Lichtstrahles bedingt wäre.

Digitized by Google

In derselben Weise müssen sich auch die Vibrationen zweier Lichtstrahlen unterstützen, welche in einem Punkte zusammentreffen, wenn sie in ihrem Gange um irgend ein ganzes Vielfaches einer ganzen Wellenlänge von einander abweichen.

Fig. 810 versinnlicht das Zusammenwirken zweier Strahlen, von denen der eine dem anderen um eine **halbe** oder irgend ein **ungerades** Viel-

Fig. 810.



faches **einer halben Wellenlänge** vorausgeeilt ist. Durch die Vibrationen des einen Strahles (die ihm entsprechende Wellenlinie ist ausgezogen, während die dem anderen Strahle entsprechende punktirt ist) wird das Theilchen a in demselben Augenblicke nach oben getrieben, in welchem die Vibrationen des anderen Strahles dasselbe mit gleicher Kraft abwärts zu bewegen streben; die beiden entgegengesetzten Kräfte heben sich also auf, das Theilchen a bleibt in Ruhe.

Wir haben bisher nur diejenigen Fälle betrachtet, in welchen der Gangunterschied der interferirenden Strahlen ein ganzes Vielfaches einer Wellenlänge oder ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt. Wenn der Gangunterschied zwischen diese Gränzen fällt, so wird durch die Interferenz der beiden Strahlen auch eine Wirkung hervorgebracht, welche zwischen den Wirkungen der besprochenen Gränzfälle liegt, d. h. es wird keine vollkommene Vernichtung der Vibrationen, aber auch keine Verdoppelung der Vibrationsintensität eintreten können.

Betrachten wir die Sache etwas allgemeiner! Es sei

$$u = a \sin \left(2\pi \frac{t}{T}\right)$$

die Geschwindigkeit, mit welcher in einem bestimmten Momente ein Aethertheilchen durch einen und

$$v = a . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

die Geschwindigkeit, mit welcher dasselbe Aethertheilchen gleichzeitig durch einen zweiten Lichtstrahl afficirt wird, welcher mit dem ersten gleiche Vibrationsintensität hat, aber gegen denselben um x Wellenlängen zurückgeblieben ist, so ist die Geschwindigkeit des Theilchens unter dem gleichzeitigen Einfluss beider Strahlen

$$U = u + v = a \sin \left(2\pi \frac{t}{T}\right) + a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

oder

$$U = a \sin \alpha + a \sin (\alpha - \beta),$$

Digitized by Google

wenn man der Kürze halber α für $2\pi\frac{t}{T}$ und β für $2\pi\frac{x}{\lambda}$ setzt. Dieser letztere Werth von U lässt sich aber leicht umwandeln in

$$U = a\,(1 + \cos\beta)\sin\alpha - a\sin\beta\cos\alpha \quad . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Um zu erfahren, welches die Vibrationsintensität des fraglichen, unter dem Einfluss der beiden Strahlen vibrirenden Aethertheilchens ist, muss man die Gleichung bei 1) auf die Form

$$U = A \,.\, \sin(\alpha - \gamma) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

zu bringen suchen, wo dann A die gesuchte Vibrationsintensität ist.

Aus Gleichung 2) ergiebt sich

$$U = A \,.\, \sin\alpha \,.\, \cos\gamma - A \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin\gamma \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 3)$$

Setzen wir den Werth von U bei 1) gleich dem Werth von U bei 3), so ergiebt sich

$$A\cos\gamma = a\,(1 + \cos\beta) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 4)$$

$$A\sin\gamma = a \,.\, \sin\beta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 5)$$

Addirt man die Quadrate der Gleichungen 4) und 5), so kommt

$$A^2 = a^2\,(2 + 2\cos\beta)$$

also

$$A = a\sqrt{2 + 2\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 6)$$

Es wird $A = 2a$, wenn $x = 0$, $x = \lambda$, $x = 2\lambda$, $x = 3\lambda$ u. s. w. Wenn dagegen $x = \frac{1}{2}\lambda$, so wird

$$A = 0.$$

Denselben Werth erhält A auch für den Fall, dass $x = \frac{3}{2}\lambda$, $x = \frac{5}{2}\lambda$ u. s. w. Für $x = \frac{1}{4}\lambda$ wird

$$A = a\sqrt{2}.$$

Wir haben eben nur den einfacheren Fall betrachtet, dass die Vibrationsintensität der beiden interferirenden Strahlen dieselbe ist. Ist nun aber a die Vibrationsintensität des einen, b die des andern, also

$$u = a\sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right)$$

die Geschwindigkeit, mit welcher in einem bestimmten Moment ein Aethertheilchen durch den einen, und

$$v = b\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

die Geschwindigkeit, mit welcher dasselbe Aethertheilchen gleichzeitig durch den anderen Strahl afficirt wird, so ergiebt sich aus einer der obigen ganz entsprechenden Entwickelungsweise, dass die Vibrationsintensität A des resultirenden Strahles ist

$$A = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 7)$$

Ein Werth, welcher in den bei 6) übergeht, wenn $b = a$.

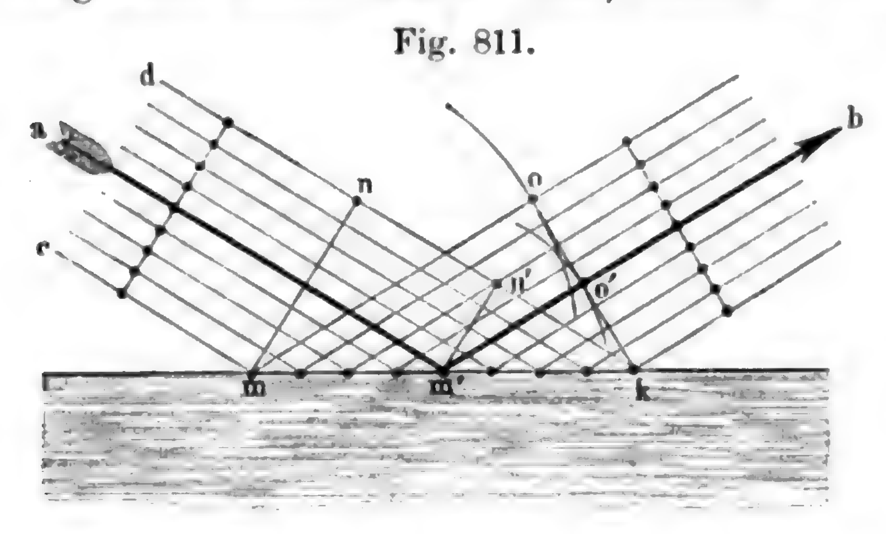
Digitized by Google

Erklärung der Spiegelung, der Brechung und der Dispersion des Lichtes durch die Vibrationstheorie. Wenn eine Lichtwelle auf irgend ein Medium trifft, in welchem die Elasticität des Aethers grösser oder kleiner ist als in dem Mittel, in welchem sie sich bis dahin fortpflanzte, so theilt sie sich in zwei Wellensysteme, von welchen das eine in das Mittel zurückgeht, welches bis dahin die Wellen fortpflanzte, während das zweite Wellensystem in das andere Mittel übergeht; die Richtung beider Wellensysteme weicht von der der einfallenden Wellen ab; das eine System erzeugt die reflectirten, das andere die gebrochenen Strahlen. 298

Betrachten wir zunächst die Reflexion etwas näher.

In Fig. 811 sei cm ein elementarer Lichtstrahl, welcher in m die Trennungsfläche zweier Medien trifft; durch die Vibrationen dieses Strahles wird nun offenbar das in m befindliche Aethertheilchen erschüttert; die Vibrationen des Aethertheilchens in m pflanzen sich aber nach allen Seiten hin fort, gerade so, als ob m selbst ein leuchtender Punkt wäre. Man sollte demnach meinen, dass sich von m aus nach allen Seiten hin Lichtstrahlen verbreiten würden; gewissermaassen ist dies auch der Fall, aber die Vibrationen eines einzigen elementaren Strahles bringen für sich allein noch keine Wirkung hervor; das, was wir einen Lichtstrahl nennen, besteht aus einer Reihe paralleler elementarer Strahlen, in welchen die entsprechenden Theilchen sich in gleichen Schwingungszuständen befinden, so dass sich ihre Vibrationen gegenseitig unterstützen.

Fig. 811.



Es sei nun am' ein zweiter, dk ein dritter elementarer Lichtstrahl, welcher von derselben Lichtquelle kommt; wenn diese Lichtquelle hinlänglich weit entfernt ist, so können die Strahlen cm, am', dk als parallel, und die durch m und n gehende Wellenoberfläche zwischen m und n als eben betrachtet werden. Diese ebene Welle wird nun in m zuerst, später in m' und noch später in k die trennende Oberfläche treffen. Während nun die ebene Welle von n bis k fortschreitet, verbreitet sich von dem schon früher getroffenen Punkte m aus eine sphärische Welle, deren Halbmesser mo der Entfernung nk gleich ist. Denken wir uns ferner $m'n'$ parallel mit mn gezogen, so wird die von m' ausgehende Elementarwelle eine Kugeloberfläche erreichen, deren Radius $m'o'$ gleich $n'k$ ist, während der obere Strahl von n' nach k geht. Auf dieselbe Weise werden nun von allen zwischen m und k liegenden Punkten elementare Kugelwellen

Digitized by Google

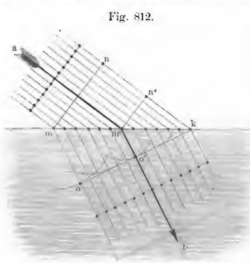
ausgehen, und eine Fläche, welche alle diese elementaren Kugelwellen gleichzeitig berührt, ist die reflectirte Welle.

Da sich nun mo und $m'o'$ verhalten wie mk und $m'k$, so ist klar, dass die Fläche ko, welche alle entsprechenden elementaren Kugelflächen berührt, eben ist. Diese reflectirte Welle schreitet nun parallel mit sich selbst fort, und die Richtung der Lichtstrahlen, welche sie erzeugt, ist rechtwinklig auf ok; das reflectirte Lichtbündel wird durch die elementaren, durch m, m' und k gehenden auf ok rechtwinkligen Strahlen und die dazwischen liegenden gebildet, welche sich gegenseitig unterstützen, also einen wirksamen Lichtstrahl bilden, weil die entsprechenden Aetherteilchen, wie etwa die durch eine Punktenreihe bezeichneten, sich stets in gleichen Schwingungszuständen befinden.

Das Dreieck mnk ist dem Dreieck mok gleich, denn mk ist beiden gemeinschaftlich, $nk = mo$ und der Winkel bei o gleich dem bei n, denn beide sind rechte; daraus folgt nun aber, dass der Winkel nkm gleich ist dem Winkel omk, d. h. dass die einfallenden und reflectirten Strahlen gleiche Winkel mit der spiegelnden Ebene machen. Das Spiegelungsgesetz ergiebt sich also als eine nothwendige Folge aus der Undulationstheorie.

Das Brechungsgesetz lässt sich auf ganz ähnliche Weise ableiten. Es sei in einem bestimmten Momente mn, Fig. 812, die Lage der einfallenden ebenen Welle; in demselben Momente, in welchem die ebene Welle in n ankommt, wird m der Mittelpunkt eines sphärischen Wellensystems, welches sich auch in dem anderen Mittel verbreitet; weil aber die Elasticität des Aethers in diesem zweiten Mittel eine andere ist, als in dem Mittel, in welchem sich die Lichtstrahlen bis dahin bewegten, so pflanzen sich die Lichtwellen in beiden Mitteln auch nicht mit gleicher Geschwindigkeit fort; während sich die einfallende Welle von n bis k fortbewegt, gelangt die von m ausgehende entsprechende Elementarwelle bis zu der Oberfläche einer Kugel, deren Radius mo kleiner ist als nk, wenn das zweite Mittel stärker brechend ist als das erste. Die einfallende ebene Welle kommt auch gleichzeitig in m' und n' an, und während sie von

Fig. 812.



Digitized by Google

n' bis k fortgeht, verbreitet sich die entsprechende elementare Welle von m' bis zu der Oberfläche einer Kugel, deren Halbmesser $m'o'$ sich zu mo verhält wie $n'k$ zu nk. Alle die von den verschiedenen, zwischen m und k liegenden Punkten ausgehenden sphärischen Elementarwellen, welche von derselben einfallenden ebenen Welle herrühren, werden also sämmtlich durch eine und dieselbe Ebene $ko'o$ berührt, und parallel mit dieser Ebene pflanzt sich die gebrochene Welle fort.

Die Längen nk und mo verhalten sich wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Lichtwellen in den beiden Mitteln, sie stehen also unter einander in einem constanten Verhältnisse; nehmen wir nun aber die Länge mk zur Längeneinheit, so ist

$$nk = \sin nmk \text{ und}$$
$$mo = \sin mko;$$

wir sehen also, dass der Undulationstheorie zufolge die Sinus der Winkel nmk und mko, d. h. die Sinus der Winkel, welche die einfallende und die gebrochene Welle mit der brechenden Fläche machen, in einem beständigen Verhältnisse stehen müssen. Es ist aber der Winkel, welchen die einfallende Welle mn mit der brechenden Oberfläche macht, gleich dem Einfallswinkel, der Winkel aber, welchen die gebrochene Welle ko mit der brechenden Fläche macht, gleich dem Brechungswinkel; folglich muss nach der Undulationstheorie der Sinus des Brechungswinkels zum Sinus des Einfallswinkels in einem constanten Verhältnisse stehen, was auch mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmt.

Diese Ableitung der Spiegelungs- und Brechungsgesetze ist schon von Huyghens entwickelt worden. Der Grundsatz, dass wirksame Lichtstrahlen zuerst durch das Zusammenwirken der Elementarstrahlen gebildet werden, ist nach ihm das Huyghens'sche Princip genannt worden.

Der gleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit hoher und tiefer Töne entsprechend, pflanzen sich auch in den Himmelsräumen sowohl wie in der atmosphärischen Luft die Strahlen aller Farben mit gleicher Geschwindigkeit fort, die Wellenlänge ist also der Schwingungsdauer proportional.

Dies ist nun aber für Medien von grösserer Aetherdichtigkeit (Wasser, Glas u. s. w.) nicht mehr der Fall. Beim Eintritt in dieselben erleiden die Aetherwellen, wie sich aus der Brechung des Lichtes ergiebt, eine Verkürzung; die stärkere Brechung der Strahlen von grösserer Vibrationsgeschwindigkeit beweist uns aber, dass dieselben eine verhältnissmässig bedeutendere Verkürzung erleiden als die von geringerer Vibrationsgeschwindigkeit. In dichteren Medien pflanzen sich also die Strahlen verschiedener Farben um so langsamer fort, je grösser ihre Vibrationsgeschwindigkeit ist. In Wasser oder in Glas z. B. pflanzen sich also die rothen Strahlen schneller als die grünen und diese wieder schneller als die violetten fort.

Nach Cauchy (Mémoire sur la dispersion de la lumière, Prag 1836) ist die Dispersion des Lichtes mechanisch dadurch zu erklären, dass die

Digitized by Google

Wirkungssphäre der einzelnen Aethertheilchen im Verhältniss zur Wellenlänge eine namhafte Grösse hat.

299 Geschwindigkeit des Lichtes in Luft und in Wasser.

Wie wir soeben gesehen haben, erfahren die Lichtwellen beim Eintritt aus Luft in ein stärker brechendes Medium, z. B. in Wasser, eine Verkürzung, für Wasser muss also der Vibrationstheorie zufolge die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes geringer sein als für Luft, während der Emissionstheorie zufolge, welche die Brechung durch eine Anziehung erklärt, welche die Atome der brechenden Substanz auf die Lichttheilchen ausüben, die Geschwindigkeit des Lichtes in Wasser grösser sein müsste als in Luft.

Schon im Jahre 1838 hat Arago den Weg angedeutet, wie man durch den Versuch direct entscheiden könnte, ob sich das Licht schneller in Luft oder in Wasser fortpflanze. Das Resultat dieses Versuchs würde dann also auch darüber entscheiden, ob man die Vibrationstheorie oder die Emanationstheorie aufgeben müsse.

Arago's Grundidee verfolgend, hat Foucault eine Vorrichtung construirt, mit Hülfe deren er die Frage zu Gunsten der Vibrationstheorie beantwortet hat (Annal. de chim. et de phys., 3. sér. Bd XLI, S. 129).

Ein Bündel Sonnenstrahlen, welches von dem Spiegel eines Heliostats reflectirt worden ist, dringt durch eine kleine quadratische Oeffnung bei A,

Fig. 813.

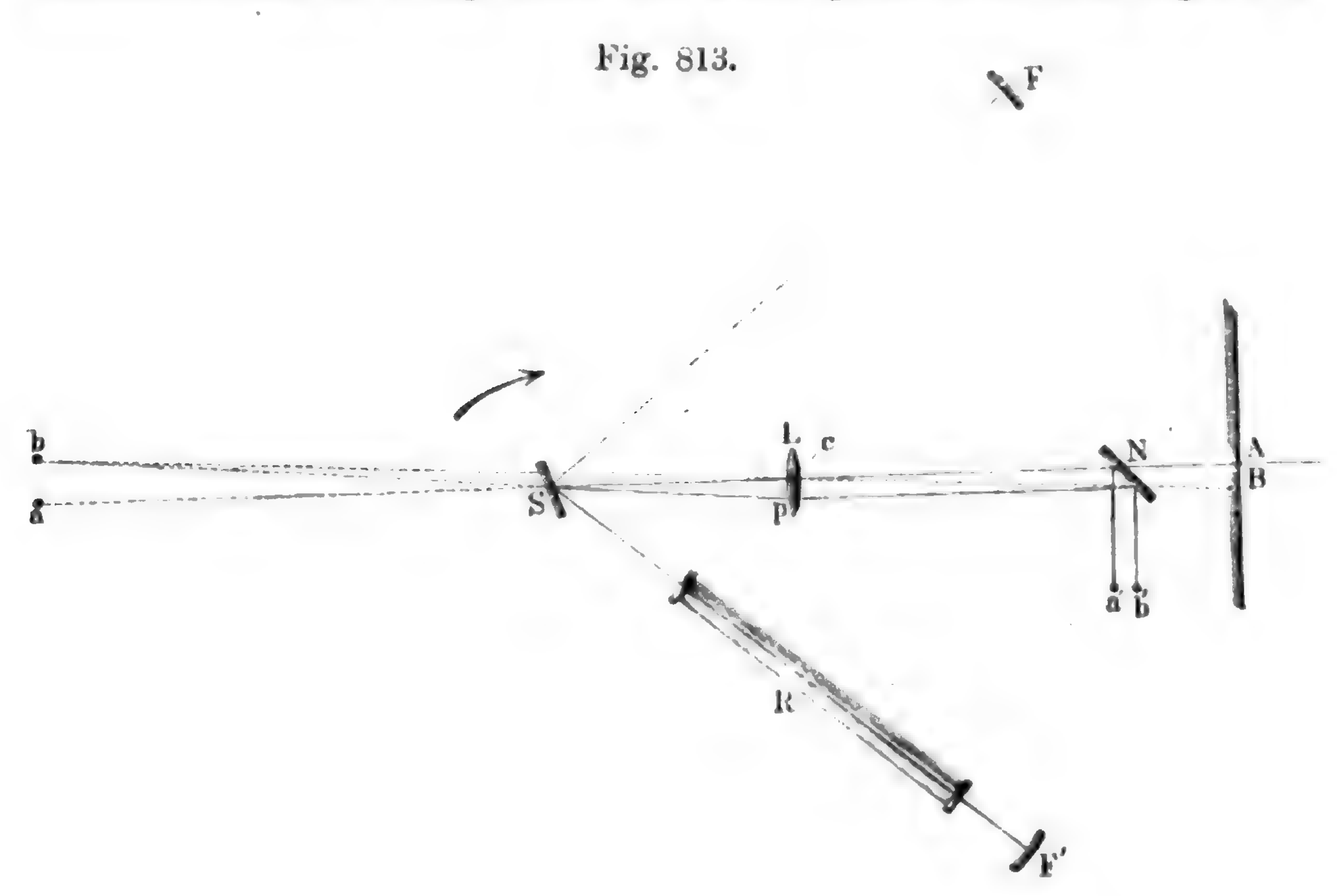


Fig. 813, in ein dunkles Zimmer ein und wird von einer Linse L aufgefangen, welche bei a ein Bild der quadratischen Oeffnung entwerfen würde,

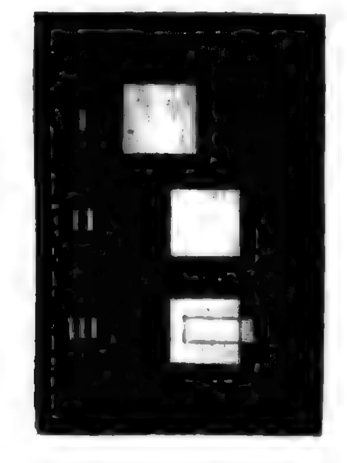
Digitized by Google

wenn die von der Linse austretenden Strahlen nicht unterwegs aufgefangen würden.

Nun aber befindet sich in einiger Entfernung von der Linse L ein verticaler Planspiegel S (die Ebene unserer Figur ist also eine Horizontalebene), welcher den nach a convergirenden Strahlenkegel so reflectirt, dass das Bild der quadratischen Oeffnung bei F entsteht ($SF = Sa$). Bei F aber ist ein kleiner Hohlspiegel angebracht, dessen Krümmungsmittelpunkt in der Mitte des Spiegels S liegt; demnach wird der von der Linse L kommende und nach der Reflexion auf S gegen F convergirende Strahlenkegel vom Hohlspiegel F so zurückgeworfen, dass der reflectirte Strahlenkegel mit dem einfallenden coincidirt. Nach einer zweiten Reflexion durch den Planspiegel S wird also der Strahlenkegel so divergiren, als ob er von a käme. Die von F zurückkehrenden und von S zum zweitenmale reflectirten Strahlen werden also durch die Linse L in A zu einem Bilde der quadratischen Oeffnung vereinigt, welches mit dem Object selbst zusammenfällt.

Die von der Linse gegen A convergirenden Strahlen treffen aber bei N auf eine Platte von Spiegelglas, welche sie so reflectirt, dass das Bild der quadratischen Oeffnung bei a' entsteht. In Fig. 814 mag Nr. I. in vergrössertem Maassstab das Bild darstellen, wie es unter den erwähnten Umständen in a' beobachtet wird.

Fig. 814.



Nun aber ist der Spiegel S, welchen wir bisher als ruhend betrachtet haben, so gefasst, dass er um seine verticale (in unserer Figur also zum Punkt verkürzte) Mittellinie **sehr** rasch und zwar in der Richtung des Pfeils umgedreht werden kann. Während jeder Umdrehung wird er also nur in einem Momente Strahlen nach dem Hohlspiegel F senden, das von N reflectirte Bild kann also bei jeder Umdrehung des Spiegels S nur einmal aufblitzen. Der Eindruck eines solchen Blitzes bleibt aber im Auge bis zum nächsten, und so combiniren sich die rasch auf einander folgenden Blitze zu einem constant erscheinenden, wenn auch etwas schwächer erleuchteten Bilde der quadratischen Oeffnung, welches jedoch in Folge der Rotation des Spiegels etwas von der Stelle verrückt erscheint, an welcher man es bei stillstehendem Spiegel S beobachten würde.

Diese Verrückung des Bildes erklärt sich aus folgender Betrachtung: Wenn in einem bestimmten Moment der rotirende Spiegel in die entsprechende Stelle kommt, so reflectirt er einen Strahlenkegel nach dem Hohlspiegel F. Während aber das Licht sich von S nach F und von F nach S zurück fortpflanzt, hat sich der Spiegel um einen kleinen Winkel x gedreht, und deshalb wird die Axe des von F nach S zurückkehrenden Strahlenkegels durch den Planspiegel S nicht wieder nach A hin, sondern

Digitized by Google

in einer Richtung Sp reflectirt, welche einen Winkel $2x$ mit der ursprünglichen Richtung SA macht.

Der vom Planspiegel S gegen die Linse L reflectirte Strahlenkegel divergirt also eben so, als ob er von einem Punkte b käme, welcher auf der Verlängerung von pS von S um eine Länge Sb absteht, welche gleich Sa und gleich SF ist. Die von b aus divergirenden und auf die Linse L fallenden Strahlen werden aber durch dieselbe nach B hin convergirend gemacht und durch den Spiegel N so reflectirt, dass das Bild der quadratischen Oeffnung bei b' entsteht.

Bei rascher Rotation des Spiegels S in der angegebenen Richtung erscheint also das von N reflectirte Bild der quadratischen Oeffnung von der Stelle, wo man es bei stillstehendem Spiegel S sehen würde, nach der rechten Seite hin verschoben, wie dies Nr. II in Fig. 814 andeutet.

Suchen wir nun die Grösse dieser Verschiebung zu bestimmen.

Bezeichnen wir den Weg, welchen das Licht in 1 Secunde zurücklegt (in Metern ausgedrückt) mit V, so ist die Zeit t, welche das Licht braucht, um sich von S nach F und von F zurück nach S fortzupflanzen:

$$t = \frac{2(e-l)}{V},$$

wenn die Länge ca gleich e und cS gleich l, also $SF = Sa = e - l$ ist. Wenn nun der Spiegel S in 1 Secunde n Umdrehungen macht, zu einer Umdrehung also $\frac{1}{n}$ Secunde gebraucht wird, so ist der Bogen φ, welchen ein Radius von der Länge 1 in der Zeit t beschreibt,

$$\varphi = 2\pi n t \text{ oder } \varphi = \frac{4\pi n (e-l)}{V},$$

wenn für t sein obiger Werth gesetzt wird.

Da nun aber der Winkel cSp, also auch bSa doppelt so gross ist, als der Winkel, um welchen der Spiegel S sich in der Zeit t dreht, so ist der Bogen dieses Winkels für den Radius 1 gleich 2φ, mithin ist der Bogen ab, den wir mit d bezeichnen wollen,

$$d = 2\varphi(e-l) = \frac{8\pi n (e-l)^2}{V}.$$

Bezeichnen wir die Verschiebung $a'b'$, welche gleich AB ist, mit δ und die Länge cA mit ε, so ergiebt sich aus der Vergleichung der Dreiecke AcB und acb

$$\delta = d\,\frac{\varepsilon}{e}$$

oder endlich

$$\delta = \frac{8\pi n (e-l)^2 \varepsilon}{V \cdot e}.$$

Bei Foucault's Versuchen war $\varepsilon = 3$ Meter, die Brennweite der Linse

Digitized by Google

war 1,9 Meter, also $e = 5{,}1818$ Meter; ferner von $l = 1{,}1818$ also $(e - l) = 4$ Meter. Da nun $V = 308\,000\,000$, so ergiebt sich für $n = 1000$

$$\delta = \frac{8 \cdot 3{,}1415 \cdot 1000 \cdot 16 \cdot 3}{5{,}1818 \cdot 308\,000\,000} = 0{,}0007558 \text{ Meter} = 0{,}7558 \text{ Millim.},$$

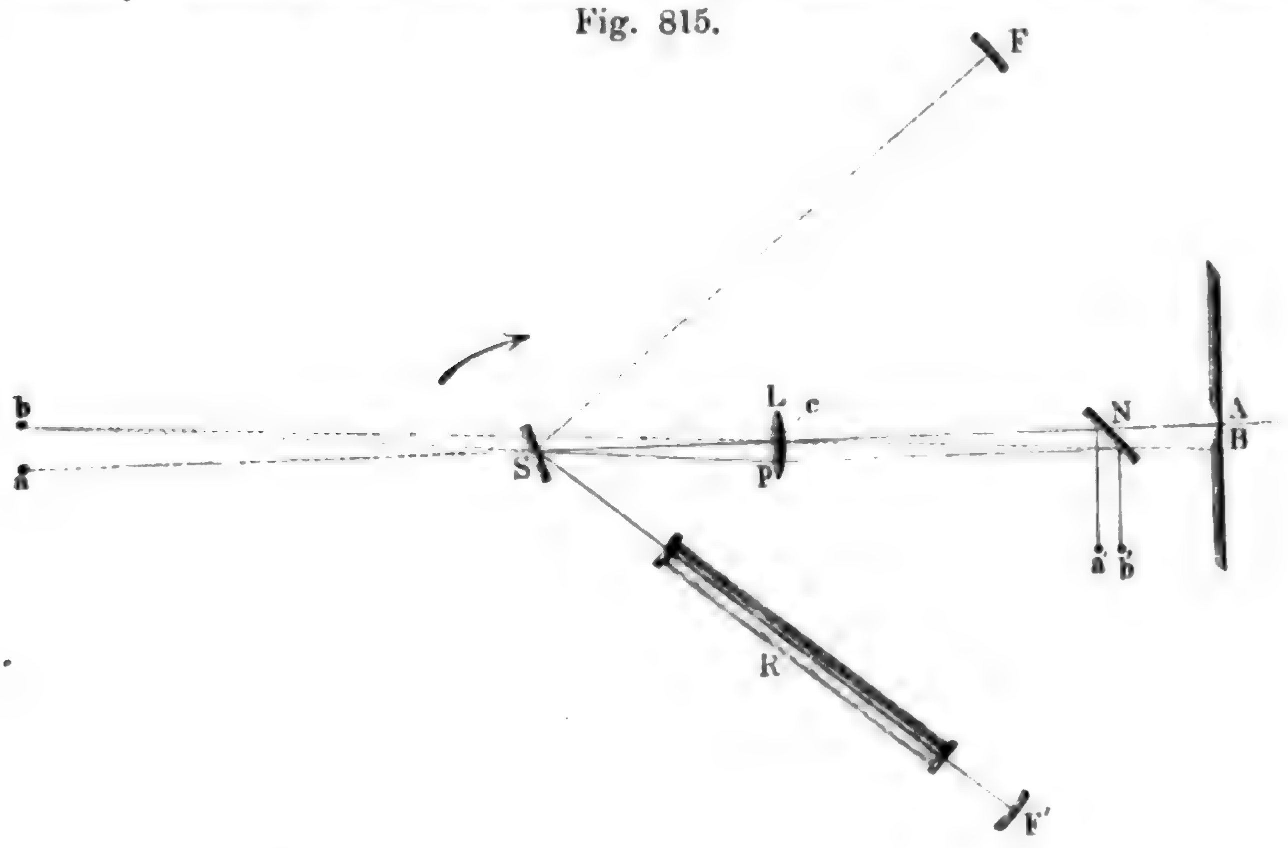
eine Grösse der Verschiebung, welche noch sehr gut beobachtet werden kann.

Um nun aber zu ermitteln, ob sich das Licht schneller in Luft oder in Wasser fortpflanze, wurde auf der anderen Seite von SA, Fig. 815, in F' symmetrisch zu F, ein zweiter jenem gleicher Hohlspiegel angebracht und zwischen S und F' eine 2 Meter lange mit Wasser gefüllte, an beiden Enden mit Glasplatten geschlossene Röhre aufgestellt.

Dieser zweite Hohlspiegel F' liefert nun ein zweites Bild der quadratischen Oeffnung A, welches mit der ersten vollständig zusammenfallen muss, wenn das Licht sich in Wasser eben so schnell, welches dagegen noch etwas weiter verschoben erscheinen muss als das erste, wenn das Licht sich in Wasser langsamer fortpflanzt als in Luft.

Um das von F' kommende Bild von demjenigen unterscheiden zu können, welches durch die Reflexion auf F erzeugt wird, ist in der Nähe

Fig. 815.



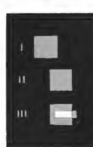
des Spiegels S auf dem Wege nach F' hin eine Art Blendung so angebracht, dass das obere und das untere Drittel der quadratischen Oeffnung dadurch verdeckt wird, also nur das mittlere Drittel des Bildes sichtbar bleibt, welches vom Spiegel F' herrührt.

Wird nun der Versuch bei der oben beschriebenen Anordnung ausgeführt, so erscheint das von dem Spiegel F' herrührende Bild in der Art, wie es Nr. III. in Fig. 816 (a. f. S.) andeutet, noch weiter verschoben als

Digitized by Google

das andere; die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ist also in der That für Wasser geringer als für Luft, ein Resultat, welches mit der Emanationstheorie unvereinbar ist.

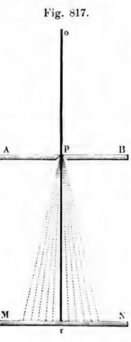
Fig. 816.



Für 1000 Umdrehungen geben 8 Meter Luft (2mal SF) eine Verschiebung des Bildes von 0,7558^{mm}; 4 Meter Luft würden also eine Verschiebung von 0,3779^{mm} geben. Da nun der Brechungsexponent aus Luft im Wasser $^4/_3$ ist, so wird also die Verschiebung, welche einen 4 Meter langen Weg durch Wasser (2mal die Länge der Röhre R) bewirkt, $^4/_3 \cdot 0{,}3779 = 0{,}5038^{mm}$ betragen. Das von F' herrührende schmale Mittelbild wird also um $0{,}5038 - 0{,}3779 = 0{,}1259^{mm}$ weiter verschoben sein als das Bild der ganzen quadratischen Oeffnung, welches von den durch den Hohlspiegel F reflectirten Strahlen herrührt.

300 **Die Beugungserscheinungen.** Es ist schon oben bemerkt worden, dass zuerst Grimaldi die Ablenkung beobachtete, welche die Lichtstrahlen bei ihrem Vorübergange an den Rändern undurchsichtiger Körper erleiden. Nach ihm wurden die Beugungserscheinungen besonders von Newton studirt; durch seine Bemühungen sowie durch die Untersuchungen mehrerer späteren Physiker wurden allerdings die empirischen Gesetze derselben ermittelt, allein erst Young, indem er die Diffractionsphänomene, durch die Wellentheorie zu erklären versuchte, fand einen inneren Zusammenhang dieser merkwürdigen Erscheinungen auf. Fresnel ging auf dem betretenen Wege weiter und entwickelte in seinem Mémoire sur la diffraction de la lumière eine Theorie der Beugungserscheinungen, welche durch Fraunhofer, Herschel und Schwerd noch weiter ausgebildet, ja wir können sagen vollendet wurde. Fresnel untersuchte und erklärte alle Beugungserscheinungen, welche durch einen ganz schmalen Spalt oder durch einen ganz schmalen undurchsichtigen Körper hervorgebracht werden, Fraunhofer bereicherte die Wissenschaft durch die Untersuchungen der durch Gitter hervorgebrachten Erscheinungen. Herschel begann die Phänomene zu untersuchen, welche sowohl durch eine als auch durch mehrere dreieckige, quadratische und kreisförmige Oeffnungen hervorgebracht

Fig. 817.



werden. Schwerd endlich gab eine vollständige Erklärung aller Beugungserscheinungen, welche man durch Oeffnungen von beliebiger Form, von beliebiger Zahl und gegenseitiger Stellung beobachtet.

Gehen wir nun zur näheren Betrachtung der Erscheinungen über.

Lässt man durch eine schmale verticale Spalte ein Bündel Sonnenstrahlen in horizontaler Richtung in ein dunkles Zimmer eintreten, fängt man dieses Strahlenbündel *o p*, Fig. 817, 2 bis 3 Meter von der Spalte mit dem Schirm *A B* auf, in welchem sich parallel mit der ersten eine ungefähr $^1/_2$ Linie weite Spalte befindet, so kann man das durch diese zweite Oeffnung hindurchgegangene Licht auf einem weissen Schirme *M N* in einiger Entfernung auffangen. Man sieht aber unter diesen Umständen nicht bloss einen einfachen weissen Streifen bei *r*, wie es der Fall sein müsste, wenn sich das Licht unbedingt nur in gerader Linie fortpflanzen könnte, sondern man sieht ausser einem hellen Streifen, der aber weit breiter ist als die Spalte bei *p*, zu beiden Seiten noch mehrere andere, durch dunkle Zwischenräume getrennte Lichtstreifen. Hinter der Spalte *p* breitet sich also das Licht nach den Seiten aus, wie unsere Figur andeutet.

Auf ähnliche Weise kann man die Streifen im Schatten schmaler Körper beobachten.

Fresnel ersann eine andere Beobachtungsmethode, welche die Streifen ungleich deutlicher und schärfer zeigt, als es bei dem Auffangen auf einem Schirme möglich ist; als Lichtquelle benutzte er die im Brennpunkte einer gewöhnlichen oder in der Brennlinie einer Cylinderlinse concentrirten Sonnenstrahlen und betrachtete die Beugungserscheinungen durch eine Loupe ganz in der Weise, die wir schon bei Versuchen mit den Interferenzspiegeln kennen gelernt haben.

Fraunhofer (Denkschriften der königl. Akademie der Wissenschaften zu München) setzte die beugende Oeffnung unmittelbar vor das Objectiv eines Fernrohres und sah durch dasselbe nach der Lichtquelle hin. Diese Beobachtungsmethode ist unstreitig die vollkommenste und gestattet zugleich eine sehr genaue Messung, von der weiter unten noch die Rede sein wird.

Die einfachsten Vorrichtungen zur Beobachtung der Beugungserscheinungen hat Schwerd (Die Beugungserscheinungen von F. M. Schwerd, Mannheim 1835) angegeben. Die wesentlichste Erleichterung besteht darin, dass er das dunkle Zimmer entbehrlich machte; einen Lichtpunkt liefert ihm ein innen geschwärztes Uhrglas oder ein Metallknopf, eine Lichtlinie ein innen geschwärztes Glasröhrchen.

Wenn die Oeffnungen sehr fein sind, so sieht man die Beugungserscheinungen schon sehr schön, wenn man die Oeffnung unmittelbar vor das Auge hält und nach dem Lichtpunkte hinschaut. Solche feine Oeffnungen kann man am leichtesten nach Schwerd's Angaben in Stanniolblättchen machen. Kreisförmige Oeffnungen macht man mit Hülfe einer feinen Nadel. Legt man ein Blättchen Stanniol auf

Digitized by Google

eine Glasplatte, so kann man mit der Spitze eines scharfen Federmessers einen kurzen feinen Spalt einschneiden; eine parallelogrammatische Oeffnung erhält man, wenn man zwei mit einem feinen Spalte versehene Stanniolblättchen quer über einander legt; um eine dreieckige Oeffnung zu erhalten, legt man drei Stanniolblättchen so auf einander, dass ihre Ränder nur eine sehr kleine dreieckige Oeffnung zwischen sich lassen.

Um die Stanniolblättchen gehörig zu schützen und bequem zum Versuche anwenden zu können, werden sie mit ihrem Rande auf einen Ring (Fig. 818 zeigt einen solchen ungefähr in $^1/_2$ der natürlichen Grösse) von Messingblech aufgeklebt.

Fig. 818.

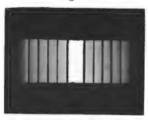
Auch die grösseren Oeffnungen, wie man sie zu den Versuchen mit dem Fernrohre anwendet, werden aus Stanniolblättchen ausgeschnitten, auch sie sind auf einen Ring von Messingblech geklebt und in einer Fassung von Holz befestigt, die an das Ende des Fernrohrs passt, durch welches man beobachten will.

Fig. 819 zeigt die Art und Weise wie man die Oeffnungen vor dem Fernrohre anbringt. *A* ist das Objectivende des Fernrohres, auf welchem ein Holzring *B* aufgesteckt wird, dessen innere Höhlung mit Leder ausgefüttert ist, damit der etwas konische Holzring *C* ganz genau hineinpasst. In diesen letzteren Holzring ist der Messingrahmen mit dem Stanniolblatte *d* eingelassen, in welches die Oeffnungen eingeschnitten sind.

Fig. 819.

Wenn man mit dem Fernrohre beobachtet, muss es so weit ausgezogen werden, dass man den Lichtpunkt deutlich sieht; auch bei der Beobachtung mit blossem Auge muss man den Lichtpunkt deutlich sehen, weshalb ein kurzsichtiges Auge mit einer Brille bewaffnet sein muss.

Fig. 820.



In Fig. 820 ist die Erscheinung abgebildet, welche man wahrnimmt, wenn man durch einen schmalen Spalt nach einer Lichtlinie hinsieht. und zwar für den Fall, dass man nicht weisses, sondern **einfarbiges** Licht anwendet, also z. B. durch ein rothes Glas sieht. In der Mitte der ganzen Erscheinung sieht man einen sehr hellen Streifen, dem zu beiden Seiten, immer durch dunkle Zwischenräume getrennt, andere folgen, deren Lichtstärke sehr merklich abnimmt, je weiter sie von der Mitte entfernt sind.

Es ist dies dieselbe Figur, welche auf dem Schirme erscheint, wenn

Digitized by Google

man den Versuch in der Weise anstellt, wie es durch Fig. 817 angedeutet wird.

Fig. 2 auf Tab. VII. stellt das Beugungsbild einer einfachen schmalen Spalte für homogenes Licht in vergrössertem Maassstabe dar.

Nach Fraunhofer nennt man diese Seitenbilder Spectra erster

Fig. 821.

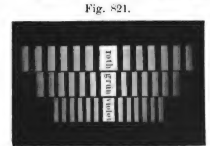
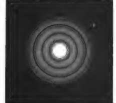


Fig. 822.

Ordnung. Sie werden um so schmäler, je weiter die Oeffnung ist, deshalb sind sie auch bei einigermaassen breiten Spalten mit blossem Auge nicht mehr sichtbar.

Für rothes Licht erscheinen diese Streifen breiter als für andere Farben. Fig. 821 zeigt, in welchem Verhältniss die Streifen schmäler werden und einander näher rücken, wenn man statt des rothen Lichtes grünes oder violettes anwendet.

Fig. 823.



Durch eine parallelogrammatische Oeffnung von der bei *o*, Fig. 822, dargestellten Form sieht man, nach einem Lichtpunkte hinschauend, die nebenbei abgebildete Beugungsfigur; durch eine kreisförmige Oeffnung einen hellen Fleck mit concentrischen Ringen umgeben, Fig. 823; durch eine dreieckige Oeffnung sieht man einen sechsseitigen Stern. Wir gehen hier auf die genauere Beschreibung der Phänomene nicht ein, weil sie sich ohnehin aus der Erläuterung derselben ergeben wird.

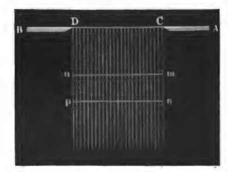
Erklärung der Beugungserscheinungen, welche man durch eine Oeffnung beobachtet. 301 Wenn das Licht von einem hinlänglich weit entfernten Punkte senkrecht auf die Ebene des Schirmes AB, Fig. 1, Tab. VII., fällt, in welchem sich die Oeffnung CD befindet, so kann man alle in dieser Oeffnung befindlichen Aethertheilchen als gleichweit von der Lichtquelle entfernt betrachten; alle diese Aethertheilchen befinden sich also in gleichen Schwingungszuständen. Jedes dieser Aethertheilchen pflanzt aber seine Vibrationen jenseits des Schirmes nach allen Seiten hin fort, als ob es ein selbstleuchtendes Theilchen wäre; die Stärke der Erleuchtung in irgend einem Punkte s eines zweiten Schirmes MN hängt also nur davon ab, welche Wirkung durch die Interferenz aller in s zusammentreffenden von den verschiedenen Punkten der Oeffnung CD ausgehenden elementaren Strahlen hervorgebracht wird.

Digitized by Google

Wenn man eine enge Spalte dicht vor das Auge hält, welches wir als fernsichtig annehmen wollen, so werden alle Strahlen, welche von den verschiedenen Punkten der Spalte einander parallel ausgehen, in einem Punkte der Netzhaut vereinigt; in diesem Falle also haben wir es mit Bündeln von Strahlen zu thun, welche unter sich parallel von der engen Oeffnung ausgehen. Auch wenn die Oeffnung vor dem Objective eines Fernrohres angebracht ist, werden alle diejenigen Strahlen zur Interferenz kommen, welche als ein Bündel paralleler Strahlen von der Oeffnung auf das Objectiv fallen; denn alle Strahlen eines solchen Bündels werden in der Brennweite des Objectivs in einem Punkte vereinigt; die sich hier bildende Erscheinung wird dann durch das Ocular betrachtet.

Wenn man die Beugungsfigur auf einem Schirme auffängt, ist die Entfernung des Schirmes MN, Fig. 1, Tab. VII., von AB so gross, im Vergleich zu der Breite des Spaltes (es ist z. B. die Entfernung der Schirme 2 Meter, die Breite des Spaltes $1/2$ Millimeter), dass man ohne merklichen Fehler die von C und D aus nach einem Punkte s des Schirmes convergirenden Strahlen auch hier als parallel annehmen kann; wir haben also nur zu untersuchen, unter welchen Umständen alle Elementarstrahlen eines von CD ausgehenden parallelen Strahlenbündels sich gegenseitig unterstützen oder vernichten.

Fig. 824.



Betrachten wir zuerst ein solches Strahlenbündel, welches sich rechtwinklig zu CD, also in der Richtung der einfallenden Strahlen auch jenseits der Oeffnung, fortpflanzt, wie dies in Fig. 824 der Fall ist. Da alle Aethertheilchen in CD sich in gleichen Schwingungszuständen befinden, so wird dies auch für alle Aethertheilchen der Fall sein, welche auf einer Linie mn, op u. s. w. liegen, die auf der Richtung der Strahlen rechtwinklig steht; die Strahlen dieses Bündels werden also, in unendlicher Entfernung zusammentreffend, sich gegenseitig unterstützen; ebenso werden die Strahlen dieses Bündels bei ihrer Vereinigung in einem Punkte der Netzhaut oder in der Brennweite des Objectivs eine Vibrationsintensität erzeugen, welche der Summe der Vibrationsintensitäten aller elementaren Strahlen gleich ist.

Um die Intensitätsverhältnisse des Beugungsbildes berechnen zu können, wollen wir uns die ganze Breite des Spaltes in 16 gleiche Theile getheilt denken und die Intensität eines Bündels paralleler Strahlen, welches von einem solchen Theile der Oeffnung ausgeht, mit a bezeichnen.

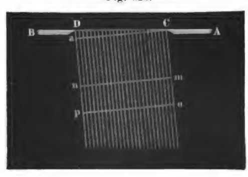
Digitized by Google

Die 16 elementaren Strahlenbündel, welche wie Fig. 824 rechtwinklig zur Spaltebene sich fortpflanzen und für welche der Gangunterschied gleich 0 ist, werden durch ihr Zusammenwirken eine Vibrationsintensität $16a$ hervorbringen, wir haben also für die Intensität I des Lichtes in der Mitte des Beugungsbildes den Werth

$$I = 16^2 a^2 = 256 a^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Betrachten wir nun das von der Beugungsspalte CD ausgehende Bündel paralleler Strahlen, welches wie in Fig. 825 so gegen die Ebene der Oeffnung geneigt ist, dass der Fusspunkt a eines von C auf den von D ausgehenden Strahl gefällten Perpendikels Ca gerade um eine halbe Wellenlänge von D entfernt, dass also $Da = \frac{1}{2}$ Wellenlänge ist, so werden die entsprechenden Punkte der von C und D ausgehenden Randstrahlen, wie m und n, o und p u. s. w. sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen befinden.

Fig. 825.



Um die Intensität des Lichtes zu ermitteln, welche diesem Strahlenbündel im Beugungsbilde entspricht, denken wir uns die Spaltöffnung CD wieder in 16 gleiche Theile getheilt und von jedem dieser Theile ein elementares Strahlenbündel von der Vibrationsintensität a nach der bezeichneten Richtung ausgehend. — Da der Gangunterschied der Randstrahlen $\frac{1}{2}$ Wellenlänge ist, so ist der Gangunterschied für je zwei dieser elementaren Strahlenbündel, welche unmittelbar neben einander liegen, $\frac{1}{32}$ Wellenlänge; für die Vibrationsintensität A, welche durch das Zusammenwirken zweier benachbarter elementaren Strahlenbündel erzeugt wird, haben wir also nach der Gleichung (6) auf Seite 750 den Werth

$$A = a \sqrt{2 + 2 \cos\ (11^0\ 15')} = a \sqrt{3{,}962} \quad \ldots \quad 2)$$

da ja hier $\beta = \frac{2\pi}{32} = \frac{180}{16} = 11^0\ 15'$ ist

Der Gangunterschied für zwei solcher nebeneinander liegenden Doppelbündel deren Vibrationsintensität wir mit A bezeichnet haben, beträgt $\frac{1}{16}$ Wellenlänge, und demnach ergiebt sich für die Vibrationsintensität B, welche durch das Zusammenwirken zweier neben einander liegender Doppelbündel, erzeugt wird,

$$B = A \sqrt{2 + 2 \cos\ (22^0\ 30')} = A \sqrt{3{,}848} \quad \ldots \quad 3)$$

da ja $\beta = \frac{2\pi}{16} = 22^0\ 30'$ wird, wenn $x = \frac{\lambda}{16}$ ist. Dieser Werth von B ist aber nichts anderes als die Vibrationsintensität, welche durch das

Digitized by Google

Zusammenwirken von 4 der elementaren, der Reihe nach neben einander liegenden Strahlenbündel erzeugt wird, von denen wir angenommen haben, dass ihrer 16 die Breite des Beugungsspaltes ausfüllen.

In gleicher Weise fortschliessend, ergiebt sich für die Vibrationsintensität C, welche durch das Zusammenwirken von 8 der Reihe nach neben einander liegenden elementaren Strahlenbündeln erzeugt wird,

$$C = B\sqrt{2 + 2\cos 45^0} = B\sqrt{3{,}414} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

und endlich für die Vibrationsintensität D, welche erzeugt wird durch das Zusammenwirken aller 16 elementaren Strahlenbündel, die von dem Beugungsspalte in der eben besprochenen Richtung ausgehen,

$$D = C\sqrt{2 + 2\cos(90^0)} = C\sqrt{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

Substituirt man für A seinen Werth $a\sqrt{3{,}962}$ in Gleichung 3), ferner den so erhaltenen Werth von B in Gleichung 4) und endlich den so erhaltenen Werth von C in Gleichung 5), so kommt

$$D = a\sqrt{3{,}962 \, . \, 3{,}848 \, . \, 3{,}414 \, . \, 2.}$$

Die Lichtintensität I_1, welche die Gesammtwirkung des ganzen Strahlenbündels in dem hier besprochenen Falle hervorbringt, ist also

$$I_1 = D^2 = 104{,}1\ a^2$$

oder wenn wir für a^2 seinen Werth aus Gleichung 1) substituiren,

$$I_1 = 0{,}406\ I \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

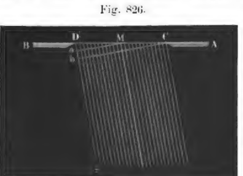
Dieser Werth von I_1 ist freilich nur ein angenäherter; man würde ihn genauer erhalten haben, wenn man dieselbe Schlussweise für den Fall durchgeführt hätte, dass die Breite des Spaltes von vornherein in 32 gleiche Theile getheilt gewesen wäre. Uebrigens ist der Näherungswerth in Gleichung 6) vollkommen genügend, da man mit Hülfe höherer Rechnung den genauen Werth

$$I_1 = 0{,}4053\ I \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

findet.

Dasjenige Bündel paralleler Strahlen also, welches mit der Ebene des Spaltes einen solchen Winkel macht, dass der Gangunterschied der Randstrahlen $^1/_2$ Wellenlänge beträgt, erzeugt also an der entsprechenden Stelle des Beugungsbildes eine Lichtstärke, welche sehr nahe 0,4 von der Lichtstärke in der Mitte des Beugungsbildes ist.

Fig. 826.



Ein Strahlenbündel, welches, wie in Fig. 826, so gegen die Ebene des Spaltes geneigt ist, dass der Gangunterschied Db der Randstrahlen zwei halbe Wellenlängen beträgt, kann man sich in zwei gleiche

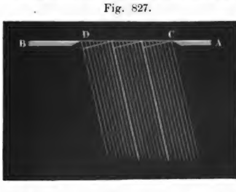
Digitized by Google

Theile getheilt denken; der von D ausgehende Randstrahl ist alsdann mit dem von der Mitte M ausgehenden in seinem Gange um $^1/_2$ Wellenlänge verschieden, beide Strahlen werden also ihre Wirkung gegenseitig vernichten; derselbe Gegensatz findet aber auch zwischen dem ersten, zweiten, dritten u. s. w. Strahle des von der einen Hälfte DM der Oeffnung ausgehenden Strahlenbündels und den entsprechenden Strahlen des von der anderen Hälfte MC ausgehenden Strahlenbündels statt, die Totalwirkung ist also in diesem Falle gleich Null.

In dem Punkte s des Schirmes MN, Fig. 1, Tab. VII., wird also, von der Mitte des Beugungsbildes aus gerechnet, der erste dunkle Streifen entstehen, wenn ein von D auf den Randstrahl Cs gefälltes Perpendikel ein Stück Ca abschneidet, welches gleich 1 Wellenlänge ist.

Gehen wir nun zur Betrachtung desjenigen von dem Spalt ausgehenden Bündels paralleler Strahlen aus, welches so gegen die Ebene des Spaltes geneigt ist, dass der Gangunterschied der Randstrahlen drei halbe Wellenlängen beträgt, so kann man sich das ganze Strahlenbündel in drei gleiche Theile getheilt denken, wie Fig. 827 zeigt, und es findet dann zwischen den entsprechenden Strahlen der beiden ersten Drittel ein vollkommener Gegensatz statt; sie vernichten sich also gegenseitig, und nur die Strahlen des letzten Drittels bringen eine Wirkung hervor. Die Vibrationsintensität, welche durch dieses letzte Drittel hervorgebracht wird, ist offenbar dreimal schwächer als die Vibrationsintensität in dem durch Fig. 825 dargestellten Falle. Daraus folgt aber, dass die gesammte Lichtintensität I_3, welche dasjenige Strahlenbündel im Beugungsbilde erzeugt, für welches der Gangunterschied der Randstrahlen $^3/_2$ Wellenlängen beträgt,

Fig. 827.



$$I_3 = {}^1/_9\ I_1 = 0{,}045\ I$$

ist.

Beträgt der Gangunterschied der Randstrahlen 4 halbe Wellenlängen, Fig. 828 (a.f.S.), so ist die Lichtintensität, welche durch das Zusammenwirken aller Strahlen dieses Bündels hervorgebracht wird, abermals Null.

Auf dieselbe Weise kann man weiter schliessen, und man wird finden, dass die Totalwirkung aller Strahlen eines gebeugten Bündels jedesmal 0 ist, wenn die Differenz im Gange der Randstrahlen ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt; so oft aber der Gangunterschied der Randstrahlen ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge ist, wird immer noch ein Theil der Strahlen zur Wirkung kommen, allein diese

Digitized by Google

Wirkung ist um so geringer, je grösser der Gangunterschied der Randstrahlen wird.

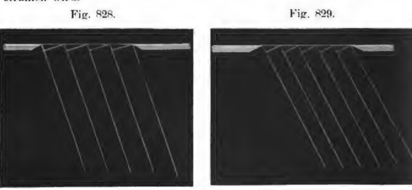


Fig. 828. Fig. 829.

Aus diesen Betrachtungen lässt sich nun leicht die ganze Erscheinung ableiten, wie man sie durch einen Spalt wahrnimmt.

Der Gangunterschied der Randstrahlen eines gebeugten Lichtbündels hängt offenbar von dem Winkel ab, den das gebeugte Strahlenbündel mit der Richtung der einfallenden Strahlen macht. So lange nun die Ablenkungswinkel klein sind, wie dies bei diesen Versuchen der Fall ist, kann man den Gangunterschied der Randstrahlen ohne merklichen Fehler dem Ablenkungswinkel proportional setzen, wenn also für einen Ablenkungswinkel b die Differenz im Gange der Randstrahlen 2 halbe Wellenlängen beträgt, so wird die Differenz im Gange der Randstrahlen 4 halbe, 6 halbe, 8 halbe u. s. w. Wellenlängen betragen, wenn der Ablenkungswinkel $2b$, $3b$, $4b$ u. s. w. ist.

Daraus folgt nun, dass in dem durch einen engen Spalt erzeugten Beugungsbilde in der Mitte ein heller Streifen sichtbar sein muss, auf welchen zu beiden Seiten eine Reihe heller und dunkler Streifen in der Weise auf einander folgen, dass je zwei Minima der Lichtstärke immer um gleiche Abstände von einander entfernt sind, wie dies auch in Fig. 2, Tab. VII. der Fall ist. Ist die Entfernung des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes auf jeder Seite gleich n, so ist die Entfernung des zweiten, dritten, vierten u. s. w. dunklen Streifens $2n$, $3n$, $4n$ u. s. w., also der Zwischenraum zwischen je zwei dunklen Streifen stets gleich n; die Entfernung des ersten dunklen Streifens auf der linken Seite von dem ersten auf der rechten ist dagegen gleich $2n$, da ja die Entfernung eines jeden von der Mitte des Bildes gleich n ist.

Zwischen je zwei dunklen Streifen liegen die hellen Stellen des Bildes. Alle Seitenspectra sind gleich breit, weil ja die sie begränzenden dunklen Streifen in gleichen Abständen auf einander folgen, nur das Mittelbild ist doppelt so breit als alle übrigen.

Man kann leicht die Entfernung der dunklen Streifen in dem auf einem Schirme aufgefangenen Beugungsbilde messen und sich

Digitized by Google

dadurch von der Richtigkeit der oben ausgesprochenen Behauptung überzeugen.

Als die Breite der Spalte CD Fig. 1, Tab. VII. 0,015″ und die Entfernung rm 93″ betrug, fand ich bei Anwendung vom rothen Lichte die Breite des Mittelbildes gleich 0,3″, und die Entfernung des ersten dunklen Streifens vom zweiten, des zweiten vom dritten u. s. w. gleich 0,15″.

Berechnung der Wellenlänge. Die eben besprochenen Verhältnisse enthalten alle Data, um danach die Länge der Lichtwellen zu berechnen. Offenbar sind die Dreiecke rms und CaD, Fig. 1, Tab. VII., ähnlich, und zwar verhält sich 302

$$rm : rs = Da : Ca,$$

wo Ca die Länge einer Lichtwelle ist, wenn s die Stelle des Beugungsbildes bezeichnet, wo von der Mitte an gerechnet der erste dunkle Streif entsteht. Alle übrigen Grössen dieser Proportion, nämlich rm der Abstand des Schirmes von der Spalte, rs die halbe Breite des Mittelbildes und Da, wofür man ohne merklichen Fehler CD, d. h. die Breite der Spalte setzen darf, können genau gemessen und, wenn diese Grössen bekannt sind, nach unserer Proportion der Werth von Ca berechnet werden.

Bei dem oben angeführten Versuche aber war $rs = 0{,}15''$, $rm = 93''$ und $CD = 0{,}015''$ und daraus ergiebt sich

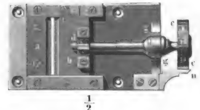
$$Ca = 0{,}0000242 \text{ Zoll},$$

und dies ist die Wellenlänge für rothes Licht.

Bei Anwendung von blauem Lichte war die Breite des mittleren Bildes $= 0{,}2''$, also $rs = 0{,}1''$, und daraus ergiebt sich die Wellenlänge für blaues Licht $= 0{,}0000161''$.

Unter den zur Berechnung der Wellenlänge nöthigen Messungen ist die der Breite der Spalte am schwierigsten. Um diese Breite mit möglichster Genauigkeit messen zu können, hat man der Beugungsspalte die in Fig. 830 dargestellte Einrichtung gegeben. Die Spalte wird durch zwei Stahlplatten gebildet, von denen die eine a auf einer hinter der Spalte durchbrochenen Messingplatte befestigt ist, während die zweite b durch eine Mikrometerschraube verschoben werden kann, so dass man innerhalb gewisser Gränzen der Spalte jede beliebige Breite zu geben im Stande ist. Um die Breite der Spalte genau messen zu können, muss man die Höhe eines Schraubenganges kennen und ferner muss der Kopf der Schraube mit einer Theilung versehen sein, welche gestattet, noch Unterabtheilungen einer ganzen Umdrehung abzulesen. Beträgt z. B. die Höhe eines Schraubenganges $^1/_2$ Mm. und ist ferner der Umfang der Trommel cc, welche den Kopf der Schraube bildet, in 20 gleiche Theile getheilt,

Fig. 830.



$\frac{1}{2}$

so kann man die Breite des Spaltes jedenfalls auf $^1/_{20}$ eines halben Millimeters, also auf $^1/_{40}$ Mm. genau bestimmen.

Die Breite solcher Spalten, welche nicht durch eine Mikrometerschraube veränderlich sind, wird wohl am besten unter dem Mikroskop gemessen.

Noch genauer als nach der eben angegebenen Methode lässt sich die Länge der Lichtwelle auf folgende Weise bestimmen:

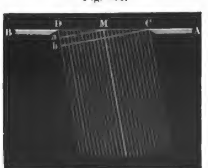
Wenn man den beugenden Spalt vor das Objectiv des Fernrohres eines Theodolithen bringt, welcher die Winkel noch bis auf eine Secunde angiebt, so kann man leicht die Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes messen; man stellt zu diesem Zwecke das Fernrohr zuerst so, dass der verticale Faden des Fadenkreuzes genau durch die Mitte des Beugungsbildes geht, und dreht es alsdann aus dieser Lage heraus, bis der erste, der zweite, der dritte u. s. w. dunkle Streifen mit jenem Faden zusammenfällt; die Winkelwerthe der Drehung werden am Nonius des horizontalen Theilkreises des Theodolithen abgelesen. Schwerd fand für einen Spalt, welcher 1,353 Mm. breit war, durch ein rothes Glas schauend, auf die angegebene Weise folgende Winkelabstände der dunklen Streifen von der Mitte des Bildes:

Für den 1sten dunklen Streifen . . .	1′ 41″
„ „ 2ten „ „ . . .	3′ 18″
„ „ 3ten „ „ . . .	4′ 55″
„ „ 4ten „ „ . . .	6′ 27″

In der That ist also der für den 2ten, 3ten, 4ten dunklen Streifen gefundene Winkelabstand nahe 2-, 3-, 4mal so gross als der Winkelabstand des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes. Als Mittel erhält man aus diesen Messungen für den Winkelabstand zweier auf eineinander folgenden dunklen Streifen den Werth 1′ 38,1″.

Aus diesen Messungen kann man ebenfalls sehr leicht die Länge einer Lichtwelle berechnen. Wenn Fig. 831 das gebeugte Strahlenbündel vorstellt, welches dem ersten dunklen Streifen entspricht, so muss die Entfernung $Db = \lambda$ sein, wenn man mit λ die Wellenlänge bezeichnet. Aus dem Dreieck DbC ergiebt sich aber

Fig. 831.



$$Db = DC \,.\, sin\ DCb$$

oder

$$\lambda = 1{,}353 \,.\, sin\ 1'\ 38''$$
$$= 0{,}000643 \text{ Mm.}$$

wenn man für die Spaltbreite DC und den Winkel DCb die von Schwerd gemessenen Werthe setzt.

Das von Schwerd zu diesem Versuche angewandte rothe Glas liess nur solche Strahlen durch, welche zwischen die Fraunhofer'schen schwarzen Streifen B und D

Digitized by Google

fallen; die Wellenlänge 0,000643 Mm. entspricht also ungefähr dem Roth, welches zwischen B und D in der Mitte liegt.

Da für die anderen farbigen Strahlen die dunklen Streifen des Beugungsbildes näher zusammenrücken, so findet man auch für die Wellenlänge dieser Strahlen kleinere Werthe als für das rothe Licht.

Kennt man einmal die Länge der Lichtwelle, so kann man auch leicht ihre Schwingungsdauer berechnen, da ja auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes bekannt ist. In einer Secunde pflanzt sich das Licht um 42000 Meilen oder (in runder Zahl die Meile zu 23000 Fuss gerechnet) um 11592 000 000 Zoll fort. Dividirt man diese Fortpflanzungsgeschwindigkeit durch die gleichfalls in Zollen ausgedrückte Wellenlänge, so erfährt man, wie viel Lichtschwingungen in einer Secunde gemacht werden. Für das mittlere rothe Licht ergeben sich auf diese Weise

$$\frac{11592\,000\,000}{0{,}00002541} = 456\,000\,000\,000\,000,$$

für violettes Licht aber

667 000 000 000 000

Schwingungen in der Secunde.

Breite und Intensitätsverhältnisse des Beugungsbildes. 303

Da nach den obigen Betrachtungen die Wellenlänge λ gefunden wird, wenn man die Breite g des beugenden Spaltes mit dem Sinus des Winkelabstandes b des ersten dunklen Streifens von der Mitte des Bildes multiplicirt, da also

$$\lambda = g \sin b,$$

so ist auch

$$\sin b = \frac{\lambda}{g},$$

d. h. der Sinus des Ablenkungswinkels für den ersten dunklen Streifen oder, was dasselbe ist, die Breite der Seitenspectra ist also der Breite der Spalte umgekehrt proportional. Für eine 2-, 3-, 4mal breitere Spalte werden also die Spectra 2-, 3-, 4mal schmäler werden.

Schwerd fand für die Breite der Spectra im rothen Lichte, bei Anwendung von Spalten verschiedener Breite, folgende Werthe:

Breite des Spaltes	Winkelbreite der Spectra
1,353	1′ 38,1″
1,274	1′ 45,7″
0,989	3′ 7,0″

In der That verhalten sich hier die Winkelbreiten der Spectra sehr nahe umgekehrt wie die Breite des Spaltes. Dieses Verhältniss zwischen der Breite der Spectra und des Spaltes war durch genaue Messungen älterer Physiker schon lange ausgemittelt worden, ehe man die Beugungserscheinungen überhaupt zu erklären wusste.

Nach den in §. 301 berechneten Resultaten ist über die Abscissenlinie AB, Tab. VIII, die Intensitätscurve der Beugungsfigur einer einfachen

Digitized by Google

Spalte, und zwar ist für die Intensität I in der Mitte des Beugungsbildes bei o die Ordinate gleich 1 Centimeter aufgetragen. Bezeichnen wir nun den Abstand des ersten Minimums rechts oder links von der Mitte des Bildes mit 1, so sind die Ordinaten in

$$\frac{1}{2} = 0,4\ I$$

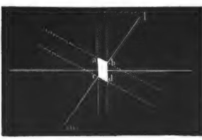
$$\frac{3}{2} = \frac{0,4}{9}\ I = 0,045\, I$$

aufzutragen. Bei $\frac{5}{2}$ (auf unserer Figur nicht mehr vorhanden) wäre dann $\frac{0,4}{25}\ I = 0,016\, I$ aufzutragen u. s. w.

Mit abnehmender Breite des Spaltes wird natürlich auch die ganze Erscheinung lichtschwächer. Die Oeffnungen, die man vor das Objectiv eines Fernrohrs setzt, können weit grösser sein als diejenigen, welche zur Beobachtung mit dem blossen Auge bestimmt sind, weil ja die Erscheinung durch das Ocular vergrössert gesehen wird; da aber die vergrösserte Oeffnung eine grössere Lichtstärke zur Folge hat, so bietet auch hierin wieder die Beobachtung durch das Fernrohr einen grossen Vortheil.

Im Wesentlichen erklärt sich auch nun die Erscheinung Fig. 822 S. 761, wie man sie durch eine parallelogrammatische Oeffnung wahrnimmt. Das Parallelogramm *abcd*, Fig. 832, bildet einen Theil eines verticalen Spaltes (und dieser Stellung des Parallelogramms entspricht unsere Beugungsfigur), es wird sich also offenbar eine horizontale Reihe von Spectren bilden; die Kanten *ab* und *cd* bilden aber einen Theil eines schrägstehenden Spaltes, und ein solcher wird eine Reihe von Spectren erzeugen, die in der auf der Richtung der Kanten *ab* und *cd* rechtwinklig stehenden Richtung *lm* auf einander folgen.

Fig. 832.



Wenn die Entfernung der verticalen Kanten von einander halb so gross ist, als die Entfernung der schrägen, so werden die horizontalen Spectren doppelt so breit werden als die schrägen.

Wir können hier nicht weiter auf die Erklärung dieser Erscheinung sowie derjenigen, welche durch dreieckige, kreisförmige u. s. w. Oeffnungen hervorgebracht werden, eingehen; denn wenn es auch möglich ist, die Grundsätze der Beugungserscheinungen elementar zu entwickeln, so ist doch bei complicirteren Fällen die Anwendung höherer Rechnung nicht zu entbehren; wir müssen in dieser Beziehung auf Schwerd's classisches Werk über die Beugungserscheinungen verweisen. (Die Beugungserschei-

Digitized by Google

nungen aus den Fundamentalgesetzen der Undulationstheorie analytisch entwickelt von F. M. Schwerd. Mannheim 1835.)

Wir haben bis jetzt nur von den Beugungserscheinungen geredet, wie sie bei Anwendung von homogenem Lichte beobachtet werden. Es ist schon mehrfach angeführt worden, dass die Spectra für die verschiedenen Farben nicht gleiche Breite haben, und daraus geht hervor, dass bei Anwendung von weissem Lichte die Maxima und Minima der Lichtstärke für die verschiedenen Farben nicht zusammenfallen; man wird also an keiner Stelle des Beugungsbildes vollkommene Dunkelheit sehen und an keiner Stelle, die Mitte ausgenommen, Weiss erblicken; überall sieht man Farbentöne, in welchen diejenigen Farben vorherrschen, welche an dieser Stelle gerade einen hellen Streifen bilden, während gerade die Farben fehlen, welche hier im Minimum sind. Die Aufeinanderfolge dieser Farbentöne ist ganz dieselbe wie die, welche wir bald bei den Newton'schen Farbenringen werden kennen lernen.

Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen. Wir haben bis- 304
her stillschweigend angenommen, dass nur gleichfarbige Strahlen interferiren, ungleichfarbige aber nicht; dass also rothe Strahlen weder mit gelben, noch mit grünen, noch mit blauen Strahlen interferiren. Die Richtigkeit dieser Annahme wird schon dadurch bestätigt, dass man in der That nirgends eine Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen wahrnimmt; aber auch theoretisch lässt sich der Grund davon leicht nachweisen. Zu diesem Zwecke wollen wir die analogen Erscheinungen bei der Interferenz der Schallwellen betrachten. Wir haben in der Lehre vom Schalle gesehen, dass, wenn nicht isochrone Schallwellen interferiren, ein abwechselndes Anschwellen und Nachlassen des Tones entsteht; etwas Aehnliches muss auch bei der Interferenz ungleichfarbiger Lichtstrahlen entstehen.

Wir haben aber ferner gesehen, dass die Anzahl der Stösse in jeder Secunde davon abhängt, wie viel Schwingungen der eine Ton in jeder Secunde mehr macht als der andere, und dass, wenn die Schwingungszahlen bei den Tönen sehr verschieden sind, die Stösse so rasch folgen, dass man sie nicht mehr unterscheiden kann.

Dies ist nun auch bei der Interferenz ungleichfarbiger Lichtstrahlen der Fall. Die mittleren rothen Strahlen machen 456, die mittleren violetten 667 Billionen Schwingungen in der Secunde; die violetten also 211 Billionen Schwingungen in der Secunde mehr als die rothen; die mittleren orangefarbenen Strahlen werden also ungefähr 30 Billionen Schwingungen in der Secunde mehr machen als die rothen; man sieht daraus, dass bei der Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen die Stösse so ungeheuer rasch folgen, dass das abwechselnde Stärker- und Schwächerwerden des Lichtes nicht unterschieden werden kann. Aber auch etwas den Combinationstönen Analoges kann hier nicht beobachtet werden. Die Interferenz der mittleren rothen und der mittleren violetten Strahlen bringt 211 Billionen Stösse in der Secunde hervor. Einzelne

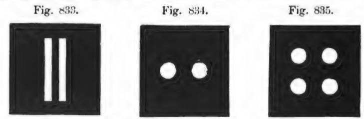
Digitized by Google

Stösse sind daher natürlich nicht zu unterscheiden; aber auch ihr Totaleindruck kann vom Auge nicht als eine besondere Farbe wahrgenommen werden, weil 430 Schwingungen in der Secunde die langsamsten sind, welche im Auge noch den Eindruck des Lichtes hervorbringen.

305 **Beugungserscheinungen, welche man durch mehrere neben einander liegende Oeffnungen beobachtet.** Wenn zwei oder mehrere gleiche beugende Oeffnungen neben einander stehen, so erscheint im Wesentlichen dieselbe Beugungsfigur, die man auch durch eine dieser Oeffnungen beobachtet haben würde; nur erscheint die Hauptfigur von vielen schwarzen Streifen durchschnitten. So beobachtet man z. B. das Beugungsbild Fig. 3, Tab. VII, durch zwei gleiche Spalten, welche so neben einander stehen, wie Fig. 833 zeigt, und welche um die Breite eines Spaltes von einander entfernt sind. Die Fig. 1, Tab. IX, zeigt die Erscheinung, wie sie durch zwei neben einander stehende kreisförmige Oeffnungen, Fig. 834, beobachtet wird; vier solcher Oeffnungen, deren Mittelpunkte ein Quadrat bilden, Fig. 835, bringen die Erscheinung Fig. 2, Tab. IX, hervor.

Betrachten wir zunächst die durch zwei Spalten hervorgebrachten Beugungserscheinungen, so sehen wir, dass die Spectra erster Ordnung,

Fig. 833. Fig. 834. Fig. 835.



welche eine solche Oeffnung hervorgebracht haben würde, durch diese schwarzen Streifen in kleinere Abtheilungen zerlegt erscheinen, welche Fraunhofer Spectra zweiter Classe nannte. Besonders scharf und deutlich treten diese dunklen Streifen im mittleren Theile der Beugungsfigur auf.

Suchen wir nun die Entstehung dieser schwarzen Streifen zu erklären.

Die Fig. I. auf Tab. VIII. stellt einen Schirm mit einer einzigen Spaltöffnung dar, welche eine Beugungsfigur liefert, deren Intensitätscurve, wie wir gesehen haben, über AB auf Tab. VIII. construirt ist.

Neben dieser ersten werde nun noch eine zweite, der ersten ganz gleiche Spalte angebracht, wie dies in Fig. II. der Tab. VIII. angedeutet ist, und zwar wollen wir zunächst annehmen, dass der Zwischenraum zwischen den beiden Spalten der Breite eines Spaltes gleich sei.

Solche Strahlenbündel nun, welche, wie die in unserer Figur dargestellten, in paralleler Richtung von den beiden Oeffnungen ausgehen, werden in einem und demselben Punkte der Netzhaut oder in einem

Digitized by Google

Punkte in der Brennweite des Fernrohrobjectivs vereinigt. Wenn nun die Ablenkung der gebeugten Strahlenbündel gerade eine solche ist, dass die Elementarstrahlen eines jeden Bündels sich schon unter einander selbst vernichten, so wird auch durch das Zusammenwirken der beiden Strahlenbündel kein Licht erzeugt werden können; die dunklen Stellen also, welche man im Beugungsbilde beobachtet, wenn bloss eine Oeffnung vorhanden ist, werden auch dunkel bleiben, wenn man eine zweite Oeffnung derselben Art neben der ersten anbringt.

Die hellen Streifen im Beugungsbilde einer Oeffnung werden hingegen durch das Hinzukommen der zweiten nicht unverändert bleiben können; denn es muss an gewissen Stellen der Fall eintreten, dass jedes der beiden Strahlenbündel für sich allein eine bestimmte Vibrationsintensität erzeugen, also eine helle Stelle im Beugungsbilde hervorbringen würde, dass aber zwischen den beiden Bündeln ein vollkommener Gegensatz stattfindet, so dass beide ihre Wirkung gegenseitig vernichten. Es ist demnach klar, dass durch das Hinzutreten der zweiten Oeffnung an solchen Orten dunkle Streifen entstehen können, welche im Beugungsbilde einer Oeffnung hell erschienen, also dunkle Streifen, welche in den hellen Partien des Beugungsbildes einer Spalte auftreten.

Wir wollen nun genau die Stellen bestimmen, an welchen diese neuen schwarzen Streifen auftreten.

Diejenigen Strahlenbündel, welche sich rechtwinklig zur Oeffnung, also ungebeugt, fortpflanzen, sind in ihrem Gange vollkommen übereinstimmend, sie werden sich also unterstützen, die Mitte des ganzen Bildes bleibt daher vor wie nach hell.

Von der Mitte des Bildes an gerechnet, wird durch die Interferenz der beiden Strahlenbündel das erste Minimum dann entstehen, wenn die entsprechenden Strahlen beider Bündel in ihrem Gange um $^1/_2$ Wellenlänge von einander verschieden sind, wenn also ein von c, Fig. II., Tab. VIII., auf den von e ausgehenden Randstrahl gefälltes Perpendikel cn den Randstrahl e in einem Punkte n trifft, welcher von e um $^1/_2$ Wellenlänge entfernt ist. Dasselbe Perpendikel trifft aber den Randstrahl d in einem Punkte i, welcher von d um $^1/_4$ Wellenlänge absteht. Die beiden Strahlenbündel werden sich also gegenseitig vernichten, wenn der Gangunterschied der Randstrahlen eines und desselben Strahlenbündels gerade $^1/_4$ Wellenlänge beträgt; die Ablenkung der Strahlenbündel ist also für diesen Fall 4mal kleiner als die Ablenkung des Strahlenbündels, welches den ersten dunklen Streifen erzeugt, wenn nur eine Oeffnung vorhanden ist.

Die Intensitätscurve der Beugungsfigur, wie sie sich unter den gegebenen Umständen für zwei Spalten gestaltet, ist auf Tab. VIII. über der Abscissenlinie FG construirt. Die neuen Minima fallen, wie eben nachgewiesen wurde, auf die Punkte $^1/_4$, $^3/_4$, $^5/_4$, $^7/_4$ u. s. w.; Maxima bleiben bei 0, $^1/_2$, $^3/_2$ u. s. w. Diese Maxima haben wir noch etwas näher zu betrachten.

Digitized by Google

Zwei parallele, von den beiden Spaltöffnungen ausgehende Strahlenbündel sind vollkommen harmonirend, wenn das Perpendikel *cn* auf dem von *c* gehenden Randstrahl ein Stück *en* abschneidet, welches gleich Null, oder gleich 1, 2, 3 u. s. w. ganzen Wellenlängen ist, also für die Stellen 0, $^1/_2$, $^3/_2$ u. s. w. des Beugungsbildes. Für den Fall der vollkommenen Harmonie ist aber die Vibrationsintensität, welche durch das Zusammenwirken der beiden Strahlenbündel erzeugt wird, doppelt so gross als die dem einzelnen entsprechende, die Lichtintensität also, welche durch das Zusammenwirken der beiden vollkommen harmonirenden Strahlenbündel erzeugt wird, ist 4mal so gross als die des einzelnen Bündels; in der über *FG* verzeichneten Intensitätscurve ist deshalb die Ordinate in den Abscissenpunkten 0, $^1/_2$, $^3/_2$ u. s. w. 4mal so gross aufgetragen als die Ordinate der entsprechenden Punkte der Intensitätscurve für die einfache Spaltöffnung.

306 **Gitterspectra.** Wenn zu den beiden eben betrachteten Spaltöffnungen noch zwei weitere gleich breite so hinzutreten, dass die Zwischenräume zwischen je zwei Spalten stets der Spaltenbreite gleich sind, wie dies in Fig. III, Tab. VIII, angedeutet ist, so werden, wie sich leicht nachweisen lässt, neue Minima in den Punkten $^1/_8$, $^3/_8$, $^5/_8$, $^7/_8$ u. s. w. auftreten. Dadurch wird aber fast alles Licht zwischen $^1/_8$ und $^3/_8$, ferner zwischen $^5/_8$ und $^{11}/_8$ verschwinden, während die übrig bleibenden Lichtstreifen bei 0, $^1/_2$, $^3/_2$ u. s. w. zwar immer schmäler, dabei aber auch immer lichtstärker werden. Die Lichtintensität an diesen Stellen ist 16mal so gross als die Lichtstärke an den gleichen Stellen im Beugungsbilde des einfachen Spaltes. In der über die Abscissenaxe *LN* auf Tab. VIII. construirten Intensitätscurve, welche dem Beugungsbilde der vier Spalten Fig. III. entspricht, sind deshalb die Ordinaten in 0, $^1/_2$ und $^3/_2$ sechzehn mal so gross aufgetragen als in entsprechenden Punkten der obersten Curve.

Man begreift nach dieser Auseinandersetzung leicht, wie die Lichtstreifen bei 0, die Reste der Spectra erster Classe bei $^1/_2$, bei $^3/_2$ u. s. w. immer schmäler und lichtstärker werden, und wie das Licht der zwischenliegenden Stellen immer mehr verschwindet, wenn man die Zahl der Oeffnungen vermehrt.

Dadurch erklären sich nun die zuerst von Fraunhofer (Denkschriften der Königl. Akademie der Wissenschaften zu München Bd. VIII) beobachteten Beugungserscheinungen, welche durch Gitter, d. h. durch eine Reihe paralleler schmaler Spalten, hervorgebracht werden. Setzt man ein solches Gitter vor das Fernrohr, sieht man alsdann nach einer Lichtlinie hin, welche den Spalten parallel ist, so beobachtet man bei Anwendung von homogenem Lichte, etwa wenn man durch das Gitter nach einer Spalte hinschaut, hinter welcher eine durch Lithium roth gefärbte Flamme steht, ausser einer hellen rothen Linie *O*, Fig. 836, welche die Mitte der ganzen Beugungsfigur bildet, zu beiden Seiten noch weitere,

Digitized by Google

isolirte rothe Linien R, R', R'' u. s. w., als Reste, welche in der Mitte der Spectra erster Classe, also in den Punkten $^1/_2$, $^3/_2$, $^5/_2$, Tab. VIII., mit verstärkter Lichtintensität übrig beiben.

Hätte man statt der rothen Lithiumflamme eine gelbe Kochsalz-

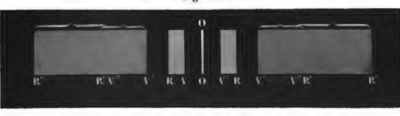
Fig. 836.

flamme angewandt, so würde man zunächst eine gelbe Mittellinie in O, zu beiden Seiten aber eine Reihe gelber Linien G, G', G'' u. s. w. an Stellen beobachtet haben, welche der Centrallinie O näher liegen als die entsprechenden rothen Linien R, R', R'' u. s. w.

Für eine homogen violette Lichtquelle würde man ausser der centralen Linie in O noch violette Linien in V, V', V'' u. s. w., Fig. 836, gesehen haben.

Wenn man weisses Licht anwendet, so gehen die Bilder stetig in einander über, d. h. man sieht zwischen R und V, zwischen R' und V', zwischen R'' und V'' in ununterbrochener Folge eine Reihe von Lichtstreifen verschiedener Farben, welche in derselben Ordnung auf einander folgen, wie die Farben des prismatischen Farbenbildes, und also förmliche Spectra (im gewöhnlichen Sinne des Wortes) bilden, wie dies Fig. 837

Fig. 837.



darstellt. Die zu beiden Seiten der weissen Mittellinie OO zunächst folgenden Spectra $R\,V$ stehen ganz frei auf schwarzem Grunde, dagegen greift das rothe Ende des zweiten Spectrums $R'\,V'$ noch auf das violette Ende des dritten $R''\,V''$ über.

Die Aufeinanderfolge der Farben in diesen Spectren ist genau dieselbe, wie beim prismatischen Spectrum, nur ist, wie im nächsten Paragraphen näher erörtert werden soll, die Vertheilung der Farben beim Gitterspectrum eine andere.

Die Farben solcher Gitterspectra werden sich um so mehr den rein prismatischen nähern, je mehr man die Zahl der neben einander stehenden Spalten vermehrt und je feiner man die einzelnen Spalten macht;

Digitized by Google

bei hinlänglicher Feinheit der Gitter werden diese Spectra rein genug, um die Fraunhofer'schen Linien erkennen zu lassen. Einige dieser Linien sieht man mit Hülfe des Fernrohrs schon durch ein Drahtgitter mit 90, sehr viele aber schon durch ein Gitter mit 200 bis 300 Oeffnungen auf einen Zoll.

Die Gitter zu diesen Versuchen erhält man, wenn man die cylindrischen Theile von Stecknadeln parallel neben einander und in gleichen Entfernungen auf einen viereckigen messingenen Rahmen befestigt; feinere Drahtgitter verfertigte Fraunhofer, indem er auf den gegenüberstehenden Enden eines solchen Rahmens die Gänge einer feinen Schraube einschnitt und zwischen diesen Gängen feine Metalldrähte ausspannte; die feinsten Gitter erhielt er, indem er auf ein mit Goldblättchen belegtes Planglas mit Hülfe einer Theilmaschine Parallellinien radirte, oder solche Linien mit einem Diamant in ein Planglas einschnitt.

Ganz ausgezeichnete Gitter der letzteren Art werden von Nobert (Barth in Pommern) verfertigt. Die mit Diamant in Glas eingeschnittenen Linien haben eine Länge von 1 Zoll und sind so nahe neben einander gezogen, dass der Abstand von der Mitte der einen bis zur Mitte der nächsten 0,01''' bis 0,001''' (altfranzösisches Maass) beträgt, dass also auf die Breite von 1 Pariser Linie bei den gröberen Gittern 100, bei den feinsten 1000 Diamantstriche neben einander liegen. Die Gesammtbreite der Nobert'schen Gitter beträgt 4 bis 12 Pariser Linien.

Durch feinere Gitter sieht man die Spectra schon sehr schön mit blossem Auge, ja man kann durch hinlänglich feine Gitter auf diese Weise selbst mehrere der Fraunhofer'schen Linien erkennen.

Um die Spectra der Beugungsgitter mit dem Fernrohr zu beobachten und Messungen mit demselben auszuführen, kann man das Gitter entweder unmittelbar vor dem Objectiv des Beobachtungsfernrohrs befestigen (etwa in der §. 300 besprochenen Art), so dass das Gitter gleichzeitig mit dem Fernrohr gedreht wird; oder man kann das Gitter in der Weise feststellen, dass es an der Drehung des Fernrohrs keinen Antheil nimmt, wie dies z. B. der Fall ist, wenn man das Gitter auf dem Tischlein M, Fig. 572 S. 509, des Babinet'schen Goniometers aufstellt. In ihren Resultaten sind beide Beobachtungsarten ganz gleich.

Aus den Erscheinungen, welche man durch einfache Gitter beobachtet, erklärt sich auch die schöne, durch Tab. X. dargestellte Erscheinung, welche man sieht, wenn man vor dem Objective des Fernrohrs zwei Drahtgitter kreuzt und nach einem Lichtpunkte sieht. Die Mitte der Erscheinung nimmt das weisse Bild des Lichtpunktes ein, welcher von einer Menge von Farbenbildern umgeben ist, die ihr violettes Ende nach innen kehren.

Aehnliche Erscheinungen beobachtet man, wenn man ein Stück Mousselin, Flor, Drahttuch oder Seidenband vor das Fernrohr bringt. Auch die schönen Farbenbilder, welche man sieht, wenn man durch die Fahne einer Vogelfeder (besonders gut dazu sind die Flügel- oder Schwanzfedern

Digitized by Google

kleiner Vögel) nach einem Lichtpunkte sieht, gehören hierher. Ebenso ist die Glorie von mehreren farbigen Ringen, welche man um die Flamme eines Kerzenlichtes erblickt, wenn man nach demselben durch ein mit einem feinem Staube, etwa mit Semen lycopodii, bestreutes Glas sieht, eine Beugungserscheinung.

Feine Gitter zeigen bei reflectirtem Lichte ähnliche Farbenerscheinungen wie bei durchgelassenem; dadurch erklärt sich das schöne Farbenspiel fein gestreifter Oberflächen, z. B. der Barton'schen Irisköpfe, der Perlmutter u. s. w.

Genauere Untersuchung der Gitterspectra. Fig. 838 stelle eine Reihe paralleler Elementarstrahlen dar, wie solche sich von 307

Fig. 838.

den Spalten eines Gitters aus nach allen Seiten verbreiten. Ein solches Bündel paralleler Elementarstrahlen wird nun, wenn es durch die brechenden Medien des Auges oder durch eine Linse in einem Punkte vereinigt wird, eine helle Linie bilden, wenn für die Büschel, welche durch zwei benachbarte Spalten gegangen sind, die bereits in §. 305 erwähnte, durch Fig. 839 erläuterte Bedingung erfüllt ist, dass cn ein Ganzes Vielfaches einer Wellenlänge beträgt. Bezeichnen wir die Entfernung ce, Fig. 839, d. h. die Summe der Breite eines Spaltes und eines Zwischenraumes mit b, die Winkel, welche die Strahlen des ersten, zweiten, dritten Maximums mit der Normalen der Gitterebene machen, mit x, y und z, mit λ endlich die Wellenlänge, so haben wir

$$\lambda = b \,.\, sin\, x \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

für solche elementare von den Gitterspalten herkommende Strahlenbündel, welche das erste Seitenspectrum zu Stande bringen.

Für das zweite und dritte Spectrum gelten dann die Bedingungsgleichungen

$$2\lambda = b \,.\, sin\, y$$
$$3\lambda = b \,.\, sin\, z.$$

Demnach liegt jede einzelne Stelle des zweiten Seitenspectrums doppelt so weit von der Mitte des Bildes ab, als die entsprechende Stelle des ersten. Wenn nun in dem speciellen in Fig. 836 dargestellten Fall R' und V' dreimal so weit von OO entfernt sind als R und V, wenn also gleichsam das zweite Seitenspectrum ausfällt, so rührt dies daher, dass für ein Gitter, bei welchem die einzelnen Spaltöffnungen genau

Digitized by Google

eben so breit sind als die Zwischenräume (und auf diesen Fall bezieht sich ja Fig. 836), jedes einzelne der Strahlenbündel, welche durch ihr Zusammenwirken das zweite Spectrum liefern sollten, schon ausgelöscht ist, oder mit anderen Worten, dass in diesem Fall das zweite Gitterspectrum gerade an die Stelle des ersten Minimums für die einzelne Spaltöffnung fällt.

Fig. 839.

Bleiben wir zunächst bei der Betrachtung des ersten Spectrums stehen. Aus Gleichung 1) folgt

$$sin\, x = \frac{\lambda}{b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Der Werth von $sin\, x$ in Gleichung 2) ist bei unverändertem Werth von λ um so grösser, je kleiner b wird. Der Abstand der Spectra von der Mitte 0 des Gesammtbildes Fig. 837 sowohl, als auch die Breite dieser Spectra wächst demnach in demselben Verhältniss, in welchem das Gitter feiner wird.

Für denselben Werth von b, also für dasselbe Gitter wächst ferner $sin\, x$ der Wellenlänge λ proportional; da nun aber die Wellenlänge für die violetten Strahlen am kleinsten, für die rothen am grössten ist, so folgt aus 2), dass das violette Ende der Gitterspectra nach innen, das rothe nach aussen gekehrt ist.

So fand z. B. Fraunhofer bei Anwendung eines Gitters, für welches $b = 0{,}02342'''$, den Winkelabstand x im ersten Seitenspectrum

für die dunkle Linie D $x = 38'\ 19''$
„ „ „ „ H $x = 25'\ 44''$

während sich bei Anwendung eines Gitters, für welches $b = 0{,}09354'''$, ergab

für D $x = 9'\ 35{,}5''$
„ H $x = 6'\ 24''$.

Da die Grössen b und x mit grosser Genauigkeit ermittelt werden können, so bieten die Gitterspectra ein ausgezeichnetes Mittel zur Bestimmung der Wellenlänge verschiedenfarbiger Strahlen. So ergiebt sich z. B. aus den eben angeführten Fraunhofer'schen Messungen für die Wellenlänge von D

$\lambda = 0{,}02342\ .\ sin\ 38'\ 19'' = 0{,}0026103'''$
und $\lambda = 0{,}09354\ .\ sin\ \ 9'\ 35{,}5'' = 0{,}0026090'''$

also im Mittel $\lambda = 0{,}0026096'''$
oder $\lambda = 0{,}005888$ Mm.

Digitized by Google

Nach dieser Methode fand **Fraunhofer** folgende Werthe für die Wellenlänge der dunklen Hauptlinien des Spectrums:

B	.... 0,0006897mm	=	0,00002541	Zoll
C	 0,0006559	=	0,00002422	„
D	 0,0005888	=	0,00002175	„
E	 0,0005265	=	0,00001945	„
F	 0,0004856	=	0,00001794	„
G	 0,0004296	=	0,00001587	„
H	 0,0003963	=	0,00001464	„

Angström (Pogg. Annal. CXXIII) und **Ditscheiner** (Sitzungsber. d. Wiener Akad. L.) haben die Wellenlänge einer grösseren Anzahl **Fraunhofer**'scher Linien mit grosser Genauigkeit bestimmt. Für die Hauptlinien fanden sie folgende Werthe:

	Angström			Ditscheiner
B	 0,00002540	Par.	Zoll	0,0006871mm
C	 0,00002426	„	„	0,0006559
D	 0,00002180	„	„	0,0005894
E	 0,00001948	„	„	0,0005269
F	 0,00001797	„	„	0,0004860
G	 0,00001592	„	„	0,0004309
H	 0,00001467	„	„	0,0003967

Die für *D* und *H* gegebenen Zahlen beziehen sich auf diejenige der mit diesen Buchstaben bezeichneten Linie, welche am wenigsten brechbar ist.

Um die Wellenlänge für die hellen Spectralstreifen einiger farbiger Flammen zu bestimmen, wandte ich ein **Nobert**'sches Gitter an, welches 2001 Diamantstriche auf die Breite von 4 Pariser Linien hat, für welches also $b = 0{,}002'''$ ist.

Zur Messung der Winkel x, y und z wandte ich das **Babinet**'sche **Goniometer** in folgender Weise an.

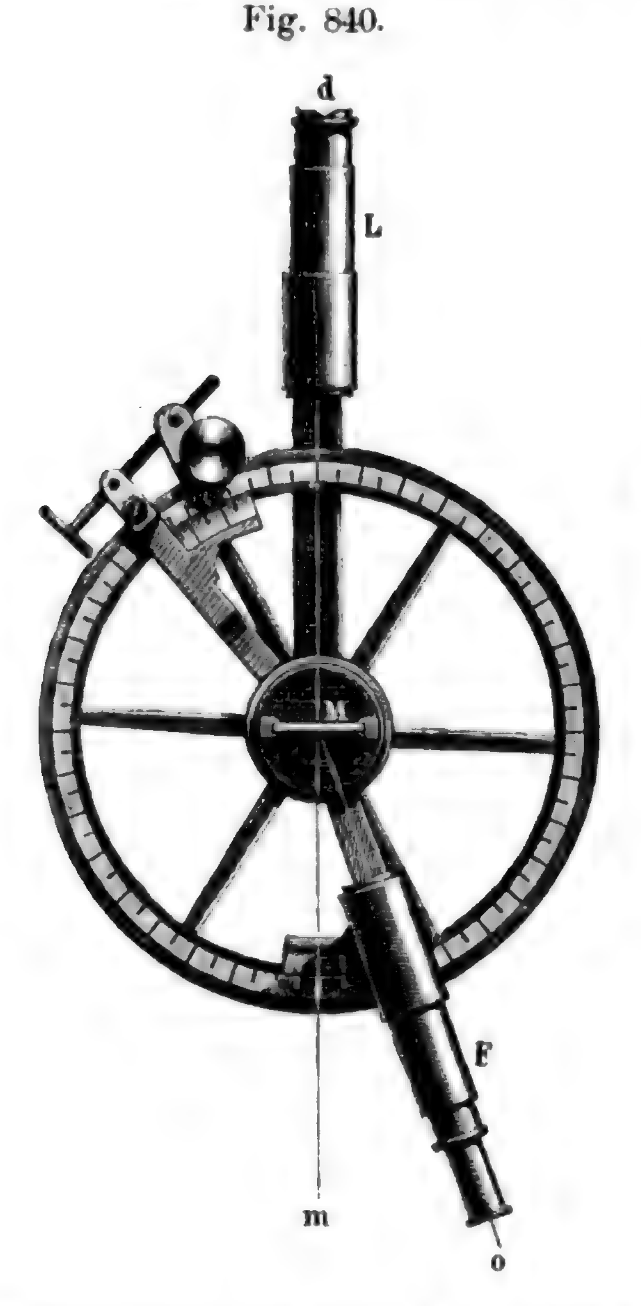
Das mit einer passenden Fassung versehene Gitter wird auf das passende Tischlein des Instrumentes so aufgestellt, dass die verticale Ebene der Glasplatte recktwinklig steht auf der Axe des Spaltenrohres *L*, Fig. 840 (a. f. S.). Stellt man nun das Fernrohr *F* so, dass seine Axe die Verlängerung der Axe des Spaltenrohres *L* bildet, so wird die Mitte des Fadenkreuzes auf der centralen Lichtlinie *OO*, Fig. 836, S. 775, des Beugungsbildes einstehen, was für eine Lichtquelle man auch vor dem Spalt *d* aufstellen mag. Will man die Wellenlänge des homogenen Lichtes bestimmen, welches von irgend einer farbigen Flamme, etwa einer durch Kochsalz, durch Lithium u. s. w. gefärbten, ausgesendet wird, so stellt man die fragliche Flamme vor dem Spalte *d* auf und misst alsdann

Digitized by Google

die Winkel x, y und z, um welche man das Fernrohr F aus seiner Anfangsstellung drehen muss, damit der erste, der zweite, der dritte helle Streif der entsprechenden Farbe vor dem Fadenkreuz erscheint.

Noch genauer erhält man die Winkel x, y und z, wenn man nicht von der eben besprochenen Anfangsstellung des Fernrohres F ausgeht, sondern auf die correspondirenden hellen Streifen rechts und links einstellt. So erhält man den Winkel x, wenn das Fernrohr auf den ersten hellen Streif links und dann wieder auf den ersten hellen Streif rechts eingestellt und die Differenz der den beiden Stellungen entsprechenden Noniusablesungen halbirt wird.

Fig. 840.



Zunächst wurde vor die Spalte d eine durch Lithium roth gefärbte Flamme gesetzt und das Fernrohr F so gerichtet, dass das Fadenkreuz auf die rothe Lithiumlinie des ersten Spectrums rechts und dann, dass es auf die entsprechende Linie des ersten Spectrums links eingestellt war, und für jede dieser beiden Stellungen wurde der Nonius abgelesen. Bezeichnen wir die rothe Lithiumlinie des ersten Seitenspectrums mit $Li, \alpha . 1$, so ergab sich der Stand des Nonius für

$$Li, \alpha . 1 \text{ rechts } 72^0\ 41'$$

$$Li, \alpha . 1 \text{ links } 55^0\ 28'$$

mithin hatte der Ablenkungswinkel x für jeden der rothen Streifen $Li, \alpha . 1$ den Werth $x = 8^0\ 36{,}5'$.

Für die Wellenlänge des rothen Lithiumlichtes haben wir also nach Gleichung 1)

$$\lambda = 0{,}002 \ . \ 0{,}149679 = 0{,}00029936'''.$$

In gleicher Weise wurde die Ablenkung des rothen Lithiumstreifens im zweiten Seitenspectrum, also des Streifens $Li, \alpha . 2$ von der Mitte des Beugungsbildes, gemessen und dafür der Werth $y = 17^0\ 27{,}5'$ gefunden.

Digitized by Google

Danach ergiebt sich für die Wellenlänge des rothen Lithiumlichtes der Werth

$$\lambda = b\,\frac{\sin y}{2} = 0{,}002\,.\,\frac{\sin(17^0\;27{,}5')}{2} = 0{,}0003000$$

als Mittel ergiebt sich also aus diesen beiden Messungen für die Wellenlänge von Li, α der Werth

$$\lambda = 0{,}0002997'''$$

oder

$$\lambda = 0{,}0006763 \text{ Mm.}$$

Eine gleiche Messung wurde auch für die gelbe Natriumlinie ausgeführt. Es ergab sich für

$Na, \alpha . 1$ $x = 7^0\;32{,}5'$ und daraus $\lambda = 0{,}0002626'''$
$Na, \alpha . 2$ $y = 15^0\;12{,}5'$ „ „ $\lambda = 0{,}0002623'''$
$Na, \alpha . 3$ $z = 23^0\;8'$ „ „ $\lambda = 0{,}0002619'''$

Im Mittel also $\lambda = 0{,}00026227'''$
oder $\lambda = 0{,}0005918$ Mm.

ein Werth, welcher von dem aus den Fraunhofer'schen Messungen abgeleiteten Werth für die Wellenlänge des dunklen Streifens D nur um $^1/_2$ Procent abweicht.

Ferner fand ich nach dieser Methode

für die grüne Thalliumlinie $\lambda = 0{,}000535^{mm}$
„ „ blaue Strontiumlinie $\lambda = 0{,}000463$
„ „ blaue Indiumlinie $\lambda = 0{,}000455$

Eisenlohr benutzte die Gitterspectra, um die Wellenlänge der äussersten ultravioletten Strahlen zu bestimmen, welche durch fluorescirende Substanzen noch sichtbar gemacht werden. Der Versuch war in folgender Weise angeordnet: Das durch eine verticale Spalte in das dunkle Zimmer eintretende Strahlenbündel fiel auf ein feines Russgitter bei ab, Fig. 841 (a. f. S.), dessen Linien mit der Spalte parallel waren, und welches auf einem entfernten Schirm CD die Gitterspectra erzeugte. Um die Fraunhofer'schen Linien deutlich sichtbar zu machen, wurde dicht hinter das Gitter eine achromatische Linse von 10' Brennweite gesetzt. Als ein Schirm von Chininpapier angewandt wurde, erschienen auf beiden Seiten die Spectra über die violette Gränze V gegen die Mitte o hin verlängert und zwar erschien das nach innen gekehrte Ende des verlängerten Spectrums scharf begränzt. Als der Abstand des Schirmes von der Spalte 7220 Millimeter betrug, ergab sich der Abstand dieser inneren Gränze des Spectrums von der Mitte des Beugungsbildes gleich 70^{mm}, woraus sich leicht der Ablenkungswinkel des Strahlenbündels abs berechnet, welches dieser Gränze entspricht. Bezeichnen wir diesen Winkel mit x, so haben wir für unseren Fall

$$\operatorname{tang} x = \frac{70}{7220} = 0{,}00969$$

Digitized by Google

einen Werth, welchen wir bei der Kleinheit der Winkel ohne Weiteres auch für $sin\, x$ nehmen können.

Nach Gleichung 1) haben wir nun

$$\lambda = b \; sin\, x, \text{ also } \lambda = b \,.\, 0{,}00969;$$

um den Zahlenwerth für λ zu finden, bleibt also nur noch die Bestimmung des Werthes für b übrig.

Das von Eisenlohr angewandte Gitter war ein von Schwerd verfertigtes Russgitter, es bestand also aus einer Reihe feiner Linien, welche mittelst einer Theilmaschine auf einem mit Russ überzogenen Planglas gezogen waren. Auf eine Breite von 54^{mm} hatte dieses Gitter 1440 parallele Linien, es ergiebt sich also

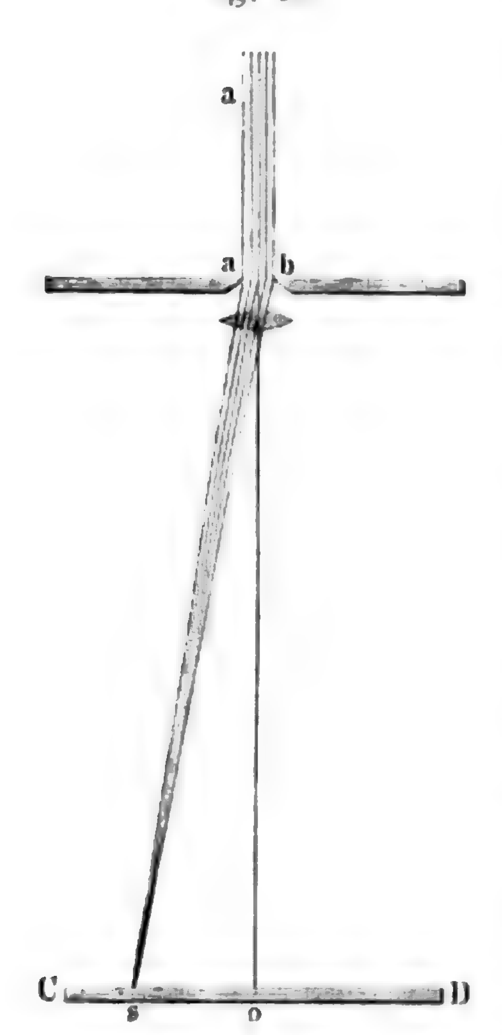
$$b = \frac{54}{1440} = 0{,}0375^{mm}$$

und demnach auch

$$\lambda = 0{,}000363^{mm}.$$

Als Mittel aus mehreren derartigen Versuchen, bei welchen der Abstand des Schirmes von dem Gitter etwas abgeändert wurde, fand Eisenlohr $\lambda = 0{,}000355$. Die Wellenlänge der brechbarsten Strahlen, welche durch das Chininpapier noch sichtbar gemacht werden, ist also ungefähr halb so gross, als die Wellenlänge der äussersten rothen Strahlen (0,000706), das Intervall dieser beiden Strahlenarten entspricht also sehr nahe einer Octave.

Fig. 841.



Nach einer später zu besprechenden Methode fand Esselbach die Wellenlänge der brechbarsten Strahlen des Sonnenlichtes ungefähr gleich $0{,}0003^{mm}$. Für die brechbarsten Strahlen des elektrischen Lichtes ergiebt sich aber aus den in §. 258 mitgetheilten Daten eine Wellenlänge von ungefähr 0,00024 Millimetern.

Nach Gleichung 2), Seite 778, bleibt der Werth von $sin\, x$ unverändert, wenn λ und b in gleichem Verhältniss sich ändern. Einen interessanten Beweis für die Richtigkeit dieses Satzes bietet Nobert's Interferenzspectrumplatte.

Auf der Mitte einer Glasplatte sind, durch grössere Zwischenräume getrennt, sieben Gitter mit dem Diamant eingeritzt, ungefähr wie es

Digitized by Google

Fig. 842 in bedeutend vergrössertem Maassstab andeutet. Für jedes einzelne dieser sieben Gitter ist der Abstand der einzelnen Linien constant, er ändert sich aber von einem Gitter zum anderen.

Diese Platte wird nun auf den Objectivtisch eines Mikroskopes gelegt, an welches man die schwächsten Objectivlinsen angeschraubt hat, so dass er nur eine 16- bis 25fache Vergrösserung giebt. Die Oeffnung dieses Objectivs ist noch dadurch bedeutend verengt, dass man in seine Fassung ein Metallblättchen eingelegt hat, welches in der Mitte mit einem Loch von etwas über $^1/_2$ Linie Durchmesser versehen ist. — Lässt man nun das Licht einer nicht zu ausgedehnten Lichtquelle, etwa das einer Kerzenflamme, in etwas schräger Richtung auf die Gitterplatte fallen, wie es Fig. 843 andeutet, in welcher *o* das Objectiv des Mikroskopes, *p* die durchlöcherte Metallplatte und *g* die Gitterplatte darstellt, so erblickt man die sieben Streifen farbig auf dunklerem Grunde; hat man die Richtung des einfallenden Lichtes gehörig regulirt, so erscheint der erste der sieben Gitterstreifen roth, der zweite orange, der dritte gelb u. s. w., der letzte violett.

Fig. 842.

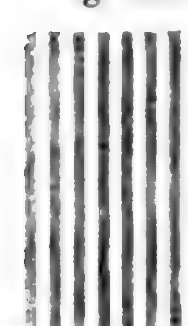
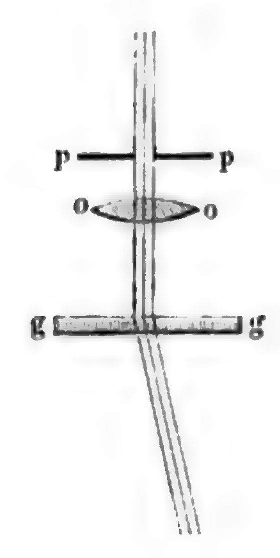


Fig. 843.



Wie diese Farben entstehen, ist nach den obigen Explicationen leicht zu ersehen. Jedes dieser Gitter erzeugt ein vollständiges Spectrum, von welchem man aber unter den gegebenen Umständen nur einen einzelnen homogenen farbigen Streifen auf einmal übersehen kann. Nun aber ist der Werth von x für alle von den sieben Gittern ins Auge gelangenden Strahlen sehr nahe derselbe; damit also die sieben Gitter die sieben Hauptfarben des Spectrums zeigen, müssen offenbar die Abstände der einzelnen Linien in diesen Gittern der Wellenlänge der Farben proportional sein, welche sie zeigen sollen. Dass dies aber in der That der Fall ist, davon kann man sich überzeugen, wenn man das schwache, verengte Objectiv entfernt und eine 180- bis 200fache Vergrösserung anwendet. Man kann jetzt die einzelnen Linien der Gitter sehen und ihre Abstände mit Hülfe eines Mikrometers messen; für das erste Gitter, welches unter den angegebenen Umständen roth erschien, ist der Abstand der einzelnen Linien 0,0016‴.

Der Abstand der einzelnen Linien ist ferner

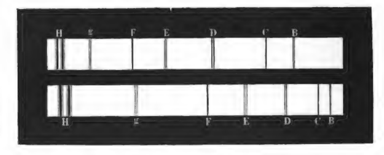
für das 2te Gitter	0,001450‴
" " 3te "	0,001325
" " 4te "	0,001188
" " 5te "	0,001075
" " 6te "	0,001000
" " 7te "	0,000900

Digitized by Google

Diese Zahlen verhalten sich aber in der That wie die Wellenlängen der sieben Hauptfarben des Spectrums (Pogg. Annal. Bd. LXXXV, S. 80).

308 **Vergleichung der Gitterspectra mit dem prismatischen Spectrum.** Da $\sin x$ der Gleichung 2) des vorigen Paragraphen zufolge proportional der Wellenlänge wächst, so ist klar, dass diejenigen Strahlen die Mitte des Gitterspectrums einnehmen werden, deren Wellenlänge das Mittel ist zwischen der Wellenlänge der äussersten rothen und der äussersten violetten Strahlen. Für die äussersten rothen Strahlen ist die Wellenlänge 0,0000266 Zoll, für die äussersten violetten aber 0,0000146 Zoll. Das Mittel dieser Wellenlängen ist aber 0,0000206 Zoll (siehe S. 779), die Wellenlänge derjenigen Strahlen, die zwischen den Fraunhofer'schen Linien D und E in der Mitte liegen, d. h. der mittleren gelben Strahlen. Das Gelb wird also die Mitte des ganzen Gitterspectrums bilden, während es beim prismatischen Spectrum weit mehr gegen das rothe Ende des Spectrums hingeschoben ist. In Fig. 844 ist ein Gitterspectrum mit einem gleich grossen Flintglasspectrum

Fig. 844.



zusammengestellt und zwar stellt der obere Streifen das Gitterspectrum dar. Man ersieht aus dieser Figur, dass D im einen fast dieselbe Stelle einnimmt, an welcher sich F im anderen befindet, dass also im Beugungsspectrum das rothe, im Brechungsspectrum das blaue Ende des Spectrums mehr ausgedehnt ist.

Aus dem bedeutenden Unterschiede zwischen dem prismatischen Spectrum und dem Gitterspectrum ersieht man auch, dass die Brechungsexponenten der verschiedenfarbigen Strahlen durchaus nicht ihren Wellenlängen proportional sein können. Nach Cauchy wird der Zusammenhang zwischen dem Brechungsexponenten n und der Wellenlänge λ durch die Gleichung

$$\frac{1}{n^2} = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

ausgedrückt, wo a, b und c Constante sind, welche von der Natur des brechenden Mittels abhängen.

Digitized by Google

Redtenbacher stellt in seinem „Dynamidensysteme“ für die Beziehungen zwischen Wellenlänge und Brechungsexponent die Gleichung

$$\frac{1}{n^2} = a + b\lambda^2 + \frac{c}{\lambda^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

auf. Wir werden auf die Besprechung dieser beiden Formeln später zurückkommen, wenn von der strahlenden Wärme die Rede sein wird.

Farben dünner Blättchen. Jeder durchsichtige Körper erscheint lebhaft gefärbt, wenn er nur hinlänglich dünne Schichten bildet, wie man dies am leichtesten an den Seifenblasen sehen kann. Die Flitterchen einer vor der Glasbläserlampe bis zum Zerplatzen aufgeblasenen Glaskugel schillern in den glänzendsten Farben; ähnliche Farben beobachtet man, wenn ein Tropfen Oel (am besten ein ätherisches Oel, z. B. Terpentinöl) sich auf einer Wasserfläche ausbreitet; wenn ein glänzendes Metallstück, im Feuer erhitzt, sich allmälig mit einer Oxydschicht überzieht (Anlassen des Stahls). Auch dünne Schichten von Luft bringen solche Farben hervor, wie man oft an Sprüngen in etwas dicken Glasmassen sieht. 309

In der grössten Regelmässigkeit zeigen sich diese Farben in Form von concentrischen abwechselnd hellen und dunklen Ringen, wenn man eine Glaslinse von grosser Brennweite auf eine ebene Glastafel legt, wie dies Newton that, nach welchem eine solche Vorrichtung das Newton'sche Farbenglas und die an ihm zu beobachtenden Ringe die Newton'schen Farbenringe genannt werden.

Bei dieser Vorrichtung erscheinen freilich die Durchmesser der Ringe ziemlich klein, sie gestattet aber, wie wir alsbald sehen werden, eine genaue Bestimmung der Dicke der farbengebenden Luftschicht. Wenn es nicht sowohl auf eine derartige Messung, als vielmehr auf die Beobachtung der aufeinander folgenden Farben ankommt, so kann man die Ringe dadurch bedeutend grösser machen, dass man die convexe Seite der Glaslinse nicht auf eine ebene, sondern auf eine concave Glasfläche legt, deren Krümmungshalbmesser nur unbedeutend grösser ist als der der Convexlinse.

Da wo die Glaslinse die Glastafel berührt, sieht man im reflectirten Lichte einen schwarzen Flecken, der mit farbigen concentrischen Ringen umgeben ist, die nach aussen hin immer schmäler und matter werden, ungefähr wie Fig. 845 a. f. S. zeigt. Die Farben folgen von der Mitte aus in einer später noch zu besprechenden Ordnung.

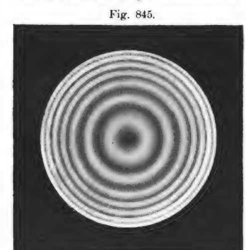
Ritchie schlägt zur Erzeugung der Newton'schen Ringe folgenden Apparat vor: Man nehme zwei Scheiben von dünnem Tafelglase, welche etwa 6 bis 8 Zoll Durchmesser haben, vergolde den Rand der einen auf einer Seite ungefähr $^1/_4$ Zoll breit durch aufgelegtes Blattgold und lege nun die Platten so auf einander, dass der Goldring zwischen sie kommt.

Digitized by Google

Man kann dann die Ringe dadurch hervorbringen, dass man die Glasplatten in der Mitte auf einander presst.

Statt der kreisförmigen Scheiben kann man auch ungefähr 1 Zoll breite, 5 bis 6 Zoll lange Glasstreifen anwenden. Wenn sie an dem einen Ende durch ein Goldblättchen getrennt sind und an dem anderen Ende zusammengepresst werden, so entstehen statt der Ringe farbige Streifen.

Fig. 845.



Sehr brillant lassen sich die Newton'schen Farbenringe mit Seifenblasen darstellen. Näheres darüber findet man in Frick's physikalischer Technik.

Mit möglichster Genauigkeit hat Newton an seinem Farbenglase die Durchmesser der hellen und dunklen Ringe mittelst des Zirkels gemessen, indem er das Auge vertical über den Mittelpunkt der Ringe hielt. Bezeichnet man mit 1 den Durchmesser des innersten hellen Ringes, so ergab sich

	für den 1sten,	2ten,	3ten,	4ten,	5ten hellen Ring
der Durchmesser $d =$	1	1,732	2,236	2,646	3,000
also $d^2 =$	1	3	5	7	9

ferner fand Newton

	für den 1sten,	2ten,	3ten,	4ten dunklen Ring
den Durchmesser $d =$	1,414	2	2,449	2,828
also $d^2 =$	2	4	6	8

Die Dicke der Luftschicht, welche den einzelnen Ringen entspricht, ergiebt sich in folgender Weise. In Fig. 846 sei GH die ebene Glasfläche, auf welche die convexe Glaslinse AEB gelegt ist. DF sei der Radius irgend eines hellen oder dunklen Ringes, so ist FC oder, was dasselbe ist, DE die diesem Ringe entsprechende Dicke der Luftschicht. Nach einem bekannten Satze der Geometrie haben wir aber

$$DF^2 = DE \, . \, DL$$

wenn EL der Durchmesser der Kugel ist, von welcher die convexe Fläche der Linse ein Stück bildet. Diese Gleichung wird

$$\frac{d^2}{4} = e(2R - e)$$

wenn wir mit d den Durchmesser des Ringes also $2 \, . \, DF$, mit e die

Google

Dicke der Luftschicht FC oder DE und mit R den Radius ME der Kugel bezeichnen. Da nun aber e verschwindend klein ist gegen $2R$, so kann man ohne merklichen Fehler e aus der eingeklammerten Grösse der letzten Gleichung weglassen, und diese geht dann über in

$$\frac{d^2}{4} = 2 \,.\, eR$$

oder

$$e = \frac{d^2}{8R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad a)$$

Aus dieser Gleichung ergiebt sich zunächst, dass die Dicke der Luftschicht dem Quadrat des entsprechenden Ringdurchmessers proportional ist. Bezeichnen wir also mit 1 die Dicke der Luftschicht, welche dem ersten hellen Ring entspricht, so ist

	für den 1sten,	2ten,	3ten,	4ten,	5ten hellen Ring
die Dicke der Luftschicht e =	1	3	5	7	9
	und für den 1sten,	2ten,	3ten,	4ten dunklen Ring	
die Dicke der Luftschicht e =	2	4	6	8	

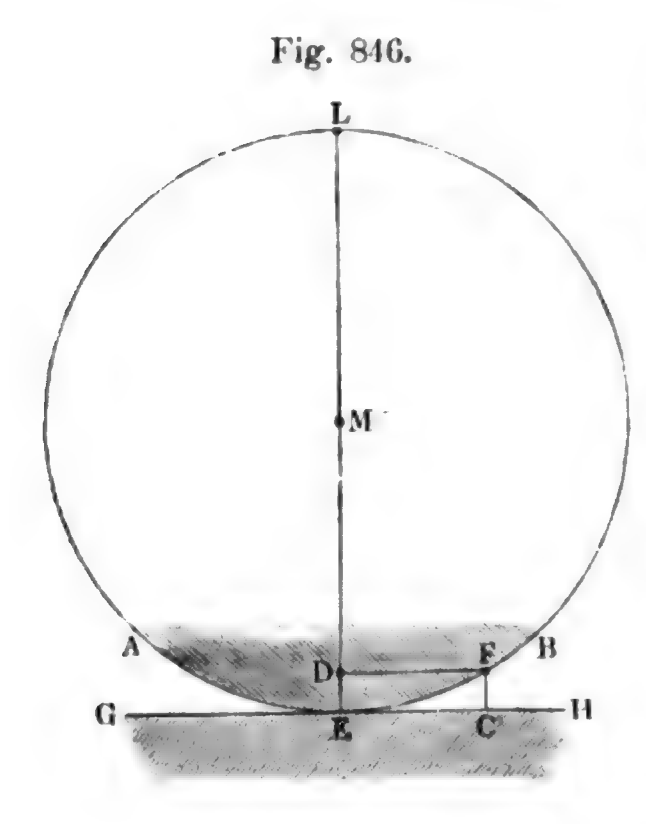
Auch die absolute Dicke der Luftschichten, welche den einzelnen Ringen entsprechen, ergiebt sich aus den Newton'schen Messungen. Bei Anwendung einer Linse, für welche $R = 51$ englische Fuss oder 612 engl. Zoll betrug, war der Durchmesser des hellsten Theils des sechsten hellen Ringes, also $d = 0{,}55$ und danach

$$e = \frac{0{,}55^2}{8.612} = 0{,}00006178 \text{ Zoll}$$

also für die Dicke der Luftschicht in der Mitte des ersten hellen Ringes

$$\frac{0{,}00006178}{11} = 0{,}000005616 \text{ Zoll.}$$

Fig. 846.



Ungleich einfacher gestaltet sich die ganze Erscheinung und ungleich genauer lassen sich die Ringdurchmesser messen, wenn man einfarbiges statt des weissen Lichtes anwendet, wenn man also die Ringe durch möglichst homogene (rothe, grüne oder blaue) Gläser betrachtet, oder das Farbenglas in einem dunklen Raum durch eine gelbe Natriumflamme beleuchtet. Die verschiedene Färbung der Ringe fällt dann weg, man sieht nur abwechselnd helle und dunkle Ringe der gleichen Farbe. Die bei Anwendung des weissen Lichtes blassen und kaum unterscheidbaren äusseren Ringe werden schär-

Digitized by Google

fer und deutlicher und ausserdem werden nach aussen hin eine Menge neuer immer feinerer und schärferer Ringe sichtbar, namentlich bei Anwendung einer durch Kochsalz gelb gefärbten Weingeistflamme.

Wenn man die Ringe des Newton'schen Farbenglases nicht vertical von Oben, sondern von der Seite betrachtet, so werden sie grösser und zwar um so mehr, je mehr sich die Visirlinie vom Auge nach dem Mittelpunkt der Ringe von der Verticalen entfernt.

Für verschiedene Farben sind die Durchmesser der hellen und dunklen Ringe nicht gleich. Man kann sich davon am leichtesten dadurch überzeugen, dass man ein Stück blauen und ein Stück rothen Glases (nicht zu dunkel und beide möglichst gleich stark gefärbt) so aneinanderfügt, dass sie in einer geraden Linie aneinanderstossen, und diese Vorrichtung so vor das Newton'sche Farbenglas hält, dass die Trennungslinie zwischen blau und roth gerade durch den Mittelpunkt der Ringe läuft. Man sieht dann auf der einen Seite abwechselnd rothe und schwarze, auf der andern Seite abwechselnd blaue und schwarze Ringe. Der vierte dunkle Ring der blauen Seite stösst gerade an den dritten dunklen Ring der rothen Seite.

Wendet man aber nun statt des einfarbigen Lichtes weisses an, so werden die Maxima und Minima für die verschiedenen Farben nicht zusammenfallen, an der Färbung der dünnen Luftschicht an einer bestimmten Stelle nehmen die verschieden prismatischen Farben in ungleicher Weise Antheil, und so kommt es, dass je nach der Dicke der Luftschicht bald die eine bald die andere Farbe mehr vorherrscht, dass also die Ringe Farbennuancen zeigen, die wir jetzt näher untersuchen wollen.

Der einfacheren Betrachtung wegen wollen wir annehmen, dass die Dicke der Luftschicht nicht im Verhältniss des Quadrats der Entfernung vom Berührungspunkte der beiden Gläser abnimmt, wie es beim Newton'schen Farbenglase der Fall ist, sondern dass sie dieser Entfernung selbst proportional zunehme, weil in diesem Falle die Breite der Ringe nicht mit der Entfernung vom Berührungspunkt abnimmt, sondern für eine bestimmte Farbe einen unveränderlichen Werth hat.

In Fig. 847 sei AB die eine, AC die andere Gränzfläche der dünnen Schicht; bei d_1 sei die Stelle, wo die Mitte des ersten dunklen Streifens für das mittlere Roth erscheint; das zweite Minimum liegt dann bei d_2, das dritte bei d_3 u. s. w. Die Maxima der Lichtstärke fallen aber gerade in die Mitte zwischen d_1 und d_2, zwischen d_2 und d_3.

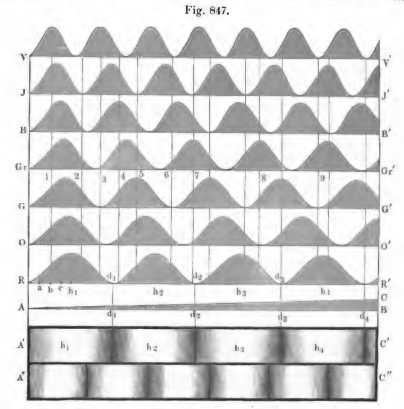
Das Gesetz, nach welchem mit zunehmender Dicke der Luftschicht die Lichtstärke zu- und abnimmt, ist durch die über RR' gezogene Curve dargestellt; die Punkte d_1, d_2, d_3 u. s. w. entsprechen dem Minimum, h_1, h_2, h_3 u. s. w. dem Maximum der Lichtstärke. Von R an nimmt die Lichtstärke allmälig zu, sie erreicht bei h_1 ihr erstes Maximum, nimmt dann wieder bis d_1 ab u. s. w.

Ein von A nach B gleichförmig an Dicke zunehmender Luftkeil,

Digitized by Google

dessen Dicke bei d_1 gerade so gross ist, dass hier das erste Minimum für rothes Licht erscheint, würde also in rothem Licht einen 2ten,

Fig. 847.



3ten, 4ten u. s. w. dunklen Streifen zeigen, wie es bei $A'C'$ in Fig. 847 angedeutet ist.

Für blaues Licht ist die Dicke der Luftschicht, welche dem 1sten, 2ten, 3ten u. s. w. Minimum der Lichtstärke entspricht, geringer; der 1ste, der 2te, der 3te dunkle Streifen wird also A näher liegen, als es beim rothen Lichte der Fall ist. Die Entfernung von einem Minimum zum nächsten ist für die mittleren blauen Strahlen ungefähr $^8/_{11}$ des entsprechenden Abstandes für rothes Licht. Danach ist auf der Linie BB' die Intensitätscurve für blaues Licht gerade so construirt, wie auf der Linie RR' die Intensitätscurve für rothes Licht. Vergleicht man die Curven für rothes und blaues Licht, so sieht man, dass für Blau das 5te Minimum fast an dieselbe Stelle fallen muss, wo man das 4te Maximum für die rothen Strahlen findet. Der Luftkeil, welcher für rothes Licht die Lage der Maxima und Minima zeigt, wie es $A'C'$, Fig. 847, darstellt, wird also für blaues Licht den Anblick $A''C''$, Fig. 847, bieten.

Digitized by Google

Auf dieselbe Weise sind in unserer Figur die Intensitätscurven für die übrigen Farben des Spectrums construirt, und zwar, indem stets darauf Rücksicht genommen wurde, dass die Entfernung von einem Minimum zum anderen für die verschiedenen Farben des Spectrums nicht gleich ist, sondern dass sie mit der grösseren Brechbarkeit der Strahlen in einem Verhältnisse abnimmt, welches, wie wir bald sehen werden, dem Verhältniss der Wellenlängen der verschiedenen Farben entspricht.

310 **Zusammensetzung der Newton'schen Farben.** Aus der Betrachtung der Fig. 847 lässt sich nun auch leicht einsehen, wie die Erscheinung modificirt wird, wenn man weisses Licht statt des einfarbigen Lichtes anwendet. Keine Stelle der immer dicker werdenden Luftschicht erscheint absolut dunkel, keine ganz weiss; überall sieht man Farben, die nicht reine Farben des Spectrums, sondern Mischfarben sind.

Errichtet man in dem Punkte, welcher dem ersten Minimum für gelbes Licht entspricht, ein mit 3 bezeichnetes Perpendikel, welches durch die Intensitätscurven aller Farben geht, so lässt sich mit Hülfe desselben bestimmen, wie gross die Intensität der verschiedenen Farben an der Stelle ist, in welcher für gelbes Licht der erste dunkle Streifen erscheint. Gelb ist hier im Minimum, Orange dem Minimum nahe, Roth etwas stärker. Ein Maximum liegt im Violett, nach welchem Indigo und Blau am stärksten auftreten, während wenig Grün vorhanden ist; es wird also die Luftschicht an der Stelle, an welcher im gelben Lichte der erste dunkle Streifen erscheint, ein dunkles Purpur zeigen.

An der Stelle der Platte, welche dem Punkte h_1 entspricht, ist Roth im Maximum, alle anderen Farben nehmen an der Färbung um so weniger Antheil, je mehr sie sich dem Violett nähern, welches fast im Minimum ist; hier wird also Roth vorherrschen.

Durch ähnliche Schlüsse lässt sich die Farbe der Platte an jeder Stelle bestimmen.

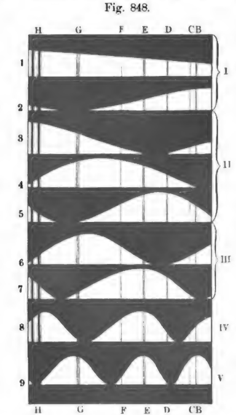
Die verschiedenen Farben des Spectrums zeigen, unter einander verglichen, sehr grosse Verschiedenheit hinsichtlich ihrer Lichtstärke. Die gelben Strahlen sind die leuchtendsten, die violetten sind am wenigsten leuchtend. Es geht daraus hervor, dass die Stellen der keilförmigen Luftschicht am hellsten erscheinen werden, in welchen Gelb im Maximum ist; wo aber Gelb im Minimum ist, werden die dunkelsten Stellen sein. An diesen dunklen Stellen erscheint die Schicht freilich nicht schwarz, sondern farbig; nur sind hier Farben von geringerer Leuchtkraft vorherrschend.

Die Stellen der erwähnten Minima machen gleichsam Abtheilungen unter den auf einander folgenden Farben, nach denen man Farben verschiedener Ordnung unterscheidet. Alle Farben der Schicht von ihrem dünnen Ende bis zu dem ersten dunklen Streifen (dessen Farbe ein dunkles Purpur ist) heissen Farben der ersten Ordnung; die der folgenden Abtheilung Farben der zweiten Ordnung u. s. w.

Digitized by Google

Wir haben gesehen, dass bei einer bestimmten Dicke der Luftschicht die verschiedenen Farben des Spectrums nicht gleichen Antheil an der Färbung haben; diejenigen Farben, welche gerade im Minimum ihrer Intensität vorhanden sind, für welche also das Blättchen dunkel erschiene, wenn man sie statt des weissen Lichtes anwendete, tragen nichts zur Färbung bei. Diejenigen Farben sind vorherrschend, welche in ihrem Intensitätsmaximum vorhanden sind, oder sich doch demselben nähern. Welchen Antheil die verschiedenen Farben an der Färbung des Blättchens bei bestimmter Dicke haben, kann man aus Fig. 847 ersehen, und man kann danach auch, wie schon gezeigt wurde, auf die Färbung der Schicht bei gegebener Dicke schliessen. Um diesen Schluss zu erleichtern, dient die Fig. 848.

Fig. 848.



Die oben durch eine Curve begränzten Spectra der Fig. 848 stellen die Zusammensetzung der verschiedenen Farben dünner Blättchen dar. Die Construction dieser Curven ergiebt sich unmittelbar aus Fig. 847. Wir sehen z. B. aus Fig. 847, dass an der durch die Verticallinie 3 bezeichneten Stelle, an welcher für Gelb das erste Minimum liegt, Violett im Maximum (und zwar ist es das zweite Maximum) ist, und das Roth ungefähr mit $^1/_3$ seiner vollen Intensität auftritt; zieht man nun, wie es bei dem Spectrum Nr. 3 Fig. 848 geschehen ist, eine Curve, welche ihren Gipfelpunkt im Violett hat und sich von da an senkt, um im Gelb auf die Höhe 0 herunterzukommen und dann gegen das Roth hin wieder etwas zu steigen, so zeigt uns diese Curve, auf welche Weise die Farbe einer Luftschicht von 0,000276 Millimetern Dicke zusammengesetzt ist. Gelb fehlt in der Färbung dieser Luftschicht ganz, Orange und Grün treten nur schwach, Roth und Blau schon stärker auf, am stärksten aber Indigo und Violett. Die Färbung der Schicht wird also ein dunkles Purpur sein.

Auf gleiche Weise sind nach Fig. 847 die übrigen Curven in Fig. 848

construirt. Die folgende Tabelle giebt an, welches die Färbung der Luftschicht für die beigeschriebene Dicke ist. Die in der ersten Verticalreihe stehenden Ziffern bezeichnen die Verticallinien der Fig. 847, für welche die mit den gleichen Ziffern bezeichneten Intensitätscurven der Fig. 848 construirt sind.

Erste Ordnung.

1	0,000114mm	Bläulich-Weiss.
2	0,000148	Gelblich-Weiss.
	0,000168	Braunroth

Zweite Ordnung.

3	0,000276	Dunkel-Purpur.
4	0,000360	Blau.
5	0,000432	Gelb.
	0,000492	Roth.

Dritte Ordnung.

6	0,000552	Purpur.
	0,000602	Blau.
7	0,000666	Gelblich-Grün.
	0,000712	Dunkelroth.

Vierte Ordnung.

	0,000828	Blassroth.
8	0,000954	Blassgrün.

Während die Curven der Fig. 848 für die erste Ordnung wenig gekrümmt sind, nimmt diese Krümmung für die zweite Ordnung schon merklich zu. Die Farben der zweiten und dritten Ordnung sind sehr rein, weil hier, die letzten Farben der dritten Ordnung ausgenommen, nur eine Farbe im Maximum ist, und diese also entschieden vorherrschen kann. In der vierten Ordnung nimmt die Krümmung der Curven so zu, dass zwei Farben im Maximum sind; keine dieser Farben kann hier so entschieden vorherrschen, wie in der zweiten und dritten Ordnung. Je mehr aber die Dicke des Blättchens wächst, desto näher rücken sich die Maxima, so dass bei noch grösseren Dicken drei, vier Farben im Maximum sein werden. Je mehr Farben aber im Maximum sind, desto mehr wird die resultirende Färbung sich dem Weissen nähern. Bei immer zunehmender Dicke wird es endlich dahin kommen, dass innerhalb der Gränzen einer jeden Farbe des Spectrums ein Maximum und ein Minimum liegt. Fände sich z. B. ein Minimum im äussersten Violett, eines an der Gränze zwischen Violett und Indigo, zwischen Indigo und Blau, zwischen Blau und Grün, zwischen Grün und Gelb, zwischen Gelb und Orange, zwischen Orange und Roth, ein Maximum aber im mittleren Violett, Indigo, Blau, Grün, Gelb, Orange und Roth, so könnte das Resultat der Mischung offenbar nur Weiss geben. So erklärt sich denn,

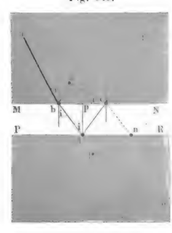
Digitized by Google

dass die Farben höherer Ordnungen blasser und blasser werden, bis sie endlich ganz in Weiss übergehen, so dass über eine gewisse Dicke hinaus die Blättchen gar keine Farben mehr zeigen.

Wir haben bisher nur die Farben dünner Luftschichten näher betrachtet; für andere durchsichtige Substanzen sind die Gesetze der Erscheinungen dieselben, nur ist die absolute Dicke der Schicht, welche einer bestimmten Farbe entspricht, je nach der Natur des Stoffes eine andere. Newton hat gezeigt, dass wenn eine Luftschicht und eine dünne Schicht irgend einer anderen durchsichtigen Substanz gleiche Farben geben sollen, ihre Dicken sich verhalten müssen wie der Brechungsexponent der Substanz zu 1. Erzeugt man z. B. auf die gewöhnliche Weise die Ringe durch Auflegen einer Linse auf eine ebene Glastafel, bringt man dann auf der einen Seite einen Wassertropfen zwischen die beiden Gläser, so wird dieser bald durch die Capillarität bis zum Berührungspunkte der beiden Gläser fortgetrieben, und man hat so auf der einen Seite zwischen den beiden Gläsern eine Wasser-, auf der anderen eine Luftschicht; auf der Wasserseite sind aber nun die Ringe weit enger, und zwar stehen die Durchmesser der Ringe für die Luftschicht zu den Durchmessern der entsprechenden Ringe in der Wasserschicht im Verhältniss von $4:3$ oder wie $^4/_3:1$.

Erklärung der Farben dünner Blättchen durch die Vibrationstheorie. 311 Wenn man mit einiger Aufmerksamkeit die eben besprochenen empirischen Gesetze der Farben dünner Schichten betrachtet, so kann man unmöglich übersehen, dass sie manche Aehnlichkeit mit den Gesetzen der Beugungserscheinungen haben, und somit drängt sich auch die Idee auf, dass die Farben dünner Blättchen gleichfalls ein Interferenzphänomen seien, wie dies auch Young und Fresnel vollständig bewiesen haben.

Fig. 849.



Wenn Lichtstrahlen auf irgend eine Schicht eines durchsichtigen Körpers fallen, so werden sie theilweise an der oberen, theilweise an der unteren Fläche derselben reflectirt, und die von beiden Flächen reflectirten Lichtstrahlen werden interferiren und sich je nach der Differenz der durchlaufenen Wege bald gegenseitig vernichten, bald verstärken.

Betrachten wir diesen Hergang der Sache für eine zwischen zwei Glasflächen befindliche Luftschicht etwas näher. In Fig. 849 stellt

$MNPR$ eine dünne zwischen zwei ebenen Glasflächen befindliche Luftschicht dar, welche durch ein Bündel paralleler Strahlen ab getroffen wird; dieses Strahlenbündel wird nun theilweise in der Richtung bo reflectirt, theilweise aber nach d gebrochen. Die gebrochenen Strahlen erleiden aber an der Fläche PR eine zweite Theilung, der reflectirte Antheil tritt bei c in derselben Richtung aus, wie das schon an der ersten Fläche MN reflectirte Strahlenbündel, mithin werden die beiden Strahlenbündel bo und cf interferiren müssen.

Denken wir uns von c ein Perpendikel ck auf bo gefällt, so sind c und k die correspondirenden Punkte der beiden interferirenden Strahlen und es handelt sich nun darum, den Gangunterschied der beiden Strahlen für diese beiden Punkte zu ermitteln.

Während der eine Strahl den Weg bk zurücklegt, hat der andere den Weg bdc zurückzulegen, um zu dem mit k correspondirenden Punkt c zu gelangen.

Wir haben, wie leicht zu übersehen ist,

$$bk = bc \,.\, \sin r = 2 \,.\, bp \sin r$$

$$bp = dp \,.\, \tang i$$

also auch

$$bk = 2 \,.\, dp \,.\, \tang i \,.\, \sin r.$$

Bezeichnen wir mit ε die Anzahl der Wellenlängen, welche dem Weg dp entsprechen, so ist die Anzahl z der Wellenlängen, welche auf den Weg $bd + dc$ kommen

$$z = \frac{2\varepsilon}{\cos i}.$$

Auf den Weg bk würden demnach $2\varepsilon \tang i \,.\, \sin r$ Wellenlängen kommen, wenn dieser Weg in Luft zurückgelegt würde. Da aber die Wellenlängen in Glas $n$mal kürzer sind als in Luft, so kommen also auf den in Glas zurückgelegten Weg bk

$$z' = 2 \,.\, n \,.\, \varepsilon \tang i \,.\, \sin r.$$

Der Gangunterschied der interferirenden Strahlen bo und cf wäre demnach

$$z - z' = 2 \,.\, \varepsilon \left(\frac{1}{\cos i} - n \,.\, \tang i \,.\, \sin r \right)$$

$$z - z' = 2\varepsilon \cos i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad a)$$

da

$$n \,.\, \sin r = \sin i.$$

Zunächst ersehen wir aus dieser Gleichung, dass für den gleichen Werth von ε, also für die gleiche Dicke der Luftschicht der Gangunterschied kleiner wird, wenn i wächst, wenn also der einfallende Strahl sich weiter vom Einfallslothe entfernt. Daraus ergiebt sich aber, dass die Durchmesser der Ringe am Newton'schen Farbenglase für schiefer einfallende Strahlen grösser werden müssen, wie dies der Versuch auch bestätigt.

Digitized by Google

Für vertical einfallende Strahlen, auf deren Betrachtung wir uns beschränken wollen, geht die Gleichung a) über in

$$z - z' = 2\,\varepsilon$$

Suchen wir nun danach die Erscheinung an einer Schicht von gleichförmig zunehmender Dicke abzuleiten. An der Stelle, wo die Dicke der Schicht Null (also $\varepsilon = 0$) oder doch verschwindend klein ist, werden die beiden Strahlenbündel gar nicht oder doch nur sehr wenig in ihrem Gange von einander abweichen; an der Berührungsstelle der Linse und des Planglases müsste man also eine helle Stelle wahrnehmen.

Da, wo die Dicke der Schicht $^1/_4$ Wellenlänge beträgt, wird der Weg von der oberen Fläche zur unteren, und von da zurück zur oberen, also der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel $^1/_2$ Wellenlänge betragen; hier müsste also eine dunkle Stelle sein.

Der 2te, 3te, 4te u. s. w. dunkle Ring würde sich an den Stellen finden, für welche ε gleich $^3/_4$, $^5/_4$, $^7/_4$ u. s. w. Wellenlängen ist.

Die zwischen den dunklen Streifen liegenden Maxima der Lichtstärke würden sich dagegen da finden, wo die Dicke der Schicht $^2/_4$, $^4/_4$, $^6/_4$, $^8/_4$ u. s. w. Wellenlängen beträgt.

Diese Folgerungen stimmen aber mit der Erfahrung nicht überein. Zunächst ist da, wo die Dicke der Schicht Null ist, da also, wo die Linse das Planglas berührt, ein dunkler Fleck, während man nach unseren Betrachtungen hier einen hellen Fleck erwarten sollte. Wir haben ferner oben (S. 787) gesehen, dass für homogenes Licht die dunkelste Stelle des 2ten, 3ten, 4ten u. s. w. dunklen Ringes an solchen Stellen beobachtet wird, wo die Luftschicht 2mal, 3mal, 4mal u. s. w. so dick ist als am ersten dunklen Ringe, während nach unseren Betrachtungen die Dicke der Schicht für den 2ten, 3ten, 4ten u. s. w. dunklen Ring 3mal, 5mal, 7mal u. s. w. so dick sein müsste als für den ersten.

Um diesen Widerspruch zu heben, muss man annehmen, dass das von der zweiten Fläche reflectirte Lichtbündel durch irgend eine Ursache noch um $^1/_2$ Wellenlänge mehr verzögert wird, als man nach der Dicke der zweimal durchlaufenen Schicht erwarten sollte. Ein solcher Verlust einer halben Wellenlänge findet aber in der That statt.

Wenn eine Oscillationsbewegung sich in einem Mittel von gleichförmiger Elasticität und Dichtigkeit fortpflanzt, so kehrt sie niemals zurück; wenn sie sich einer neuen Schicht mittheilt, so bleiben die vorhergehenden Schichten in Ruhe, wie ja auch eine Elfenbeinkugel, wenn sie gegen eine andere von gleicher Masse stösst, dieser ihre Bewegung mittheilt und selbst in Ruhe bleibt; die stossende Kugel bleibt aber nach dem Stosse nicht in Ruhe, wenn die zweite nicht dieselbe Masse hat, sie springt zurück, wenn die Masse der zweiten Kugel grösser ist; sie setzt ihre Bewegung in der ursprünglichen Richtung fort, wenn die Masse der zweiten Kugel kleiner ist. Dies macht nun begreiflich, was vorgeht, wenn eine Lichtwelle die Trennungsfläche zweier Mittel von verschiedener

Digitized by Google

Dichtigkeit trifft. Die unendlich dünne Schicht des ersten Mittels, welche das zweite Mittel berührt, können wir mit der ersten Kugel vergleichen; wegen der Verschiedenheit der Masse bleibt sie nicht in Ruhe, nachdem sie die benachbarte Schicht des zweiten Mittels in Bewegung gesetzt hat, und deshalb findet eine Reflexion statt; die neue Geschwindigkeit, von welcher die letzte Schicht des ersten Mittels unmittelbar nach dem Stosse afficirt ist, und welche sich nach und nach den vorhergehenden Schichten desselben Mittels mittheilt, muss aber eine verschiedene Richtung haben, je nachdem die getroffene Schicht des zweiten Mittels mehr oder weniger Masse hat als die des ersteren, d. h. je nachdem das erste Mittel mehr oder weniger dicht ist als das zweite.

Dieses wichtige Princip, welches Young, geleitet durch die eben auseinandergesetzten Betrachtungen, aufgefunden hat, ergiebt sich aus den Formeln, welche Poisson auf analytischem Wege ableitete. Auf die Reflexion des Lichtes angewandt, folgt daraus, dass, je nachdem eine Lichtwelle innerhalb oder ausserhalb eines dichten Mittels reflectirt wird, die Oscillationsgeschwindigkeit positiv oder negativ werden muss, dass also in beiden Fällen alle Vibrationsbewegungen eine entgegengesetzte Richtung haben werden.

Wenden wir dies nun auf die dünne zwischen zwei Glasflächen eingeschlossene Luftschicht an, so ist klar, dass zwischen den an der oberen und der unteren Gränzfläche der Luftschicht reflectirten Strahlenbündeln ausser der Differenz der durchlaufenen Wege auch noch der Unterschied stattfindet, dass das eine Lichtbündel in Glas, also in einem dichteren Mittel, das andere aber in Luft also in einem weniger dichten Mittel, an der unteren Glasfläche reflectirt wird; das an der unteren Glasfläche reflectirte Strahlenbündel wird sich also in einem Schwingungszustande befinden, welcher dem gerade entgegengesetzt ist, den man nach der Länge des durchlaufenen Weges erwarten sollte; die Oscillationen dieses zweiten Strahlenbündels gehen also gerade so vor sich, als ob sie einen um $^1/_2$ Wellenlänge grösseren Weg durchlaufen hätten. Da also, wo die Wirkungen der beiden Strahlenbündel sich summiren würden, wenn man nur die Differenz der Wege in Betracht zu ziehen hätte, wird ein vollkommener Gegensatz zwischen beiden stattfinden; da aber, wo die Differenz der Wege einen vollkommenen Gegensatz andeutet, werden die beiden Strahlenbündel sich gegenseitig unterstützen; dadurch erklärt sich nun die ganze Erscheinung vollkommen.

Da, wo die beiden Gläser in Berührung sind, ist die Dicke der Luftschicht, wenn nicht ganz Null, doch selbst gegen die Länge einer Lichtwelle sehr klein; das Strahlenbündel, welches an der unteren Glasfläche reflectirt wird, hat also keinen merklich längeren Weg zurückgelegt, als das andere Strahlenbündel, es ist also in seinem Laufe gegen dieses nur um $^1/_2$ Wellenlänge verzögert, an der Berührungsstelle der beiden Gläser muss also ein dunkler Fleck entstehen.

Das folgende Minimum, also der erste dunkle Ring, wird sich da

Digitized by Google

finden, wo der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel $^3/_2$ Wellenlängen beträgt; dieser Gangunterschied entspricht aber der Stelle der Luftschicht, an welcher ihre Dicke $^1/_2$ Wellenlänge beträgt; denn hier ist die Differenz der Wege (die doppelte Dicke der Schicht) 1 Wellenlänge; dazu kommt aber noch der Verlust einer halben Wellenlänge durch die Spiegelung an der unteren Glasfläche.

Da, wo die Dicke der Luftschicht $^2/_2$, $^3/_2$, $^4/_2$ u. s. w. Wellenlängen beträgt, ist die Differenz der Wege $^4/_2$, $^6/_2$, $^8/_2$, der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel also $^4/_2 + ^1/_2$, $^6/_2 + ^1/_2$, $^8/_2 + ^1/_2$ oder $^5/_2$, $^7/_2$, $^9/_2$ u. s. w. Wellenlängen, und an diesen Stellen muss sich der 2te, der 3te, der 4te dunkle Ring finden; bezeichnen wir die Dicke der Luftschicht für den ersten dunklen Ring mit $2d$, so werden demnach die folgenden hellen und dunklen Ringe folgenden Dicken der Luftschicht entsprechen:

Dunkle Ringe	0		$2d$		$4d$		$6d$		$8d$		$10d$
Helle Ringe		$1d$		$3d$		$5d$		$7d$		$9d$	$11d$,

was mit der Erfahrung vollständig übereinstimmt.

Bisher war nur von homogenen Lichtstrahlen die Rede; für Lichtstrahlen verschiedener Farben müssen die Luftschichten, welche den dunklen Ringen verschiedener Farben entsprechen, in demselben Verhältniss an Dicke abnehmen, als die Wellenlängen dieser Strahlen kürzer sind. Die Zwizchenräume zwischen den dunklen Ringen werden also für die brechbareren Strahlen kleiner werden, die Ringe werden zusammenrücken, die Maxima und Minima der Lichtstärke können demnach für verschiedenfarbiges Licht nicht zusammenfallen. Auch hierin finden wir wieder die vollkommenste Uebereinstimmung zwischen der Theorie und der Erfahrung.

Farben dünner Blättchen im durchgelassenen Lichte. 312

Wir haben bisher nur diejenigen Farben dünner Blättchen betrachtet, welche durch die Interferenz der an den beiden Gränzflächen der dünnen Schicht reflectirten Strahlenbündel entstehen; doch zeigen die dünnen Blättchen auch im durchgelassenen Lichte Farben, die jedoch ungleich blasser sind als die Farben, welche man im reflectirten Lichte beobachtet; ausserdem aber sind die Farben des durchgelassenen Lichtes stets complementär zu denen, welche man an denselben Stellen im reflectirten Lichte beobachtet. In der Mitte des ganzen Ringsystems sieht man bei durchgelassenem Lichte einen hellen Fleck, und wenn man homogenes Licht anwendet, so findet man, dass die dunklen Ringe jetzt gerade dahin fallen, wo bei reflectirtem Lichte die hellen Ringe waren, und umgekehrt.

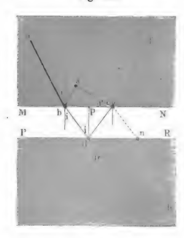
Diese Farbenringe werden durch die Interferenz zweier Lichtbündel erzeugt, von denen das eine *dg*, Fig. 850 (a. f. S.), direct durch die dünne Schicht hindurchgeht, während das andere *nh* eine zweimalige innere Reflexion erlitten hat; die beiden Strahlenbündel sind aber in ihrem Gange ausser der Differenz der Wege noch um eine ganze Wellenlänge verschieden; dadurch erklärt sich leicht der helle Fleck in der Mitte des

Digitized by Google

Ringsystems. Der erste dunkle Ring wird da sein, wo die Dicke der Schicht $\frac{1}{4}$ Wellenlänge beträgt, denn hier ist die Differenz im Gange der beiden Strahlenbündel $1\frac{1}{2}$; diese Dicke ist d, wenn man, wie oben, mit $2d$ die Dicke bezeichnet, welche dem ersten dunklen Ringe im reflectirten Lichte entspricht. Für durchgelassenes Licht entsprechen demnach den hellen und dunklen Ringen einer homogenen Farbe folgende Dicken:

Dunkle Ringe	$1d$	$3d$	$5d$	$7d$	$9d$	$11d$
Helle Ringe	0	$2d$	$4d$	$6d$	$8d$	$10d$

Fig. 850.



Da die Minima aller Farben bei dem durchgelassenen Lichte gerade an die Stelle der Maxima für reflectirtes Licht fallen, so ist klar, dass in der Färbung der dünnen Schicht bei durchgelassenem Lichte gerade die Farben fehlen müssen, die an derselben Stelle bei reflectirtem Licht vorherrschen, und umgekehrt; mit Hülfe der Curven Fig. 848 kann man leicht übersehen, welches die Färbung der Luftschicht für eine gegebene Dicke für durchgelassenes Licht sein wird. Wenn z. B. die Luftschicht eine Dicke von 0,000492 Millimeter hat, so ist im reflectirten Lichte Roth vorherrschend, die Gränze zwischen Blau und Grün im Minimum, Blau und Grün überhaupt sehr schwach mitwirkend; im durchgelassenen Lichte wird also gerade Blau und Grün vorherrschen, an diesen Stellen wird man also eine bläulich-grüne Färbung beobachten.

Da, wo die Luftschicht eine Dicke von 0,000602 Millimeter hat, zeigt sie im reflectirten Lichte eine blaue Färbung; Orange ist hier im Minimum, Gelb und Roth nur schwach; im durchgelassenen Lichte wird also Orange im Maximum sein, und ausserdem noch Roth und besonders Gelb in der Färbung vorherrschen. Aehnliche Betrachtungen lassen sich für jede beliebige Dicke anstellen.

Dass die Farben im durchgelassenen Lichte so blass sind, rührt daher, dass die beiden interferirenden Lichtbündel nicht gleiche Intensität haben; das eine direct durchgegangene Lichtbündel ist nämlich bedeutend intensiver als das andere, welches zwei Reflexionen erlitten hat; wenn also auch der Gangunterschied der beiden Strahlenbündel ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt, so kann doch keine vollkommene Aufhebung stattfinden, die Lichtstärke wird hier zwar geschwächt, aber doch nicht Null sein. Im reflectirten Lichte dagegen sind die Farben sehr lebhaft, weil die beiden interferirenden Strahlenbündel fast gleiche Intensität haben.

Digitized by Google

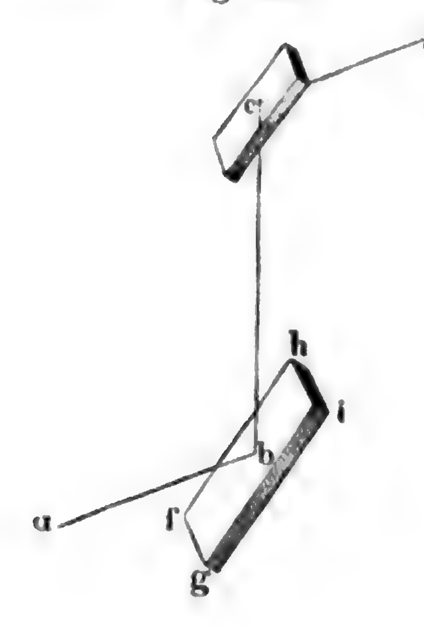
Neuntes Capitel.

Polarisation des Lichtes.

Polarisation durch Reflexion. Ein gewöhnlicher Lichtstrahl besitzt nach allen Seiten hin dieselben Eigenschaften. Fängt man z. B. einen gewöhnlichen Lichtstrahl durch einen Spiegel auf, so wird er stets reflectirt, welches auch die Lage des Spiegels gegen den Strahl sein mag. Dies ist jedoch nicht bei allen Strahlen der Fall; es giebt Lichtstrahlen, welche nicht nach allen Seiten hin dieselben Beziehungen zeigen. Diese Eigenthümlichkeit wird mit dem Namen der Polarisation bezeichnet, und Strahlen, welche diese Eigenthümlichkeit besitzen, nennt man polarisirte Strahlen. 313

Die Polarisation des Lichtes wurde im Jahre 1811 von Malus entdeckt. Erst durch diese wichtige Entdeckung wurde es möglich, die schon früher bekannten und auch theilweise richtig erklärten Erscheinungen der doppelten Brechung, die wir erst im folgenden Capitel näher betrachten werden, in allen Beziehungen richtig zu erkennen.

Fig. 851.



Wir wollen uns zunächst damit beschäftigen, die Erzeugungsarten und die Eigenschaften der polarisirten Lichtstrahlen näher zu betrachten.

Fällt ein gewöhnlicher Lichtstrahl ab, Figur 851, auf eine ebene Glastafel $gfhi$ in einem Winkel von 35° 25′ auf, so wird er zum grossen Theil nach den gewöhnlichen Gesetzen in der Richtung bc reflectirt. Der in der Richtung bc gespiegelte Strahl ist nun durch diese Reflexion polarisirt. Um seine Eigenschaften zu untersuchen, muss man den polarisirten Strahl so

Digitized by Google

viel als möglich zu isoliren suchen; wenn sich unter der Glasplatte *gfhi* Gegenstände befinden, welche Lichtstrahlen auf dieselbe senden, die sich nach ihrem Durchgange durch die Platte ebenfalls in der Richtung *bc* fortpflanzen, so neutralisiren diese Strahlen die Eigenschaften des durch Reflexion polarisirten. Wenn demnach solche schädliche Strahlen nicht schon durch die Construction des ganzen Apparates ausgeschlossen sind (ein solcher Apparat wird alsbald beschrieben werden), so muss die Glastafel auf der Rückseite geschwärzt sein, etwa mit Asphalt, schwarzer Oelfarbe oder Tusch. Statt eines auf der Rückseite geschwärzten Spiegels kann man auch einen Spiegel von Obsidian oder schwarzem Glase anwenden.

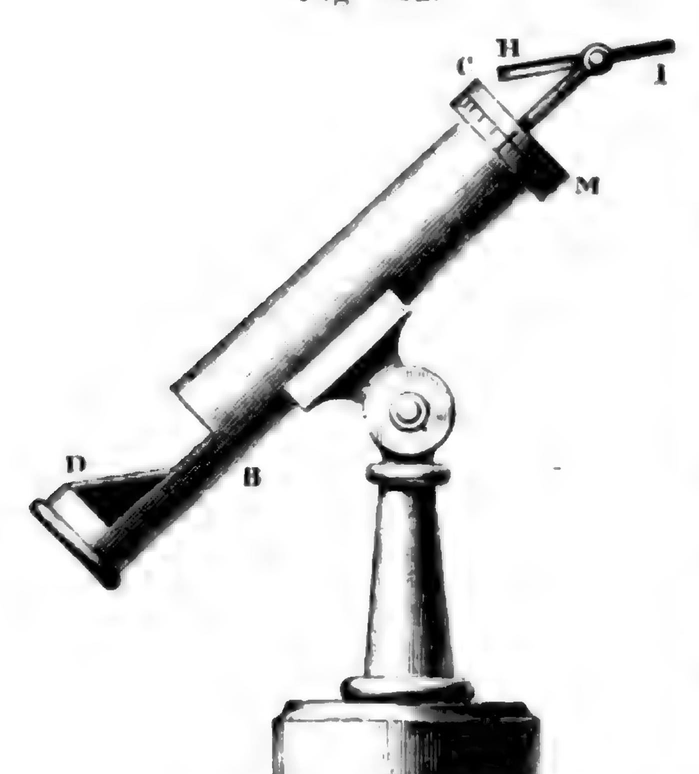
Fällt der durch Reflexion polarisirte Strahl *bc* auf eine zweite ebenfalls auf der Rückseite geschwärzte Glastafel, welche der unteren parallel ist, so macht der Strahl *bc* auch mit dieser einen Winkel von 35° 25′, und die Reflexionsebene des oberen Spiegels fällt mit der des unteren zusammen. Bei dieser Lage des zweiten Spiegels wird der Strahl *bc* wie jeder gewöhnliche Lichtstrahl reflectirt; dreht man jedoch den oberen Spiegel so, dass die Richtung des Strahles *bc* die Umdrehungsaxe bildet, so bleibt zwar der Winkel, welchen der einfallende Strahl *bc* mit der Spiegelfläche macht, unverändert 35° 25′, allein der Parallelismus der beiden Spiegel hört auf, die Reflexionsebene des oberen Spiegels fällt nicht mehr mit der des unteren zusammen. Dreht man nun auf die angegebene Weise den oberen Spiegel aus der Lage des Parallelismus mit dem unteren heraus, so wird die Intensität des zum zweiten Male reflectirten Strahles um so mehr abnehmen, je mehr der Winkel wächst, den die Reflexionsebene des oberen Spiegels mit der des unteren macht, bis dieser Winkel 90° geworden ist, oder mit anderen Worten, bis die Reflexionsebenen beider Spiegel sich unter einem rechten Winkel kreuzen. Bei dieser Stellung wird der Strahl *bc* von dem oberen Spiegel gar nicht mehr reflectirt, was doch der Fall sein müsste, wenn *bc* ein gewöhnlicher Lichtstrahl wäre. Bei weiter fortgesetzter Drehung des oberen Spiegels nimmt die Intensität des reflectirten Strahles allmälig wieder zu, bis sie wieder ihr Maximum erreicht, wenn die ganze Drehung 180° beträgt. In dieser Stellung fallen die Reflexionsebenen der beiden Spiegel abermals zusammen. Dreht man noch weiter, so wird der vom oberen Spiegel reflectirte Strahl wieder schwächer und verschwindet ganz, wenn die Reflexionsebenen beider Spiegel wieder gekreuzt sind, also bei einer Drehung von 270° u. s. w.

Eine Vorrichtung, an welcher zwei Polarisationsspiegel so angebracht sind, dass man damit den eben beschriebenen Versuch anstellen kann, heisst Polarisationsapparat. Die einfachste Einrichtung, welche man dem Polarisationsapparate geben kann, ist folgende: An dem einen Ende einer metallenen oder hölzernen Röhre, Fig. 852 ist ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel *DB* so befestigt, dass er einen Winkel von 35° 25′ mit der Axe der Röhre macht, dass also Strahlen, welche in einem Winkel von 35° 25′ auf den Spiegel fallen, so reflectirt werden, dass sie in der Richtung dieser Axe durch die Röhre hindurchgehen. Am anderen Ende

Digitized by Google

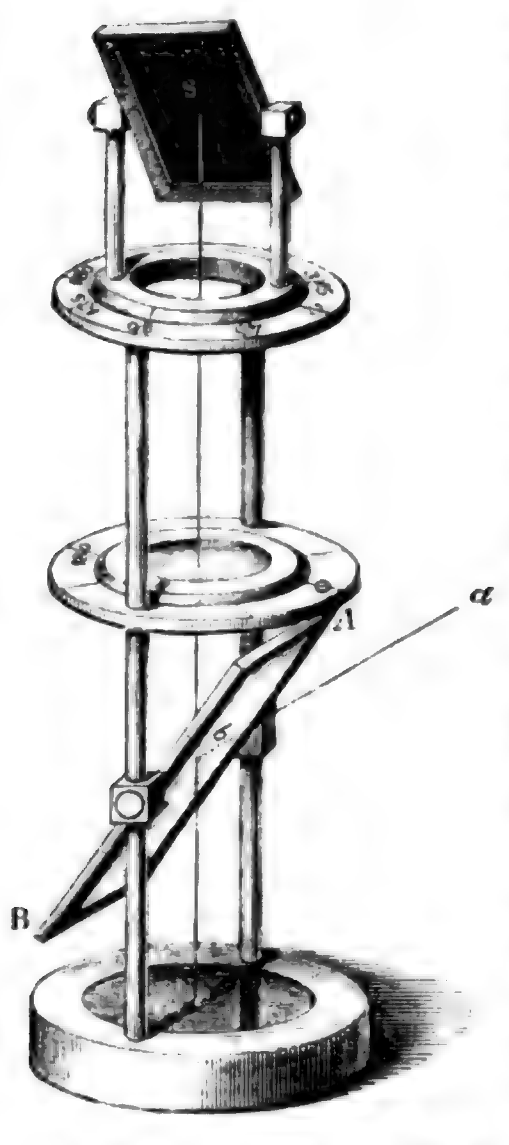
der Röhre befindet sich ein Ring CM, dessen Axe mit der Axe der Röhre zusammenfällt, und der sich also in einer zu dieser Axe rechtwinkligen Ebene umdrehen lässt. An diesem Ringe nun ist ein zweiter hinten geschwärzter Spiegel HI befestigt, welcher ebenfalls einen Winkel von 35° 25′ mit der Axe der Röhre macht; durch Umdrehung des Ringes wird auch der Spiegel mit umgedreht und kann durch diese Drehung in alle die Lagen gebracht werden, von denen eben die Rede war.

Fig. 852.



Dieser Apparat ist theils zum Gebrauche sehr unbequem, theils aber auch zu vielen Versuchen, von denen noch in der Folge die Rede sein wird, gar nicht anwendbar. Man hat dem Polarisationsapparate mannigfache Formen gegeben, die bald zu diesem, bald zu jenem Versuche sich am besten eigneten. Alle diese verschiedenen Formen zu beschreiben, würde hier zu weit führen; es mag die genauere Beschreibung des von **Nörremberg** construirten Apparates genügen, welcher fast zu allen Versuchen der zweckmässigste ist.

Fig. 853.



Der **Nörremberg**'sche Polarisationsapparat ist Fig. 853 in 1/4 der natürlichen Grösse dargestellt. In einem runden Fussgestelle, welches nicht zu leicht sein darf, damit der Apparat die nöthige Stabilität erhalte, befinden sich am Rande, diametral einander gegenüberstehend, zwei Stäbe, zwischen denen ein Rähmchen AB angebracht ist, welches eine Platte von geschliffenem Spiegelglase einschliesst. Dieses Rähmchen und mit ihm der Spiegel ist mittelst zweier Zapfen um eine horizontale Axe drehbar, so dass man dem Spiegel jede beliebige Lage gegen die Richtung des Bleiloths geben kann. Der Spiegel wird jedoch gewöhnlich in einer solchen Lage festgestellt, dass seine Ebene einen Winkel von 35° 25′ mit der Verticalen macht. Fällt bei dieser Stellung des Spiegels ein Licht-

Digitized by Google

strahl ab in einem Winkel von 35° 25′ auf den Spiegel, so geht er zum Theil durch das Glas hindurch, und diesen Theil haben wir weiter nicht zu betrachten, zum Theil aber wird er in der Richtung bc vertical nach unten reflectirt. Dieser reflectirte Strahl ist nun polarisirt.

Die Reflexionsebene eines durch Spiegelung polarisirten Lichtstrahls wird seine Polarisationsebene genannt. So ist z. B. die durch ba und bc, Fig. 853, gelegte Ebene die Polarisationsebene des durch den Spiegel AB in der Richtung bc reflectirten und durch diese Reflexion polarisirten Strahles.

Auf dem Fussgestelle befindet sich nun in wagerechter Lage ein gewöhnlicher auf der Rückseite belegter Spiegel, welcher die in der Richtung bc rechtwinklig zu seiner Oberfläche ankommenden polarisirten Strahlen in der Richtung cb reflectirt, so dass sie nun zum zweiten Male auf den Polarisationsspiegel AB fallen, welcher den grössten Theil derselben durchlässt, so dass dieselben zum oberen Theile des Apparates gelangen, während die übrigen in der Richtung ba reflectirten nicht mehr in Betracht kommen. Die oberen Enden der Stäbe (der mittlere Theil des Apparates mag vor der Hand noch unberücksichtigt bleiben) tragen einen in Grade getheilten Ring. Der Nullpunkt dieser Theilung liegt so, dass, wenn man sich durch die Theilstriche 0 und 180° eine Verticalebene gelegt denkt, diese Ebene mit der Reflexionsebene des Spiegels AB, also mit der Polarisationsebene der durch diesen Spiegel polarisirten Strahlen zusammenfällt. In diesem getheilten Ringe ist ein anderer drehbar, auf welchem diametral gegenüberstehend zwei Säulchen angebracht sind, zwischen welchen ein Spiegel S von schwarzem Glase oder ein auf der Rückseite geschwärzter Spiegel ebenso befestigt ist wie der untere Polarisationsspiegel zwischen seinen Stäben; wie der untere um eine horizontale Axe drehbar, kann der obere Spiegel leicht so gestellt werden, dass er einen Winkel von 35° 25′ mit der Verticalen macht.

Diesen Spiegel S wollen wir den Zerlegungsspiegel nennen.

Der drehbare Ring, auf welchem die Säulchen stehen, ist am Rande etwas zugeschärft, und gerade in der Mitte der vorderen Hälfte des Ringes ist eine Linie, ein Index, auf die Zuschärfung gezogen. Eine durch diesen Index und den Mittelpunkt des Ringes gelegte Verticalebene fällt mit der Reflexionsebene des oberen Spiegels zusammen. Dreht man den Ring, welcher den Spiegel S trägt, so, dass der Index mit dem Nullpunkte der Theilung zusammenfällt, so fallen die Reflexionsebenen des Polarisationsspiegels und des Zerlegungsspiegels zusammen. Dasselbe ist der Fall, wenn der Index bei 180° steht. Wenn der Index bei 90° (wie in unserer Figur) oder bei 270° steht, so macht die Reflexionsebene des Zerlegungsspiegels einen rechten Winkel mit der Reflexionsebene des unteren Polarisationsspiegels.

Der Winkel, welchen die Reflexionsebene des Zerlegungsspiegels mit der Reflexionsebene des Polarisationsspiegels macht, wird das Azimuth des Zerlegungsspiegels genannt.

Digitized by Google

Die Erscheinungen der gewöhnlichen Polarisation, welche man an diesem Apparate beobachten kann, sind folgende. Wenn beide Spiegel parallel stehen, wenn also der Index des den oberen Spiegel tragenden Ringes bei 0° steht, so reflectirt der obere Spiegel die von unten her ihn treffenden Strahlen, das Gesichtsfeld ist also hell. Dreht man aber den Zerlegungsspiegel aus dieser Lage heraus, so dass bei unverändertem Einfallswinkel das Azimuth des Zerlegungsspiegels nach und nach wächst, so nimmt die Intensität des reflectirten Lichtes mehr und mehr ab und wird 0, wenn der Index bei 90° steht, wenn also das Azimuth des Zerlegungsspiegels 90° geworden ist. In dieser Stellung reflectirt der schwarze Spiegel die von unten her ihn treffenden Strahlen nicht mehr, das Gesichtsfeld erscheint dunkel. Dreht man noch weiter, so wird es allmälig wieder heller, und wenn der Index bei 180° steht, ist die Lichtstärke wieder derjenigen gleich, die bei 0° beobachtet wurde. Das Licht nimmt jedoch wieder ab, wenn man noch über 180° hinausgeht; das Gesichtsfeld wird zum zweiten Male dunkel, wenn der Index bei 270° steht.

Es versteht sich von selbst, dass während dieser ganzen Drehung die Richtung des oberen Spiegels gegen die Verticale unverändert bleiben muss. In allen Lagen macht der obere Spiegel einen Winkel von 35° 25′ mit der Verticalen.

Der Zusammenhang dieser Erscheinungen lässt sich so leicht übersehen, dass es nicht nöthig wäre, sie noch weiter anschaulich zu machen; allein des besseren Verständnisses der complicirteren Erscheinungen der Kreispolarisation wegen wollen wir auch die einfachen Erscheinungen der gewöhnlichen Polarisation graphisch darstellen.

In Fig. 854 stellt die Verlängerung der Radien des Kreises bis zu der Curve, welche die ganze Figur begränzt, die Intensität des reflectirten Lichtes für die verschiedenen Stellungen des oberen Spiegels dar. Es repräsentiren also die Linien $0b$ und cd die Intensitäten des vom Zerlegungsspiegel reflectirten Lichtes für die Azimuthe 0 und $0c$. Man übersieht in der Figur sehr deutlich, dass für die Azimuthe 90° und 270° die Intensität des reflectirten Lichtes Null, für 0° und 180° aber ein Maximum ist.

Fig. 854.

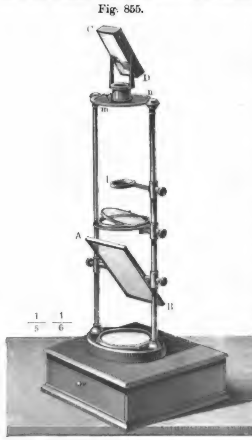
Um die Beschreibung des Apparates Fig. 853 zu vollenden, wollen wir nun auch noch den Ring betrachten, welcher in der Mitte der Stäbe über dem unteren Polarisationsspiegel angebracht ist. In demselben dreht sich ein zweiter, dessen Oeffnung mit einer Glasplatte verschlossen ist, auf welche man durchsichtige Gegenstände legen kann, deren Verhalten im polarisirten Lichte man untersuchen will. Der Rand dieses drehbaren Ringes ist etwas zugeschärft und mit einem Index versehen; auf dem äus-

ed by Google

seren Ringe ist eine Kreistheilung angebracht, welche der oberen entspricht.

Fig. 855 stellt einen sorgfältig in Messing ausgeführten Nörremberg'schen Polarisationsapparat dar, welcher wohl nach dem Vorhergehenden leicht zu verstehen ist. Der ganze Apparat ist auf einem Kästchen von Holz befestigt, welches mit einer Schieblade versehen ist, um darin verschiedene Requisiten aufbewahren zu können. Das mittlere Tischlein ist nicht allein um die verticale Axe des Apparates drehbar, sondern es kann auch gegen die Horizontale geneigt werden. Ueber dem Tischlein befindet sich eine Linse l, von deren Gebrauch erst später die Rede sein wird, welche aber, wenn sie nicht gebraucht wird, auf die Seite geschoben werden kann. Zwischen den beiden oberen Enden der Messingsäulen ist der am Rande eine Kreistheilung tragende Messingring mn befestigt; in ihm ist eine Messingscheibe drehbar, welche in der Mitte eine kurze Hülse zur Aufnahme der verschiedenen Kopfapparate trägt, von denen noch weiter unten die Rede sein wird. Unsere Figur zeigt statt des auf gleiche Weise anzubringenden Zerlegungsspiegels eine Glasplattensäule CD, deren Einrichtung gleichfalls in einem der nächsten Paragraphen besprochen werden soll.

Fig. 855.



314 **Der Polarisationswinkel.** Giebt man, ohne sonst etwas an dem Apparate zu ändern, dem unteren Spiegel eine andere Stellung gegen die einfallenden Strahlen, stellt man ihn z. B. so, dass er einen Winkel von 25° mit der Verticalen macht, so werden solche Strahlen zum oberen Spiegel des Apparates gelangen, die den unteren Polarisationsspiegel unter einem Winkel von 25° getroffen haben. Wiederholt man nun die oben

Digitized by Google

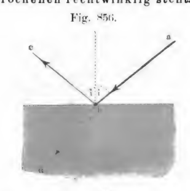
beschriebenen Versuche, so findet man, dass das von dem oberen Spiegel zurückgeworfene Licht nie ganz Null wird. Wenn der obere Spiegel so gestellt ist, dass seine Reflexionsebene die des unteren kreuzt, so wird er in dieser Stellung freilich weniger Licht reflectiren, als in jeder anderen, doch wird immer noch ein namhafter Theil der von unten kommenden Strahlen reflectirt.

Es lässt sich daraus schliessen, dass die unter einem Winkel von 25° vom unteren Polarisationsspiegel reflectirten Strahlen zwar zum Theil, aber doch nicht vollständig polarisirt sind. Je mehr der Winkel, welchen die auf den unteren Glasspiegel fallenden Strahlen mit der Ebene dieses Spiegels machen, von 35° 25′ abweicht, desto unvollständiger ist die Polarisation. Der Winkel, für welchen die vollständige Polarisation stattfindet, für Glas also der Winkel 35° 25′, wird der Polarisationswinkel genannt.

Der Polarisationswinkel ist nicht für alle Substanzen gleich, jede Substanz hat ihren eigenthümlichen Polarisationswinkel; für Obsidian z. B. ist der Polarisationswinkel 33°.

Man hatte schon für viele Körper durch Versuche den Polarisationswinkel bestimmt, als Brewster durch Vergleichung der Resultate zu dem merkwürdigen Gesetze geführt wurde, dass der Polarisationswinkel derjenige ist, für welchen der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen rechtwinklig steht. Wenn also in Fig. 856 ab der unter dem Polarisationswinkel einfallende Strahl ist, so wird der reflectirte Strahl bc mit dem gebrochenen bd einen rechten Winkel machen; für jeden anderen Einfallswinkel steht der reflectirte Strahl nicht mehr rechtwinklig auf dem gebrochenen, alsdann ist aber der reflectirte Strahl auch nicht mehr vollständig polarisirt.

Fig. 856.



Wenn der Winkel dbc, Fig. 856, gleich 90° ist, so ist auch $i + r = 90°$, folglich ist auch $\sin r = \cos i$. Setzen wir nun diesen Werth von $\sin r$ in die Gleichung

$$\sin i = n \sin r,$$

so kommt

$$\operatorname{tang} i = n.$$

Der Polarisationswinkel ist also derjenige Einfallswinkel, dessen trigonometrische Tangente gleich ist dem Brechungsexponenten der reflectirenden Substanz.

Da der Brechungsexponent der verschiedenfarbigen Strahlen nicht derselbe ist, so ist klar, dass selbst für eine und dieselbe Substanz der Polarisationswinkel nicht für die Strahlen aller Farben derselbe sein kann.

Digitized by Google

Es erklärt sich daraus ganz einfach, warum ein Strahl weissen Lichtes durch Reflexion niemals vollständig polarisirt sein kann.

Die richtige Stellung der Spiegel im Polarisationsapparate mittelt man am besten durch den Versuch aus; man stellt beide Spiegel ungefähr in die richtige Neigung gegen die Verticale, kreuzt ihre Reflexionsebenen und corrigirt alsdann zuerst die Neigung des unteren Spiegels, indem man seine Neigung allmälig ändert und ihn in der Lage feststellt, für welche das oben reflectirte Licht im Minimum ist. Ist dies geschehen, so corrigirt man auf dieselbe Weise die Neigung des oberen Spiegels.

Bei genauer Untersuchung findet man, dass das von einer Wasserfläche, von einem Schieferdache, von einem polirten Tische u. s. w. reflectirte Licht mehr oder weniger polarisirt ist, ja fast alle spiegelnden Oberflächen können unter Umständen als Polarisationsspiegel dienen. Nur die metallischen Oberflächen machen hiervon eine Ausnahme.

315 **Polarisation durch gewöhnliche Brechung.** Wenn Lichtstrahlen unter einem Winkel von 35°25′ auf eine durchsichtige Glastafel fallen, so werden sie zum Theil reflectirt und durch diese Reflexion polarisirt, zum Theil aber gehen sie auch durch die Glastafel hindurch. Die hindurchgegangenen Strahlen zeigen nun ebenfalls Spuren von Polarisation, und zwar steht ihre Polarisationsebene rechtwinklig auf der Polarisationsebene der an der Vorderfläche reflectirten Strahlen. Lässt man die durchgegangenen Strahlen, deren Polarisation, wie gesagt, sehr schwach ist, auf eine zweite, der ersteren parallele Glastafel fallen, so sind sie nach ihrem Durchgange durch diese zweite Glasplatte schon vollständiger polarisirt. Durch eine dritte, vierte, fünfte Glasplatte wird die Polarisation immer vollständiger; durch 8 bis 10 Glasplatten erhalten die durchgegangenen Strahlen schon eine ziemlich vollständige Polarisation.

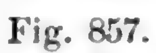
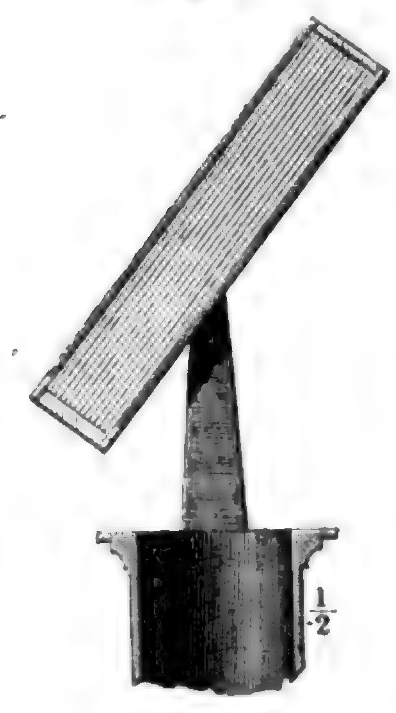


Fig. 857.



Ein solches System von Glasplatten kann recht gut statt des Zerlegungsspiegels als Zerleger oder Analyseur des Polarisationsapparates gebraucht werden. Der Polarisationsapparat, Fig. 855 auf Seite 804, ist mit einer solchen Glasplattensäule versehen dargestellt. Fig. 857 stellt in $^1/_2$ der natürlichen Grösse eine solche Glasplattensäule im Durchschnitte dar. Die Glasplatten sind in ein Rähmchen von Messing gefasst, und dieses wird von zwei Messingpfeilern getragen.

Wenn man die Säule von Glasplatten statt des Zerlegungsspiegels auf den Apparat aufgesetzt hat, so wird beim Durchsehen durch

Digitized by Google

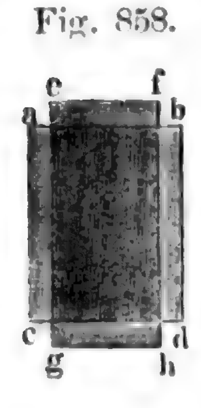
die Glasplatten das Gesichtsfeld dunkel erscheinen, wenn die Platten dieser Säule mit dem Polarisationsspiegel AB parallel stehen, also ungefähr bei der in Fig. 855, Seite 804 dargestellten Lage, für welche die unterste Platte der Säule die von unten kommenden Strahlen reflectirt. Macht dagegen die Reflexionsebene der Glasplattensäule einen rechten Winkel mit der Reflexionsebene des Polarisationsspiegels AB, so ist beim Hindurchsehen durch die Glasplattensäule das Gesichtsfeld hell.

Polarisation durch Turmalinplatten. Nimmt man von dem Apparat Fig. 855 den Zerleger weg und lässt man statt auf diesen die polarisirten Strahlen auf eine horizontal gehaltene Turmalinplatte fallen, deren Oberflächen der krystallographischen Hauptaxe dieses Minerals parallel sind, so gewahrt man an dem durch die Platte hindurchgegangenen Lichte ganz dieselben Erscheinungen wie diejenigen, welche man an dem vom Zerlegungsspiegel reflectirten Lichte beobachtete. Hat die Platte eine solche Stellung, dass ihre krystallographische Hauptaxe rechtwinklig auf der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen steht, so lässt sie die Strahlen so vollständig hindurch, als es die Färbung des Minerals erlaubt. Macht aber die Axe der Platte einen anderen Winkel mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen, so ist das durchgehende Licht um so schwächer, je kleiner dieser Winkel wird. Fällt die Axe der Platte in die Polarisationsebene der einfallenden Strahlen, so ist die Intensität des durchgegangenen Lichtes ein Minimum, und falls die Platte dick genug ist, vollständig Null. Die Lage des Krystalls, bei welcher seine Axe mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen einen rechten Winkel bildet, entspricht dem Falle, dass der obere Spiegel dem unteren parallel ist, die zuletzt erwähnte Stellung des Krystalls aber dem Falle der gekreuzten Spiegel. 316

Wenn eine solche Turmalinplatte in eine Fassung gebracht ist, welche ebenso wie die, welche die Säule von Glasplatten enthält, auf dem oberen Ringe des Polarisationsapparates drehbar ist, so kann die Turmalinplatte ebenso gut wie der Zerlegungsspiegel als Kopf oder Analyseur des Apparates dienen, und man kann dieselben Versuche mit der Turmalinplatte anstellen, wie mit dem Zerlegungsspiegel.

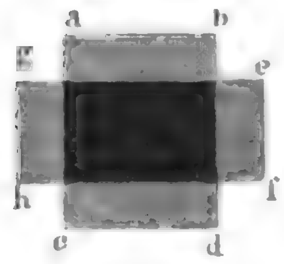
Aus den erwähnten Versuchen lässt sich schliessen, dass, wenn gewöhnliches Licht auf eine solche Turmalinplatte fällt, es nach seinem Durchgange durch die Platte polarisirt sein wird. Legt man demnach zwei parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatten so aufeinander, dass ihre Axen parallel sind, so werden sie einfallendes gewöhnliches Licht ebenso gut durchlassen wie eine Platte, welche so dick ist wie beide zusammengenommen, wie Fig. 858 andeutet, wo *abcd* die eine und *efgh* die andere Platte bezeichnet. Die Schraffirung soll den krystallographischen Axen parallel sein. Dreht man aber die eine Platte

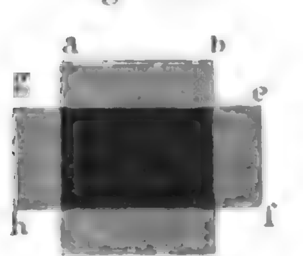
Fig. 858.



in ihrer Ebene herum, ohne die Lage der zweiten zu ändern, so wird das durchgelassene Licht schwächer und schwächer, bis es endlich ganz verschwindet, wenn die Axen beider Platten einen rechten Winkel mit einander machen, wie dies Figur 859 versinnlicht. Zwei solcher Platten bilden also einen kleinen Polarisationsapparat.

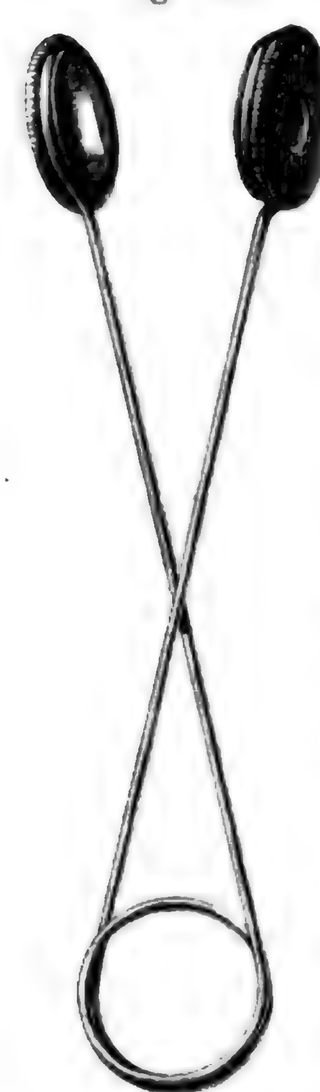
Fig. 859.





Um zwei solcher Platten bequem gebrauchen zu können, werden sie nach Nörremberg's Angabe auf folgende Weise gefasst. Ein Messingdraht ist, wie Fig. 860 zeigt, in die Form einer Zange gebogen. Die beiden Enden des Drahtes bilden Ringe; in jedem dieser Ringe ist eine Hülse drehbar, in welche eine Turmalinplatte gefasst ist. Wenn nicht durch den Druck der Hand oder durch irgend einen Gegenstand, welchen man zwischen beide Hülsen legt, diese auseinandergehalten werden, so werden die einander gegenüberstehenden Flächen der Hülsen durch die Federkraft des Drahtes sanft an einander gedrückt, so dass, wenn man einen im polarisirten Lichte zu untersuchenden in Kork gefassten Krystall zwischen beide Hülsen legt, er durch den schwachen Druck hinlänglich festgehalten wird, und man die ganze Vorrichtung in jeder beliebigen Lage vor das Auge bringen kann, ohne dass der Krystall herausfällt.

Fig. 860.



Man findet den Turmalin in den verschiedenartigsten Farben. Häufig kommen Turmalinkrystalle vor, welche dem äusseren Ansehen nach ganz schwarz sind, und die nur in ganz dünne Blättchen geschnitten durchsichtig werden. Ganz dünne Blättchen von dieser Art polarisiren zwar das Licht sehr vollständig; es ist aber sehr schwer, aus Krystallen dieser Art Platten zu schleifen, welche dünn genug sind, besonders deshalb, weil sie im Inneren voller kleiner Risse und Sprünge sind, welche veranlassen, dass der Krystall sich bröckelt, sobald er nur einigermaassen dünn geschliffen wird. Sehr geeignet für den optischen Gebrauch sind die durchsichtigen, braunen und röthlichbraunen Turmaline, wenn sie hinlänglich gross sind, um aus ihnen Platten von 8 bis 9 Quadratlinien Oberfläche machen zu können; denn wenn die Platten noch kleiner sind, so ist das Gesichtsfeld, welches man durch sie bequem übersehen kann, zu klein. Am häufigsten werden die dunkelgrünen zu optischen Zwecken gebraucht; man kann sie am leichtesten in hinlänglicher Grösse erhalten, und eine Platte von $^1/_2$ Linie Dicke polarisirt das Licht vollkommen genug. Je heller die Farbe der Turmaline ist, desto unvollständiger polarisiren sie das Licht und desto dicker muss man die Platten nehmen,

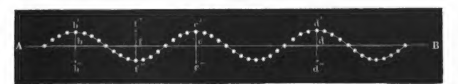
Digitized by Google

wenn man vollständige Polarisation erhalten will. Die bläulichen polarisiren am schlechtesten und sind deshalb am wenigsten zu empfehlen.

Eine sehr sinnreiche Anwendung hat Arago von den Turmalinplatten gemacht, um Gegenstände zu betrachten, welche in der Tiefe sehr durchsichtiger Gewässer liegen und deren Sichtbarkeit gewöhnlich durch den Glanz der Wasseroberfläche beeinträchtigt wird. Da das von der Wasseroberfläche reflectirte Licht polarisirt ist, so kann man diesen Glanz verschwinden machen, wenn man durch eine in die richtige Lage gehaltene Turmalinplatte schaut.

Erklärung der Polarisation durch die Vibrationstheorie. 317
Durch die Polarisationserscheinungen lässt sich am einfachsten der Beweis liefern, dass die Vibrationen, welche einen Lichtstrahl fortpflanzen, rechtwinklig zu seiner Richtung sind. Nehmen wir an, dass ein Lichtstrahl rechtwinklig zur Ebene der beiden Turmalinplatten, Fig. 858, durch dieselben gehe, deren Axen einander parallel sind, so wäre kein Grund vorhanden, warum der Strahl nicht ebenso gut durch die gekreuzten Platten hindurchgehen sollte, wenn die Schwingungen, welche ihn fortpflanzen, in der Richtung des Strahles selbst stattfänden. Das Verschwinden des Lichtes bei gekreuzten Platten lässt sich nur durch die Annahme erklären, dass die Schwingungen, welche den Lichtstrahl fortpflanzen, rechtwinklig zu seiner Richtung sind, und dass ferner ein Lichtstrahl polarisirt ist, wenn seine Schwingungen stets in einer und derselben Ebene stattfinden. Alle Schwingungen des Strahles z. B., dessen Ausweichungscurve Fig. 861 dargestellt

Fig. 861.



ist, finden in der Ebene des Papiers statt; dieser Strahl ist also ein polarisirter Strahl.

In einem gewöhnlichen Lichtstrahle bleiben die Vibrationen nicht immer in derselben Ebene, sondern sie variiren nach allen möglichen, auf die Richtung des Strahls rechtwinkligen Richtungen.

Die Ebene, in welcher alle Schwingungen eines polarisirten Strahls stattfinden, heisst die Vibrations- oder Schwingungsebene desselben. Die Schwingungsebene eines Strahls, welcher durch eine Turmalinplatte polarisirt worden ist, ist der krystallographischen Hauptaxe der Turmalinplatte parallel.

Die Wahrheit dieses wichtigen Satzes hat Nörremberg sehr einfach auf folgende Art bewiesen:

Google

Wenn man durch eine parallel mit der Axe geschliffene Turmalinplatte nach einer weissen Wand oder einer weissen Wolke gerade hindurchschaut, wie dies Fig. 862 dargestellt ist, wo *abcd* die Turmalinplatte, *fg* die Richtung ihrer krystallographischen Hauptaxe und *no* die Richtung der durch die Platte ins Auge gelangenden Strahlen darstellt, so hat das Gesichtsfeld eine bestimmte Helligkeit, welche fast ungeändert bleibt, wenn man die Platte so gegen die Richtung der durchgehenden Strahlen neigt, dass die Richtung der krystallographischen Hauptaxe der Platte die Umdrehungsaxe bildet, wie es in Fig. 862 angedeutet ist.

Neigt man aber die Platte so gegen die Richtung der durchgehenden Strahlen, dass dabei die Umdrehungsaxe *hi* rechtwinklig zur Krystallaxe steht, wie Fig. 863 angedeutet ist, so wird das Gesichtsfeld sogleich bedeutend dunkler.

Fig. 862.

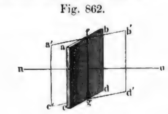
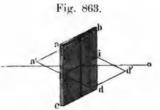


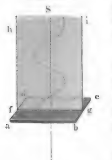
Fig. 863.



Wenn nun eine Aenderung in der Helligkeit der Platte stattfindet, so kann diese nur davon herrühren, dass die **Vibrationsrichtung** der durchgehenden Strahlen gegen die Platte eine andere wird. Bei dem Fig. 862 dargestellten Versuche findet keine Aenderung in der Helligkeit statt, folglich ist die Richtung der Schwingungen, welche den Lichtstrahl in der Richtung *no* fortpflanzen, gegen die Platte ganz dieselbe, es mag die Platte die Stellung *abcd* oder die Stellung *a'b'c'd'* haben; daher kann nur *fg* die fragliche Vibrationsrichtung sein, welche demnach in der That **mit der Richtung der krystallographischen Hauptaxe zusammenfällt.**

Es soll dies noch durch Fig. 864 anschaulich gemacht werden, wo *abcd* eine Turmalinplatte darstellt, deren krystallographische Axe die Richtung *fg* hat. *fghi* ist die Schwingungsebene eines in der Richtung *RS* durch die Platte hindurchgegangenen Strahles.

Fig. 864.



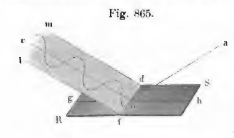
An geschliffenen und polirten Turmalinplatten lässt sich die Richtung der Axe oft durch feine Sprüngchen erkennen, welche die Platten sehr häufig zeigen. Die Richtung dieser Sprünge, welche die Richtung einer unvollkommenen Spaltbarkeit bezeichnen, ist rechtwinklig zur Krystallaxe.

Wenn man eine Turmalinplatte als Kopf des Polarisationsapparates anwendet, so ist das Gesichtsfeld **dunkel**, wenn die Krystallaxe der Platte mit

Digitized by Google

der Reflexionsebene des Polarisationsspiegels zusammenfällt; daraus folgt, dass die Vibrationsebene eines durch Reflexion polarisirten Strahles rechtwinklig zur Reflexionsebene, also auch rechtwinklig zur Polarisationsebene ist. Wenn z. B. ein Lichtstrahl ab, Fig. 865, den Glasspiegel RS unter einem Winkel von 35° treffend von demselben in der Richtung bc reflectirt wird, so ist dieser reflectirte Strahl polarisirt und zwar sind die Aethervibrationen, welche ihn fortpflanzen, rechtwinklig zu der durch ab und bc gelegten Ebene, sie sind also mit fd parallel, oder mit anderen Worten, $fdlm$ ist die Vibrationsebene des polarisirten Strahles bc.

Fig. 865.



Wenn ein schon polarisirtes Strahlenbündel cb, Fig. 865, einen Glasspiegel RS trifft, dessen Ebene seinen Vibrationen parallel ist, so geht ein Theil dieses Strahlenbündels mit unveränderter Schwingungsrichtung durch den Spiegel hindurch, ein anderer Theil aber wird immer noch parallel mit fd schwingend in der Richtung ba reflectirt.

Wenn dagegen die Schwingungen eines unter dem Polarisationswinkel auf den Spiegel fallenden Strahlenbündels in der Einfallsebene liegen, wenn also z. B. die Schwingungen des Strahles cb in der Ebene cba vor sich gingen, so würde kein Theil dieses Strahlenbündels reflectirt, sondern es würde mit unveränderter Vibrationsebene durch die Glasplatte hindurchgehen.

Fällt ein polarisirter, senkrecht zur Ebene des Papiers sich fortpflanzender Strahl, dessen Projection m und dessen Schwingungsebene ab, Fig. 866, sein mag, auf eine Turmalinplatte, deren Schwingungsebene ebenfalls ab ist, so wird der Strahl von der Turmalinplatte durchgelassen. Sieht man also durch eine Turmalinplatte nach dem Polarisationsspiegel eines Polarisationsapparates (d. h. mit anderen Worten, gebraucht man statt des Zerlegungsspiegels eine Turmalinplatte), so sieht man das Gesichtsfeld hell, wenn die krystallographische Hauptaxe der Platte auf der Reflexionsebene des unteren Spiegels rechtwinklig ist. Dreht man aber die Turmalinplatte, so wird das Gesichtsfeld dunkler und dunkler, bis es endlich ganz dunkel wird,

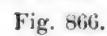
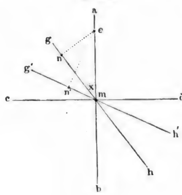


Fig. 866.



wenn die Schwingungsebene des Turmalins mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels zusammenfällt.

Diese Erscheinung ergiebt sich als nothwendige Folge der Theorie. Es sei *me* die Vibrationsintensität des in der Ebene *ab* schwingenden auf die Turmalinplatte fallenden Strahls, welche wir mit *A* bezeichnen wollen. Wenn nun die Schwingungsebene *gh* der Turmalinplatte einen Winkel x mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen macht, so ist *mn* die Vibrationsintensität, welche der einfallende Strahl in der Schwingungsebene der Turmalinplatte hervorruft. Bezeichnen wir *mn* mit A', so haben wir

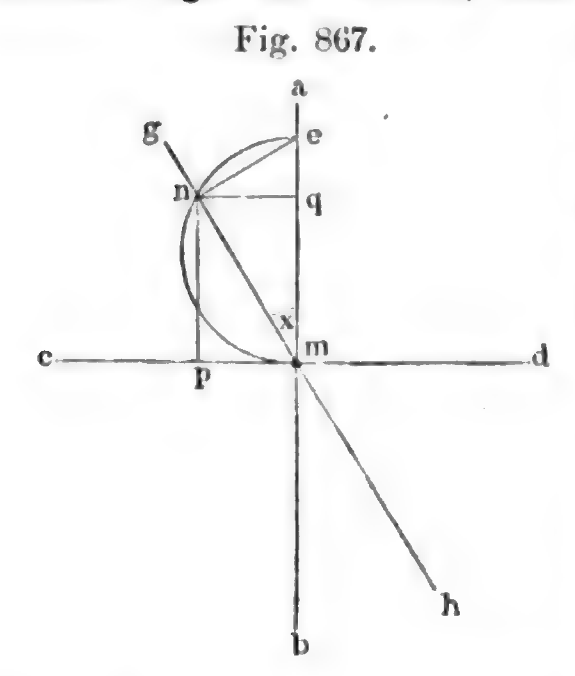
$$A' = A \cos x,$$

ein Werth, welcher gleich A wird für $x = 0$, welcher kleiner wird, wenn x wächst und welcher endlich Null wird für $x = 90^0$.

Dieselben Schlüsse gelten auch für den Zerlegungsspiegel des Polarisationsapparates, und man sieht demnach leicht ein, warum der obere Spiegel ein Maximum von Licht reflectirt, wenn beide Spiegel parallel, ein Minimum hingegen, wenn sie gekreuzt sind.

Nach diesen Betrachtungen kann man auch schliessen, welches die Erscheinungen sein werden, wenn man eine Turmalinplatte zwischen die gekreuzten Spiegel des Apparates bringt. Es sei *ab*, Fig. 867, die Schwingungsebene des unteren Spiegels, *cd* die des Zerlegers, *gh* die der zwischen beiden liegenden Turmalinplatte, welche einen Winkel x mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen macht. Es sei ferner $me = A$ die Vibrationsintensität des vom unteren Spiegel polarisirten Strahles. Diese Vibrationsintensität nach der Schwingungsebene *gh* der Turmalinplatte zerlegt, erzeugt in derselben eine Vibrationsintensität $mn = A' = A \cos x$ und diese wieder zerlegt nach der Schwingungsebene *cd* des Zerlegungsspiegels, erzeugt die Vibrationsintentisät

Fig. 867.



$$mp = A'' = mn \sin x = A' \sin x,$$

oder endlich, wenn man für A' seinen Werth setzt,

$$A'' = A \cos x \,.\, \sin x.$$

Dieser Werth von A'' wird 0 für $x = 0$ und für $x = 90^0$, das Gesichtsfeld bleibt also dunkel, wenn die Schwingungsebene der Turmalinplatte mit der Schwingungsebene des Polarisationsspiegels oder des Zer-

Digitized by Google

legungsspiegels zusammenfällt. Dagegen wird der Werth von A'' ein Maximum, die Turmalinplatte erscheint zwischen den gekreuzten Spiegeln in grösster Helligkeit, wenn $x = 45^0$.

Die Richtigkeit der letzteren Behauptung ergiebt sich aus folgender Betrachtung.

Weil mne ein rechter Winkel sein soll, so muss der Punkt n, welches auch die Lage der Ebene gh sein mag, stets auf dem Umfange eines Halbkreises liegen, dessen Durchmesser me ist. Nun aber ist mp gleich nq, d. h. gleich dem Perpendikel, welches von der Spitze des rechten Winkels auf die gegenüberstehende Hypotenuse me gefällt wird. Das Perpendikel nq erreicht aber sein Maximum, wenn n um einen Viertelkreis von e absteht, denn in diesem Falle ist das Perpendikel dem Radius des Kreises gleich. Wenn aber n um einen Viertelkreis von e absteht, so macht die Schwingungsebene gh einen Winkel von 45^0 mit der Schwingungsebene ab des einfallenden Strahles.

Digitized by Google

Zehntes Capitel.

Von der doppelten Brechung.

---

318 **Doppelte Brechung des Kalkspaths.** Wir haben bisher immer angenommen, dass beim Uebergange eines Lichtstrahls aus einem Mittel in ein anderes nur ein einziger gebrochener Strahl entstände; viele Körper haben jedoch die merkwürdige Eigenschaft, jeden einfallenden Lichtstrahl in zwei gebrochene Strahlen zu spalten. Diese mit dem Namen der doppelten Brechung bezeichnete Eigenschaft wurde zuerst von Erasmus Bartholinus am isländischen Kalkspath entdeckt und in einem Werke beschrieben, welches unter dem Titel „*Experimenta Crystalli Islandici, disdiaclastici, quibus mira et insolita refractio detegitur*“ im Jahre 1669 zu Kopenhagen erschienen ist.

Alle diejenigen Körper, welche die erwähnte Eigenschaft besitzen, werden doppeltbrechende Körper genannt. Wir wollen zunächst die Erscheinungen der doppelten Brechung am Kalkspathe näher kennen lernen, weil sie an diesem Körper besonders leicht beobachtet werden können.

Der Kalkspath ist bekanntlich krystallisirter kohlensaurer Kalk; die zahlreichen Formen, unter welchen der Kalkspath vorkommt, gehören dem hexagonalen Krystallsysteme an und lassen sich sämmtlich von einer und derselben Grundform ableiten. Die Kalkspathkrystalle sind nach drei verschiedenen Richtungen sehr vollkommen spaltbar; und dadurch ist es möglich, aus denselben Rhomboëder durch Spaltung zu erhalten. Besonders schöne, grosse und durchsichtige Kalkspathkrystalle werden auf der Insel Island gefunden; der isländische Doppelspath wird deshalb auch vorzugsweise zu Versuchen über doppelte Brechung angewandt.

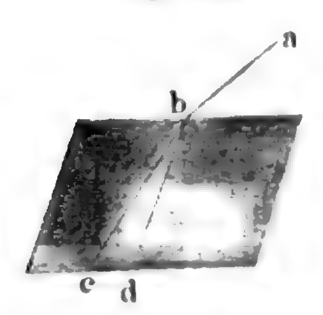
Wenn man ein durch Spaltungsflächen begränztes Kalkspathrhomboëder dicht vor das Auge hält und durch dasselbe einen dünnen Körper, etwa eine Stecknadel, betrachtet, so erblickt man zwei deutlich getrennte Bilder; legt man das Rhomboëder auf ein Blatt weissen Papiers, auf welches man einen schwarzen Punkt gemacht hat, so sieht man den Punkt doppelt. Aus einer genauen Beobachtung dieser beiden Bilder, wie man sie durch ein Rhomboëder sieht, kann man die Gesetze der doppelten

Digitized by Google

Brechung im Kalkspathe ableiten, wie dies auch **Huyghens** schon gethan hat.

Legt man auf die obere Fläche eines Kalkspathrhomboëders ein Kartenblatt, in welches mit Hülfe einer Stecknadel ein kleines Loch gestochen worden ist, lässt man dann durch diese kleine Oeffnung einen Sonnenstrahl *ab*, Fig. 868, auf den Krystall fallen, so wird man auf einem Papierblatte, mit welchem man die der Eintrittsfläche gegenüber liegende Fläche des Rhomboëders bedeckt, zwei helle Punkte, nämlich einen bei *c* und einen bei *d*, erblicken; es sind also von der Oeffnung *b* aus zwei ganz getrennte Strahlen durch den Krystall hindurchgegangen, welche die Austrittsfläche in den Punkten *c* und *d* treffen; der Lichtstrahl *ab* wird also bei seinem Eintritte in den Kalkspathkrystall in zwei Strahlen gespalten, welche, verschiedenen Brechungsgesetzen folgend, den Krystall in verschiedenen Richtungen durchlaufen; der eine Strahl ist stärker von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt als der andere.

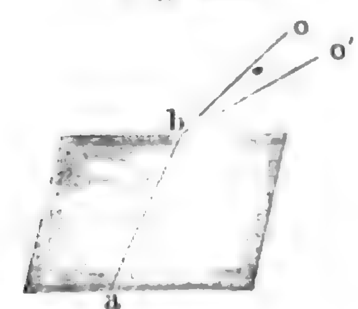
Fig. 868.



Nach der Vibrationstheorie muss man annehmen, dass sich die Lichtwellen in einem stärker brechenden Mittel langsamer fortpflanzen; die ungleiche Ablenkung, welche die beiden Strahlen *bc* und *bd* erleiden, hängt also auch mit einer ungleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit zusammen, der stärker gebrochene Strahl *bd* pflanzt sich mit geringerer Geschwindigkeit durch den Krystall fort als der andere, oder, mit anderen Worten, für den stärker gebrochenen Strahl *bd* ist die Wellenlänge kürzer als für den Strahl *bc*.

Obiger Versuch lehrt uns also zwei verschiedene Strahlenarten kennen, welche den Kalkspath mit ungleicher Geschwindigkeit durchlaufen; dass aber auch in einer und derselben Richtung zwei verschiedene Strahlen sich mit ungleicher Geschwindigkeit durch den Krystall fortpflanzen können, geht aus folgendem Versuche hervor. Man lege ein Kalkspathrhomboëder auf ein Blatt weissen Papiers, auf welches man einen schwarzen Punkt gemacht hat; wenn man nun auf die obere Fläche des Rhomboëders ein Stückchen Papier mit einer kleinen Oeffnung *b*, Fig. 869, legt, so sieht man in der Oeffnung *b* das Bild des schwarzen Punktes *a* nur nach zwei ganz bestimmten Richtungen *bo* und *bo'*; daraus geht aber hervor, dass in der Richtung *ab* zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit den Krystall durchlaufen; denn wenn sich von *a* nach *b* nur ein einziger Strahl mit unveränderlicher Geschwindigkeit fortpflanzte, so könnte er nur nach einer einzigen bestimmten Richtung austreten. Derjenige Strahl *bo'*, welcher beim Austritte aus dem Krystalle am stärksten abgelenkt wird, pflanzt sich in der Richtung *ab* mit gerin-

Fig. 869.



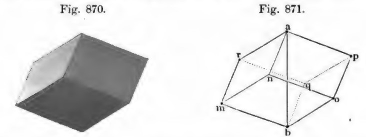
Digitized by Google

gerer Geschwindigkeit im Krystalle fort als der andere Strahl, welcher, in derselben Richtung *ab* den Krystall durchlaufend, in der Richtung *bo* austritt.

Um die Geschwindigkeiten zu ermitteln, mit welchen die beiden Strahlenarten den Krystall durchlaufen, muss man die Brechungsexponenten für dieselben bestimmen, was am besten mit Hülfe von Prismen geschieht. Bevor wir von dieser Bestimmung weiter reden, wollen wir aber die Krystallform des Kalkspaths näher betrachten, um uns in Beziehung auf die verschiedenen Richtungen, von denen alsbald die Rede sein wird, gehörig zu orientiren.

319 **Krystallform des Kalkspathes.** Wir haben bereits auf S. 92 und 96 gesehen, dass der Kalkspath dem hexagonalen Krystallsystem angehört, und dass seine Grundgestalt, das Rhomboëder, Fig. 870, als Hemiëdrie der doppelt sechsseitigen Pyramide zu betrachten ist. In Fig. 871 ist das Rhomboëder des Kalkspathes noch einmal ohne Schattirung dar-

Fig. 870. Fig. 871.



gestellt, damit man auch die hinteren Kanten sehen und besser Buchstaben beisetzen könne.

Die Kanten eines Kalkspathrhomboëders sind nicht gleichartig; jede der drei Kanten nämlich, welche in *a* zusammentreffen, ist durch zwei Flächen gebildet, die sich hier unter einem Winkel von 105° 5′ schneiden; dasselbe gilt von den drei in *b* zusammentreffenden Kanten, während in den Kanten *rm*, *mn*, *no*, *op*, *pq* sich immer zwei Flächen unter einem Winkel von 74° 55′ schneiden. Man hat also an einem solchen Rhomboëder stumpfe und scharfe Kanten zu unterscheiden.

Auch die Ecken eines Rhomboëders sind von zweierlei Art; in *a* und *b* nämlich treffen immer drei stumpfe Kanten zusammen, in jeder der anderen Ecken aber zwei scharfe und eine stumpfe; um die Ecken *a* und *b* von den übrigen zu unterscheiden, wollen wir sie stumpfe Ecken nennen.

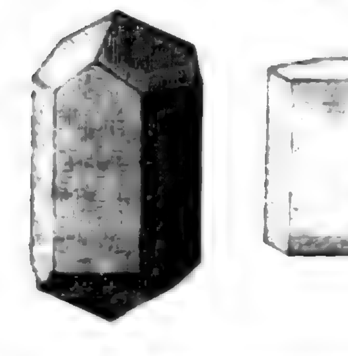
Denken wir uns die scharfen Kanten *rm*, *mn*, *no*, *op*, *pq* und *qr* des Rhomboëders durch Flächen abgestumpft, welche der Hauptaxe parallel laufen, so entsteht die bereits auf Seite 96 betrachtete, beim Kalkspathe öfters vorkommende Combination Fig. 872. Ist die sechsseitige Säule oben und unten durch eine Fläche begränzt, welche rechtwinklig zur Hauptaxe steht (die sogenannte gerade Endfläche), so hat man die Form Fig. 873, welche gleichfalls öfters am Kalkspath beobachtet wird.

Digitized by Google

Die Hauptaxe der Krystalle geht durch die Mitte der stumpfen Ecken *a* und *b*, Fig. 871, d. h. sie macht gleiche Winkel mit jeder der drei stumpfen Kanten.

Wir haben bisher nur solche Rhomboëder betrachtet, an welchen alle Flächen gleichmässig ausgebildet sind, was meistens nicht der Fall ist. Ein ganz gleichmässig ausgebildetes Rhomboëder dürfte man z. B. nur in zwei Stücke spalten, um zwei rhomboëdrische Stücke zu erhalten, deren einzelne Flächen nicht mehr gleich sind. Durch eine solche Zertheilung ist aber die gegenseitige Lage der Flächen, die Grösse der Winkel nicht im mindesten geändert; man unterscheidet nach wie vor scharfe und stumpfe Kanten, spitze und stumpfe Ecken. Die Richtung der Hauptaxe ist immer derjenigen Linie parallel, welche gleiche Winkel mit jeder der drei in einem stumpfen Eck zusammenlaufenden Kanten macht.

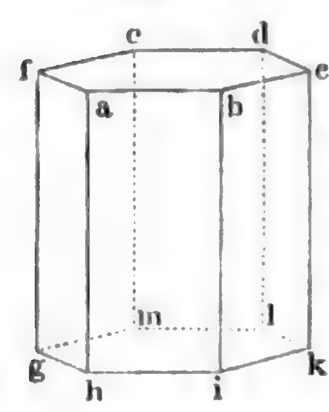
Fig. 872. Fig. 873.



Erscheinungen, welche man durch Kalkspathprismen beobachtet. 320
Wenn man ein Prisma aus Kalkspath verfertigt, so sieht man durch dasselbe in der Regel zwei Bilder eines und desselben Gegenstandes, und zwar ist der Abstand der beiden Bilder nicht allein von dem brechenden Winkel des Prismas, sondern auch von der Richtung abhängig, in welcher die Strahlen den Krystall durchlaufen.

Nehmen wir ein Kalkspathprisma zur Hand, dessen brechende Kante mit der krystallographischen Hauptaxe des Minerals parallel ist. Ein solches Prisma lässt sich am leichtesten aus einem in Form einer sechsseitigen Säule krystallisirten Kalkspathe verfertigen, wenn ein solcher Krystall nur gross und durchsichtig genug ist. Wenn die Säulenflächen eines solchen Krystalls eben genug sind, so kann man ihn ohne weitere Bearbeitung schon zu unseren Versuchen anwenden, indem zwei Säulenflächen, welche weder mit einander parallel sind, noch gerade an einander stossen, wie die Flächen *abhi* und *dckl*, Fig 874, einen Winkel von 60° mit einander bilden, also ohne Weiteres als die brechenden Flächen eines Prismas dienen können. Um durch diese beiden Flächen einen Gegenstand recht bequem beobachten zu können, wird man am besten thun, alle anderen Säulenflächen matt zu schleifen oder schwarz anzustreichen. Sollten die beiden Säulenflächen, durch welche man beobachten will, wie es oft der Fall ist, nicht ganz eben, sondern etwas gestreift sein, so muss man sie eben schleifen und poliren.

Fig. 874.



Betrachtet man durch ein solches Prisma irgend einen Gegenstand, etwa eine Kerzenflamme, so sind die beiden Bilder sehr weit von einander entfernt; weil es aber bequemer ist, wenn die Bilder näher beisammen-

Digitized by Google

liegen, indem man sie alsdann leichter gleichzeitig übersehen kann, so ist ein Prisma vorzuziehen, dessen brechender Winkel kleiner ist; ein solches Prisma lässt sich aber auch leicht aus einer sechsseitigen Säule verfertigen, indem man eine Fläche anschleift, welche etwa durch die Kanten *ah* und *ck*, Fig. 874, und eine zweite, welche durch die Kanten *ck* und *fg* geht. Die brechenden Flächen *ahck* und *fgck*, welche sich in der Kante *ck* schneiden, machen nur einen Winkel von 30° mit einander.

Auch aus Rhomboëdern kann man solche Prismen schleifen, deren brechende Kante der Axe parallel ist, und zwar wird man aus Rhomboëdern schönere und grössere Prismen erhalten, weil man wohl grosse Kalkspathrhomboëder, aber selten grosse Säulen findet; doch lässt sich die Art und Weise, wie man aus Rhomboëdern solche Prismen schleifen kann, nicht so leicht beschreiben; jedenfalls würde uns eine nähere Auseinandersetzung des Verfahrens zu weit führen.

Wenn man mit einem Kalkspathprisma, dessen brechende Kante der Axe parallel ist, nach der auf Seite 553 und 593 besprochenen Methode den Brechungsexponenten für das am wenigsten abgelenkte Bild bestimmt, so findet man denselben

für das am wenigsten abgelenkte Bild gleich 1,483
" " " meisten " " " 1,654.

In dem eben betrachteten Falle bewegten sich die beiden Strahlen, sowohl der, welchen das am meisten abgelenkte Bild gab, als auch der andere, in solchen Richtungen durch den Krystall, welche auf der Hauptaxe desselben rechtwinklig stehen.

Untersucht man die beiden Bilder eines Kalkspathprismas, dessen brechende Ebenen irgend eine andere Lage gegen die Hauptaxe des Krystalls haben, als in dem bisher besprochenen Fall, so werden die Strahlen das Prisma nicht mehr in solchen Richtungen durchlaufen, welche rechtwinklig zur Hauptaxe sind. Bestimmt man abermals die Brechungsexponenten der beiden Strahlen, so findet man für das am meisten abgelenkte Bild, wie vorher, den Brechungsexponenten 1,654, für den Brechungsexponenten des anderen Strahles findet man aber einen anderen zwischen den Gränzen 1,654 und 1,483 liegenden Werth, der mit der Richtung variirt, in welcher der Strahl den Krystall durchläuft.

Der eine Strahl, dessen Brechungsexponent beständig gleich 1,654 gefunden wird, folgt also ganz dem Gesetze der gewöhnlichen Brechung, er wird deshalb der gewöhnliche, der ordentliche oder der ordinäre Strahl genannt; der andere Strahl aber, für welchen kein unveränderliches Verhältniss zwischen dem Sinus des Einfallswinkels und dem Sinus des Brechungswinkels besteht, heisst der ungewöhnliche, ausserordentliche oder extraordinäre Strahl.

Da die ordinären Strahlen im Kalkspath am meisten abgelenkt sind, so pflanzen sie sich auch mit geringerer Geschwindigkeit im Krystalle fort als die extraordinären. Aus der Unveränderlichkeit der Brechungsexponenten, welche man für den ordinären Strahl aus allen Versuchen erhält,

Digitized by Google

ergiebt sich, dass die ordinären Strahlen nach allen Richtungen hin den Krystall mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen; für die ordinären Strahlen also, welche sich von einem Punkte aus nach allen Seiten hin im Kalkspathe verbreiten, ist die Oberfläche der Lichtwellen kugelförmig, wie dies auch für die Lichtwellen der Fall ist, welche sich in einem einfach brechenden Mittel, etwa in Luft, in Wasser, in Glas u. s. w. verbreiten.

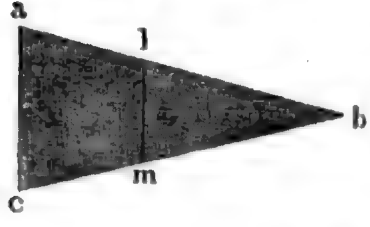
Da man für die extraordinären Strahlen nicht immer denselben Brechungsexponenten findet, so ist klar, dass sie sich nicht nach allen Richtungen hin mit gleicher Geschwindigkeit im Krystalle fortpflanzen, dass die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen also nicht kugelförmig sein kann.

Suchen wir nun zu ermitteln, wie die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen von der Richtung abhängt, in welcher sie den Krystall durchlaufen.

Der kleinste Werth, welchen man für den Brechungsexponenten der extraordinären Strahlen findet, ist 1,483, und diesen Werth findet man, wie schon erwähnt wurde, für den Fall, dass die extraordinären Strahlen in irgend einer Richtung den Krystall durchlaufen, welche rechtwinklig auf der Hauptaxe des Krystalls steht. Da der Brechungsexponent der extraordinären Strahlen für alle anderen Richtungen grösser ist, so ist klar, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der extraordinären Strahlen rechtwinklig zur krystallographischen Hauptaxe grösser ist als für alle anderen Richtungen.

Die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen ist um so geringer, je mehr sich die Richtung, in welcher sie den Krystall durchlaufen, der krystallographischen Hauptaxe nähert; in der Richtung dieser Axe selbst aber pflanzen sich alle Strahlen mit einer solchen Geschwindigkeit, wie sie dem Brechungsexponenten 1,654 entspricht, also mit der Geschwindigkeit der ordinären Strahlen fort; in der Richtung der Hauptaxe findet also gleichsam gar keine doppelte Brechung statt; diese Axe ist also optisch von jeder anderen Richtung im Krystalle verschieden, sie führt deshalb auch den Namen der optischen Axe. Dass in der Richtung der optischen Axe wirklich keine doppelte Brechung stattfindet, lässt sich am einfachsten mit Hülfe eines Prismas zeigen, dessen brechende Flächen ab und bc, Fig. 875, ungefähr gleich stark gegen die Richtung lm der optischen Axe geneigt sind. Je nachdem man ein solches Prisma vor das Auge hält, sieht man ein einziges oder zwei Bilder desselben Gegenstandes; wenn man zwei Bilder sieht, so kann man das Prisma so drehen, dass sich die beiden Bilder mehr und mehr einander nähern, und dass sie endlich ganz zusammenfallen; in letzterem Falle durchlaufen die gebrochenen Strahlen das Prisma in der Richtung der optischen Axe.

Fig. 875.



In Fig. 876 (a. f. S.) bezeichne die Linie ab die Richtung der optischen Axe in einem Kalkspathkrystalle, die Länge ma und mb aber stelle die

Digitized by Google

Geschwindigkeit der ordinären, *mc* und *md* die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen dar, mit welcher sie sich rechtwinklig zur optischen Axe im Krystalle fortpflanzen.

Ein mit dem Radius *ma* um *m* gezogener Kreis stellt alsdann das Gesetz dar, nach welchem die ordinären Strahlen sich von *m* aus nach verschiedenen Richtungen in der Ebene der Figur fortpflanzen.

Eine Ellipse, deren kleine Axe *ab*, deren grosse Axe aber *cd* ist, stellt uns dagegen das Gesetz dar, nach welchem sich die Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen im Krystalle mit ihrer Richtung ändert. Wollte man z. B. die Geschwindigkeit eines extraordinären Strahles ermitteln, dessen Richtung mit der optischen Axe einen Winkel von 60° macht, so hat man nur durch den Mittelpunkt *m* eine Linie *mf* so zu ziehen, dass der Winkel *amf* gleich 60° ist; die Länge des Leitstrahls *mf* stellt alsdann die Geschwindigkeit des extraordinären Strahles in der angegebenen Richtung dar.

Fig. 876.

Sollte unsere Figur das Gesetz der Geschwindigkeit der extraordinären Strahlen im Kalkspath nicht allein der Art, sondern auch der Grösse nach darstellen, so müsste sich die kleine Axe der Ellipse zur grossen wie 1,483 zu 1,654 verhalten.

Denken wir uns die Fig. 876 um die Axe *ab* umgedreht, so entsteht durch die Umdrehung des Kreises eine Kugel, durch die Umdrehung der Ellipse aber ein Ellipsoid; die Kugel ist die Wellenoberfläche der ordinären, das Ellipsoid ist die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen. Um sich von diesen Wellenoberflächen ein anschauliches Bild zu machen, kann man ein aus Pappendeckel hergestelltes Modell benutzen, welches, wie Fig. 877 den Durchschnitt der beiden Wellenoberflächen mit einer horizontalen (auf der optischen Axe rechtwinkligen) und zwei verticalen (durch die optische Axe zerlegten) zu einander rechtwinkligen Ebenen darstellt.

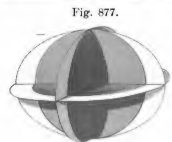


Fig. 877.

Denken wir uns irgend einen Punkt im Inneren eines Kalkspathkrystalls, von welchem nach allen Seiten hin ordinäre Strahlen ausgehen, so werden sie sich nach allen Seiten mit gleicher Geschwindigkeit verbreiten; gleichzeitig von jenem Mittelpunkt ausgehend, werden sie auch gleichzeitig auf der Oberfläche einer um diesen Mittelpunkt gelegten Kugel ankommen; diese Kugel ist die Wellenoberfläche der ordinären Strahlen.

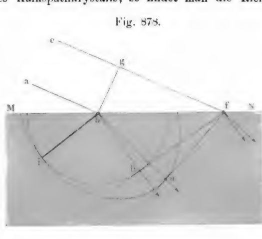
In gleicher Weise bilden auch die von einem Punkte nach allen Rich-

Digitized by Google

tungen hin ausgehenden extraordinären Strahlen ein Wellensystem, dessen Oberfläche aber keine Kugel, sondern ein Ellipsoid ist. In unserem Falle ist die Kugel, welche die Wellenoberfläche der ordinären Strahlen darstellt, ganz von diesem Ellipsoid eingehüllt, da sich ja die ordinären Strahlen langsamer fortpflanzen als die extraordinären; nur in zwei Punkten berührt die Kugel das Ellipsoid, denn die kleine Axe des Ellipsoids ist ja zugleich ein Durchmesser der Kugel.

Dies vorausgesetzt, ist es nun leicht, die Richtung der beiden gebrochenen Strahlen im Kalkspathe durch Construction zu finden. Es sei in Fig. 878 *ab* die Richtung des einfallenden Strahles, *MN* die Oberfläche des Kalkspathkrystalls, so findet man die Richtung des ordinären gebrochenen Strahles nach der schon oben, S. 752, angegebenen Construction; man zieht nämlich *cf* mit *ab* parallel, fällt von *b* aus das Perpendikel *bg* auf diese Linie und beschreibt dann um *b* einen Kreis, dessen Halbmesser sich zu der Länge *gf* verhält wie 1 zu 1,654; zieht man von *f* aus eine Tangente an den Kreis, so ist die von *b* nach dem Berührungspunkte *h* gezogene Linie die Richtung des gebrochenen ordinären Strahles. Wenn nun die optische Axe des Krystalls mit der Richtung *bi* zusammenfällt, so ist der Durchschnitt der Papierebene mit der Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen die in unserer Figur gezeichnete Ellipse; um nun die Richtung des gebrochenen extraordinären Strahles zu finden, hat man nur von *f* aus eine Tangente an die Ellipse und dann von *b* aus nach dem Berührungspunkte *n* eine Linie zu ziehen, welch letztere dann die Richtung des gebrochenen extraordinären Strahles ist.

Fig. 878.



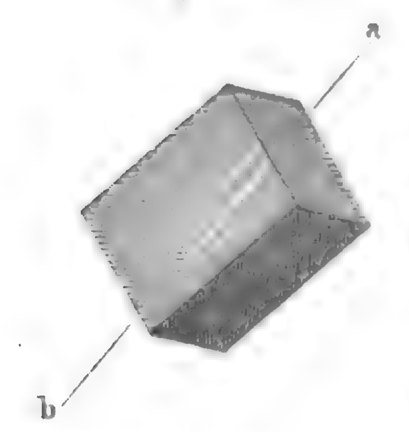
Wir haben bei der eben angegebenen Construction nur einen besonderen Fall vor Augen gehabt, nämlich dass die optische Axe des Krystalls in der Einfallsebene des Strahles *ab* liegt, dass also die optische Axe mit der Ebene der Figur zusammenfällt; wenn dies nicht der Fall ist, lässt sich die Richtung des extraordinären Strahles nicht durch Zeichnung ermitteln, weil er alsdann aus der Ebene des Papiers heraustritt; um nämlich die Richtung des extraordinären Strahles zu finden, hätte man durch *f* eine Linie rechtwinklig zur Ebene des Papiers und durch diese Linie eine berührende Ebene an die ellipsoidische Wellenfläche der extraordinä-

Digitized by Google

ren Strahlen zu legen; nach dem Punkte, in welchem diese Ebene das Ellipsoid berührt und welcher im Allgemeinen ausserhalb der Einfallsebene liegt, hat man dann von *b* aus eine Linie zu ziehen.

Aus dieser Construction, welche schon von Huyghens angegeben worden ist, ergiebt sich, dass der extraordinäre Strahl nicht immer in der Einfallsebene bleibt, was bei der gewöhnlichen Brechung stets der Fall ist. Um durch den Versuch zu zeigen, dass der extraordinäre Strahl nicht immer mit der Einfallsebene zusammenfällt, verfährt man am einfachsten auf folgende Art: Man ziehe auf ein Blatt weissen Papiers eine gerade Linie und bringe das Auge in irgend einen Punkt der durch diese Linie gelegten Verticalebene, etwa vertical über den Punkt *b*, Fig. 879. Legt man nun ein Kalkspathrhomboëder so auf das Papier, dass dadurch ein Theil der Linie bedeckt wird, so sieht man im Krystall ein doppeltes Bild der Linie; das eine Bild fällt in die Richtung *ab*, die Strahlen, die es erzeugen, bleiben also in der Einfallsebene; das andere Bild hingegen liegt rechts oder links von *ab*, die Strahlen, welche dieses Bild erzeugen, sind also nicht in der durch die Linie *ab* und das Auge gelegten Einfallsebene geblieben. Nur in einem besonderen Falle fällt auch das extraordinäre Bild in die Einfallsebene, wenn nämlich die optische Axe des Krystalls selbst in der Einfallsebene liegt; in diesem Falle decken sich auch die beiden Bilder der Linie.

Fig. 879.



321 **Einaxige Krystalle.** Einaxig heissen solche Krystalle, welche nur eine optische Axe haben, d. h. in denen es nur eine einzige Richtung giebt, nach welcher der Krystall von allen Lichtstrahlen mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen wird, wie dies beim Kalkspath und bei vielen anderen Krystallen der Fall ist, die wir bald werden kennen lernen.

Beim Kalkspath werden die ordinären Strahlen stärker gebrochen als die extraordinären; alle einaxigen Krystalle nun, bei welchen dies ebenso der Fall ist, werden negative Krystalle genannt. In die Classe der einaxigen negativen Krystalle gehören unter anderen:

Kalkspath (kohlensaurer Kalk),	Glimmer (einige Arten),
Turmalin,	Phosphorsaures Bleioxyd,
Rubellit,	Saures arseniksaures Kali,
Corund,	Chlorstrontium,
Saphir,	Chlorcalcium,
Rubin,	Honigstein,
Smaragd,	Schwefelsaures Nickeloxyd,
Beryll,	Blutlaugensalz,
Apatit,	Phosphorsaurer Kalk,
Idocras (Vesuvian),	Arseniksaures Bleioxyd,
Wernerit,	Salpetersaures Natron.

Digitized by Google

Solche einaxigen Krystalle, bei denen die extraordinären Strahlen stärker gebrochen werden, heissen positive. Unter die einaxigen positiven Krystalle gehören:

Zirkon,	Essigsaures Kalkkupfer,
Quarz,	Magnesiahydrat,
Eisenoxyd,	Eis,
Apophyllit,	Zinnstein.
	u. s. w.

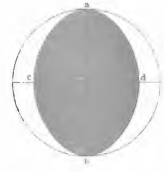
Nehmen wir z. B. ein Bergkrystallprisma, dessen brechende Kante mit der krystallographischen Hauptaxe parallel ist, also etwa geradezu eine sechsseitige Säule von Bergkrystall, wie sie sich in der Natur finden, so kann diese ganz in derselben Weise als Prisma dienen, wie ein in Form einer sechsseitigen Säule krystallisirter Kalkspath; durch ein solches natürliches Quarzprisma sieht man die beiden Bilder weit weniger von einander entfernt, als es bei einem entsprechenden Kalkspathprisma der Fall ist; es ist also zu diesen Versuchen sehr geeignet. Bestimmt man nun mit Hülfe dieses Prismas den Brechungsexponenten für die beiden Bilder, so findet man die Werthe

1,558 und 1,548.

Schleift man ein Prisma nach irgend einer anderen Richtung, so findet man für den am wenigsten abgelenkten Strahl abermals den Brechungsexponenten 1,548, für den anderen Strahl aber einen Brechungsexponenten, welcher zwischen 1,558 und 1,548 liegt; der Brechungsexponent der extraordinären Strahlen ist also stets grösser als der der ordinären, die extraordinären werden also am stärksten gebrochen.

Bei den einaxigen positiven Krystallen fällt, wie bei allen einaxigen Krystallen, die optische Axe mit der krystallographischen Hauptaxe zusammen. Wenn nun in Fig. 880 ma und mb die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ordinären Strahlen, mc und md aber die geringste Fortpflanzungsgeschwindigkeit der stärker brechbaren extraordinären Strahlen rechtwinklig zur optischen Axe darstellen, wenn man ferner mit dem Halbmesser ma einen Kreis um m zieht, über die Axen ab und cd eine Ellipse construirt und sich dann die ganze Figur um die Axe ab umgedreht denkt, so entsteht durch die Umdrehung des Kreises eine Kugel, durch die Umdrehung der Ellipse ein Ellipsoid; die Kugel ist die Wellenoberfläche der ordinären, das Ellipsoid die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen in einem einaxigen positiven Krystalle; hier ist die grosse Axe der Ellipse die Umdrehungsaxe des Ellipsoids, und das Ellipsoid wird ganz von der Kugel eingehüllt.

Fig. 880.

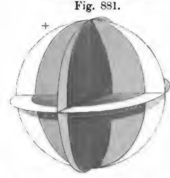


Google

Fig. 881 stellt ein Modell zur Versinnlichung der beiden Wellenoberflächen eines einaxigen positiven Krystalls dar.

Optisch einaxig sind alle Krystalle des quadratischen und des hexagonalen Systemes, also der beiden Krystallsysteme, bei welchen eine Axe ausgezeichnet ist vor den übrigen rechtwinklig auf ihr stehenden, welche alle unter einander gleich sind.

Fig. 881.



Bei allen optisch einaxigen Krystallen fällt die Richtung der optischen Axe mit der krystallographischen Hauptaxe zusammen.

Die Krystalle des regulären Systemes haben gar keine doppelte Brechung, während die der drei letzten Krystallsysteme zwei optische Axen haben.

322 **Polarisation durch doppelte Brechung.** Wenn man die Lichtstrahlen genauer untersucht, welche durch irgend einen doppelt brechenden Körper hindurchgegangen sind, so findet man, dass sie stets polarisirt sind. Am leichtesten kann man sich davon auf folgende Weise überzeugen: Man halte irgend ein doppeltbrechendes Prisma vor das Auge, so wird man von einem und demselben Gegenstande zwei Bilder sehen; hält man nun zwischen das Auge und das Prisma eine polarisirende Turmalinplatte, so wird man leicht eine bestimmte Stellung derselben ausmitteln können, bei welcher nur eines der beiden Bilder im Prisma sichtbar ist; dreht man alsdann die Turmalinplatte in ihrer Ebene langsam um, so wird alsbald das zweite Bild auch sichtbar werden; je weiter man dreht, desto lichtschwächer wird das erste Bild, während das zweite stärker wird, und wenn man endlich um 90° gedreht hat, so verschwindet das erste Bild und nur das zweite ist sichtbar. Daraus geht nun nicht allein hervor, dass die Lichtstrahlen der beiden Bilder polarisirt sind, sondern auch, dass die Polarisationsebene des einen Bildes rechtwinklig auf der Polarisationsebene des anderen steht oder, mit anderen Worten, dass die beiden Strahlenarten, welche sich durch einen doppeltbrechenden Krystall fortpflanzen, rechtwinklig zu einander polarisirt sind.

Nehmen wir ein Kalkspathprisma zur Hand, dessen brechende Kante mit der optischen Axe parallel ist! Die beiden Bilder irgend eines Gegenstandes, etwa einer Kerzenflamme, welche man durch das Prisma sieht, liegen neben einander, wenn man die Kante des Prismas vertical hält. Bringt man nun eine Turmalinplatte zwischen das Prisma und das Auge, so verschwindet das eine Bild, wenn die krystallographische Hauptaxe der Turmalinplatte vertical, also parallel mit der Kante des Prismas

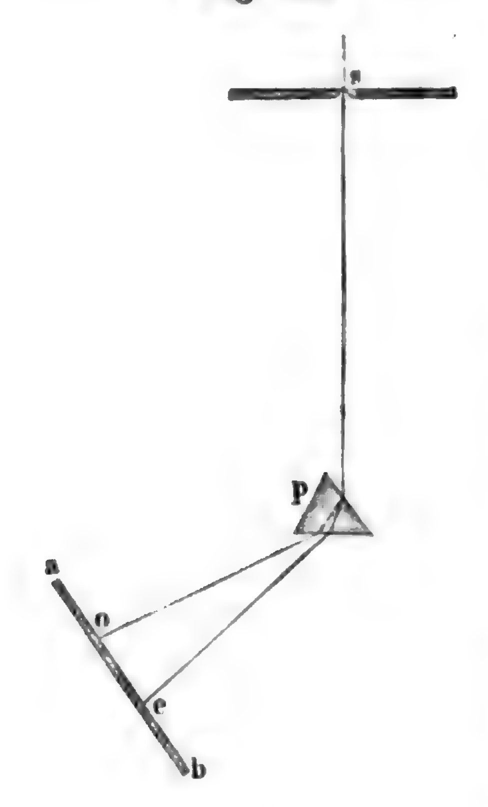
Digitized by Google

gehalten wird; das andere Bild verschwindet, wenn die Axe der Turmalinplatte wagerecht steht.

Nun aber lässt die Turmalinplatte nur solche polarisirte Strahlen durch, deren Schwingungen mit ihrer Hauptaxe parallel sind; hält man also die Platte so, dass ihre Axe senkrecht steht, so gehen nur die verticalen Oscillationen durch; hält man sie aber wagerecht, so werden nur wagerechte Schwingungen durchgelassen.

Es lässt sich dies auch objectiv zeigen. Durch einen verticalen Spalt *s* (Fig. 822) lasse man ein Bündel Sonnenstrahlen in ein dunkles Zimmer einfallen und fange dasselbe durch ein Kalkspathprisma auf, dessen vertical gestellte brechende Kante mit der optischen Axe des Krystalls parallel ist, so erscheinen auf dem Schirm *ab* zwei Spectra bei *e* und *o*. Fängt man nun die durch den Spalt *s* eintretenden Strahlen durch eine unmittelbar vor denselben gehaltene Turmalinplatte auf, so verschwindet das am meisten abgelenkte Bild *o*, wenn die Axe der Turmalinplatte vertical, das am wenigsten abgelenkte Bild *e* aber, wenn sie horizontal gehalten wird.

Fig. 882.



Wendet man statt des Kalkspathprismas in gleicher Weise ein Prisma von Bergkrystall an, so liegen die beiden Bilder *e* und *o* sehr nahe neben einander, weil eben der Quarz nicht so stark doppeltbrechend ist, wie der Kalkspath; bei Anwendung der Turmalinplatte verschwindet aber das am wenigsten gebrochene Bild *e*, wenn ihre Schwingungsebene vertical gehalten wird.

Da nun in den beiden Gränzlagen, wenn nämlich die Axe der Turmalinplatte vertical oder wagerecht ist, nur ein Bild sichtbar ist, so geht daraus hervor, dass die Vibrationen, welche das eine Bild erzeugen, parallel mit der optischen Axe des Kalkspathprismas sind, während die Aethervibrationen, welche den anderen Strahl fortpflanzen, in einer Ebene vor sich gehen, welche auf der optischen Axe rechtwinklig steht.

Wie man auch ein Prisma aus Kalkspath oder irgend einem anderen einaxigen doppeltbrechenden Krystalle schneiden mag, stets findet man, wenn man die beiden Bilder mit Hülfe einer Turmalinplatte untersucht, dass sie rechtwinklig zu einander polarisirt sind; die Richtung, nach welcher die Vibrationen für die beiden Strahlen stattfinden, lässt sich aber auf folgende Weise bestimmen:

Denkt man sich durch die Richtung, in welcher ein Lichtstrahl den Krystall durchläuft, und durch die Richtung der optischen Axe eine Ebene gelegt, so wird eine solche Ebene ein Hauptschnitt genannt; die

Digitized by Google

Schwingungen des ordinären Strahles sind nun stets rechtwinklig auf der Ebene des Hauptschnittes, also auch rechtwinklig auf der Richtung der optischen Axe; die Schwingungen, welche den extraordinären Strahl fortpflanzen, finden dagegen in der Ebene des Hauptschnittes statt.

323 **Erklärung der doppelten Brechung durch die Vibrationstheorie.** Um die bisher besprochenen Erscheinungen der doppelten Brechung zu erklären, nimmt die Undulationstheorie an, dass in allen doppeltbrechenden Krystallen die Elasticität des Aethers, durch dessen Vibrationen sich die Lichtstrahlen fortpflanzen, nicht nach allen Richtungen dieselbe sei.

Stellen wir durch ab, Fig. 883, die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe eines positiven Krystalls, durch cd die Elasticität rechtwinklig zur optischen Axe dar; beschreiben wir ferner eine Ellipse, deren kleine Axe ab, deren grosse Axe aber cd ist, denken wir uns alsdann die ganze Figur um die Axe ab umgedreht, so entsteht ein Umdrehungsellipsoid, welches das Gesetz darstellt, nach welchem sich die Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen ändert.

Fig. 883.

Dieses Umdrehungsellipsoid führt den Namen der Elasticitätsoberfläche; und zwar ist es die Elasticitätsoberfläche für einaxige positive Krystalle.

In diesem Sinne stellt Fig. 884 das Modell der Elasticitätsoberfläche eines optisch einaxigen positiven Krystalls dar.

Bei negativen Krystallen ist die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe grösser als nach jeder anderen Richtung, ein Minimum aber nach allen Richtungen, welche auf der optischen Axe rechtwinklig stehen. Wenn in der Ellipse, Fig. 886, ab die Elasticität

Fig. 884.

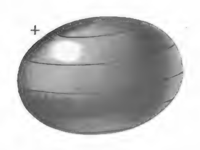
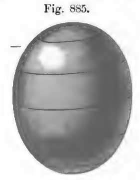


Fig. 885.



Digitized by Google

des Aethers nach der Richtung der optischen Axe in einem einaxigen negativen Krystalle, *cd* aber die Elasticität des Aethers rechtwinklig zur optischen Axe darstellt, so entsteht durch Umdrehung dieser Ellipse um die grosse Axe *ab* die **Elasticitätsoberfläche einaxiger negativer Krystalle.**

Fig. 885 stellt das Modell der Elasticitätsoberfläche eines optisch einaxigen negativen Krystalls dar.

Jede durch den Mittelpunkt *m* der Elasticitätsoberfläche gelegte Ebene schneidet dieselbe in einer Ellipse, welche um so mehr einem Kreis sich nähert, je weniger der Winkel, welchen die schneidende Ebene mit der optischen Axe macht, von einem rechten verschieden ist.

Fig. 887 stellt den Durchschnitt der Elasticitätsoberfläche eines ein-

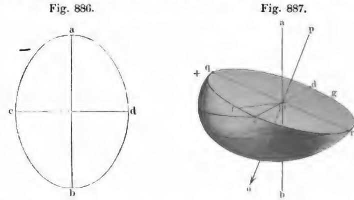


Fig. 886. Fig. 887.

axigen (positiven) Krystalls mit einer durch ihren Mittelpunkt *m* gelegten Ebene dar. *qr* ist die kleine, *cd* ist die grosse Axe der Durchschnittsellipse (dass in unserer Figur *cd* kleiner ist als *qr*, rührt daher, dass *cd*, als rechtwinklig zu der Bildfläche stehend, verkürzt erscheint, während *qr*, als in der Bildfläche liegend, unverkürzt bleibt; *cd* ist gleich dem Aequatorialdurchmesser des Ellipsoids Fig. 883).

Für Lichtstrahlen, welche sich in der Richtung *po*, rechtwinklig zur Ebene *qdrc* im Krystall fortpflanzen, ist die durch *po* und die Axe *ab* gelegte Ebene der **Hauptschnitt**. Dieser Hauptschnitt schneidet die Ellipse *qdrc* in der Linie *qr*. Nach dem vorigen Paragraphen ist *qr* die Schwingungsrichtung für die **extraordinären Strahlen**, welche sich in der Richtung *po* durch den Krystall fortpflanzen.

Die grosse Axe *cd* des elliptischen Schnittes, welche auf dem eben bezeichneten Hauptschnitt rechtwinklig steht, ist die Schwingungsrichtung der **ordinären Strahlen**, welche sich in der Richtung *op* durch den Krystall fortpflanzen.

qr ist die Richtung der kleinsten, *cd* ist die Richtung der grössten Elasticität in der rechtwinklig auf *po* stehenden Ebene.

Digitized by Google

Danach können wir das Gesetz der Polarisation durch doppeltbrechende Krystalle in folgender Weise aussprechen: Die Schwingungen, welche einen Lichtstrahl innerhalb eines doppeltbrechenden Krystalls fortpflanzen, finden nur nach der Richtung der kleinsten und nach der Richtung der grössten Elasticität der zur Richtung des Strahles normalen Ebene statt.

Es bleibt uns jetzt noch übrig, den Grund zu suchen, warum die Schwingungen, welche einen Strahl innerhalb eines doppeltbrechenden Krystalls fortpflanzen, nur nach diesen beiden Richtungen und nicht nach irgend einer zwischenliegenden stattfinden können.

Nehmen wir an, das Aethertheilchen *m*, Fig. 887, welches auf der Oberfläche eines doppeltbrechenden Krystalls sich befinden mag, dessen Axe die Richtung *ab* hat, werde durch die einfallenden Strahlen so afficirt, dass es nach der Richtung *fg* oscillirt, so kann man sich seine Vibrationsintensität in zwei Seitenkräfte zerlegt denken, von denen die eine nach *cd*, die andere nach *qr* gerichtet ist.

Weil nun aber die Elasticität des Aethers im Krystall nach der Richtung *cd* ein Maximum ist, und weil sich deshalb auch die Vibrationen, welche parallel mit *cd* sind, im Krystall schneller fortpflanzen als alle anderen, so wird sich auch die nach *cd* gerichtete Composante der in der Richtung *fg* stattfindenden Vibration des Theilchens *m* am schnellsten im Krystall fortpflanzen. Ein im Inneren des Krystalls auf dem Wege der gebrochenen Strahlen in einiger Entfernung von *m* befindliches Aethertheilchen wird also von einer parallel mit *cd* gerichteten Bewegung eher ergriffen werden als von irgend einer anderen, es wird sich also zunächst im Inneren des Krystalls ein Strahlenbündel bilden müssen, welches durch Schwingungen fortgepflanzt wird, die mit *cd* parallel sind. Ein zweites, langsamer sich fortpflanzendes Strahlenbündel wird alsdann durch Vibrationen gebildet, welche, durch die zweite Composante der einfallenden Strahlen erzeugt, parallel mit *qr* stattfinden.

324 **Construction der Wellenoberflächen einaxiger Krystalle.** Wir haben oben in §. 320 die Wellenoberfläche einaxiger Krystalle aus den Brechungsexponenten des ordinären und extraordinären Strahles für verschiedene Richtungen, also gleichsam empirisch construirt; wir müssen nun noch zeigen, wie sie sich auch aus der Elasticitätsoberfläche, also theoretisch, ableiten lässt.

Betrachten wir zunächst einen optisch einaxigen positiven Krystall. Welches auch die Richtung *po*, Fig. 888, eines ordinären Strahles im Krystall sein mag, so sind die Schwingungen, welche ihn fortpflanzen, jederzeit rechtwinklig zur Axe. Da aber rechtwinklig zur Axe nach allen Seiten hin die Elasticität des Aethers dieselbe ist, so werden sich auch die ordinären Strahlen nach allen Richtungen hin mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, die Wellenoberfläche der ordinären

Digitized by Google

Strahlen ist also eine Kugel, deren Diameter gleich dem Aequatorialdurchmesser der Elasticitätsoberfläche zu nehmen ist.

Für einen extraordinären Strahl, welcher sich rechtwinklig zur optischen Axe, also in der Richtung *cd*, Fig. 888, fortpflanzt, sind die Vibrationen der optischen Axe parallel, und da *ma*, die halbe kleine Axe der Ellipse, die Elasticität des Aethers in der Richtung der optischen Axe darstellt, so stellt die Länge *ma* auch die Geschwindigkeit dar, mit welcher die extraordinären Strahlen sich rechtwinklig zur Axe fortpflanzen.

Ebenso stellt *mq*, die Hälfte des Ellipsendurchmessers *qr*, die Geschwindigkeit dar, mit welcher sich ein extraordinärer Strahl in der Richtung *po*, rechtwinklig zu *qr*, fortpflanzt.

Diese Geschwindigkeit wird um so grösser, je kleiner der Winkel wird, welchen die Richtung des extraordinären Strahles *po* mit der optischen Axe des Krystalles macht.

In der Richtung der optischen Axe selbst ist endlich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der extraordinären Strahlen gleich *mc*, d. h. gleich der der ordinären.

Fassen wir das eben Gesagte zusammen, so ergiebt sich, dass die Wellenoberfläche der extraordinären Strahlen eines einaxig positiven

Fig. 888.

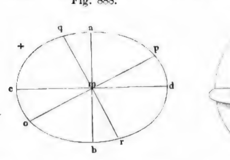
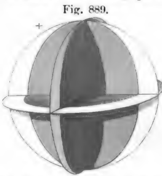


Fig. 889.



Krystalls ein Umdrehungsellipsoid ist, dessen mit der optischen Axe zusammenfallender Polardurchmesser gleich ist dem Aequatorialdurchmesser der entsprechenden Elasticitätsoberfläche, während der Aequatorialdurchmesser der extraordinären Wellenoberfläche gleich ist dem Polardurchmesser der entsprechenden Elasticitätsoberfläche. Kurz, aus der Elasticitätsoberfläche einaxig positiver Krystalle ergiebt sich die Wellenoberfläche der ordinären Strahlen sowohl als auch der extraordinären, wie sie durch das Modell Fig. 889 dargestellt ist.

In gleicher Weise lässt sich die durch das Modell Fig. 877 dargestellte Wellenoberfläche der ordinären und extraordinären Strahlen in einaxig negativen Krystallen aus dem Durchschnitt der Elasticitätsoberfläche, Fig. 886, ableiten.

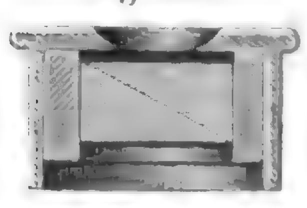
Digitized by Google

325 **Doppeltbrechende Prismen als polarisirende Apparate.** Da alle Strahlen, welche einen doppeltbrechenden Krystall durchlaufen haben, polarisirt sind, so kann man auch doppeltbrechende Prismen statt der Polarisationsspiegel oder statt der Turmalinplatten anwenden; namentlich lassen sich doppeltbrechende Prismen sehr gut statt des Zerlegungsspiegels als Kopf des Polarisationsapparates anwenden.

Wenn man ein doppeltbrechendes Prisma als Zerleger im Polarisationsapparate anwenden will, ist es zweckmässig, dasselbe durch ein Glasprisma zu achromatisiren, damit die prismatische Farbenzerstreuung und die Ablenkung der Bilder nicht störend wirkt. Wenn man ein Kalkspathprisma und ein Glasprisma von gleichem brechenden Winkel zusammenkittet, so findet für den extraordinären Strahl weder eine Ablenkung, noch eine Farbenzerstreuung statt, da der Brechungsexponent und die Farbenzerstreuung im Glase dem Brechungsexponenten und der Farbenzerstreuung für den extraordinären Strahl im Kalkspathprisma ziemlich gleich ist. Sieht man durch ein so achromatisirtes Kalkspathprisma nach irgend einem Gegenstande, etwa nach einer Kerzenflamme, so sieht man zwei Bilder, von denen das eine, das ordinäre, noch farbige Säume zeigt, während das andere davon frei ist. Dreht man nun das Prisma vor dem Auge um, so bleibt dabei das farblose Bild fast ganz unverrückt stehen, während das farbig gesäumte sich um das erstere dreht.

Um ein achromatisches Kalkspathprisma bequem als Kopf des Polarisationsapparates gebrauchen zu können, wird es mittelst Kork in eine Hülse von Messing gefasst, wie man Fig. 890 sieht. Wenn man auf das mittlere Tischlein des Polarisationsapparates einen schwarzen Schirm legt, in dessen Mitte sich eine Oeffnung von 2 bis 3 Linien Durchmesser befindet, so kann nur durch diese Oeffnung polarisirtes Licht zum oberen Theile des Apparates gelangen. Sieht man nach der Oeffnung von oben her durch ein achromatisirtes Kalkspathprisma, so sieht man die Oeffnung doppelt, und wenn man das Prisma um seine verticale Axe umdreht, so werden die beiden Bilder abwechselnd hell und dunkel; wenn die Helligkeit des einen Bildes zunimmt, so nimmt die des anderen ab, und wenn das eine Bild ein Maximum von Helligkeit erreicht hat, so erscheint das andere Bild ganz dunkel, was sich ganz natürlich dadurch erklärt, dass die beiden Strahlenarten, welche sich durch ein doppeltbrechendes Prisma fortpflanzen können, rechtwinklig zu einander polarisirt sind.

Fig. 890.



Zu vielen Versuchen ist eine Turmalinplatte ungleich bequemer, als ein Polarisationsspiegel; nur ist oft die Färbung einer solchen Platte störend. Statt der Turmalinplatte könnte man aber fast eben so bequem ein doppeltbrechendes Prisma zur Erzeugung oder Zerlegung des polarisirten Lichtes anwenden, wenn es nicht zu gleicher Zeit z w e i rechtwinklig zu einander polarisirte Strahlenbündel lieferte. Auf eine sinn-

Digitized by Google

reiche Weise hat nun Nicol zwei Kalkspathprismen so combinirt, dass nur das eine polarisirte Strahlenbündel durch das System hindurchgeht.

Die Construction der Nicol'schen Prismen ist folgende: Man verschaffe sich zwei in die Länge gezogene Kalkspath-Rhomboëder von der Form Fig. 891 und schleife statt der oberen natürlichen Endfläche, welche einen Winkel von 71° mit der einen stumpfen Kante K macht, eine andere an, deren Winkel mit den Kanten K 68° beträgt. Alsdann schleife man von der Ecke E her eine neue Fläche an, die wir mit H bezeichnen wollen, und welche mit P einen rechten Winkel macht.

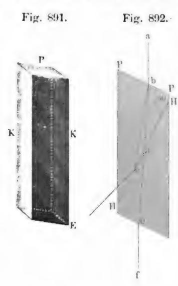


Fig. 891. Fig. 892.

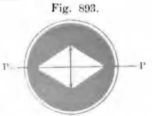


Fig. 893.

Hat man zwei solcher Prismen hergestellt und die angeschliffenen Flächen wohl polirt, so kittet man sie mittelst Canadabalsams so auf einander, dass die Flächen H beider Prismen auf einander zu liegen kommen.

Fig. 892 stellt den durch die Kanten K gelegten Durchschnitt eines Nicol'schen Prismas dar. Ein Strahl ab, welcher die obere Fläche trifft, wird beim Eintritt in den Krystall in einen ordinären bc und in einen extraordinären bd gespalten. Der ordinäre Strahl erleidet an der Balsamschicht, deren Brechungsexponent 1,54 ist, eine totale Reflexion, während nur der extraordinäre Strahl durch die Balsamschicht hindurch in das untere Prisma tritt, um endlich bei e parallel mit ab aus demselben wieder auszutreten. Ein solcher Apparat giebt also nur ein polarisirtes Bild.

Auch die Nicol'schen Prismen werden mittelst Kork in eine passende Metallhülse gefasst.

Um die von der Oberfläche des Wassers reflectirten polarisirten Strahlen vom Auge abzuhalten, damit man die unter dem Wasserspiegel befindlichen Gegenstände besser sehen könne, wie dies bereits S. 809 besprochen wurde, kann man statt einer Turmalinplatte wegen seiner Farblosigkeit mit Vortheil auch das Nicol'sche Prisma anwenden.

Die obere Fläche eines Nicol'schen Prismas hat die Gestalt einer Raute, Fig. 893, die Polarisationsebene der durch einen solchen Apparat hindurchgegangenen Strahlen fällt mit der Richtung PP der grossen

Digitized by Google

Diagonale zusammen, die Schwingungsebene derselben hat also die Richtung der kleinen Diagonale, welche in unserer Figur durch einen kleinen Pfeil bezeichnet ist.

Grosse Nicols werden ihrer Länge wegen sehr kostbar. Foucault hat sie dadurch kürzer gemacht, dass er statt des Canadabalsams Luft als reflectirende Substanz anwendet. Er schleift die Fläche HH in der angegebenen Weise so an, dass sie nur einen Winkel von 59° mit PP macht. Zwei solcher Prismen werden dann so zusammengestellt, dass noch eine Luftschicht zwischen ihnen bleibt (Fig. 895). Die beiden Prismen werden in ihrer gegenseitigen Stellung natürlich nur durch die Fassung zusammengehalten.

Fig. 894.

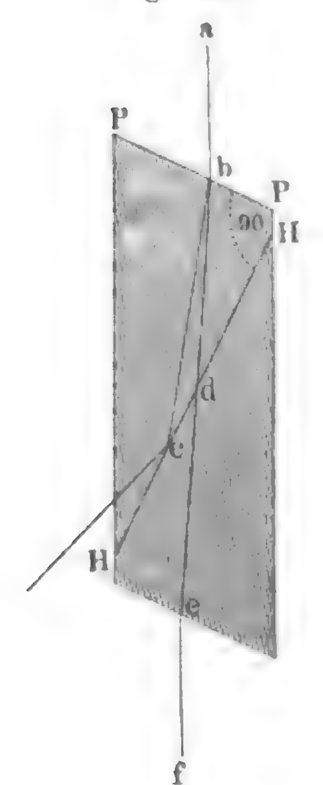


Fig. 895.

Hasert (Pogg. Ann. CXIII) hat das Nicol'sche Prisma dadurch verbessert, dass er zum Kitten eine Substanz anwendet, deren Brechungsindex gleich ist dem des ausserordentlichen Strahles im Kalkspath (er sagt nicht, was das für eine Substanz ist). Dadurch wird es möglich, den Winkel, welchen HH, Fig. 894, mit PP macht, auf 81° zu verkleinern.

326 **Zweiaxige Krystalle.** In allen Krystallen, welche zu den drei letzten Krystallsystemen gehören, giebt es zwei Richtungen, in welchen sich alle ebenen Wellen mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen oder, mit anderen Worten, alle diese Krystalle haben zwei optische Axen.

Fresnel, von welchem die Theorie der doppelten Brechung einaxiger Krystalle herrührt, deren Grundzüge bereits oben entwickelt worden sind, fand, dass die doppelte Brechung in zweiaxigen Krystallen anderen Gesetzen folgt; in den zweiaxigen Krystallen giebt es keinen ordinären Strahl mehr, d. h. keinen, welcher den Krystall nach allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit durchläuft; also keiner der beiden Strahlen, in welche ein einfallender Lichtstrahl bei seinem Eintritte in einen zweiaxigen Krystall gespalten wird, folgt den Gesetzen der gewöhnlichen Brechung.

Der Winkel, welchen die Richtungen der beiden optischen Axen mit einander machen, ist nicht für alle Krystalle derselbe, wie man aus der folgenden Tabelle ersehen kann.

Digitized by Google

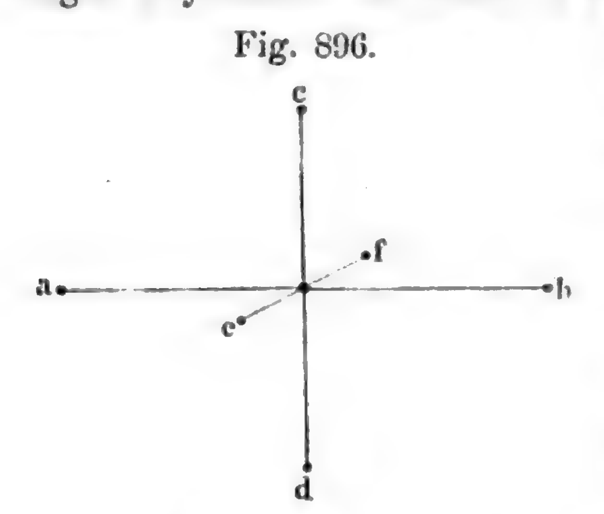
Namen der Krystalle.	Winkel der optischen Axen.
Kohlensaures Bleioxyd (Weissbleierz)	5° 15′
Salpeter	5 20
Kohlensaurer Strontian	6 56
Glimmer (gewisse Arten)	6
Talk	7 24
Arragonit	18 18
Glimmer (gewisse Arten)	25
Cymophan	27 51
Titanit	30
Borax	28 42
Glimmer (einige Arten)	30 bis 37
Schwefelsaure Magnesia	37 24
Schwerspath	37 42
Ameisensaures Kupferoxyd	39
Stilbit	41 42
Schwefelsaures Magnesia-Ammoniak	51
Schwefelsaures Nickeloxyd	42 4
Kohlensaures Ammoniak	43 24
Schwefelsaures Zinkoxyd	44 4
Glimmer	45
Lepidolith	45
Benzoësaures Ammoniak	45 8
Schwefelsaures Ammoniak	49 41
Topas (von Brasilien)	49 bis 50
Zucker	50
Phosphorsaures Natron	55 20
Comptonit	56 6
Gyps	57 30
Salpetersaures Silberoxyd	62 16
Feldspath	64
Topas (von Aberdeen)	65
Schwefelsaures Kali	67
Kohlensaures Natron	70
Essigsaures Bleioxyd	70 25
Citronensäure	70 29
Weinsteinsäure	79
Weinsteinsaures Kali-Natron (Seignettesalz)	80
Kohlensaures Kali	80 30
Cyanit	81 48
Chlorsaures Kali	82
Epidot	84 19
Peridot	87 56
Schwefelsaures Eisenoxydul (Eisenvitriol)	90

Digitized by Google

Diejenige Linie, welche den spitzen Winkel der beiden optischen Axen halbirt, heisst Mittellinie.

327 **Gesetze der doppelten Brechung in zweiaxigen Krystallen.** Fresnel hat die Erscheinungen der doppelten Brechung in zweiaxigen Krystallen aus folgender Annahme über die Elasticität des Aethers abgeleitet: die Elasticität des Aethers ist in zweiaxigen Krystallen weder nach allen Richtungen dieselbe, wie dies bei einfach brechenden Mitteln der Fall ist, noch giebt es in denselben eine Axe, um welche herum die Elasticität des Aethers ganz symmetrisch ist, wie bei den einaxigen Krystallen. Es stelle in Fig. 896 ab die grösste Elasticität in einem zweiaxigen Krystalle dar, so steht die Axe der kleinsten Elasticität cd rechtwinklig auf derselben; rechtwinklig zur Ebene dieser beiden Axen ist nun die Elasticität des Aethers kleiner als in der Richtung ab, und grösser als in der Richtung cd; wir wollen die Axe ef die Axe der mittleren Elasticität nennen; sie erscheint in unserer Figur verkürzt.

Fig. 896.



Denken wir uns über diese drei Axen ein Ellipsoid beschrieben, so kann man mit Hülfe desselben das Gesetz, nach welchem sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen mit der Richtung ändert, also die Form der Wellenoberfläche für zweiaxige Krystalle nach folgender, von Fresnel gegebener Regel entwickeln: Wenn man durch den Mittelpunkt des Ellipsoids eine Ebene gelegt denkt, so ist der Durchschnitt derselben mit dem Ellipsoid stets eine Ellipse; errichtet man nun in der Mitte des elliptischen Schnittes ein Perpendikel auf der Ebene desselben, trägt man auf demselben die Länge der grossen und der kleinen Axe des elliptischen Schnittes auf, so sind diese beiden Längen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden Strahlen in der Richtung dieses Perpendikels. Hier mag es genügen, die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit den drei Ebenen zu bestimmen, welche man durch je zwei der drei Elasticitätsaxen legen kann.

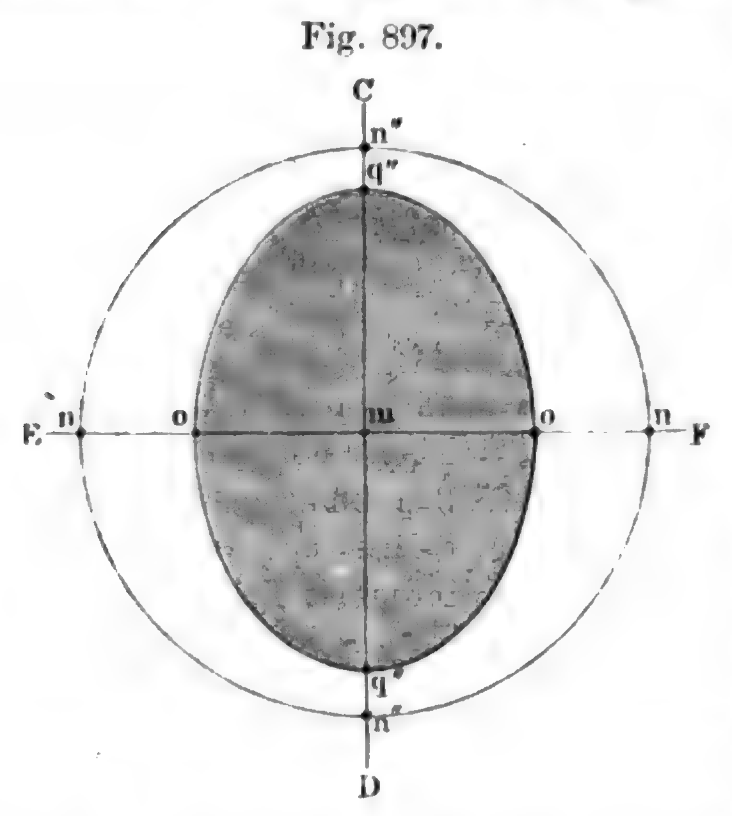
Wir wollen der Reihe nach das Gesetz der Fortpflanzungsgeschwindigkeit für beide Strahlen innerhalb der Ebene der Elasticitätsaxen cd und ef, dann innerhalb der Ebene der Axen ef und ab und endlich innerhalb der Ebene der Axen ab und cd, oder, mit anderen Worten, die Durchschnitte der Wellenoberfläche mit der Ebene der Axen cd und ef, ab und ef, ab und cd bestimmen.

Wenn sich ein Lichtstrahl nach irgend einer Richtung im Krystalle fortpflanzt, welche in die Ebene der Axen cd und ef fällt, so geht der auf der Richtung des Strahles rechtwinklig durch den Mittelpunkt des

Digitized by Google

Ellipsoids gelegte Schnitt jedenfalls durch die Axe *ab* der grössten Elasticität; jede durch die Axe *ab* gelegte Ebene schneidet aber das Ellipsoid in einer Ellipse, deren grosse Axe *ab* ist; nach allen in die Ebene der Axen *cd* und *ef* fallenden Richtungen können sich also Strahlen fortpflanzen, deren Vibrationen mit der Axe *ab* parallel sind; diese Strahlen durchlaufen nun sämmtlich den Krystall mit gleicher, der Elasticität *ab* entsprechenden Geschwindigkeit; zieht man um den Durchschnittspunkt der Linien *CD* und *EF*, Fig. 897, einen Kreis, dessen Halbmesser *mn* gleich $^1/_2$ *ab*, Fig. 896, so ist dies der Durchschnitt der durch die Axen *cd* und *ef* gelegten Ebene mit einem Theile der Wellenoberfläche.

Fig. 897.



Nach denselben Richtungen pflanzen sich aber auch Strahlen fort, deren Vibrationen rechtwinklig zur Axe *ab* stattfinden. Betrachten wir zunächst einen Strahl, der sich in der Richtung der Axe *ef* fortpflanzt; ein durch den Mittelpunkt des Ellipsoids rechtwinklig auf *ef* gelegter Schnitt schneidet dasselbe in einer Ellipse, deren grosse Axe *ab*, deren kleine Axe aber *cd* ist; die Vibrationen, welche einen Strahl in der Richtung der Axe *ef* fortpflanzen, sind also entweder mit *ab* oder mit *cd* parallel; der Vibrationsrichtung *ab* entspricht, wie wir schon gesehen haben, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit *mn*, Fig. 897; der Vibrationsrichtung *cd* entspricht dagegen die geringere Fortpflanzungsgeschwindigkeit *mo* (die Länge *mo* müssen wir gleich $^1/_2$ *cd* machen, wenn *mn* = $^1/_2$ *ab*); es ist dies die geringste Geschwindigkeit, mit welcher sich irgend ein Strahl im Krystalle fortpflanzen kann, weil *cd* die kleinste Elasticitätsaxe ist; *mn* hingegen ist die grösste Fortpflanzungsgeschwindigkeit, weil *ab* die grösste Elasticitätsaxe ist.

In der Richtung der Elasticitätsaxe *cd*, Fig. 896, wird ein Lichtstrahl entweder durch Vibrationen fortgepflanzt, welche parallel mit *ab* sind, und dann ist seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich *mn''* = *mn*, Fig. 897, oder die Schwingungen, welche einen Strahl in der Richtung *cd* fortpflanzen, sind parallel mit *ef*, und dann ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich *mq''*, gleich $^1/_2$ *ef*.

In einer Richtung, die innerhalb des Winkels liegt, welchen die Axen *cd* und *ef* mit einander machen, ist begreiflicher Weise die Fortpflanzungsgeschwindigkeit solcher Strahlen, deren Vibrationen auf *ab*

Digitized by Google

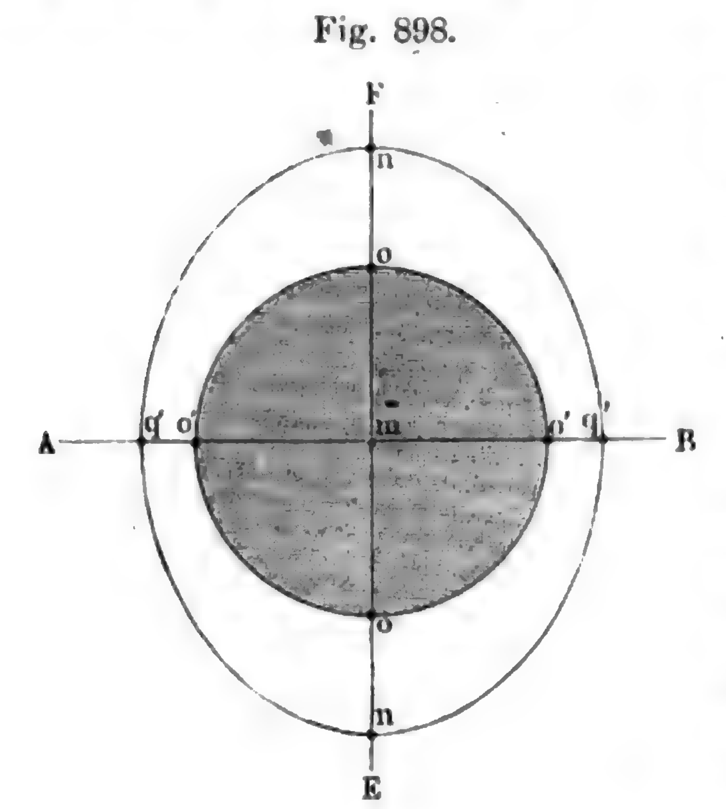
rechtwinklig sind, kleiner als mq'' und grösser als mo. Beschreibt man um den Punkt m eine Ellipse, deren Halbaxen mo und mq'' sind, so giebt uns eine von m zu irgend einem Punkte des Umfanges dieser Ellipse gezogene Linie die Geschwindigkeit an, mit welcher sich in der Richtung dieser Linie ein Lichtstrahl bewegt, dessen Vibrationen rechtwinklig auf der Axe der grössten Elasticität sind.

Diese Ellipse und der mit dem Halbmesser mn um dieselbe gezogene Kreis stellen uns also den Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer Ebene dar, welche durch die mittlere und die kleinste Elasticitätsaxe gelegt ist.

Durch ähnliche Betrachtungen findet man nun auch den Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer durch die mittlere und die grösste Elasticitätsaxe gelegten Ebene. Dieser Durchschnitt (Fig. 898) besteht ebenfalls aus einem Kreise und einer Ellipse, hier ist aber der Kreis ganz von der Ellipse eingehüllt.

Nach allen Richtungen der durch ef und ab, Fig. 896, gelegten Ebene können Strahlen durch Vibrationen fortgepflanzt werden, welche mit der Axe cd, der Axe der kleinsten Elasticität, parallel sind; diese Strahlen pflanzen sich nach allen Seiten mit derselben Geschwindigkeit fort, welche der Vibrationsrichtung cd zukommt; der Halbmesser mo des Kreises der Fig. 898 ist deshalb gleich $\frac{1}{2}$ cd in Fig. 896. In der Richtung der Elasticitätsaxe ab werden aber auch Strahlen fortgepflanzt, deren Schwingungen parallel mit ef sind, deshalb ist in Fig. 898 $mq' = \frac{1}{2}$ ef der Fig. 896 gemacht. In der Richtung der Axe ef pflanzen sich aber, wie wir schon wissen, auch Strahlen fort, deren Schwingungen parallel mit ab sind, deren Geschwindigkeit also gleich mn ist.

Fig. 898.



Der Durchschnitt der Wellenoberfläche mit einer Ebene, welche durch die Axe der grössten und der kleinsten Elasticität geht, besteht ebenfalls aus einer Ellipse und einem Kreise. Die kleine Axe der Ellipse ist gleich mo', Fig. 899, die grosse gleich mn'', der Radius des Kreises gleich mq, weil in der Ebene der Elasticitätsaxen ab und cd nach allen Richtungen Strahlen durch Vibrationen fortgepflanzt werden können, die mit der mittleren Elasticitätsaxe parallel sind.

Da der Radius des Kreises hier grösser ist als die kleine, und kleiner

Digitized by Google

als die grosse Axe der Ellipse, so schneiden sich der Kreis und die Ellipse in vier Punkten. Die Fig. 900 stellt eine perspectivische Ansicht der durch die erwähnten drei Ebenen geschnittenen Wellenoberfläche dar.

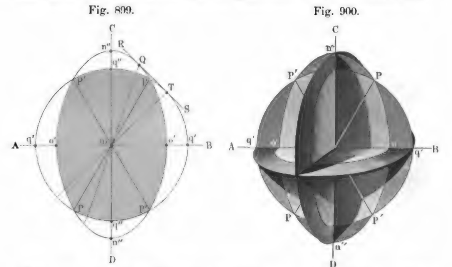


Fig. 899. Fig. 900.

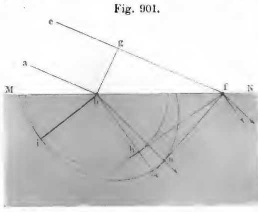
Will man sich eine recht klare Vorstellung von der Wellenoberfläche zweiaxiger Krystalle machen, so thut man gut, die drei Durchschnitte in der doppelten Grösse der Figuren 897, 898 und 899 auf Kartenpapier zu zeichnen und sie zu einem Modelle zusammenzufügen, wie man Fig. 900 sieht.

Um den Begriff der **optischen Axen** in zweiaxigen Krystallen festzustellen, müssen wir noch erwähnen, dass hier noch ein Unterschied zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der gebrochenen ebenen Wellen zu machen ist. Bei der Erklärung des Brechungsgesetzes nach der Vibrationstheorie (Seite 752) haben wir gesehen, dass die gebrochene ebene Welle alle die elementaren Kugelwellen berührt, welche jeder elementare Lichtstrahl bei seinem Uebergange in das brechende Mittel erzeugt; die Richtung der gebrochenen Strahlen steht hier rechtwinklig auf der Richtung der gebrochenen ebenen Welle, weil ja jede Kreistangente einen rechten Winkel mit ihrem Radius macht; diese Beziehung findet aber nicht mehr statt, wenn die elementaren Wellen im brechenden Medium nicht kugelförmig sind; eine Tangente, welche eine Ellipse in irgend einem Punkte berührt, steht im Allgemeinen nicht rechtwinklig auf dem Leitstrahle, den man von dem Mittelpunkte der Ellipse nach dem Berührungspunkte ziehen kann; die Richtung der gebrochenen Welle fn in Fig. 901 (a. f. S.) steht nicht genau rechtwinklig auf der Richtung des gebrochenen Strahles bn. Da sich nun die gebrochenen ebenen Wellen parallel mit der berührenden Ebene fn im Krystalle fortbewegen, so ist offenbar die Fortpflanzungs-

Digitized by Google

geschwindigkeit dieser Wellen ein von b auf die berührende Ebene fn gefälltes Perpendikel, während die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der gebrochenen Strahlen durch den Leitstrahl bn dargestellt wird.

Fig. 901.



Wenn nun die optische Axe eines doppeltbrechenden Krystalls diejenige Richtung ist, nach welcher sich die ebenen Wellen stets mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, so findet man die Richtung der optischen Axen in einem zweiaxigen Krystalle, wenn man eine gemeinschaftliche Tangente RS, Fig. 899, an die beiden Theile der Wellenoberfläche legt und von dem Mittelpunkte m ein Perpendikel mT auf die Tangente fällt; dieses Perpendikel ist die Richtung einer optischen Axe. Solcher gemeinschaftlichen Tangenten kann man aber in Fig. 899 vier ziehen, von denen je zwei einander diametral gegenüberliegend durch eine optische Axe verbunden sind.

Der Kreis und die Ellipse Fig. 899 schneiden sich in vier Punkten, von denen je zwei diametral gegenüberliegen. Da jeder der Punkte P den beiden Theilen der Wellenoberfläche gemeinschaftlich ist, so ist klar, dass sich in der Richtung mP zwei Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen können, von denen die Schwingungen des einen in die Ebene der Figur fallen, während die Schwingungen des anderen rechtwinklig zu derselben sind. Obgleich sich aber diese Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit im Krystalle fortpflanzen, so ist doch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ihnen entsprechenden ebenen Wellen nicht dieselbe, da die Tangente, die man im Punkte P an die Ellipse ziehen kann, nicht mit der demselben Punkte entsprechenden Kreistangente zusammenfällt, da also die Länge der von m auf diese beiden Tangenten gefällten Perpendikel nicht gleich ist. Die Richtungen Pm, in welchen sich alle Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, sind also wohl von der ihnen allerdings naheliegenden Richtung der optischen Axe zu unterscheiden.

Die Ebene der optischen Axen fällt mit der Ebene der grössten und kleinsten Elasticitätsaxe zusammen; die mittlere Elasticitätsaxe steht also rechtwinklig auf der Ebene der optischen Axen.

Auch bei zweiaxigen Krystallen unterscheidet man positive und negative, obgleich diese Bezeichnung hier nicht denselben Sinn haben kann wie bei einaxigen. — Positiv nennt man einen zweiaxigen

Digitized by Google

Krystall, wenn seine Mittellinie mit der Richtung der kleinsten, negativ, wenn sie mit der Richtung der grössten Elasticitätsaxe zusammenfällt.

In der Richtung der Mittellinie pflanzen sich also in zweiaxigen positiven Krystallen diejenigen Strahlen, welche in der Ebene der optischen Axen vibriren, schneller fort als diejenigen, deren Schwingungsebene rechtwinklig zur Ebene der optischen Axen steht.

Bei zweiaxigen negativen Krystallen findet das Umgekehrte statt.

Schwerspath z. B. gehört unter die positiven, Salpeter und Glimmer gehören unter die negativen zweiaxigen Krystalle.

Beziehungen zwischen der Krystallform und der Lage der optischen Axen. Es ist schon früher bemerkt worden, dass alle Krystalle der drei letzten Krystallisationssysteme optisch zweiaxig sind, allein die Lage dieser Axen in Beziehung auf die krystallographischen Axen lässt sich nicht von vornherein bestimmen, wie es bei den optisch einaxigen Krystallen der Fall war. 328

Bei allen Krystallen, welche dem rhombischen Systeme angehören, fällt jede der drei Elasticitätsaxen mit einer der drei krystallographischen Hauptaxen zusammen; demnach fällt auch die Ebene der optischen Axen stets mit einer durch zwei krystallographische Axen gelegten Ebene zusammen.

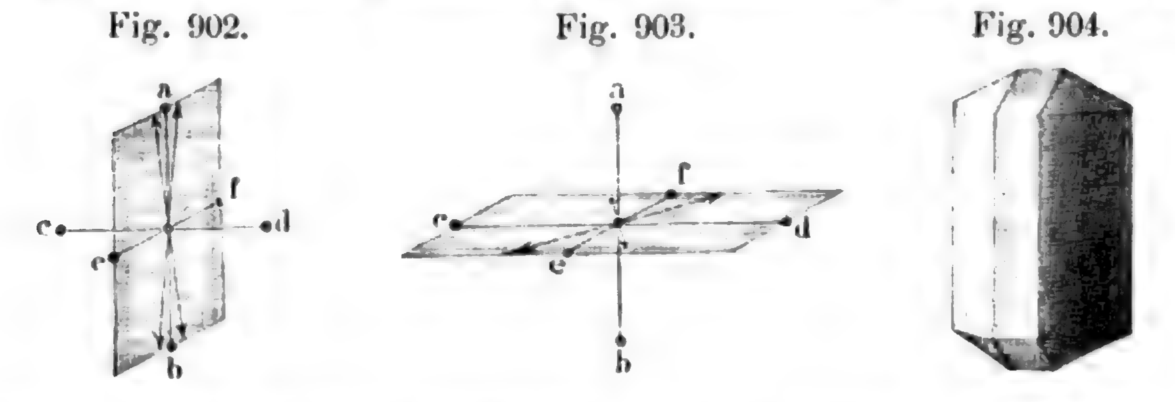
Wir wollen dies an einigen Beispielen erläutern.

Der Salpeter krystallisirt in Säulen, welche wir schon oben S. 93 kennen gelernt haben; Fig. 902 stellt das Axenkreuz des Salpeters sammt den optischen Axen dar, welche durch Pfeile angedeutet sind. Hier fällt die Mittellinie mit der Säulenaxe ab zusammen; die Ebene der optischen Axen fällt aber mit der durch die Säulenaxe ab und die Makrodiagonale ef gelegten Ebene zusammen. In Fig. 902, sowie in den folgenden ist die Ebene der optischen Axen durch Schraffirung hervorgehoben.

Ganz die gleiche Lage hat die Ebene der optischen Axen und die Mittellinie im Arragonit, im kohlensauren Bleioxyd u. s. w.

Fig. 903 stellt das Axenkreuz des Bittersalzes (schwefelsaure Mag-

Fig. 902. Fig. 903. Fig. 904.



nesia) dar. Hier steht die Ebene der optischen Axen rechtwinklig auf der Säulenaxe. Die Krystallformen dieses Salzes haben wir bereits auf

Digitized by Google

S. 96 kennen gelernt. Gewöhnlich erscheint die vordere Säulenkante noch durch die Fläche *h*, Fig. 904, abgestumpft, in deren Richtung die Krystalle des Bittersalzes sehr gut spaltbar sind. Auf dieser Spaltungsfläche, also auch auf der Fläche *h* steht die Mittellinie des genannten Salzes rechtwinklig, eben so wie bei allen mit ihm isomorphen Salzen.

Auch bei Schwerspath liegt die Ebene der optischen Axen rechtwinklig zur Säulenaxe und die Mittellinie fällt mit der Makrodiagonale zusammen.

Beim Topas fällt die Mittellinie mit der Säulenaxe zusammen und die Ebene der optischen Axen geht durch die Brachydiagonale *cd*. Rechtwinklig zur Säulenaxe, also auch rechtwinklig zur optischen Mittellinie sind die Topaskrystalle sehr vollkommen spaltbar.

Auch beim Glimmer steht die Mittellinie rechtwinklig zur Spaltungsebene. Beim Gyps dagegen liegt die Mittellinie sammt den beiden optischen Axen in der Spaltungsfläche selbst.

Ueber die Orientirung der optischen Axen in den Krystallen des rhombischen Systems findet man das Vollständigste in einem Aufsatz von Grailich und v. Lang und in einem zweiten von Lang allein (Sitzungsberichte d. Wiener Akademie Bd. XXVII u. XXXI). In diesen beiden Aufsätzen, in welchen die genannten Gelehrten ihre eigenen Untersuchungen über diesen Gegenstand mit denen anderer Physiker zusammenstellen, werden zusammen 105 Krystalle des rhombischen Systems besprochen. Einige derselben zeigen die merkwürdige Eigenthümlichkeit, dass die Ebene der optischen Axen für rothe Strahlen rechtwinklig steht auf der Ebene der optischen Axen für blaue Strahlen. Es ist dies z. B. der Fall beim mellitsauren Ammoniak.

Für grüne Strahlen sind diese Krystalle optisch einaxig; für rothe Strahlen liegt die Ebene der optischen Axen im brachydiagonalen, für blaue liegt sie im makrodiagonalen Hauptschnitt.

Bezeichnet man diejenige Axe *ef*, Fig. 905, des monoklinischen Systemes, welche auf der Ebene der beiden anderen rechtwinklig steht, als symmetrische Axe, so ist diese symmetrische Axe jedenfalls eine der Elasticitätsaxen des Krystalls.

Die beiden anderen Axen des monoklinischen Systemes fallen in der Regel nicht mit einer Elasticitätsaxe zusammen. Die Ebene der optischen Axen aber fällt entweder

1. mit der symmetrischen Ebene zusammen, d. h. mit derjenigen Ebene, welche auf der symmetrischen Axe rechtwinklig steht, also durch die beiden einen schiefen Winkel mit einander machenden Axen *ab* und *cd* geht; oder

2. die Ebene der optischen Axen steht rechtwinklig auf der symmetrischen Ebene.

Ersteres ist z. B. der Fall beim Zucker, dessen Axenkreuz sammt der Lage der optischen Axen in Fig. 906 dargestellt ist. Es steht also

Digitized by Google

eine der optischen Axen des Zuckers fast rechtwinklig auf der Fläche *b*, Fig. 907, in deren Richtung die Krystalle auch spaltbar sind.

Fig. 905. Fig. 906. Fig. 907.

Fig. 908 und Fig. 909 stellen den Durchschnitt eines Krystalls von schwefelsaurem Magnesia-Ammoniak und eines solchen von ameisensaurem Kupferoxyd mit der symmetrischen Ebene sammt den optischen Axen dar, welche auch bei diesen Krystallen in der symmetrischen Ebene liegen.

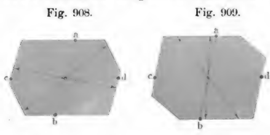


Fig. 908. Fig. 909.

Beim Borax und beim essigsauren Natron liegt die Ebene der optischen Axen rechtwinklig auf der symmetrischen Ebene.

Für triklinische Krystalle hat man bis jetzt noch gar keinen Zusammenhang zwischen der Lage der optischen und der krystallographischen Axen nachweisen können. (S. Beer's Einleitung in die höhere Optik, S. 384 bis 398.)

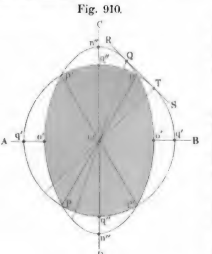


Fig. 910.

Später, wenn die Farbenringe verhandelt werden, welche die optischen Axen umgeben, werden wir noch einmal auf diese Verhältnisse zurückkommen müssen.

Conische Refraction. Da 329
die im Punkte P, Fig 910, an den Kreis und die Ellipse gelegten Tangenten nicht zusammenfallen, so ist klar, dass sich in der Richtung mP zwei Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen können, denen verschiedene ebene Wellen entsprechen; da nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser beiden ebenen Wellen ungleich ist,

Digitized by Google

so werden die beiden Strahlen auch nach verschiedenen Richtungen aus dem Krystalle austreten.

Nun aber hat Hamilton, welcher die Natur der Wellenoberfläche zweiaxiger Krystalle genauer untersuchte, gezeigt, dass die Wellenoberfläche an jedem der Punkte P von allen Seiten her vertieft ist, oder, mit anderen Worten, dass sich hier eine trichterförmige Vertiefung findet, dass sich also an jedem der Punkte P eine unendliche Anzahl von Berührungsebenen an die Wellenoberfläche legen lassen; jeder dieser Berührungsebenen entspricht nun aber ein anderer austretender Strahl; wenn also in der Richtung mP, für welche die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aller Strahlen dieselbe ist, ein Strahlenbündel den Krystall durchläuft, so wird es sich beim Austritte aus dem Krystalle in eine unendliche Anzahl von Strahlen theilen müssen, welche zusammen eine conische Oberfläche bilden (Pogg. Annal. Bd XXVIII).

Hamilton hat dies merkwürdige Resultat aus der Fresnel'schen Theorie gefolgert, bevor man noch eine solche Thatsache beobachtet hatte; Lloyd stellte den Versuch an und fand zum Triumphe für die Wellentheorie die Erscheinung ganz so, wie man sie nach Hamilton's Rechnung erwarten musste.

Die beiden Richtungen, in welchen alle Strahlen den Krystall mit gleicher Geschwindigkeit durchlaufen, fallen fast mit den optischen Axen zusammen; im Arragonit machen sie einen Winkel von ungefähr 20° mit einander. Die Arragonitplatte, welche Lloyd zu seinen Versuchen anwandte, war senkrecht zu der Linie geschliffen, welche den Winkel der optischen Axen halbirt; folglich machten die Richtungen der gleichen Strahlengeschwindigkeit einen Winkel von 80° mit der Oberfläche der Platte. In Fig. 911 mögen OM und ON diese Richtungen vorstellen. Auf jede der beiden Oberflächen legte nun Lloyd eine ganz dünne, mit einer sehr feinen Oeffnung versehene Metallplatte, so dass die Verbindungslinie der beiden Oeffnungen mit der Richtung OM zusammenfiel. Wurde nun von der einen Seite der Platte eine Lampenflamme genähert, so dass ein konisches Strahlenbündel aOb auf die Oeffnung fallen konnte, dessen Strahlen nach OM gebrochen wurden, so erblickte man, nach der anderen Oeffnung in der gehörigen Richtung hinsehend, einen glänzenden Lichtring auf dunklem Grunde.

Fig. 911.

Beim Arragonit beträgt der Winkel, unter welchem die Strahlen des austretenden Strahlenkegels divergiren, ungefähr 3°.

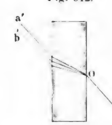
Hamilton nannte diese Art der conischen Brechung die äussere conische Refraction; aber noch eine zweite, ganz ähnliche Erscheinung sagte er vorher, welcher er den Namen der inneren conischen Refraction gab.

Digitized by Google

Eine Ebene, welche die beiden Theile der Wellenoberfläche zugleich berührt, eine Ebene also, welche rechtwinklig auf einer der optischen Axen des Krystalls steht, berührt die Wellenoberfläche nicht allein in den Punkten *Q* und *T*, Fig. 910, sondern in einer unendlichen Anzahl von Punkten, welche einen kleinen Berührungskreis bilden; zu der ebenen Welle *RS* gehören also nicht allein die beiden Strahlen *Qm* und *mT*, sondern unzählig viele, welche zusammen die Oberfläche eines Kegels bilden, dessen Basis jener kleine Berührungskreis ist. Einer der Strahlen dieses Kegels, nämlich *mT*, durchläuft den Krystall genau in der Richtung der optischen Axe. Die Spitze des Strahlenkegels bildet beim Arragonit einen Winkel von 1° 55′. Alle diese Strahlen treten nach derselben Richtung aus dem Krystalle aus.

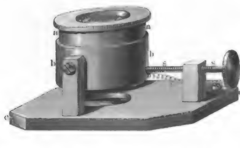
Wenn also ein gewöhnlicher Lichtstrahl *NO*, Fig. 912, in einer solchen Richtung auf die Oberfläche eines zweiaxigen Krystalls fällt, dass ein Strahl nach der Richtung einer optischen Axe desselben gebrochen wird, so wird er beim Eintritte in den Krystall in einen hohlen Strahlenkegel getheilt, dessen Strahlen, an der zweiten Oberfläche parallel mit *ON* austretend, einen hohlen Strahlencylinder bilden.

Fig. 912.



Auch die Existenz der inneren conischen Refraction fand Lloyd durch den Versuch bestätigt, und zwar lässt sich diese Erscheinung leichter beobachten als die der äusseren conischen Refraction. Fig. 913 stellt einen zu diesem Zwecke geeigneten Apparat dar. Eine ungefähr $^1/_2$ Zoll hohe Arragonitsäule, welche durch zwei einander parallele, rechtwinklig zu einer der beiden optischen Axen stehende Flächen begränzt ist, ist mittelst Kork in die kurze Metallröhre *a* eingesteckt. Das Rohr *a* steckt wieder in einer unten offenen Messinghülse *b*, welche zwischen zwei auf einer Metallplatte *c* befestigten Säulchen (das hintere erscheint in unserer Figur beinahe gänzlich verdeckt) um eine horizontale Axe drehbar ist. Eine feine Drehung um diese horizontale Axe wird mittelst der Schraube *s* und der Feder *f* bewirkt.

Fig. 913.

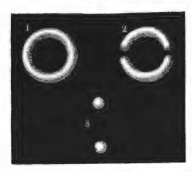


Gerade unter dem Krystall ist in der Bodenplatte *c* eine kreisförmige Oeffnung angebracht, welche durch ein mit mehreren ganz feinen Nadelstichen versehenes Stanniolblättchen verschlossen ist.

Google

Dieser Apparat wird mit seiner Bodenplatte so auf das Tischlein eines Mikroskops von 30- bis 40maliger Vergrösserung gesetzt, dass das Licht vom Erleuchtungsspiegel durch die feinen Löcher im Stanniolblatt auf den Arragonitkrystall fällt.

Fig. 914.

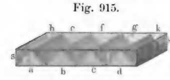


Bei richtiger Einstellung bildet das Licht, welches durch eine kleine Oeffnung auf den Arragonitkrystall gefallen ist und denselben in der Richtung der einen optischen Axe durchlaufen hat, einen Lichtring wie bei Nr. 1 in Fig. 914. Nur etwas aus der richtigen Lage entfernt, erscheint der Lichtring an zwei einander diametral gegenüber liegenden Stellen unterbrochen, Nr. 2 Fig. 914; bei noch weiterer Entfernung aus der richtigen Einstellung ziehen sich die Lichtbogen mehr und mehr zusammen, bis sie endlich auf zwei isolirte Lichtpunkte reducirt erscheinen, wie bei Nr. 3 Fig. 914.

330 **Doppelte Brechung des zusammengedrückten Glases.** Wir haben bisher die wichtigsten Erscheinungen der doppelten Brechung in Krystallen betrachtet, in welchen die Ungleichheit der Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen eine Folge der krystallinischen Structur ist; allein auch in solchen Körpern, die sonst keine doppelte Brechung haben, lässt sich durch äussere Ursachen, etwa durch einen einseitigen Druck, durch eine ungleiche Erwärmung, eine solche Anordnung der Theilchen hervorbringen, dass die Elasticität des Aethers nicht mehr nach allen Richtungen dieselbe bleibt, dass sie also doppeltbrechend werden. Um diese wichtige Wahrheit nachzuweisen, hat Fresnel folgenden Versuch ausgesonnen.

Vier rechtwinklige Glasprismen a, b, c, d, Fig. 915, welche einander vollkommen gleich sind, werden auf einer horizontalen Ebene mit denjenigen Flächen neben einander gelegt, welche dem rechten Winkel gegenüberliegen; von beiden Seiten legt man nun gegen die Enden Streifen von Kartenpapier und auf dieselben feste Stahlstreifen; dann werden die Prismen in einer passenden Zwenge durch einen Druck zusammengepresst, welcher in der Richtung der Längenaxe der Prismen wirkt. Während nun die Theilchen der Glasprismen durch den starken Druck in einem gespannten Zustande erhalten werden, legt man drei rechtwinklige Glasprismen e, f, g in die durch die ersteren gebildeten Rinnen, setzt dann auch noch auf beiden Seiten zwei Prismen h und k von 45° an, um so ein Parallelepiped zu erhalten, dessen äusserste Seiten s und s' einander parallel sind; alle Prismen sind end-

Fig. 915.



Digitized by Google

lich zusammengekittet, um partielle Reflexionen an den verschiedenen Flächen zu vermeiden.

Sieht man durch dieses System hindurch, so dass die Lichtstrahlen an der Fläche s eintreten, bei s' aber nach dem Auge austreten, so erblickt man einen Visirpunkt, der ungefähr ein Meter weit vom Auge entfernt ist, doppelt, und zwar erscheinen die beiden Bilder ungefähr ein Millimeter weit und selbst noch weiter von einander entfernt. Die beiden Strahlen besitzen alle Eigenschaften von Strahlen, welche einen doppeltbrechenden Körper durchlaufen haben.

Bei der Betrachtung der Farbenerscheinungen, welche doppeltbrechende Körper im polarisirten Lichte zeigen, werden wir noch manche Erscheinung kennen lernen, welche von einer doppelten Brechung in nicht krystallisirten Körpern herrührt; wenn aber auch eine durch künstliche Mittel hervorgebrachte doppelte Brechung stark genug ist, um solche Farbenerscheinungen hervorzubringen, so ist sie doch in der Regel zu schwach, um direct beobachtet werden zu können.

Interferenz polarisirter Lichtstrahlen. Rechtwinklig zu 331
einander polarisirte Lichtstrahlen können, wie Fresnel und Arago gezeigt haben, nicht interferiren, und daraus folgt, dass die Lichtvibrationen rechtwinklig zu der Richtung der Strahlen sind. Wenn man vor das Objectiv eines Fernrohres einen Schirm mit zwei Oeffnungen bringt, wenn man dann vor die Oeffnungen zwei vollkommen gleich dicke Turmalinplatten setzt, so fallen alle Interferenzstreifen weg, welche von der gegenseitigen Einwirkung beider Oeffnungen herrühren, wenn die Polarisationsebenen der Turmalinplatten gekreuzt sind; sie erscheinen aber wieder, wenn man sie parallel stellt.

Digitized by Google

Elftes Capitel.

Chromatische Polarisation
oder
die Farben doppeltbrechender Krystallplatten im polarisirten Lichte.

---

332 **Farben dünner Gypsblättchen im polarisirten Lichte.** Der natürliche Gyps findet sich häufig in grossen durchsichtigen Krystallen, die nach einer Richtung hin so vollkommen spaltbar sind, dass man leicht ganz dünne Blättchen abspalten kann; ganz besonders kommt diese Eigenschaft derjenigen Varietät zu, welche auf dem Montmartre bei Paris gefunden wird, obgleich gerade diese Krystalle nicht von regelmässigen Flächen begränzt sind.

Bringt man ein durch Spaltung erhaltenes recht dünnes Gypsblättchen zwischen die beiden Spiegel eines Polarisationsapparates, so wird es mehr oder weniger brillant gefärbt erscheinen. Je nachdem man das Gypsblättchen selbst oder den Zerlegungsspiegel des Apparates dreht, ändert sich entweder die Intensität der Färbung, oder auch die Färbung selbst.

Ganz besonders eignet sich zu diesen Versuchen der schon oben (Seite 804) beschriebene Nörremberg'sche Polarisationsapparat. Man braucht das Gypsblättchen, welches nicht über 0,3 Millimeter dick sein darf, nur auf das mittlere Tischchen zu legen, um es im oberen Spiegel oder durch irgend einen anderen Zerleger (am zweckmässigsten ein Nicol'sches Prisma) gefärbt zu sehen.

Wir wollen zuerst den Fall betrachten, dass die Schwingungsebene des Zerlegers rechtwinklig auf der des Polarisationsspiegels steht, dass also das Gesichtsfeld ohne das Gypsblättchen dunkel erscheint. Schiebt man das Gypsblättchen in den Apparat ein, so erscheint es farbig auf dunklem Grunde; doch wird man bald sehen, dass die Lebhaftigkeit der Färbung nicht für alle Lagen des Gypsblättchens dieselbe ist.

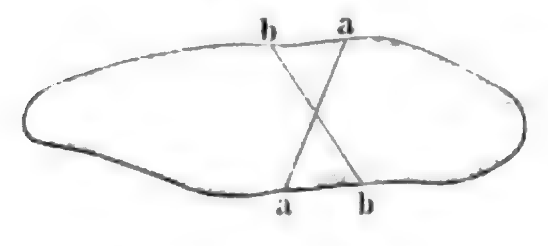
Hat man das Gypsblättchen auf das Tischlein gelegt, so braucht man dasselbe nur in seiner Ebene, also um eine verticale Axe zu drehen, so wird die Färbung des Blättchens bald lebhafter werden, bald an Intensi-

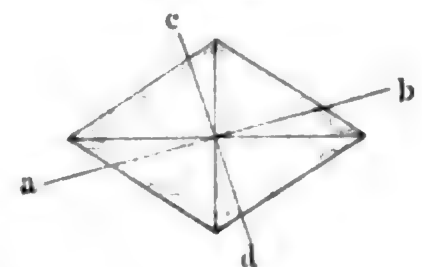
Digitized by Google

tät abnehmen und man wird leicht eine bestimmte Stellung ermitteln können, bei welcher das Blättchen selbst ganz so dunkel erscheint wie der Grund, eine Lage also, in welcher das Gypsblättchen gar keine sichtbare Wirkung auf die durchgehenden Strahlen hervorbringt.

Wir wollen nun diese Lage näher bestimmen. Die Gypskrystalle sind, wie eben erwähnt wurde, nach einer Richtung vollkommen spaltbar, sie besitzen aber nach zwei anderen Richtungen noch eine unvollkommene Spaltbarkeit. Es stelle Fig. 916 ein von einem Gypskrystall vom Montmartre abgespaltenes Blättchen dar, so wird man finden, dass es parallel mit den Linien *aa* und *bb* theilbar ist; man kann demnach aus einem

Fig. 916. Fig. 917.





solchen Gypsblättchen leicht ein Stückchen in Form eines Parallelogramms, Fig. 917, herausspalten. Bringt man nun ein solches Parallelogramm in den Apparat, so findet man, dass das Gypsblättchen ganz dunkel erscheint, wenn eine Linie *ab*, Fig. 917, die mit der Halbirungslinie des spitzen Winkels des Blättchens einen Winkel von nahe 20° macht, mit der Polarisationsebene des unteren Spiegels zusammenfällt, oder darauf rechtwinklig steht. In jeder anderen Lage erscheint es gefärbt, und zwar am lebhaftesten, wenn *ab* einen Winkel von 45° mit der Reflexionsebene des unteren Spiegels macht.

Wenn das Gypsblättchen vollkommen ebene Oberflächen hat, so erscheint es im Polarisationsapparate einfarbig; ist aber die Oberfläche unrein, d. h. sind beim Abspalten Splitter darauf hängen geblieben, so erscheint das Blättchen an verschiedenen Stellen verschieden gefärbt, woraus hervorgeht, dass die Färbung des Gypsblättchens von seiner Dicke abhängt.

Weil ein einzelnes Gypsblättchen gar zerbrechlich ist, muss man darauf denken, es auf eine passende Art aufzubewahren. Das Zweckmässigste möchte wohl sein, das Blättchen mittelst canadischen Balsams zwischen zwei Glasplatten zu kitten. Einige so gefasste bunte Gypsblättchen (d. h. solche, die wegen der nicht ganz vollkommenen Oberfläche im Apparate mehrfarbig erscheinen), mehrere ebenso gefasste einfarbige Blättchen, von denen zwei genau dieselbe Farbe (also genau dieselbe Dicke) haben müssen, sind nöthig, um alle hierher gehörigen Erscheinungen vollständig und bequem zu studiren. Zur Completirung dieser Präparate gehört noch eine keilförmig geschliffene Gypsplatte. Wie erwähnt, hängt die Farbe der Blättchen von ihrer Dicke ab; wenn also ein Gypsblättchen keilförmig zugeschliffen ist, so dass es an dem einen Ende gleichsam mit einer Schneide endigt, so wird ein solches Blättchen alle die Farben in regelmässiger Aufeinanderfolge zeigen, welche den verschiedenen Dicken zukommen.

Digitized by Google

Auch mit einaxigen Krystallblättchen, die parallel mit der Axe geschliffen und hinlänglich dünn sind, sowie mit Blättchen von zweiaxigen Krystallen, deren Oberflächen parallel mit der Ebene der optischen Axen sind, lassen sich dieselben Versuche anstellen; nur eignen sich die Gypsblättchen der leichten Spaltbarkeit dieses Minerals wegen ganz besonders dazu. Statt der keilförmigen Gypsplatte kann man sehr gut eine parallel mit der Axe keilförmig zugeschliffene Quarzplatte anwenden.

333 **Erklärung der Farben dünner Gypsblättchen.** Diese Farbenerscheinungen rühren nun von der Interferenz polarisirter Strahlen her. Der Gyps ist ein zweiaxiger Krystall, dessen optische Axen in der Ebene unserer Blättchen liegen; ein jeder Lichtstrahl also, welcher ein solches Blättchen trifft, wird in zwei gespalten, welche rechtwinklig zu einander polarisirt sind, die aber, wenn die einfallenden Strahlen rechtwinklig auf das Blättchen fallen, dasselbe in gleicher Richtung durchlaufen. Die Vibrationen, welche den einen Strahl im Krystalle fortpflanzen, sind parallel mit der Linie ab, Fig. 917, die Vibrationen des anderen Strahles hingegen sind parallel mit cd.

Legt man nun das Gypsblättchen so zwischen die gekreuzten Spiegel, dass die Linie ab, Fig. 917, mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels zusammenfällt, so kann der einfallende Strahl offenbar nur Schwingungen nach ab im Krystalle hervorrufen, nicht aber nach cd, eben weil die Schwingungsrichtung cd auf der Schwingungsrichtung der einfallenden Strahlen rechtwinklig steht. In diesem Falle pflanzt sich in der That nur ein polarisirter Strahl durch den Krystall fort, der nach ab schwingende; und da der Zerleger bei der oben bezeichneten Stellung diese Schwingungen nicht reflectirt oder durchlässt, so muss das Gypsblättchen bei dieser Lage dunkel erscheinen.

Ebenso erklärt sich auch, dass das Gypsblättchen dunkel bleibt, wenn die Linie cd, Fig. 917, mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels zusammenfällt.

Gehen wir nun zu dem Falle über, in welchem die lebhaftesten Farben erscheinen, nämlich zu dem Falle, dass jede der Linien ab und cd einen Winkel von 45^0 mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels macht. Um die Erscheinung in ihrer grössten Einfachheit kennen zu lernen, muss man statt des weissen Lichtes einfarbiges anwenden. Man erreicht diesen Zweck am leichtesten dadurch, dass man durch eine Platte rothen Glases sieht. Dieses Roth ist zwar nicht vollkommen, doch für diesen Zweck hinlänglich homogen.

Diejenigen Gypsblättchen nun, welche ohne das rothe Glas roth erscheinen, werden, durch das rothe Glas gesehen, hell auf dunklem Grunde stehen; alle die Blättchen hingegen, welche eine andere Farbe haben, erscheinen, durch das rothe Glas gesehen, weniger hell, die grünen am dunkelsten.

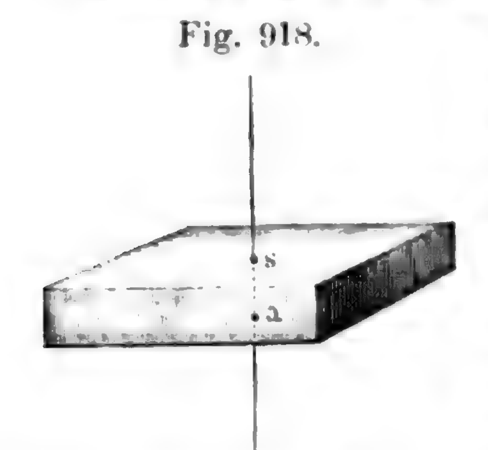
Digitized by Google

Nehmen wir statt der einfarbigen Blättchen bunte, so erscheinen diese gefleckt; diejenigen Stellen sind die hellsten, die im weissen Lichte roth erscheinen, am dunkelsten aber sind die sonst grünen Stellen. Am vollständigsten sieht man die Erscheinung in der keilförmig zugeschliffenen Platte; durch das rothe Glas gesehen, bemerkt man abwechselnd helle (rothe) und dunkle Streifen.

Dies Alles lässt sich kurz so zusammenfassen. Wenn ein Gypsblättchen so zwischen die gekreuzten Spiegel des Polarisationsapparates gelegt wird, dass der Winkel der Schwingungsebenen *ab* und *cd*, Fig. 917, durch die Schwingungsebene der einfallenden Strahlen halbirt wird, so erscheint bei Anwendung von homogenem Lichte das Blättchen bald hell, bald dunkel, je nachdem seine Dicke sich ändert. Ersteres ist der Fall, wenn der eine Strahl im Gypsblättchen dem anderen um ein ungerades, letzteres, wenn er um ein gerades Vielfaches einer halben Wellenlänge vorausgeeilt ist, wie sich aus folgender Betrachtung ergiebt.

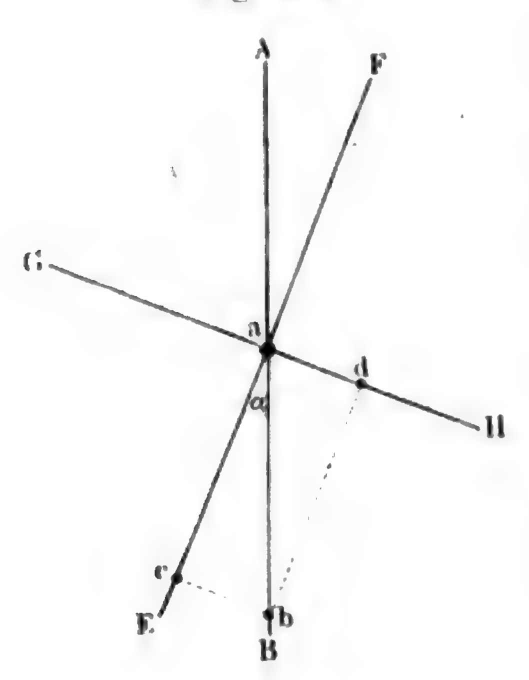
Es stelle Fig. 918 in stark vergrössertem Maassstabe das Gypsblättchen perspectivisch dar. Der von unten kommende polarisirte Strahl trifft die Platte in *a*; die beiden Strahlen, in welche der einfallende Strahl durch die doppelte Brechung des Gypses getheilt wird, durchlaufen das Blättchen in gleicher Richtung, um bei *s* wieder auszutreten. — Zunächst haben wir nun zu untersuchen, wie die Vibrationen des einfallenden Strahles beim Eintritt in die Krystallplatte zerlegt, sodann aber wie nach dem Austritt aus der Platte die Schwingungen des ordinären und extraordinären Strahles auf die Schwingungsebene des Zerlegers reducirt werden.

Fig. 918.



In Fig. 919 stelle die Ebene des Papiers die Ebene der unteren Fläche des Gypsblättchens dar. Die Richtung der einfallenden Strahlen erscheint in *a* zum Punkt, die Schwingungsebene desselben erscheint in *AB* zur Linie verkürzt. *EF* und *GH* stellen die zur Linie verkürzten Schwingungsebenen des ordinären und des extraordinären Strahls im Gypsblättchen dar.

Fig. 919.



Bezeichnen wir die Vibrationsintensität *ab* des einfallenden Strahles mit *a*, so haben wir für die Vibrationsintensitäten *ac* und *ad* der beiden Strahlen, in welche er sich beim Eintritt in die Krystallplatte theilt,

$$ac = a' = a \cdot \cos \alpha$$

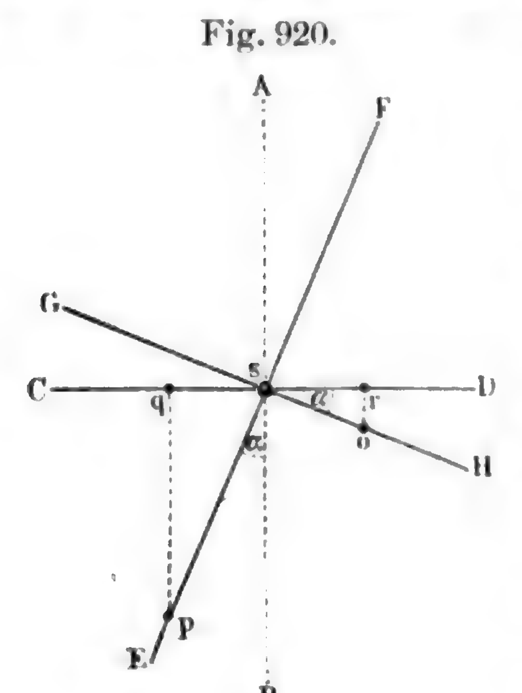
und $$ad = a'' = a \cdot \sin \alpha,$$

Digitized by Google

wenn α den Winkel bezeichnet, welchen EF, die eine der Schwingungsebenen im Krystall, mit AB, der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen macht.

Mit diesen Vibrationsintensitäten treten nun auch die beiden Strahlen in der oberen Fläche des Gypsblättchens bei s wieder aus. Stellt in Fig. 920 die Ebene des Papiers die Ebene des oberen Gypsblättchens dar, so ist also die Vibrationsintensität sp des einen austretenden Strahls gleich a', die Vibrationsintensität so des anderen ist aber gleich a''.

Fig. 920.



Da nun aber die Elasticität des Aethers im Krystall nach der Richtung EF eine andere ist als nach der Richtung GH, so wird auch der nach EF schwingende Strahl mit einer anderen Geschwindigkeit durch den Krystall sich fortpflanzen als der nach H schwingende, der eine Strahl wird also dem anderen um eine bestimmte Anzahl von Wellenlängen vorauseilen, d. h. wenn n die Anzahl der Wellenlängen ist, welche für den einen Strahl zwischen a und s liegen, so liegen für den anderen Strahl $n + x$ Wellenlängen auf diesem Wege as, wenn also

$$v' = a' . sin \left(2 \pi \frac{t}{T}\right)$$

die Vibrationsgeschwindigkeit eines Aethertheilchens in der Austrittsfläche für den nach EF schwingenden Strahl ist, so ist

$$v'' = a'' sin\, 2 \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

die gleichzeitige Vibrationsgeschwindigkeit desselben Aethertheilchens für den nach GH schwingenden.

Die beiden bei s austretenden Strahlen können aber nicht interferiren, weil ihre Schwingungsebenen rechtwinklig zu einander sind; die Interferenz wird aber eintreten, wenn die beiden austretenden Strahlen auf die Schwingungsebene des Zerlegers reducirt werden.

Betrachten wir zunächst den Fall, dass die Schwingungsebene CD des Zerlegers rechtwinklig stehe auf der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen, dass also GH mit CD einen Winkel α mache, welcher gleich ist dem Winkel, den die Schwingungsebene EF mit AB macht, so wird

$$sq = a' . sin\, \alpha = a\, cos\, \alpha . sin\, \alpha$$

die Vibrationsintensität des einen, und

$$sr = a'' . cos\, \alpha = a . sin\, \alpha . cos\, \alpha$$

Digitized by Google

die Vibrationsintensität des anderen aus dem Gypsblättchen austretenden Strahles nach ihrer Reduction auf die Schwingungsebene CD sein. Die Vibrationsintensitäten sr und sq sind, wie man leicht übersieht, der Grösse nach gleich, der Richtung nach aber sind sie entgegengesetzt, wir wollen sie deshalb kurz mit b und mit $-b$ bezeichnen. Ist also die Vibrationsgeschwindigkeit, welche der eine der auf die Schwingungsebene CD reducirten Strahlen einem auf seinem Wege liegenden Aethertheilchen in einem bestimmten Momente mittheilt,

$$u' = b \,.\, sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right),$$

so ist die Vibrationsgeschwindigkeit, mit welcher dasselbe Aethertheilchen gleichzeitig durch den anderen auf CD reducirten Strahl afficirt wird,

$$u'' = -b \,.\, sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Nach §. 297 ergiebt sich aber für die Vibrationsintensität des Strahls, welcher durch die Interferenz der beiden eben besprochenen gebildet wird,

$$B = b\sqrt{2 - 2\cos\left(2\pi\frac{x}{\lambda}\right)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Da nun aber die Lichtstärke dem Quadrate der Vibrationsintensität proportional ist, so haben wir für die Lichtstärke der in der angegebenen Weise durch Interferenz gebildeten Strahlen den Werth

$$J = 2b^2\left(1 - \cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Die Lichtintensität J ist also abhängig von der Lage des Blättchens, denn sie ist eine Function des Winkels α, von welchem der Werth des Factors b abhängt, dann ist J aber auch abhängig von der Dicke des Blättchens, also von x.

Untersuchen wir zunächst wie J von x abhängt. J wird gleich Null, wenn

$$x = 0,\ x = \lambda,\ x = 2\lambda,\ x = 3\lambda \text{ u. s. w.}$$

ist, während durch die Interferenz der beiden besprochenen Strahlen ein Maximum von Lichtstärke entsteht, nämlich $J = 2b$, wenn

$$x = {}^1/_2\,\lambda,\ x = {}^3/_2\,\lambda,\ x = {}^5/_2\,\lambda \text{ u. s. w.}$$

Ein Gypsblättchen wird also zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates dunkel erscheinen, wenn der eine Strahl dem anderen um eine ganze Anzahl von Wellenlängen vorausgeeilt ist, dagegen erscheint das Gypsblättchen im Maximum der Helligkeit, welche für seine Lage möglich ist, wenn das Vorauseilen des einen Strahles vor dem anderen ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt.

Nun aber ist, wie schon bemerkt, der Factor b vom Winkel α abhängig, denn es ist

Digitized by Google

$$b = a \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha.$$

Es wird also

$$b = 0 \text{ und also auch } J = 0,$$

wenn $\alpha = 0$ oder $\alpha = 90^0$ ist. Wenn also eine der Schwingungsebenen im Gypsblättchen mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen zusammenfällt, so bleibt das Gypsblättchen bei gekreuzten Spiegeln dunkel, welches auch der Werth von x, welches also auch seine Dicke sein mag. Dagegen wird der Werth von b ein Maximum, nämlich $b = \frac{a}{2}$ für $\alpha = 45^0$. In seiner grössten Helligkeit

$$J = \frac{a^2}{2}\left(1 - \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

erscheint also das Gypsblättchen zwischen gekreuzten Spiegeln, wenn es so gelegt ist, dass jede der Schwingungsebenen im Krystallblättchen einen Winkel von 45^0 mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen macht.

Nach diesen Betrachtungen wollen wir nun wieder zur Betrachtung der keilförmig geschliffenen Gypsplatte zurückkehren, welche, in homogenem Lichte zwischen den gekreuzten Spiegeln, abwechselnd helle und dunkle Streifen zeigt; an der dünnsten Stelle erscheint das Blättchen dunkel, an dem zunächst folgenden dunklen Streifen ist die Dicke des Blättchens so gross, dass ein Strahl dem anderen um 1 Wellenlänge vorauseilt; an den nun folgenden dunklen Streifen ist die Dicke des Blättchens der Reihe nach die doppelte, dreifache, vierfache. An den hellen Stellen ist der eine Strahl dem anderen um ein ungerades Vielfaches von $^1/_2$ Wellenlänge vorausgeeilt.

An der Stelle des ersten dunklen Streifens (für rothes Licht) beträgt die Dicke des Gypsblättchens 0,078, an der Stelle des zweiten 0,157 Millimeter.

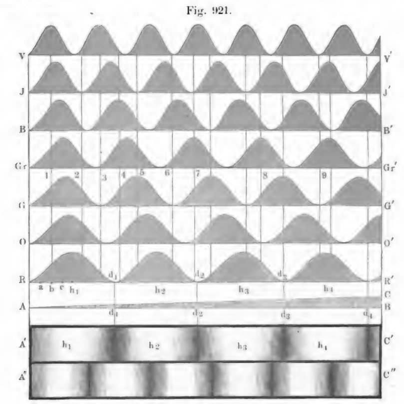
Stellt in Fig. 921 ABC die keilförmige Platte dar, sind d_1, d_2 u. s. w. die Stellen, an welchen sich die auf einander folgenden dunklen Streifen für rothes Licht befinden, so ist die Entfernung $A d_1 = d_1 d_2 = d_2 d_3$ u. s. w.; es lässt sich also das Gesetz, nach welchem die Lichtstärke bei Anwendung von rothem Lichte mit wachsender Dicke des Blättchens ab- und zunimmt, gerade so graphisch darstellen, wie wir es schon oben bei der Entwickelung der Gesetze der Newton'schen Ringe gesehen haben.

Da die Wellenlängen für violettes Licht kürzer sind als für rothes, so wird auch nicht die Stelle der keilförmigen Platte den ersten dunklen Streifen für violettes Licht zeigen, deren Dicke $0{,}078^{mm}$ ist, sondern eine andere, deren Dicke in demselben Verhältnisse geringer ist, in welchem die violetten Lichtwellen kürzer sind, also eine Stelle, deren Dicke $0{,}078 \times 0{,}68^{mm}$ beträgt. In demselben Verhältnisse werden also auch die dunklen Streifen für violettes Licht näher zusammenrücken, in demselben Verhältnisse wird auch bei der Construction der Intensitätscurve für violettes

Digitized by Google

Licht die Entfernung von einem Maximum zum anderen kleiner werden müssen.

Fig. 921.



Dasselbe gilt auch für die anderen Farben; kurz, man sieht, dass hier genau dieselben Verhältnisse stattfinden, wie bei den Farben dünner Schichten, dass Fig. 921 und Fig. 848, welche uns gedient haben, um die Newton'schen Farbenringe zu erklären, auch dienen können, um zu ermitteln, welche Färbung ein Gypsblättchen von gegebener Dicke zwischen den gekreuzten Spiegeln des Apparates im weissen Lichte zeigen wird, kurz, dass die Farben dünner Schichten mit den Farben, welche dünne Gypsblättchen im polarisirten Lichte zeigen, identisch sind.

In der folgenden Tabelle ist angegeben, wie dick die Gypsblättchen sein müssen, wenn sie zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates die verschiedenen Farben der drei ersten Ordnungen zeigen sollen.

Digitized by Google

Erste Ordnung.

Bläulich-Weiss	0,027mm
Gelblich-Braun	0,037
Roth	0,044

Zweite Ordnung.

Dunkel-Purpur	0,065
Blau	0,085
Gelb	0,102
Roth	0,116

Dritte Ordnung.

Purpur	0,132
Blau	0,142
Grün	0,157
Roth	0,178

334 **Prismatische Zerlegung der Polarisationsfarben.** Dass die Farben der Gypsblättchen wirklich so zusammengesetzt sind, wie es die Theorie angiebt, habe ich auf folgende Weise experimentell nachgewiesen.

Man erzeuge nach der auf Seite 391 angegebenen Weise auf einem Papierschirm ein Spectrum, und bringe dann ein zwischen zwei Nicol'schen Prismen befindliches Gypsblättchen dicht bei der Spalte an, durch welche das Licht in das dunkle Zimmer eindringt.

Sind die beiden Nicol'schen Prismen gekreuzt und ist ein Gypsblättchen eingelegt, welches violett (Dunkelpurpur) der zweiten Ordnung zeigt, so ist das Licht, welches auf das Prisma fällt, das Dunkelpurpur der zweiten Ordnung, und es erscheint ein dunkler Streifen im Gelb des Spectrums; ist das Gypsblättchen grün der dritten Ordnung, so erscheint ein dunkler Streifen im Indigo und einer im Roth, für Grün vierter Ordnung ein dunkler Streifen im Blau, und ein zweiter im Orange, wie Nr. 10 auf Tab. V. zeigt. (Vergl. Nr. 8 in Fig. 848 Seite 791.)

Je dicker die Gypsblättchen sind, um so mehr dunkle Streifen erscheinen im Spectrum, zugleich aber wird die Farbe der Blättchen immer unscheinbarer; ein Blättchen, welches drei dunkle Streifen zeigt, ist schon fast ganz weiss. Wenn die Gypsblättchen dick genug sind, so ist die Zahl der Streifen sehr gross und die Streifen selbst sind alsdann sehr fein.

Die beiden letzten Spectra auf Tab. V. sind solche auf die erwähnte Weise durch etwas dickere Gypsblättchen erzeugte. In dem einen treten 5, im anderen treten 11 dunkle Streifen auf. Statt der dickeren Gypsblättchen wendet man auch Quarzplatten an, die parallel mit der Axe geschnitten sind.

Digitized by Google

Fig. 922 stellt eine Vorrichtung dar, welche ich construirt habe, um bei Anstellung des eben besprochenen Versuches die Gypsblättchen leicht zwischen die Nicols und mit diesen vor die Spalte des Ladens setzen zu können. Die Gypsblättchen sind mittelst canadischen Balsams zwischen zwei runde Glasplatten gekittet, welche in einer hölzernen Hülse *h* befestigt werden. Diese Hülse wird in den etwas federnden Messingbügel *b* eingesteckt, der etwas mehr als einen Halbkreis umfasst. Man kann die Hülse *h* beliebig in ihrer Ebene umdrehen. Der Bügel *b* ist auf einem Messingstäbchen befestigt, welches zu beiden Seiten noch die Messinghülsen *m* und *m'* trägt, die zur Aufnahme der Nicol'schen Prismen dienen. Das Stäbchen *s*, welches die ganze Vorrichtung trägt, wird auf ein passendes Stativ gesteckt und dann dicht bei der Spalte aufgestellt, welche das Licht in das dunkle Zimmer eindringen lässt.

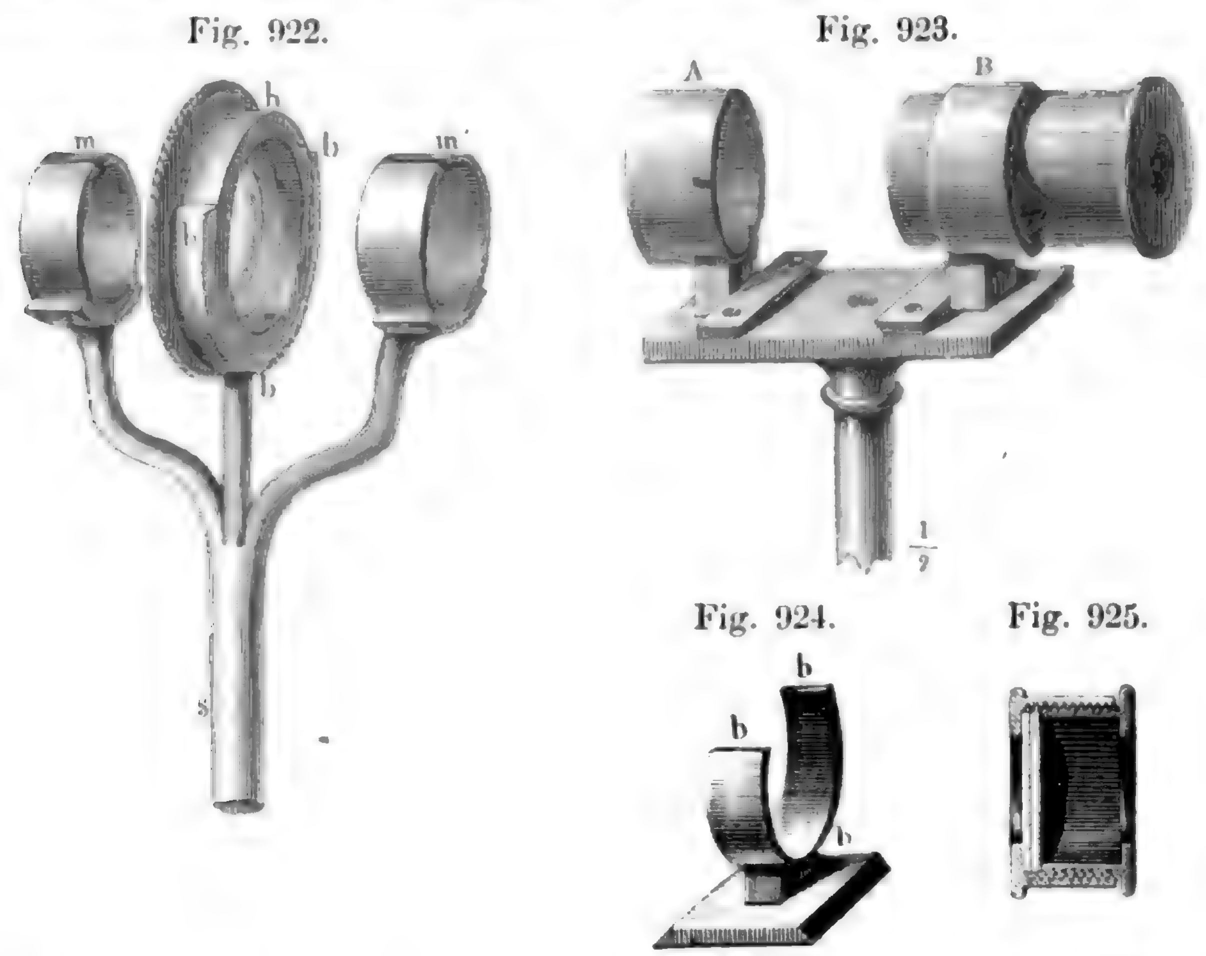


Fig. 922. Fig. 923. Fig. 924. Fig. 925.

Albert hat diesem Apparat eine zweckmässigere Form gegeben, welche Fig. 923 bis Fig. 925 abgebildet ist. *A* und *B*, Fig. 923, sind die Messinghülsen, welche zur Aufnahme der Nicol'schen Prismen dienen, von welchen unsere Figur nur eines zeigt. — Zwischen zwei auf die Bodenplatte aufgeschraubte Messingschienen wird der Fig. 924 dargestellte Träger der Gypsblättchen eingeschoben. Fig. 925 endlich stellt die in den Metallbügel *bbb* einzusteckende Hülse dar, welche zur Aufnahme des zwischen Glasplatten gefassten Gypsblättchens dient.

Die Talbot'schen Linien. Wir haben im vorigen Paragraphen 335
gesehen, dass die prismatische Zerlegung von Interferenzfarben höherer Ordnung ein Spectrum liefert, welches mit dunklen Linien durchzogen ist,

Digitized by Google

deren Anzahl wächst, wenn der Gangunterschied der beiden interferirenden Lichtbündel grösser wird. Solche Streifen wollen wir Talbot'sche Linien nennen, gleichgültig auf welche Weise der Gangunterschied der beiden interferirenden Lichtbündel hervorgebracht worden ist.

Talbot brachte solche Streifen im Spectrum dadurch hervor, dass er durch ein Prisma nach einer feinen Lichtlinie hinschaute, während er ein dünnes Glimmerblättchen so vor das Auge hielt, dass es die eine Hälfte der Pupille verdeckte. Hier kommt das Lichtbündel, welches durch das Glimmerblättchen verzögert wurde, mit demjenigen zur Interferenz, welches neben dem Glimmerblättchen vorbei in das Auge eindrang.

Der Erste, welcher solche Streifen beobachtete, mag wohl Wrede gewesen sein. Er wandte zur Erzeugung derselben ein dünnes Glimmerblättchen an, welches so gebogen wurde, dass es ein Stück einer Cylinderfläche bildete. Ein solcher Glimmercylinder wird nun, wenn seine Axe vertical gestellt ist, von einer benachbarten Lichtquelle, etwa von einer Lampenflamme, ein Spiegelbild geben, welches als eine verticale Lichtlinie erscheint. Diese Lichtlinie ist aber durch die Interferenz zweier Lichtbündel entstanden, von welchen das eine auf der vorderen, das andere auf der hinteren Fläche des Glimmerblättchens reflectirt worden ist.

Schaut man durch ein Prisma nach einer solchen Lichtlinie hin, so erscheint das Spectrum von einer grossen Anzahl feiner Linien durchschnitten. Um diese Streifen mit blossem Auge deutlich sehen zu können, muss das Glimmerblättchen sehr dünn sein, für etwas dickere Glimmerblättchen werden sie aber dadurch vollkommen deutlich, dass man die aus dem Prisma austretenden Strahlen nach der bekannten Weise durch ein Fernrohr beobachtet.

Die Talbot'schen Linien haben dadurch ein besonderes Interesse gewonnen, dass Esselbach dieselben anwandte, um die Wellenlänge der ultravioletten Strahlen zu bestimmen (Pogg. Annal. XCVIII). Wir wollen sehen, auf welche Weise die Talbot'schen Linien zu einer solchen Bestimmung dienen können.

Wenn wir annehmen, dass für irgend einen Talbot'schen Streifen im Spectrum das Voraneilen des einen hier interferirenden Strahles n Wellenlängen betrage, so beträgt es für den nach der violetten Seite des Spectrums hin folgenden Streifen $n + 1$ Wellenlängen, für den folgenden $n + 2$ Wellenlängen u. s. w. Daraus folgt aber, dass dem Intervall je zweier auf einander folgender Talbot'schen Linien stets eine gleiche Differenz der Wellenlängen des ihrer Stelle im Spectrum zukommenden Lichtes entspricht, oder mit anderen Worten, dass die Differenzen der Wellenlängen, welche dem Lichte zweier bestimmten Stellen im Spectrum zukommen, der Zahl der Talbot'schen Linien proportional sein müsse, welche zwischen ihnen liegen.

Wir wollen dies an einem Beispiele erläutern. Nach der in §. 334 erläuterten Methode stellte ich die Talbot'schen Linien so dar, dass man zugleich die Fraunhofer'schen Linien auf dem Schirme deutlich sehen

Digitized by Google

konnte. Bei einer bestimmten Dicke der Gypsplatte fielen nun 5 Talbot'sche Linien zwischen F und G, und 3 solcher dunklen Streifen zwischen G und H. Daraus folgt, dass die Differenz der Wellenlängen für F und G sich zur Differenz der Wellenlängen für G und H verhalte wie 5 zu 3; man kann also die Wellenlänge für H berechnen, wenn dieselbe für F und G bekannt ist.

Nach §. 307 ist die Wellenlänge für F . . 0,000485^{mm}
für G . . 0,000429
die Differenz dieser Wellenlängen ist also . . 0,000056.

Bezeichnen wir mit x die Differenz der Wellenlängen für G und H, so haben wir

$$5 : 3 = 0{,}000056 : x, \text{ also } x = 0{,}000033;$$

d. h. die Wellenlänge für H ist um 0,000033^{mm} kleiner als die für G, sie ist also 0,000429 — 0,000033 = 0,000396^{mm}.

Um nach dieser Methode die Wellenlängen ultravioletter Strahlen zu bestimmen, benutzte Esselbach eine von Helmholtz beobachtete Thatsache, nach welcher man diese Strahlen dem Auge auch unmittelbar, d. h. ohne Hülfe von Fluorescenz und chemischer Wirkung sichtbar machen kann, wenn man nur die heller leuchtenden Strahlen genügend ausschliesst.

Esselbach arrangirte den Versuch in folgender Weise. Das durch eine Spalte in horizontaler Richtung in ein dunkles Zimmer eintretende Strahlenbündel wurde von einem nahe am Fenster aufgestellten Quarzprisma aufgefangen. Die aus diesem Prisma divergirend austretenden Strahlen wurden auf einem ungefähr 2 Fuss entfernten, mit einer zweiten Spalte versehenen Schirme aufgefangen, welcher so gestellt war, dass der Spalt an das ultraviolette Ende des Spectrums zu stehen kam. Wurde nun nach diesem nur durch ultraviolette Strahlen erleuchteten Spalt durch ein zweites Quarzprisma und ein Fernrohr in der Weise hingeschaut, wie es Seite 593 erläutert ist, so erblickte man einen Theil des ultravioletten Spectrums und ausserdem noch ein schwaches gewöhnliches, von einem durch den zweiten Spalt noch eindringenden Rest zerstreuten Tageslichtes herrührendes Spectrum. Je nachdem das erste Prisma etwas nach der einen oder anderen Seite gedreht wurde, erschien ein anderer Theil des ultravioletten Spectrums im Fernrohr.

Bei dieser Beobachtungsweise erschienen die Fraunhofer'schen Linien im ultravioletten Theil des Spectrums scharf auf mattem graublauem Grunde, und zwar beobachtete Esselbach solche Streifen noch weit über die Linie N hinaus; den letzten noch sichtbaren Streifen bezeichnete er mit R.

Die Talbot'schen Linien hervorzubringen, wurde die Hälfte des Fernrohrobjectivs durch ein dünnes senkrecht zur Axe geschliffenes Quarzblättchen verdeckt.

Digitized by Google

Auf diese Weise ergaben sich

zwischen *G* und *H*	. . .	25	Talbot'sche Linien,	
„ *H* „ *M*	. . .	22,5	„	„
„ *M* „ *N*	. . .	15	„	„
„ *N* „ *R*	. . .	47	„	„

und daraus berechnet sich die Wellenlänge für

M	. . .	0,000366,
N	. . .	0,000350,
R	. . .	0,000309.

Die brechbarsten Strahlen, deren Wellenlänge Eisenlohr bestimmt hatte (§. 307), sind also ungefähr die dem Streifen *N* entsprechenden. (Näheres in Poggendorff's Annalen, Bd. XCVIII, S. 513.)

336 **Erscheinungen gekreuzter Gypsblättchen zwischen gekreuzten Spiegeln.** Wenn man zwei Gypsblättchen so auf einander legt, dass die entsprechenden Schwingungsebenen in beiden zusammenfallen, so werden sie offenbar solche Erscheinungen hervorbringen, als ob man eine einzige Platte angewandt hätte, deren Dicke gleich ist der Summe der Dicken der beiden einzelnen Blättchen. Legt man aber die Blättchen so auf einander, dass sich die entsprechenden Schwingungsebenen unter rechtem Winkel kreuzen, dass also die Schwingungsebene der geringsten Elasticität im einen mit der Schwingungsebene der grössten Elasticität im anderen zusammenfällt, so wird der Strahl, welcher in dem einen Blättchen voraneilte, im anderen zurückbleiben. Sind nun die gekreuzten Blättchen gleich dick, so wird das Voraneilen in dem einen Blättchen dem Zurückbleiben im anderen gleich sein, das eine Blättchen hebt die Wirkung des anderen auf, es ist gerade so, als ob man gar kein Gypsblättchen in den Apparat gebracht hätte. Der Versuch bestätigt dies vollkommen. Kreuzt man zwei Blättchen, welche einzeln ganz gleiche Farben zeigen, so wird die Stelle, an der die Blättchen über einander liegen, ganz dunkel erscheinen, während die freien Ecken gleich gefärbt sind.

Wären die Blättchen nicht gleich dick, so würden sie, auf die angegebene Weise gekreuzt, Farben zeigen, und zwar gerade die Farbe, welche der Differenz ihrer Dicke entspricht. Der Grund davon ist leicht einzusehen und der Versuch leicht anzustellen.

Dies lässt sich anwenden, um mit Hülfe der keilförmigen Gypsplatte die Farbe eines jeden Gypsblättchens zu bestimmen. Wenn die keilförmige Platte in der gehörigen Lage in den Apparat gebracht ist, hält man das zu prüfende Blättchen so darüber, dass die Schwingungsebenen des Blättchens die entsprechenden Schwingungsebenen der keilförmigen Platte kreuzen. An der Stelle, wo das Blättchen die Streifen der keilförmigen Platte überdeckt, erscheinen diese verändert; an der Stelle, an welcher das Gypsblättchen mit der keilförmigen Platte gleiche Dicke hat, erscheint ein schwarzer Streifen, weil sich hier die Wirkungen des Blättchens und der

Digitized by Google

keilförmigen Platte aufheben. Verfolgt man nun diesen schwarzen Streifen bis dahin, wo die keilförmige Platte frei liegt, so wird im freien Theil ein farbiger Streifen die Fortsetzung des schwarzen bilden. Dieser Farbestreifen hat genau die Farbe, welche das Blättchen für sich allein zeigt, und man kann nun auch leicht sehen, zu welcher Ordnung diese Farbe gehört.

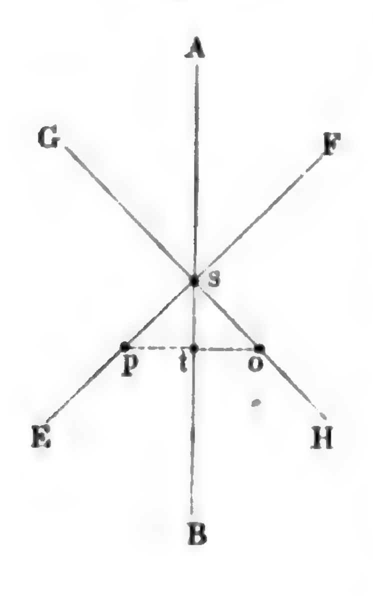
Farben der Gypsblättchen zwischen parallelen Spiegeln; Complementärfarben. 337 Legt man das Gypsblättchen so, dass es bei gekreuzten Spiegeln möglichst lebhafte Farben zeigt, dreht man alsdann den oberen Spiegel, so wird die Farbe blasser und blasser (d. h. mehr dem Weissen sich nähernd); hat man um 45° gedreht, so erscheint das Gypsblättchen ganz farblos; dreht man weiter, so erscheint die der vorigen complementäre Farbe, die am brillantesten wird, wenn die Spiegel parallel sind. Roth geht dabei über in Grün, Grün in Roth; Blau in Gelb, Gelb in Blau u. s. w.

Dass das Blättchen farblos erscheint, wenn die Reflexionsebene des oberen Spiegels mit der des unteren einen Winkel von 45° macht, ist leicht einzusehen. In diesem Falle fällt die Schwingungsebene des oberen Spiegels mit der Schwingungsebene des einen Strahles im Krystalle zusammen. Der Spiegel pflanzt also diese Schwingungen fort. Die Schwingungen des anderen Strahles im Krystalle sind aber rechtwinklig zu der Schwingungsebene des oberen Spiegels, sie werden also von diesem Spiegel gar nicht reflectirt; sie können also auch mit den reflectirten Strahlen nicht interferiren, die Ursache der Farbenerscheinung hört also auf.

Die Erklärung der Farbenerscheinungen zwischen parallelen Spiegeln beruht auf demselben Principe, welches wir oben anwandten, um die Farben zwischen gekreuzten Spiegeln zu erklären.

Werden die Vibrationen so und sp, Fig. 926, nach einer Ebene AB zerlegt, die mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen parallel ist, so erzeugen beide eine Vibration nach derselben Richtung st; nach der Zerlegung durch den oberen Spiegel werden sich also die beiden Wellensysteme unterstützen müssen.

Fig. 926.



Für einfarbiges Licht erscheinen also zwischen parallelen Spiegeln diejenigen Stellen hell, welche gerade so dick sind, dass ein Strahl im Krystalle dem anderen gerade um 1 oder mehrere ganze Wellenlängen voraneilt. Zwischen parallelen Spiegeln werden also gerade diejenigen Stellen der keilförmigen Platte durch das rothe Glas hell erscheinen, die zwischen gekreuzten dunkel waren; diejenigen aber, die zwischen gekreuzten Spiegeln hell erschienen, sind nun dunkel.

Digitized by Google

Von dieser letzteren Behauptung, dass zwischen parallelen Spiegeln gerade die Stellen dunkel erscheinen müssen, in welchen der eine Strahl dem anderen um $^1/_2$ oder ein ungerades Vielfaches von $^1/_2$ Wellenlänge vorausgeeilt ist, überzeugt man sich durch Betrachtung der Fig. 927, ohne dass eine weitere Erläuterung nöthig wäre.

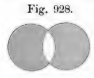
Fig. 927.

Nehmen wir nun weisses Licht statt des einfarbigen, so werden bei parallelen Spiegeln gerade diejenigen Farben im Ton des Gypsblättchens vorherrschen, die ihm bei gekreuzten Spiegeln fehlen; diejenigen Farben aber werden hier den geringsten Einfluss auf die Färbung ausüben, die bei gekreuzten Spiegeln vorherrschen.

Demzufolge findet zwischen der Farbe, welche ein Gypsblättchen zwischen gekreuzten und derjenigen, welche es zwischen parallelen Spiegeln zeigt, eine solche Beziehung statt, dass sie sich gegenseitig zu Weiss ergänzen; es sind also Complementärfarben, die hier in grösster Reinheit und Schönheit sich zeigen.

Ersetzt man den Zerlegungsspiegel des Apparates durch ein doppeltbrechendes Prisma, so sieht man zwei Bilder des Gypsblättchens, welche complementär gefärbt sind; diese Färbung ist am stärksten, wenn die Schwingungsebene des einen Strahles im Kalkspathprisma mit der Schwingungsebene des Polarisationsspiegels zusammenfällt. Die Stelle, wo die beiden Bilder über einander fallen, erscheint weiss. Am schönsten lässt sich dies zeigen, wenn man das Gypsblättchen mit einem schwarzen Schirm bedeckt, in welchem nur eine runde Oeffnung sich befindet, unter der gerade das Gypsblättchen liegt; man sieht dann durch das doppeltbrechende Prisma zwei farbige Kreise, deren Farben complementär sind; da aber, wo sie über einander fallen, erscheinen sie weiss, wie dies in Fig. 928 angedeutet ist.

Fig. 928.



338 **Farbige Ringe in einaxigen Krystallen.** Wenn man eine Kalkspathplatte, welche rechtwinklig zur optischen Axe geschliffen ist (eine solche Platte erhält man, wenn man die gegenüberliegenden stumpfen Ecken eines Rhomboëders in der Weise abschleift, wie es Fig. 929 angedeutet ist), zwischen die beiden Turmalinplatten der in §. 316 beschriebenen Turmalinzange, Fig. 930, bringt und dann, indem man den Apparat dicht vor das Auge hält, nach dem hellen Himmel oder irgend einer recht hellen Fläche sieht, so erblickt man ein prächtiges Ringsystem; wenn die Turmalinplatten gekreuzt sind, so sieht man die Erscheinung Fig. 1 Tab. XI.; sind aber die Turmalinplatten so gestellt, dass ihre Polarisationsebenen parallel sind, so sieht man die Erscheinung Fig. 2 Tab. XI., in welcher alle Farben complementär zu den Farben der entsprechenden

Digitized by Google

Stellen in Fig. 1 Tab. XI. sind, weshalb auch hier statt des schwarzen Kreuzes ein weisses erscheint.

Eine andere, zur Beobachtung der Ringsysteme in doppeltbrechenden Krystallen sehr geeignete Form der Turmalinzange ist Fig. 931 dargestellt. Die erste, dicht vor das Auge zu haltende Turmalinplatte ist in eine Fassung *ab* eingesetzt, welche, in einer verticalen Messingscheibe steckend, in ihrer Ebene umgedreht werden kann. Die zweite Turmalinplatte ist bei *cd* am Ende einer Hülse *cdfg* eingesetzt, welche durch eine Spiralfeder gegen die Fassung der ersten Turmalinplatte angedrückt wird. Legt man nun die gewöhnlich in Kork gefasste Krystallplatte in der Weise zwischen die beiden Turmalinplatten, wie es unsere Figur zeigt, so wird sie hier von selbst durch den Druck der erwähnten Spiralfeder festgehalten.

Die Turmalinzange gewährt bei Beobachtung der besprochenen Farbenringe den grossen Vortheil, dass man durch dieselbe, weil sie dicht vor das Auge gehalten wird, ein ziemlich grosses Gesichtsfeld übersehen kann, was nicht der Fall ist, wenn man die senkrecht zur Axe geschnittene

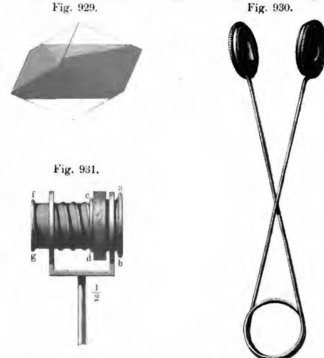


Fig. 929. Fig. 930. Fig. 931.

Krystallplatte auf das mittlere Tischlein des Nörremberg'schen Polarisationsapparates legt und sie in gleicher Weise beobachtet, wie dünne Gypsblättchen.

Wenn man aber die Farben der Ringsysteme in ihrer vollen Reinheit beobachten will, so darf man die Turmalinzange nicht gebrauchen,

Digitized by Google

weil eben die Turmalinplatten selbst stark gefärbt sind. In diesem Falle leistet der Nörremberg'sche Polarisationsapparat die besten Dienste, wenn man durch zweckmässig angebrachte Linsen das Gesichtsfeld desselben gehörig vergrössert.

Man kann den Nörremberg'schen Polarisationsapparat zur Beobachtung der Farbenringe dadurch brauchbar machen, dass man eine Linse *l* über und eine ähnliche unter dem mittleren Tischlein des Apparates Fig. 932 anbringt. Wenn man die Krystallplatte auf das horizontal

Fig. 932.

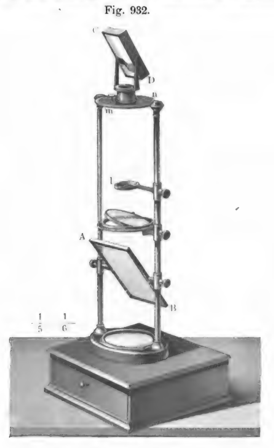
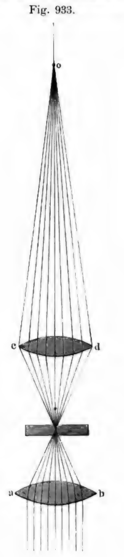


Fig. 933.



gestellte Tischlein aufgelegt und die Linse *l* näher über, die andere Linse nahe unter derselben festgestellt hat, so erblickt man, durch den Zerleger (am zweckmässigsten ein Nicol'sches Prisma statt der Glasplattensäule *CD* Fig. 932) hindurchschauend, ein zierliches Ringsystem mit reinen Farben.

Digitized by Google

Dass man unter diesen Umständen die Ringe sieht, erklärt sich folgendermaassen: Die von unten kommenden polarisirten Strahlen werden durch die Linse ab, Fig. 933, convergent gemacht, so dass sie die Krystallplatte in hinreichend schrägen Richtungen durchlaufen, um Farbenringe erzeugen zu können. Die aus dem Krystalle stark divergirend austretenden Strahlen werden aber durch die Linse cd in ein schwächer convergirendes Strahlenbündel verwandelt, so dass also die Strahlen, welche den äussersten sichtbaren Ringen entsprechen, unter einem viel spitzeren Winkel ins Auge bei o gelangen, als der ist, unter welchem sie den Krystall durchliefen. Man wird also hier das Ringsystem kleiner sehen, als wenn man die Krystallplatte zwischen Turmalinen unmittelbar vor das Auge gebracht hätte.

Wenn die Linse unter der Krystallplatte und die Linse l ungefähr 1 Zoll Brennweite haben, so sieht ein kurzsichtiges Auge das Ringsystem einer Kalspathplatte sehr schön. Um es aber auch für Fernsichtige deutlich zu machen, ist es zweckmässig, über der Linse l noch eine zweite von ungefähr 3 Zoll Brennweite anzubringen, durch deren Verschiebung man jedenfalls das Ringsystem deutlich machen kann.

Bei dieser Vorrichtung sind die vielen Reflexe auf den Linsen äusserst störend; um sie wegzuschaffen, muss man durch einen vorgehaltenen Schirm alles vorn auf die Linsen fallende Licht abhalten.

Die Durchmesser der Farbenringe einaxiger senkrecht zur Axe geschliffener Krystalle werden um so grösser, je dünner die Platten sind und je schwächer die doppelte Brechung der Substanz ist. Für dünne Platten solcher Krystalle, welche eine schwache doppelte Brechung haben, werden deshalb die Ringe so gross, dass weder das Gesichtsfeld der Turmalinzange noch das der oben beschriebenen Linsencombination im Nörremberg'schen Polarisationsapparat ausreicht, um das Ringsystem übersehen zu können.

Fig. 934.

Für solche Fälle hat Nörremberg Linsensysteme construirt, welche in der That ein ausserordentlich grosses Gesichtsfeld liefern.

Fig. 934 stellt die Nörrembergische Linsencombination in $^1/_2$ der natürlichen Grösse dar. Das untere Linsensystem ist in die Messinghülse A gefasst. Die Brennweiten der beiden unteren Linsen sind in der Figur beigeschrieben; die oberste in der Hülse A eingeschraubte Linse ist eine Halbkugel von 7^{mm} Halbmesser.

Auf die Fassung dieser halbkugelförmigen Linse kann die Krystallplatte aufgelegt werden. Die aus der Krystallplatte austretenden Strahlen durchlaufen alsdann in der Hülse B die Combination von Linsen, deren unterste

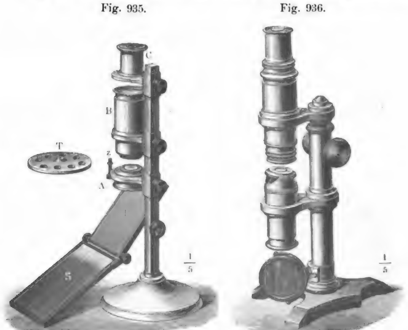
ebenfalls eine Halbkugel von 7^{mm} Halbmesser ist. Die Brennweiten der übrigen Linsen sind beigeschrieben.

Damit die beiden Linsensysteme, Fig. 934, ein möglichst grosses Gesichtsfeld geben, muss auf die Fassung der Linsen eine besondere Sorgfalt verwendet werden. Es muss nämlich 1) die mittlere Linse eines jeden Systems möglichst nahe an die gewölbte Fläche der halbkugelförmigen herangerückt sein (näher als in der Figur), und 2) darf die Fassung der halbkugelförmigen Linsen nicht merklich über die ebene Gränzfläche derselben hervorragen, so dass die Krystallplatte mit den ebenen Gränzflächen der halbkugelförmigen Linsen fast in Berührung kommt.

Ein solches Linsensystem lässt sich in jedem Nörremberg'schen Polarisationsapparat anbringen. Einen mit einem solchen Linsensystem versehenen Polarisationsapparat wollen wir einen mikroskopischen Polarisationsapparat nennen.

Fig. 935 stellt einen von Albert construirten mikroskopischen Po-

Fig. 935. Fig. 936.



larisationsapparat dar. Die Träger der Linsensysteme A und B (deren Durchschnitt Fig. 934 darstellt) sind in Hülsen befestigt, welche längs eines quadratischen Messingstabes vertical auf- und niedergeschoben und an jeder beliebigen Stelle festgeschraubt werden können. Der in gewöhnlicher Weise belegte Spiegel S reflectirt die vom hellen Himmel auf ihn fallenden Strahlen gegen den auf der Rückseite geschwärzten Polarisations-

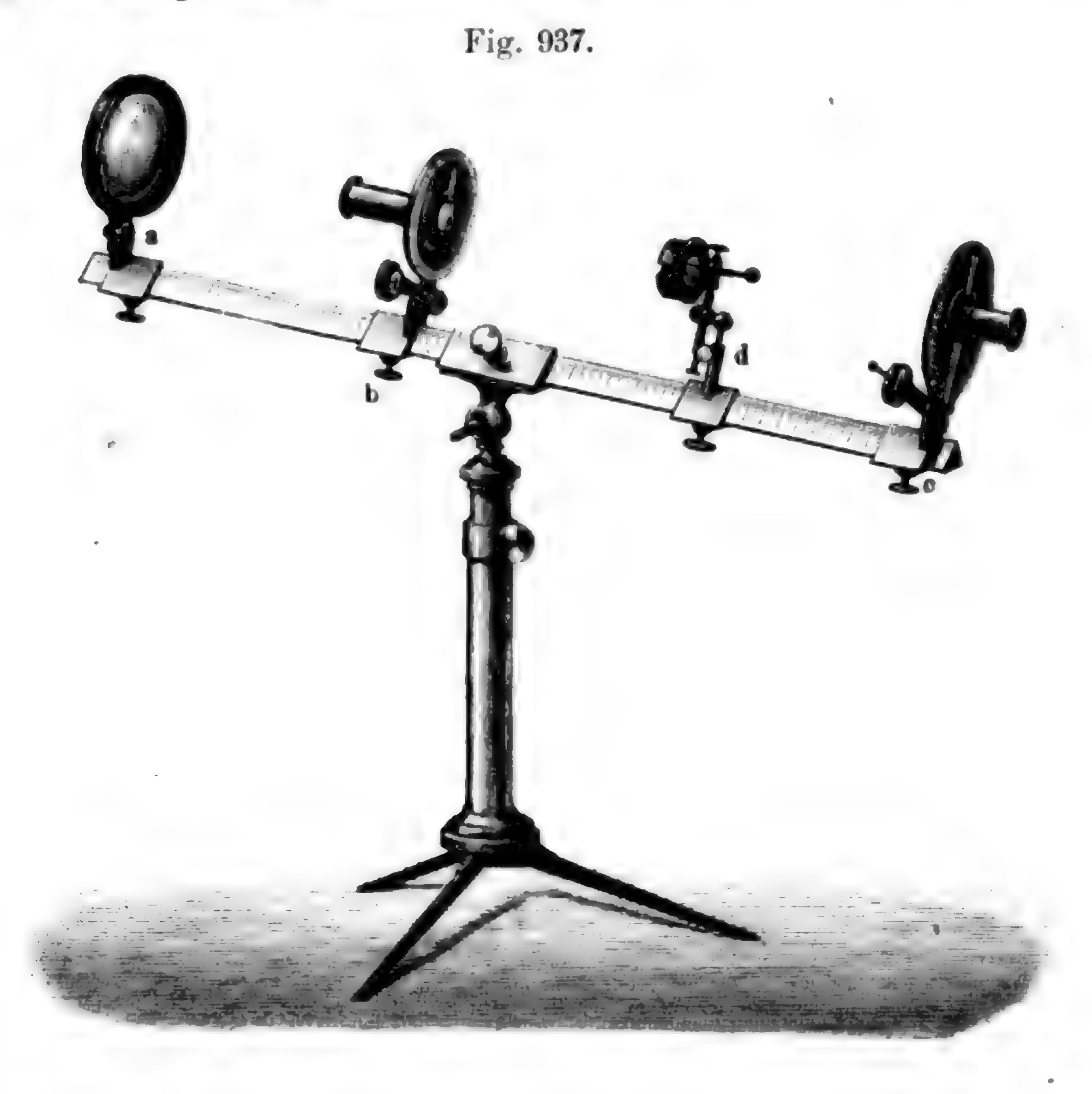
Digitized by Google

spiegel P, von welchem aus endlich die polarisirten Strahlen in verticaler Richtung auf das Linsensystem in A fallen. C ist das als Analyseur dienende Nicol'sche Prisma.

Die zu beobachtenden Krystallplatten werden entweder unmittelbar auf die Fassung der obersten Linse des Linsensystems A gelegt, oder sie sind in den Randöffnungen einer hölzernen Scheibe T eingesetzt, welche mit ihrer centralen Oeffnung auf den Zapfen z aufgesetzt wird. Je nachdem man nun die Scheibe T dreht, kann man bald die eine, bald die andere der auf derselben befestigten Krystallplatten in das Gesichtsfeld bringen.

Fig. 936 stellt Nörremberg's mikroskopisches Polarisationsinstrument dar, wie es von Hofmann in Paris construirt wird. Die in demselben verwendeten Linsensysteme sind den oben beschriebenen ähnlich. Statt des Polarisationsspiegels dient ein grosses Nicol, welches sein Licht durch einen Erleuchtungsspiegel erhält, wie die Objecte eines gewöhnlichen Mikroskops. Statt des Zerlegungsnicols dient eine ganz dünne geschliffene Turmalinplatte. Die genauere Einstellung des oberen Linsensystems gegen die Krystallplatte wird durch Zahn und Trieb vermittelt. Dieser Apparat hat den Vortheil, dass man ihn auch bei Beobachtung mit Lampenlicht gebrauchen kann.

Fig. 937.



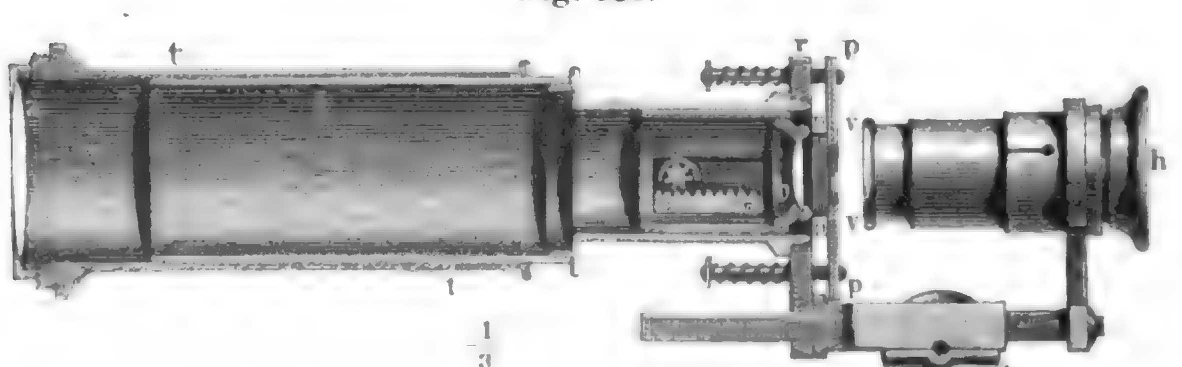
Digitized by Google

Zur Beobachtung der Farbenringe in Krystallplatten, sowie zu allen anderen Versuchen über chromatische Polarisation ist auch Dove's Polarisationsapparat, Fig. 937 (a. v. S.) sehr bequem.

Auf einem dreibeinigen Stativ ist ein dreiseitiger Metallstab so befestigt, dass man seine Neigung gegen die Horizontale beliebig ändern kann. Auf diesem Stab sind mehrere dreiseitige Hülsen angebracht, die man beliebig verschieben und an beliebigen Stellen feststellen kann. Der Schieber *a* trägt eine Sammellinse, welche die parallel einfallenden Strahlen gegen das von der Hülse *b* getragene Polarisationsnicol hin concentrirt. Die Hülse *c* trägt das Zerlegungsnicol. Zwischen beiden ist noch ein Schieber *d* (oder auch mehrere) angebracht, welche die Krystallplatten, Linsen oder Linsensysteme u. s. w. tragen. Endlich ist an jedem der Schieber *b* und *c* noch ein drehbarer Arm angebracht, in welchem man eine Krystallplatte, ein Glimmerblättchen u. s. w. befestigen kann, um dieselben nach Belieben zwischen den Nicols einzuschieben und wieder zu entfernen. Kurz man sieht, dass dieser Apparat die mannigfaltigste Benutzungsweise gestattet.

339 **Objective Darstellung der Farbenringe doppelt brechender Krystalle.** Um die Farbenringe zu gleicher Zeit einer grösseren Anzahl von Zuhörern zeigen zu können, muss man sie objectiv darstellen, und dazu kann man, wenn man nicht über besondere zu diesem Zwecke construirte Apparate zu verfügen hat, mit wenigen Abänderungen das bereits auf Seite 704 beschriebene Sonnenmikroskop, Fig. 938, verwenden.

Fig. 938.



An die Stelle des Objectes *n n* wird nämlich eine auf passende Weise gefasste Turmalinplatte gebracht. Statt der die Objectivlinsen *o*, Fig. 764, tragenden Hülse *h* wird eine andere eingeschoben, in welcher bei *v*, Fig. 938, die zweite Turmalinplatte steckt. Zwischen diese zweite Turmalinplatte und die Platte *p p* wird die senkrecht zur Axe geschliffene Krystallplatte eingeschoben. Bei dieser Anordnung erscheint das Ringsystem in ausgezeichneter Schönheit auf einem 5 bis 10 Fuss entfernten weissen oder durchscheinenden Schirme, wenn man durch den Spiegel vor dem Fensterladen ein Bündel Sonnenstrahlen ganz in derselben Weise in das Rohr einfallen lässt, als ob man ein bei *n n* eingeschobenes Object zu erleuchten hätte.

Digitized by Google

Sobald man zur Darstellung eines Ringsystemes Turmalinplatten anwendet, erscheinen die Farben, wie schon oben bemerkt wurde, nie in ihrer ganzen Reinheit, weil eben die Turmaline selbst gefärbt sind.

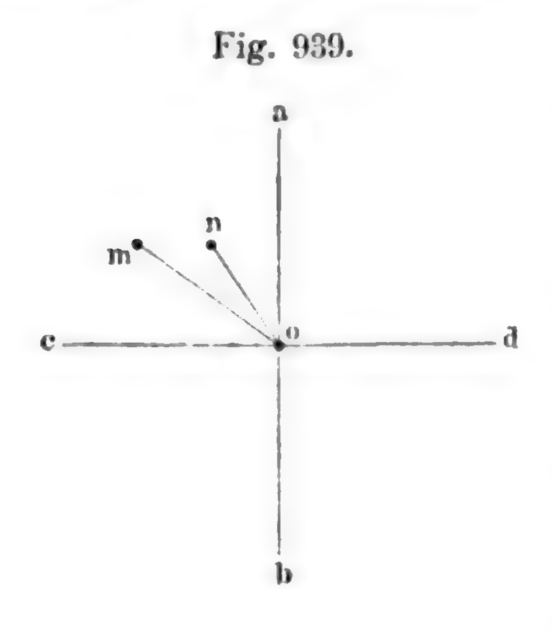
Man hat deshalb zur objectiven Darstellung der Farbenringe besondere Apparate construirt, bei welchen beide Turmalinplatten durch polarisirende Säulen von Glasplatten, wie wir solche auf Seite 806 kennen lernten, oder durch Nicol'sche Prismen ersetzt sind.

Auch mit künstlicher Beleuchtung, d. h. mit Lampen- oder Kalklicht, kann man die Ringsysteme doppeltbrechender Krystalle objectiv darstellen, wenn nur die Linsensysteme die für diese Beleuchtungsart passende Einrichtung haben.

Die ausgezeichnetsten Apparate der Art, zur objectiven Darstellung, nicht allein der Farbenringe doppeltbrechender Krystalle, sondern auch anderer optischer Erscheinungen sind ohne Zweifel diejenigen, welche Dubosq in Paris construirt hat und bei welchen er als Lichtquelle seine im zweiten Bande näher zu besprechende elektrische Lampe anwendet.

Erklärung der Farbenringe einaxiger Krystalle. Die erwähnte Ringerscheinung lässt sich nun leicht erklären. In Fig. 939 stelle die Ebene des Papiers die Oberfläche des zwischen die Turmalinplatten gelegten Krystalls dar. Das Auge des Beschauers befinde sich gerade über o; die Richtung der rechtwinklig durch die Platte gehenden Strahlen erscheint also in unserer Figur zu einem Punkte o verkürzt. ab sei die Schwingungsrichtung der ersten, cd die der zweiten Turmalinplatte. Wenn nun die Krystallplatte rechtwinklig auf die Axe geschnitten ist, so gehen die Strahlen, welche rechtwinklig zu den Oberflächen durch die Platten sich bewegen, in der Richtung der optischen Axe hindurch. In dieser Richtung findet aber keine Spaltung in zwei Strahlen statt; die Mitte des Gesichtsfeldes wird also gerade ebenso erscheinen, als ob gar keine Krystallplatte zwischen den gekreuzten Turmalinplatten läge. 340

Fig. 939.



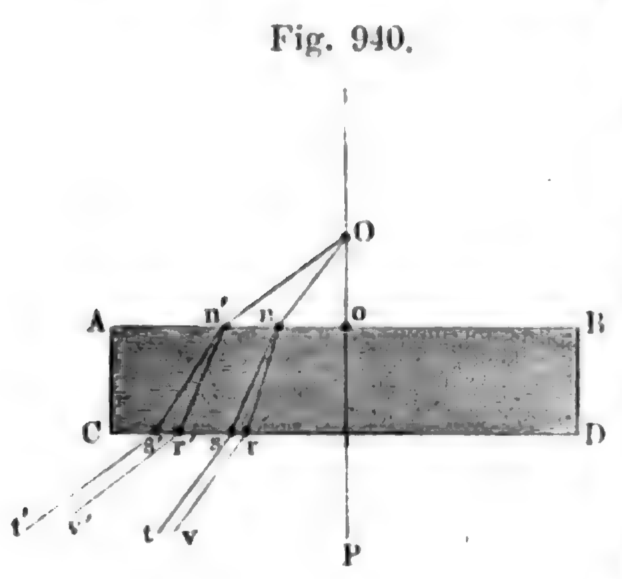
Wir wollen den Fusspunkt des von dem Auge auf die Krystallplatte gefällten Perpendikels als die Mitte des Gesichtsfeldes betrachten; diese Mitte wird, wie eben erwähnt wurde, dunkel erscheinen. Betrachten wir nun irgend einen anderen Punkt n der Oberfläche des Krystalls. Die hier austretenden und nach dem über o befindlichen Auge gelangenden Strahlen haben die Platte nicht in der Richtung der optischen Axe durchlaufen. Bei n tritt also ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl aus der Platte;

Digitized by Google

der eine Strahl ist dem anderen vorangeeilt; nach der Zerlegung durch die obere Turmalinplatte tritt also ganz derselbe Fall ein, wie für ein Gypsblättchen zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates. Während also der Punkt *o* zwischen den gekreuzten Turmalinplatten dunkel erscheint, wird der Punkt *n* eine Farbe haben, deren Natur davon abhängt, um wie viel Wellenlängen der eine Strahl dem anderen vorausgeeilt ist.

Betrachten wir nun den Gang der beiden in *n* austretenden Strahlen etwas genauer. In Fig. 940 stelle *ABCD* den Durchschnitt der Krystallplatte mit einer Ebene dar, welche durch die Linie *no*, Fig. 939, und das Auge *O* geht, so ist *OoP* das vom Auge auf die Oberfläche des Krystalls gefällte Perpendikel, welches in Fig. 939 zum Punkte verkürzt erschien, und welches mit der optischen Axe im Krystalle zusammenfällt. — Wenn von *O* ein Lichtstrahl, *On*, auf die Krystallplatte fiele, so würde er beim Eintritte in den Krystall in zwei Strahlen *ns* und *nr* gespalten werden, die nach *st* und *rv* parallel mit *nO* austreten. Wenn also umgekehrt ein Lichtstrahl *ts* auf die Platte fällt, so wird er in zwei gespalten, von denen nur der ordinäre nach *n* gelangt. Ein zweiter Strahl *vr* aber, der die Platte trifft, sendet einen extraordinären Strahl nach *n*, bei *n* tritt also ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl in der Richtung *nO* aus.

Fig. 940.



Die Länge der Wege *ns* und *nr* ist so wenig von einander verschieden, dass man diese Differenz bei unserer Betrachtung ganz unberücksichtigt lassen kann; auf dem Wege *ns* aber liegen weniger Wellenlängen als auf *nr*, weil der eine dieser Strahlen ein ordinärer, der andere ein extraordinärer, weil also die Wellenlänge für den einen kürzer ist als für den anderen. Nehmen wir an, der eine Strahl sei dem anderen um eine Wellenlänge vorangeeilt.

Die Strahlen, die von einem Punkte *n'* der Oberfläche des Krystalls ins Auge gelangen, der noch weiter von *o* entfernt ist als *n*, haben den Krystall in einer Richtung durchlaufen, die mit der optischen Axe einen noch grösseren Winkel macht, als die Richtung der bei *n* austretenden Strahlen; folglich ist der Gangunterschied der beiden bei *n'* austretenden Strahlen im Krystalle noch grösser, als dies für die bei *n* austretenden der Fall ist, das Voraneilen des einen Strahles ist also noch bedeutender. Wir wollen annehmen, dass der eine Strahl dem anderen um zwei Wellenlängen vorausgeeilt sei.

Wie wird nun diese Platte zwischen den Turmalinplatten erscheinen?

Digitized by Google

Offenbar muss etwas Aehnliches stattfinden, wie bei einer keilförmigen Gypsplatte im Polarisationsapparate. Zwischen gekreuzten Turmalinen muss die Stelle o dunkel erscheinen, weil von den hier austretenden Strahlen keiner dem anderen vorausgeeilt ist, sie haben ja den Krystall in der Richtung der optischen Axe durchlaufen. Die Stelle n wird ebenfalls dunkel erscheinen (für einfarbiges Licht), sie entspricht der Stelle der keilförmigen Platte, welche so dick ist, dass der eine Strahl dem anderen um eine Wellenlänge vorausgeeilt ist; ebenso erscheint n' dunkel; dieser Punkt entspricht dem zweiten dunklen Streifen der Gypsplatte. Zwischen o und n ist eine Stelle, an welcher ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl nach dem Auge hin austreten, von denen der eine dem anderen um eine halbe Wellenlänge vorausgeeilt ist; diese Stelle wird also hell erscheinen. Ebenso befindet sich ein Maximum von Helligkeit zwischen n und n'; von den hier austretenden Strahlen ist der eine dem anderen um drei halbe Wellenlängen vorausgeeilt.

Denken wir uns um o auf der Oberfläche der Krystallplatte einen Kreis mit dem Radius on gezogen so werden alle Strahlen, die von dem Umfange dieses Kreises ins Auge gelangen, sich ebenso verhalten wie die von n herkommenden, denn alle diese Strahlen haben den Krystall in gleicher Neigung gegen die optische Axe durchlaufen; wenn also der Punkt n zwischen den Turmalinplatten dunkel erscheint, so erscheint der ganze Umfang des Kreises dunkel, dessen Mittelpunkt o und dessen Radius on ist. Um den dunklen Mittelpunkt o erscheint also zunächst ein heller Kreis, dann ein dunkler, dessen Radius on ist; auf diesen folgt wieder ein heller Ring, dann ein zweiter dunkler Ring, dessen Halbmesser on' ist, u. s. w.

Sieht man durch die zwischen gekreuzte Turmalinplatten gelegte Platte nach einer monochromatischen, etwa nach einer durch Kochsalz gelb oder durch Lithium roth gefärbten Flamme, so sieht man eine Reihe von concentrischen Kreisen, die immer feiner und feiner werden.

Wenn man weisses Licht statt des einfarbigen Lichtes anwendet, wenn man also z. B. gegen den hellen Himmel sieht, so erblickt man natürlich statt der hellen und dunklen Ringe eine Reihe verschiedenfarbiger Ringe, die von dem Mittelpunkte aus in derselben Ordnung auf einander folgen wie die Farben der keilförmigen Gypsplatte.

Das eben besprochene Ringsystem erscheint aber von einem schwarzen Kreuze durchschnitten, dessen Mittelpunkt mit dem Mittelpunkte der Ringe zusammenfällt; wir wollen uns jetzt zu der Erklärung dieses schwarzen Kreuzes wenden.

Bei der Erklärung der Farbenerscheinungen in dünnen Gypsblättchen haben wir gesehen, dass die Färbung eines solchen Blättchens zwischen gekreuzten Spiegeln der Art nach ungeändert bleibt, wenn man ihm verschiedene Lagen giebt, dass aber dabei die Intensität der Färbung variirt. Das Blättchen erscheint am lebhaftesten gefärbt, wenn die Schwingungsebenen der beiden Strahlen einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene des unteren Spiegels machen; dreht man das Blättchen aus dieser

Digitized by Google

Lage heraus, so nimmt seine Helligkeit ab, bis es endlich ganz dunkel erscheint, wenn die Schwingungsebene des einen der beiden Strahlen mit der des unteren Spiegels, die Schwingungsebene des anderen Strahles im Krystalle mit der des oberen Spiegels zusammenfällt.

Wir sehen daraus, dass die Intensität der Färbung davon abhängt, welche Lage die Schwingungsebenen im Krystalle gegen die Schwingungsebenen der beiden Spiegel, oder in unserem Falle der beiden Turmalinplatten, haben. Bei den Gypsblättchen sind die Schwingungen aller durchgehenden Strahlen mit zwei bestimmt anzugebenden Linien parallel; bei einer senkrecht auf die Axe geschnittenen Krystallplatte aber ist dies nicht der Fall.

Von einem Punkte n, Fig. 941, der Oberfläche eines senkrecht auf die Axe geschliffenen einaxigen Krystalls tritt ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl nach dem über o befindlichen Auge aus; die Ebene, welche sich durch den Punkt n und die in o zum Punkte verkürzte Richtung der optischen Axe legen lässt, ist der Hauptschnitt für diese Strahlen; die Schwingungen des extraordinären Strahles finden nun in diesem hier zur Linie no verkürzten Hauptschnitte selbst statt, die Schwingungen des ordinären sind rechtwinklig auf demselben. Für einen anderen Punkt m der Oberfläche des Krystalls ist aber mo die Projection des Hauptschnittes, die Schwingungsebenen der von m nach dem Auge gelangenden Strahlen haben also eine andere Lage als die Schwingungsebenen der von n kommenden Strahlen. Wenn nun der Punkt n so liegt, dass die Linie no einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen ab und cd der beiden Turmalinplatten macht, so werden die Farben an dieser Stelle n ein Maximum von Helligkeit zeigen; je mehr aber die von dem Austrittspunkte nach o gezogenene Linie sich der Linie ab oder cd nähert, desto dunkler wird die Färbung werden; vollkommene Dunkelheit muss endlich an allen Punkten der Linien cd und ab selbst stattfinden. So erklärt sich das schwarze Kreuz.

Fig. 941.

Der Durchmesser der Ringe hängt von der Dicke der Platten ab, er ist der Quadratwurzel aus der Dicke proportional; für eine 4mal, 9mal dickere Kalkspathplatte werden die Durchmesser der Ringe 2mal, 3mal kleiner sein.

Auch die anderen einaxigen Krystalle, den Bergkrystall ausgenommen, zeigen dieselbe Erscheinung, nur sind für gleich dicke Platten die Ringe um so enger, je stärker die doppelte Brechung der Substanz, d. h. je grösser der Unterschied zwischen dem grössten und kleinsten Brechungsexpo-

Digitized by Google

nenten für dieselbe ist; so sind z. B. die Ringe in einer Kalkspathplatte weit enger, als in einer gleich dicken Platte von essigsaurem Kalkkupfer.

Dass zwischen parallelen Turmalinen die complementäre Figur mit dem weissen Kreuze erscheint, bedarf keiner Erklärung. Die nähere Untersuchung der Modificationen, welche die Ringfigur erleidet, wenn die Turmalinplatten weder parallel noch gekreuzt sind, würde uns zu weit führen.

Bearbeitung der Krystallplatten. Während man das schwierigere Schleifen und Poliren härterer mineralischer Körper am besten einem Glasschleifer überlässt, sind dagegen auflösliche Salze so leicht zu behandeln, dass jeder ohne grosse Mühe selbst solche Platten herrichten kann. Die Flächen, welche rechtwinklig auf der optischen Axe stehen, werden zunächst auf einem feinen Schleifstein angeschliffen und sodann auf einem leinenen Läppchen polirt, auf welchem ganz feines Caput mortuum, mit einer ganz geringen Menge von Wasser angefeuchtet, eingerieben worden ist. Nachdem dies geschehen ist, putzt man die polirten Flächen mit einem trockenen Tuche sorgfältig ab und kittet sie mit Hülfe von canadischem Balsam zwischen zwei Glasplatten, damit die polirten Flächen nicht wieder durch den Einfluss der Luft ihren Glanz verlieren. 341

Besonders leicht sind die Krystallplatten dann zu präpariren, wenn die optische Axe auf einer Spaltungsfläche senkrecht steht, wie dies z. B. beim schwefelsauren Nickeloxyd der Fall ist. Das schwefelsaure Nickeloxyd krystallisirt bei verschiedenen Temperaturen in verschiedenen Formen; unter 15° krystallisirt es in gleicher Form mit dem Zinkvitriol, und in diesem Falle ist es optisch zweiaxig; bei einer Temperatur von 15 bis 20° krystallisirt es in Quadratoctaëdern, also in optisch einaxigen Krystallen, welche senkrecht zur optischen Axe sehr vollkommen spaltbar sind; hat man durch Spaltung eine Platte mit recht ebenen glänzenden Flächen erhalten, so kann man sie ohne Weiteres zwischen die Glasplatten kitten. Auch das Blutlaugensalz ist in einer Richtung sehr vollkommen spaltbar, welche rechtwinklig zur optischen Axe ist; doch erscheinen die Ringe in demselben selten ganz regelmässig, sondern meistens verzerrt, was auf eine Störung in der krystallinischen Structur hinzudeuten scheint; ähnliche Unregelmässigkeiten beobachtet man auch an dem Ringsysteme des Berylls.

Um das Ringsystem zu beobachten, sind ausser den schon genannten noch besonders folgende einaxige Krystalle geeignet: Salpetersaures Natron, Turmalin, saures arseniksaures Kali, Honigstein, essigsaures Kalkkupfer, Eis u. s. w.

Das salpetersaure Natron krystallisirt in Rhomboëdern, wie der Kalkspath, und hat eine noch stärkere doppelte Brechung; das essigsaure Kalkkupfer, ein Doppelsalz von essigsaurem Kupfer und essigsaurem Kalk, krystallisirt in achtseitigen Säulen und ist durch seine prachtvolle blaue Farbe ausgezeichnet; wegen der dunklen Farbe dieses Salzes sieht man seine Ringe am besten, wenn man grüne Turmaline anwendet.

Digitized by Google

Dass das Eis wirklich eine krystallinische Structur hat, liess sich schon daraus erwarten, dass die Schneeflocken so regelmässige Formen zeigen, obgleich man an dem Eise selbst keine regelmässigen Krystallflächen beobachtet; diese Vermuthung wird nun durch die optischen Eigenschaften des Eises vollkommen bestätigt. Wenn die Eisdecke irgend eines Gewässers eine Dicke von 2 bis 4^{cm} erreicht hat, schlage man aus dieser Decke eine Platte heraus und bringe sie sogleich in die Turmalinzange, so wird man ohne Weiteres ein Ringsystem, wie im Kalkspath, sehen, nur sind der geringeren doppelten Brechung des Eises wegen die Durchmesser der Ringe hier trotz der Dicke der Platte noch ziemlich gross; die optische Axe des Eises steht also rechtwinklig zur natürlichen Oberfläche der Eisdecken, und das Eis gehört wirklich in das hexagonale Krystallsystem, wohin es auch nach der Gestalt der Schneeflocken, welche sechsseitige Sterne bilden, gehört.

342 **Abnorme Erscheinungen der Farbenringe einaxiger Krystalle.** Die Farben des Ringsystems, Fig. 1 Tab. XI, folgen für einen senkrecht zur Axe geschnittenen Kalkspathkrystall sehr nahe in der Reihenfolge der Newton'schen Farbenringe auf einander. Legt man zwischen die beiden Linsensysteme des Apparates Fig. 935 S. 864 eine senkrecht zur Axe geschliffene Kalkspathplatte, welche dünn genug ist, um auch unter diesen Umständen noch ziemlich grosse Ringe zu zeigen, während auf das obere Linsensystem ein System von zwei Glasplatten gelegt wird, von denen die eine roth, die andere blau ist, und welche in einer geraden Linie scharf zusammenstossen, so erblickt man einen Theil des Ringsystems unten in blauem, einen Theil in rothem Licht. Legt man die farbigen Platten so, dass die Trennungslinie zwischen Blau und Roth gerade durch den Mittelpunkt des schwarzen Kreuzes geht und dass sie einen Winkel von 45^0 mit den Kreuzesarmen macht, so sieht man, dass die blauen Ringe enger sind als die rothen. In der blauen Hälfte hat der dritte dunkle Ring ungefähr gleichen Durchmesser mit dem zweiten dunklen Ring der rothen Hälfte.

Für viele einaxige Krystalle weichen aber die Farben des Ringsystems wesentlich von denen der Newton'schen Ringe ab. Im unterschwefelsauren Strontian z. B. ist die Farbenfolge von der Mitte an folgende: Weiss erster Ordnung, Gelb, Roth, Purpur, Grün u. s. w. Es rührt dies daher, dass für dieses Salz die blauen Ringe verhältnissmässig noch enger sind als beim Kalkspath. Unter dem blau und rothen Glasplattenpaar findet man, dass der zweite dunkle Ring für blaues Licht mit dem ersten für rothes zusammenfällt.

Am auffallendsten weicht die Färbung des Ringsystems für einige Varietäten Apophyllit von dem normalen ab. Die Ringe sind alle gleich gefärbt, und zwar abwechselnd dunkel violett und eigenthümlich schmutzig gelb. Unter dem blaurothen Glase findet man, dass die blauen Ringe fast gleichen Durchmesser mit den rothen haben.

Digitized by Google

Bei genauerer Untersuchung findet man, dass diese Erscheinung, welche man an den Apophylliten von den Faröer-Inseln und denen von Poonah in Ostindien, nicht aber an denen von Andreasberg und Tyrol beobachtet, daher rührt, dass jene Krystalle für gelbes Licht keine doppelte Brechung haben, dass sie für rothes Licht positiv und für blaues negativ sind.

Senarmont hat die Erscheinung der Apophyllitringe dadurch nachgeahmt, dass er eine senkrecht zur Axe geschliffene Platte des positiven unterschwefelsauren Bleies mit einer senkrecht zur Axe geschliffenen Platte des negativen unterschwefelsauren Strontians combinirte.

Durch Zusammenkrystallisiren des unterschwefelsauren Blei- und Strontiansalzes in entsprechenden Verhältnissen ist es Senarmont gelungen, Krystalle zu erhalten, welche die Apophyllitringe zeigten.

Steeg (Optiker in Bad Homburg, welcher alle Präparate zur chromatischen Polarisation in ausgezeichneter Weise verfertigt) hat gefunden, dass man mit allen positiven und negativen einaxigen Krystallen die Apophyllitringe hervorbringen kann, wenn man sie in geeigneter Dicke combinirt. Um die Erscheinung mit Sicherheit zeigen zu können, wendet er eine keilförmige senkrecht zur Axe geschliffene Kalkspathplatte an, welche unter einer positiven Krystallplatte (unterschwefelsaures Blei) mehr oder weniger weit eingeschoben wird.

Ausser dieser abnormen Farbenfolge beobachtet man aber im Ringsystem senkrecht zur Axe geschliffener einaxiger Krystalle noch mancherlei Unregelmässigkeiten und Verzerrungen, wie z. B. beim Beryll, dem blausauren Kali, bei manchen Exemplaren von Kalkspath, Turmalin, Mellit, Idocras, Apophyllit u. s. w.

Solche Unregelmässigkeiten sind stets die Folge mangelhafter Homogenität, welche entweder darin besteht, dass die successiven Schichten des Krystalls nicht ganz gleiche Dichtigkeit haben, oder dass die Axen der zahlreichen Individuen, aus welchen der Krystall zusammengesetzt ist, nicht vollkommen parallel sind, oder endlich dass dünne Lamellen anderer Axenrichtung in die Hauptmasse des Krystalls eingewachsen sind.

Farbenringe in zweiaxigen Krystallen. Wenn man eine 343
Salpeterplatte, Fig. 942, welche senkrecht auf die Mittellinie, also senkrecht zur Säulenaxe geschliffen ist, so zwischen die gekreuzten Turmalinplatten legt, dass die Ebene der beiden optischen Axen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der beiden Turmalinplatten macht, so sieht man das schöne Ringsystem Nr. 4 Tab. XI., welches in Fig. 3 Tab. XI. übergeht, wenn die Ebene der optischen Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt.

Fig. 942.

Man wird wohl sehr selten einen Salpeterkrystall finden, welcher nicht in der Mitte mit mehr oder weniger bedeutenden röhrenartigen Höhlungen durchzogen ist. Dies macht aber die Krystalle zu unserem

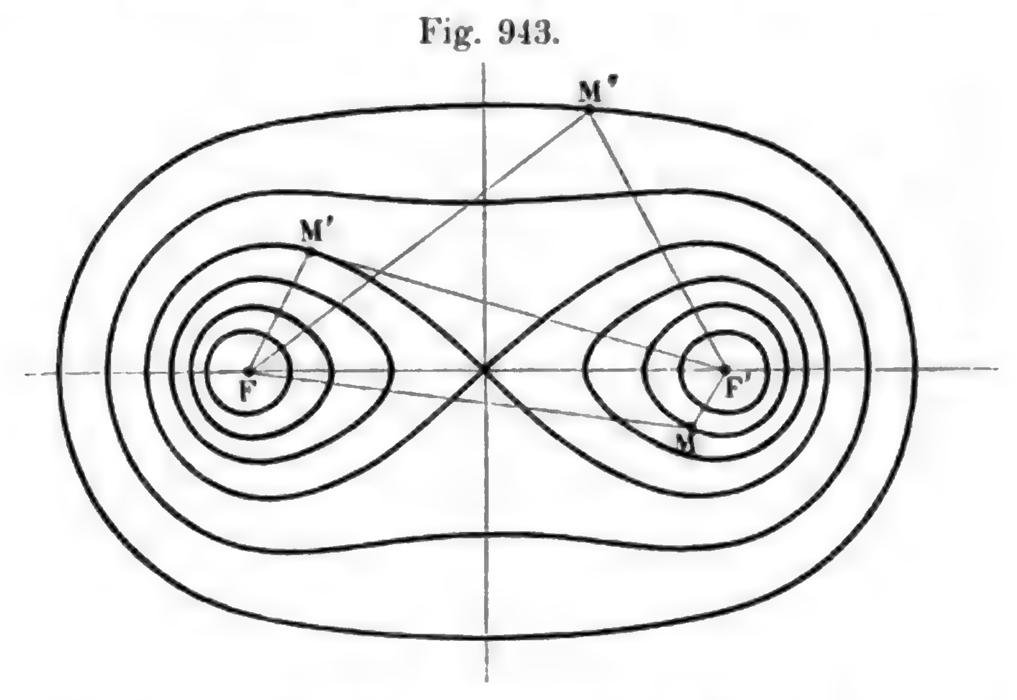
Digitized by Google

Zwecke nicht unbrauchbar; denn gegen den Rand hin finden sich immer Stellen, welche gross genug und vollkommen rein sind.

Wir wollen nun zuerst die Gestalt der farbigen (isochromatischen) Curven und dann die Form der sie durchschneidenden schwarzen Büschel näher untersuchen.

Die Erscheinung, Nr. 4 Tab. XI., besteht offenbar aus einer Verbindung von zwei Ringsystemen, von welchen jedes eine optische Axe umgiebt; d. h. die vom Mittelpunkte eines solchen Ringsystems nach dem Auge austretenden Strahlen haben den Krystall in der Richtung einer optischen Axe durchlaufen. Herschel, welcher diese Erscheinung zuerst genau untersuchte, hat gezeigt, dass die farbigen Curven Lemniscaten sind, d. h. krumme Linien, welche, wie die in Fig. 943 verzeichneten, die Eigenschaft haben, dass, wenn man von irgend einem Punkte M einer

Fig. 943.



solchen Curve Linien nach den beiden Polen F und F' gezogen denkt, das Product dieser beiden Leitstrahlen FM und $F'M$ eine beständige Grösse ist, deren Werth sich immer von einer Curve zur folgenden ändert. Näheres über die Lemniscaten findet man in §. 29 meiner Analytischen Geometrie (Braunschweig 1859).

Auch hier werden die Curven um so weiter, je dünner die Krystallplatte wird. Gesetzt, man habe eine Salpeterplatte, welche die Lemniscaten gerade so zeigt, wie man Fig. 943 sieht, d. h. vier geschlossene Curven um jede Axe; während die folgenden Ringe beide Axen umschliessen, so werden, wenn man die Platte dünner schleift, alle Ringe an Ausdehnung zunehmen, während doch die Mittelpunkte der Ringsysteme unverändert an derselben Stelle bleiben; deshalb muss mit abnehmender Dicke auch die Zahl der geschlossenen Curven, welche um jede Axe herumgehen, immer mehr abnehmen; hat man die Dicke um ein Bestimmtes vermindert, so hat man nur noch zwei geschlossene Curven um jede Axe (Fig. 3 und 4 Tab. XI); ja man kann die Salpeterplatte leicht so dünn schleifen, dass gar keine Ringe mehr erscheinen, welche nur eine Axe

Digitized by Google

umgeben, sondern nur ovale Ringe, welche, wie die äusserste Curve in Fig. 943, beide Axen umschliessen.

Der Talk wird in Form von tafelartigen, nicht wohl zu bestimmenden Krystallen gefunden, die nach einer Richtung hin, welche senkrecht auf der Mittellinie steht, sehr vollkommen spaltbar sind; dünne, durch Spaltung erhaltene Talkblättchen zeigen nun fast ganz dieselbe Ringerscheinung, wie eine ganz dünn geschliffene Salpeterplatte.

Wenn man die Salpeterplatte in ihrer Ebene umdreht, so dass die Ebene der beiden optischen Axen nicht mehr einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Turmalinplatten macht, so bleibt dabei die Form der Lemniscaten ganz unverändert, nur die Form und die Lage der hyperbolischen schwarzen Büschel, welche dem schwarzen Kreuz im Ringsystem einaxiger Krystalle entsprechend die farbigen Curven durchschneiden, ändert sich. In den Figuren 1, 2 und 3 Tafel XII. sind die schwarzen Büschel allein für drei verschiedene Lagen der Krystallplatte dargestellt. Wenn die Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte o und o' der Lemniscaten einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen der Turmalinplatten macht, so haben die schwarzen Büschel die Form Fig. 1 Tab. XII.; die Fig. 2 Tab. XII. entspricht dem Falle, dass die Verbindungslinien oo', also die Ebene der optischen Axen, einen Winkel von 9° mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte macht; die Fig. 3 Tab. XII. endlich stellt die Büschel für den Fall dar, dass die Ebenen der optischen Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt; für diese letztere Lage ist in Fig. 3 Tab. XI. das Ringsystem im Salpeter dargestellt.

Die Ringerscheinungen im kohlensauren Bleioxyd haben grosse Aehnlichkeit mit denen im Salpeter, nur ist die Aufeinanderfolge der Farben etwas anders; es wird von dieser Verschiedenheit bald mehr die Rede sein.

Wenn der Winkel, welchen die beiden optischen Axen eines Krystalls mit einander machen, grösser ist als 20°, so kann man in einer senkrecht zur Mittellinie geschliffenen Platte nicht mehr beide Ringsysteme gleichzeitig übersehen; neigt man die Platte bald nach der einen, bald nach der anderen Seite hin, so sieht man bald die Ringe, welche die eine, bald die Ringe, welche die andere Axe umgeben.

Unter den Krystallen, welche, senkrecht zur Mittellinie geschliffen, bei gehöriger Neigung leicht bald das eine, bald das andere Ringsystem zeigen, sind besonders folgende zu nennen: Arragonit, Schwerspath, Glimmer, Topas, Zinkvitriol, Bittersalz, schwefelsaures Nickeloxyd, Titanit, Zucker, Seignettesalz, schwefelsaures Magnesia-Ammoniak u. s. w. (vergleiche §. 326 und §. 328).

Mit Hülfe des in §. 338 beschriebenen Nörrembergischen mikroskopischen Polarisationsapparates kann man aber in solchen senkrecht zur Mittellinie geschliffenen Krystallplatten selbst dann noch die beiden Ringsysteme gleichzeitig übersehen, wenn der Winkel der optischen Axen 70 bis 80 Grad beträgt.

Digitized by Google

Die Krystalle des Glimmers sind äusserlich zu wenig ausgebildet, um das Krystallsystem unmittelbar bestimmen zu können, dem sie angehören, hier sind nun die optischen Eigenschaften entscheidend, denn die optisch einaxigen Glimmerarten gehören dem hexagonalen, die optisch zweiaxigen dem rhombischen Krystallsysteme an; ob aber eine Glimmerplatte optisch einaxig oder zweiaxig ist, ergiebt sich sogleich aus der Beobachtung des Ringsystems. Häufig sind aber die Glimmerblättchen so dünn, dass die Ringe zu gross werden, als dass man sie übersehen könnte; man übersieht bei ihnen nur den centralen Theil der Figur; doch lässt sich auch hier leicht ermitteln, ob dies Blättchen einaxig oder zweiaxig ist. Man lege es nur auf das Tischlein im Polarisationsapparate, während die beiden Spiegel gekreuzt sind; erscheint nun das Blättchen fortwährend dunkel, wie man es auch in seiner Ebene umdrehen mag, so ist es optisch einaxig, denn alsdann erblickt man den centralen Theil der Fig. 1 Tab. XI., welcher stets dunkel erscheinen muss; wenn aber das Blättchen abwechselnd hell und dunkel erscheint, so ist es optisch zweiaxig.

Wenn der Winkel der optischen Axen gross ist, so kann man die Krystallplatte senkrecht zu einer der optischen Axen schleifen; man sieht alsdann freilich nur ein Ringsystem, welches meistens in der Art, wie Fig. 1 Tab. XIII., erscheint; die runden oder etwas ovalen Ringe sind nur von einem dunklen Büschel durchschnitten, der seine Lage ändert, wenn man die Krystallplatte in ihrer Ebene umdreht; jedoch ist die Richtung, nach welcher sich der schwarze Büschel dreht, der Richtung entgegengesetzt, in welcher die Krystallplatte gedreht wird. Wenn der schwarze Büschel mit der Richtung der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt, so liegt die andere Axe auf der Verlängerung des schwarzen Büschels, oder, genauer gesagt, die durch den schwarzen Büschel senkrecht zur Oberfläche der Platte gedachte Ebene ist alsdann die Ebene der beiden optischen Axen.

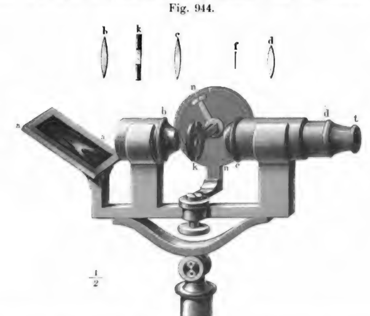
Unter den Krystallen, von welchen man vorzugsweise leicht Platten erhalten kann, welche senkrecht zu der einen Axe sind, muss besonders der Zucker und das saure chromsaure Kali genannt werden. Wir haben bereits oben S. 841 gesehen, dass die eine Axe des Zuckers nahezu senkrecht auf der Spaltungsfläche ist; in einer durch Spaltungsflächen begränzten Zuckerplatte ist demnach das eine Ringsystem leicht zu beobachten. — Das saure chromsaure Kali ist nach mehreren Richtungen spaltbar, doch nach einer vorzugsweise leicht, und senkrecht auf dieser Spaltungsfläche liegt auch hier eine optische Axe.

344 **Messung der Axenwinkel.** Um den Winkel zu messen, welchen die beiden optischen Axen eines Krystalls mit einander machen, kann man einen Apparat anwenden, der im Wesentlichen nach dem durch Fig. 944 erläuterten Princip construirt ist. Der Polarisationsspiegel *a* reflectirt die möglichst vollständig polarisirten Strahlen in horizontaler Richtung. Als Zerleger dient eine Turmalinplatte *t*. Die Krystallplatte *k*

Digitized by Google

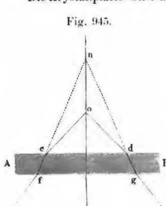
ist in eine Zange gefasst, welche um eine horizontale Axe drehbar ist. Die Grösse dieser Drehung kann man an einem getheilten Kreise *nn* ablesen. Um das Ringsystem sichtbar zu machen, wird ein nach den bereits oben besprochenen Grundsätzen zusammengestelltes Linsensystem angewandt. Nahe beim Brennpunkt der Linse *d* ist ein Fadenkreuz *f* angebracht.

Fig. 944.



Die Krystallplatte wird nun so eingesetzt, dass die Ebene der beiden Axen mit der Verticalebene zusammenfällt, in welcher die Platte drehbar ist (für unsere Figur die Ebene des Papiers), und die Zange so gedreht, dass der Mittelpunkt des einen Ringsystems mit dem Mittelpunkt des Fadenkreuzes zusammenfällt. Nachdem man nun den Nonius abgelesen hat, wird in gleicher Weise die andere Axe eingestellt und abermals abgelesen. Aus dem so ermittelten Drehungswinkel lässt sich dann der Winkel der optischen Axen auf folgende Weise berechnen:

Fig. 945.



Es stelle in Fig. 945 *AB* eine zweiaxige senkrecht auf die Mittellinie geschliffene Krystallplatte, *o* das darüber befindliche Auge, *od* und

oc die Richtungen vor, nach welchen man die Mittelpunkte der beiden Ringsysteme sieht, so ist klar, dass die von *c* und *d* nach dem Auge gelangenden Strahlen nicht in derselben Richtung, sondern nach den Richtungen *cf* und *dg* den Krystall durchlaufen haben; es ist also der mit Hülfe des Apparates Fig. 944 gemessene Winkel *cod* nicht der Winkel der optischen Axen, sondern der Winkel *cnd*, welchen die Richtungen *fc* und *dg* mit einander machen; wenn aber der Winkel *cod* und der mittlere Brechungsexponent der Krystallplatte bekannt ist, so kann man den Winkel *cnd* berechnen.

Wenn der scheinbare Winkel der optischen Axen, *cod* Fig. 945, grösser ist als 135⁰, so kann die Messung des Winkels und die Beobachtung der beiden Ringsysteme nicht mehr in Luft geschehen, sondern man ist genöthigt, die Krystallplatte in eine zwischen parallelen Glasplatten befindliche Flüssigkeit von bekanntem Brechungsexponenten, etwa in Oel oder in Schwefelkohlenstoff, einzutauchen. Wäre der Brechungsexponent der Flüssigkeit dem des Krystalls in der Richtung der optischen Axen ganz gleich, so würde der gemessene Winkel ohne Weiteres dem wahren Winkel der optischen Axen gleich sein.

Die Fig. 945 soll nun dazu dienen, das Princip zu erläutern, sie soll aber nicht als Muster zur Ausführung derartiger Apparate dienen; zweckmässiger construirte Apparate, deren eingehende Besprechung unverhältnissmässig viel Raum einnehmen würde, haben v. Lang (Sitzungsber. d. Wiener Akad. von 1862) und Descloiseaux (Pogg. Annal. CXXVI) beschrieben.

345 **Ungleiche Lage der optischen Axen für verschiedenfarbige Strahlen.** In manchen Krystallen zeigt das Ringsystem sowohl wie auch die dunklen Büschel eine auffallende Abweichung von der normalen Gestalt und Färbung, wie man dies namentlich an Platten von Weissbleierz (kohlensaures Bleioxyd), Seignettesalz (weinsteinsaures Kalinatron), Titanit und vielen anderen beobachtet. Als besonders charakteristisches Beispiel dieser Erscheinung mag das Ringsystem des Titanits dienen. Fig. 5 Tab. XI. stellt das Ringsystem einer senkrecht zur Mittellinie geschnittenen Titanitplatte dar, wie es in Nörremberg's mikroskopischem Polarisationsapparat (Fig. 935 S. 864) erscheint, wenn die Ebene der optischen Axen mit der Schwingungsebene des Zerlegungsspiegels oder mit der darauf rechtwinkligen Schwingungsebene des Zerlegers zusammenfällt; während Fig. 6 Tab. XI. das Ringsystem derselben Platte für den Fall darstellt, dass die Ebene der optischen Axe den Winkel halbirt, welchen die Schwingungsebene des Zerlegers mit der des Polarisationsspiegels macht.

Zunächst fällt in die Augen, dass die dunklen hyperbolischen Büschel auf der einen Seite stark roth, auf der anderen Seite dagegen blau gefärbt erscheinen, während geschlossene Curven, welche bei normalen Ringsystemen die Pole der Lemniscaten zunächst umgeben, theils ganz verschwinden, theils auf eigenthümlich gekrümmte Strichlein reducirt sind.

Digitized by Google

Alle diese Unregelmässigkeiten verschwinden, sobald man statt des weissen Lichtes einfarbiges anwendet, wenn man etwa nach einer durch Kochsalz gefärbten Weingeistflamme hinsieht; unter diesen Umständen sieht man in der That jeden Pol des Curvensystems zunächst von fast kreisförmigen Ringen umgeben; da also für jede einzelne Farbe die Ringe vollkommen regelmässig sind, so kann die im weissen Lichte beobachtete Unregelmässigkeit nur daher rühren, dass die Mittelpunkte der verschiedenfarbigen Ringe nicht zusammenfallen, wie dies auch Herschel nachgewiesen hat. In der That sieht man zwei gesonderte Ringsysteme, deren Mittelpunkte nicht zusammenfallen, wenn man die Ringe durch ein farbiges Glas betrachtet, welches nur zwei Farben, etwa nur blaues und rothes Licht, durchlässt, wie dies z. B. bei dem blauen Kobaltglase der Fall ist.

Es seien r und r' in Fig. 946 und Fig. 947 die Pole der Lemniscaten einer Titanitplatte für rothes, b und b' die für blaues Licht, so

Fig. 946.

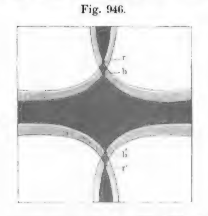
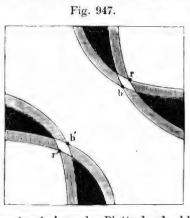


Fig. 947.



wird für die der Fig. 5 auf Tab. XI. entsprechende Lage der Platte der dunkle Büschel für rothes Licht an die in Fig. 946 vertical gestreiften, der dunkle Büschel für blaues Licht wird an die horizontal schraffirten Stellen fallen; wo also in Fig. 946 eine horizontale Schraffirung sich befindet, wird eine rothe, wo bloss verticale sich befindet, wird eine blaue Färbung vorherrschen müssen, und so erklärt sich die Farbenvertheilung der Fig. 5 Tab. XI. einfach mit Hülfe der Constructionsfigur 946.

Ebenso erklärt sich die Färbung der hyperbolischen Büschel in Fig. 6 Tab. XI. mit Hülfe der Constructionsfigur 947.

Die auffallenden Störungen und das theilweise Verschwinden der concentrischen Ringe, welche bei homogenem Lichte die Pole der Lemniscaten umgeben, erklärt sich gleichfalls dadurch, dass eben die Mittelpunkte dieser Ringe für verschiedenfarbige Strahlen nicht zusammenfallen.

Daraus, dass die Pole der Lemniscaten nicht dieselben sind für verschiedenfarbige Strahlen, geht hervor, dass die optischen Axen für verschiedenfarbige Strahlen nicht die gleiche Lage haben, dass

Digitized by Google

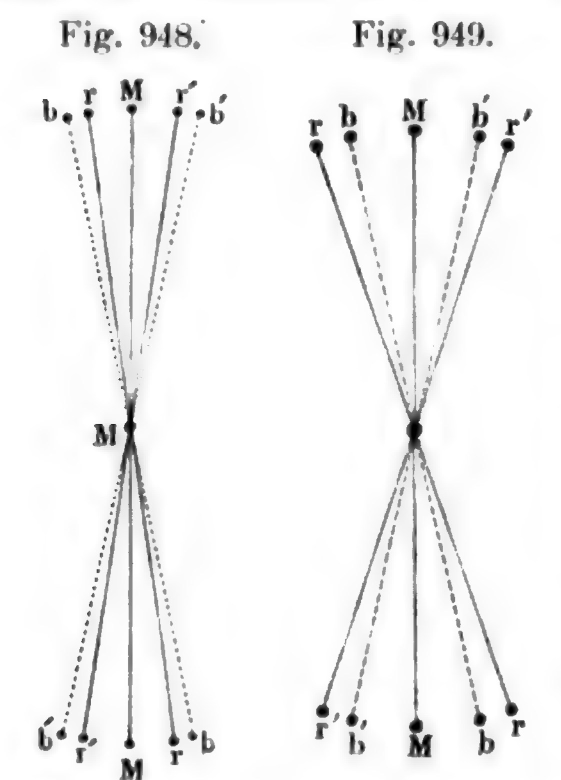
also die optischen Axen für die blauen Strahlen nicht mit den optischen Axen der rothen Strahlen zusammenfallen. Im Seignettesalz ist diese Verschiedenheit der Lage der verschiedenfarbigen Strahlen sehr bedeutend; der Winkel der optischen Axen für die rothen Strahlen ist 76°, für die violetten aber 56°.

Beim essigsauren Bleioxyd (Bleizucker) ist die ungleiche Lage der verschiedenfarbigen Strahlen ebenso auffallend wie beim Seignettesalz; der Bleizucker krystallisirt gewöhnlich in Form von länglichen Tafeln, und die eine optische Axe ist fast senkrecht zu der Oberfläche derselben; man braucht also eine solche Platte nur in die Turmalinzange zu legen, um bei einiger Neigung gegen die einfallenden Strahlen eine ähnliche Erscheinung zu sehen, wie beim Seignettesalz.

Bei einigen Krystallen, z. B. beim Salpeter, ist der Winkel der rothen Axen kleiner als der der blauen; bei anderen, z. B. beim kohlensauren Bleioxyd und beim Titanit, ist umgekehrt der Winkel der rothen Axen grösser; bei den ersteren liegen also die optischen Axen ungefähr so, wie es Fig. 948, bei den anderen so, wie es Fig. 949 dargestellt ist.

Je grösser die Entfernung der Mittelpunkte der blauen und rothen Ringe im Vergleiche zu dem Durchmesser dieser Ringe ist, desto auffallender wird die Abweichung der Figur von der normalen Gestalt; sie ist deshalb in dicken Krystallplatten weit auffallender als in dünnen. Man kann dies recht deutlich sehen, wenn man die Ringsysteme in Salpeterplatten von verschiedener Dicke aufmerksam betrachtet. Je dicker die Platten werden, desto kleiner und zahlreicher werden die Ringe, und desto mehr nähert sich das Ansehen eines jeden Ringsystems dem Habitus Fig. 5 Tab. XI.

Fig. 948. Fig. 949.



Bei allen bis jetzt in diesem Paragraphen besprochenen Krystallen liegen die optischen Axen der verschiedenfarbigen Strahlen sämmtlich in einer Ebene, und die Mittellinie hat für alle Farben dieselbe Lage. Deshalb wird auch das ganze Curvensystem durch die dunklen Büschel in jeder Beziehung symmetrisch getheilt, Fig. 3 und Fig. 5 Tab. XI., wenn man die Krystallplatte so zwischen die gekreuzten Turmaline legt, dass die Ebene die optischen Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt.

In den eben betrachteten Fällen hatten die optischen Axen der verschiedenen farbigen Strahlen doch stets eine gemeinschaftliche Mittellinie. Für Krystalle des rhombischen Systems ist dies stets der Fall,

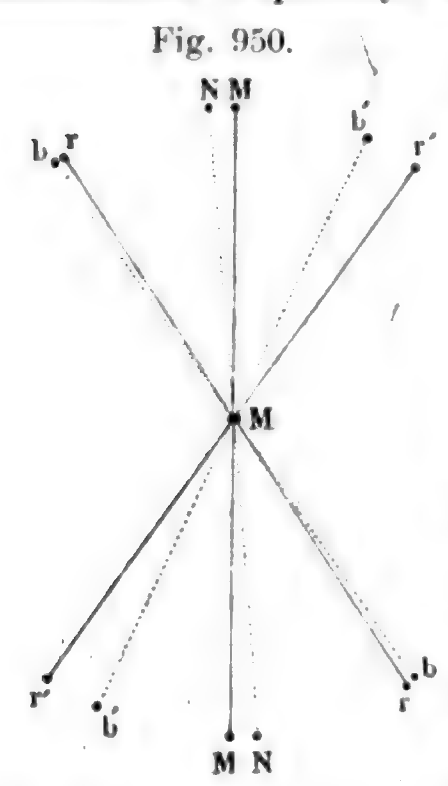
Digitized by Google

und zwar selbst für diejenigen bereits in §. 328 besprochenen Krystalle, bei welchen die Ebene der optischen Axen für rothe Strahlen rechtwinklig steht auf der Ebene der optischen Axen für blaue Strahlen. Für solche Krystalle nimmt das Curvensystem einer senkrecht zur gemeinschaftlichen Mittellinie geschliffenen Platte ein ganz eigenthümliches Ansehen an, indem statt der Ringe hyperbolische Curven auftreten.

Dieselbe Erscheinung, welche schon früher Brewster am schiefwinkligen Glauberit entdeckt hatte, beobachteten Grailich und v. Lang in ausgezeichneter Weise auch beim Brookit. Senarmont hat analoge Erscheinungen in Krystallen beobachtet, welche er durch Zusammenkrystallisiren verschiedener Mengen von Kali- und Ammoniak-Seignettesalz erhalten hatte.

Bei denjenigen Krystallen des monoklinischen Systems, bei welchen die Ebene der optischen Axen in die symmetrische Ebene fällt, wie beim Zucker, beim Gyps, beim schwefelsauren Kobaltoxydul-Ammoniak, beim ameisensauren Kupferoxyd u. s. w. (Seite 841), liegen zwar noch die optischen Axen für alle Farben in einer Ebene, dagegen fallen die Mittellinien für die verschiedenen Farben nicht immer zusammen, was zur Folge hat, dass das eine Ringsystem oft ein ganz anderes Ansehen hat als das andere; dies ist namentlich der Fall beim Gyps, beim Diopsid und beim ameisensauren Kupferoxyd. In einer durch Spaltung erhaltenen Platte dieses Salzes sieht man bei geringer Neigung ein fast ganz rundes Ringsystem, bei grösserer Neigung ein sehr in die Länge gezogenes. Für das eine liegen also die optischen Axen der rothen und blauen Strahlen sehr nahe zusammen, für das andere liegen sie weit aus einander. Fig. 950 stellt die ungefähre gegenseitige Lage der optischen Axen im ameisensauren Kupferoxyd dar.

Fig. 950.



Descloiseaux, welcher überhaupt das Auseinanderfallen der optischen Axen für verschiedene Farben als Dispersion der optischen Axen bezeichnet, benennt den eben besprochenen Fall geneigte Dispersion.

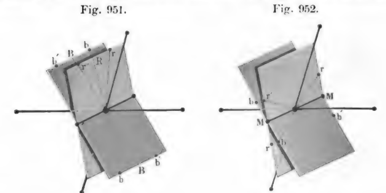
Wenn die Ebene der optischen Axen nicht mit der symmetrischen Ebene zusammenfällt, so steht sie rechtwinklig auf derselben, sie geht also durch die symmetrische Axe. In diesem Falle kann es kommen, dass die Ebenen der optischen Axen für die verschiedenfarbigen Strahlen nicht zusammenfallen, sondern dass sie sich in der symmetrischen Axe unter einem spitzen Winkel schneiden, wie dies durch Fig. 951 und Fig. 952 (a. f. S.) versinnlicht wird, in welchen die Ebene der

Digitized by Google

optischen Axen für rothe Strahlen durch die Art der Schraffirung von der Ebene der optischen Axen für blaue Strahlen unterschieden ist.

Hier sind nun weiter zwei Fälle zu unterscheiden; es fallen nämlich entweder a) die Mittellinien *BB* und *RR*, Fig. 951, in die symmetrische Ebene; während die symmetrische Axe mit derjenigen Linie zusammen-

Fig. 951. Fig. 952.



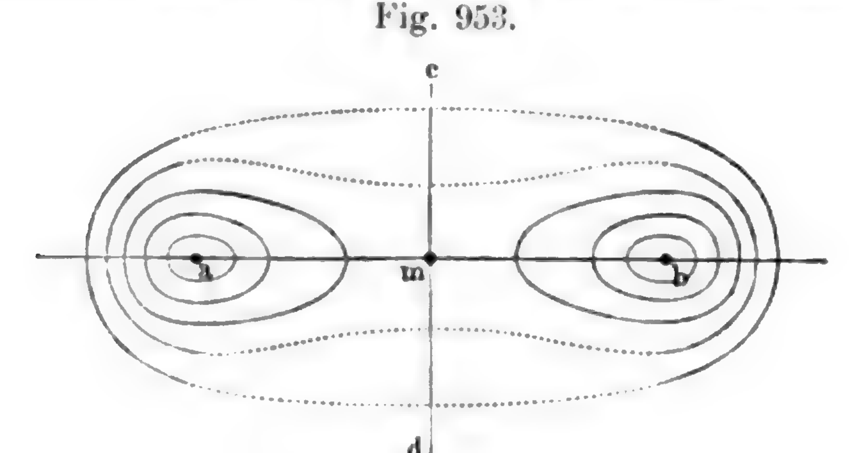
fällt, welche den stumpfen Winkel der optischen Axen halbirt (**horizontale Dispersion**), oder b) die Mittellinie der optischen Axen aller Farben fällt mit der symmetrischen Axe *MM*, Fig. 952, zusammen (**gekreuzte Dispersion**). Man beobachtet diese beiden Arten der Axendispersion am besten, wenn man die senkrecht zur Mittellinie geschliffene Platte so zwischen die gekreuzten Polarisatoren bringt, wie es der Fig. 3 Tab. XI. entspricht. Der dunkle Büschel, welcher die beiden Mittelpunkte der Lemniscaten verbindet, theilt dann das Curvensystem nicht mehr symmetrisch, die Färbung links von diesem dunklen Büschel ist eine andere als rechts von demselben. Im Fall der horizontalen Dispersion (**Feldspath**) sind aber die Ringe der einen Axe denen der anderen ganz gleich, während im Fall der gekreuzten Dispersion (**Borax**) die Ringe der einen Axe auf der linken Seite des dunklen Büschels eben so gefärbt erscheinen, wie die Ringe der anderen Axe auf der rechten Seite.

Durch Erwärmung werden die Krystalle nach verschiedenen Richtungen hin **ungleich stark** ausgedehnt. Es hat dies zur Folge, dass die Lage der optischen Axen von der Temperatur abhängig ist, dass sie sich also ändern muss, wenn man die Krystalle erwärmt. Ganz besonders auffallend ist dies beim **Gyps**. Es stelle Fig. 953 das Ringsystem dar, welches eine senkrecht zur Mittellinie geschliffene Gypsplatte zeigt, wenn sie in entsprechender Lage zwischen die Linsensysteme des Apparates Fig. 935 S. 964 gebracht wird. *a* und *b* seien die Pole des Ringsystems, *m* die zum Punkt verkürzte Mittellinie. Wenn nun der Krystall, auf einer Glasplatte liegend, vorsichtig über einer Weingeistlampe erwärmt und rasch wieder in den Polarisationsapparat eingeführt wird, so beobachtet man, dass sich die Pole dem Ringsysteme genähert haben, während

Digitized by Google

zugleich die Ringe weiter geworden sind. Wird die Erwärmung bis zu einem gewissen Grade fortgesetzt, so erscheint die Platte **einaxig**, indem die beiden Pole der Ringsysteme mit dem Punkt *m* zusammenfallen. Wenn die Erwärmung des Krystalls noch weiter fortgesetzt wird, so ge-

Fig. 953.



hen die Pole der Ringsysteme wieder auseinander, aber nicht in der Richtung *ab*, sondern in der darauf rechtwinkligen Richtung *cd*, indem sich der eine Pol des Ringsystems nach *c*, der andere nach *d* hin von *m* entfernt.

Hyperbolische Curven in Krystallplatten, die parallel mit der Axe geschliffen sind. 346 Wenn man eine parallel mit der Axe geschliffene Platte von Bergkrystall, welche 2 bis 4 Linien dick ist, oder eine eben so dicke Gypsplatte in den Polarisationsapparat legt, so erscheint sie nicht farbig wie ein dünnes Blättchen, sondern, wenn man sie in ihrer Ebene umdreht, wird sie nur abwechselnd hell und dunkel. Dass eine solche dicke Platte im weissen Lichte nicht mehr farbig erscheint, rührt nur daher, dass eben alle Farben höherer Ordnung, wie dies bereits in §. 310 gezeigt wurde, vom Weiss nicht mehr zu unterscheiden sind. Legt man aber eine solche Krystallplatte in entsprechender Lage in die Turmalinzange, so erblickt man, nach einer **homogenen** Lichtquelle hinsehend, ein System von abwechselnd hellen und dunklen **hyperbolischen Streifen**, wie sie Fig. 4 und 5 Tab. XII. dargestellt sind.

Als homogene Lichtquelle wendet man am bequemsten eine durch Kochsalz gelb gefärbte Weingeistlampe an.

Dass überhaupt hier abwechselnd helle und dunkle Curven entstehen, rührt daher, dass von den beiden Strahlen, welche an irgend einer Stelle der Oberfläche der Platte nach dem Auge austreten, der eine bald mehr, bald weniger vorausgeeilt ist, je nachdem die Strahlen den Krystall in einer anderen Richtung durchlaufen haben; die Form der hyperbolischen Curven lässt sich aus der **Fresnel**'schen Theorie der doppelten Brechung vollständig ableiten, wie ich dies in einer Abhandlung im 33. und 35. Bande von **Poggendorff**'s Annalen nachgewiesen habe; hier würde uns eine solche Ableitung zu weit führen.

Je dünner die Platte wird, desto weiter rücken die Curven ausein-

Digitized by Google

ander, und wenn die Platte hinlänglich dünn geworden ist, um im weissen Lichte farbig zu erscheinen, sind die Curven gewissermaassen so gross geworden, dass man sie nicht mehr übersehen kann; man sieht alsdann nur den gleichförmig gefärbten centralen Theil der Figur.

Auch eine parallel mit der Axe geschliffene Kalkspathplatte zeigt diese Curven, nur sind sie ungleich enger als bei einer gleich dicken Bergkrystallplatte. Die Bearbeitung einer solchen Kalkspathplatte erfordert aber die grösste Sorgfalt; denn wenn die gegenüberliegenden Oberflächen nicht genau parallel sind, so treten die Strahlen, durch deren Interferenz die Curven entstehen sollen, wegen der starken doppelten Brechung des Kalkspaths nicht mehr nach derselben Richtung aus.

Eine Quarzplatte, deren Oberfläche einen Winkel von 45° mit der optischen Axe macht, zeigt bei Anwendung von homogenem Lichte zwischen den Turmalinplatten fast ganz gerade, abwechselnd helle und dunkle Streifen; dieselben Streifen, aber sehr fein, sieht man in einem möglichst dünnen, von einem Rhomboëder abgespalteten Kalkspathblättchen. Diese Streifen sind gewissermaassen die geradlinige Fortsetzung der hyperbolischen Curven, welche man in Platten sieht, die parallel mit der Axe geschliffen sind.

Im Allgemeinen wird man in jeder doppeltbrechenden Krystallplatte, welche mit parallelen Wänden begränzt ist, bei Anwendung von homogenem Lichte (farbige Gläser sind nicht homogen genug) Curven erblicken, von denen im weissen Lichte oft nicht die Spur zu sehen war.

Wenn man zwei Quarzplatten oder zwei Gypsplatten von gleicher Dicke, welche im homogenen Lichte die hyperbolischen Curven zeigen, gekreuzt zwischen die gekreuzten Turmaline bringt, so sieht man die Curven Fig. 5 Tab. XII. schon im weissen Tageslichte; sie erscheinen nun farbig, und ihre Farben folgen fast ganz den Farben der Newton'schen Scala, sie beginnen in der Mitte mit Schwarz, was begreiflich ist, da ja hier die Färbung von der Differenz der in der einen und der anderen Platte durchlaufenen Wege abhängt.

Zwei gleich dicke Quarzplatten, welche in einem Winkel von 45° gegen die Axe geschnitten sind, zeigen, wenn sie gekreuzt sind, im Turmalinapparat ebenfalls farbige Streifen, die von dem mittleren aus, welcher schwarz erscheint, nach beiden Seiten hin in der Ordnung der Newton'schen Scala auf einander folgen.

Savart hat zwei solche gekreuzte Quarzplatten mit einer Turmalinplatte vereinigt und nennt diesen Apparat ein Polariskop; denn wenn man durch die Turmalinplatte und die beiden Quarzplatten nach irgend einer Stelle hinsieht, von welcher polarisirtes Licht kommt, so werden alsbald die Farbenstreifen sichtbar werden, und zwar um so brillanter, je vollständiger die einfallenden Strahlen polarisirt sind; sieht man durch diesen Apparat nach dem heiteren Himmel, nach einem Schieferdache, nach der Wand eines Hauses, so wird man die Streifen bald mehr, bald weniger deutlich erscheinen sehen, kurz, man kann mit diesem Apparate

Digitized by Google

die geringsten Spuren von Polarisation der einfallenden Strahlen erkennen; doch sieht man leicht ein, dass man dasselbe weit einfacher erreicht, wenn man ohne Weiteres durch eine Turmalinplatte und eine senkrecht auf die Axe geschliffene Krystallplatte nach der zu untersuchenden Stelle hinsieht.

Farbenerscheinungen in Quarzplatten, welche senkrecht zur Axe geschnitten sind. 347 Ganz eigenthümliche, von der bisher betrachteten chromatischen Polarisation wesentlich abweichende Farbenerscheinungen beobachtet man in Platten von Bergkrystall, welche senkrecht zur Axe geschnitten sind.

Folgendes ist die von Arago entdeckte Erscheinung:

Legt man auf das Tischlein des Polarisationsapparates eine Quarzplatte, welche senkrecht zur Axe geschnitten ist, so erscheint sie durch den Zerleger betrachtet lebhaft gefärbt, und zwar ändert sich die Farbe, wenn der Zerleger (am besten ein Nicol'sches Prisma) um seine Axe gedreht wird. In keiner Stellung des Zerlegungsnicols erscheint die Krystallplatte ganz farblos hell oder farblos dunkel.

Die Farbenveränderungen, welche man beobachtet, wenn der Analyseur gedreht wird, folgen in einer bestimmten Ordnung auf einander, nämlich in derjenigen der prismatischen Farben. Es giebt Bergkrystallplatten, bei welchen man den Zerlegungsspiegel nach der rechten Seite hin, also in der Richtung wie den Zeiger einer Uhr drehen muss, damit Roth in Gelb, Gelb in Grün, Grün in Blau und Blau in Violett übergeht; bei anderen Bergkrystallen aber muss man den Zerlegungsspiegel in der entgegengesetzten Richtung drehen, damit die Farben in derselben Ordnung auf einander folgen. Man unterscheidet deshalb rechts und links drehende Bergkrystallplatten.

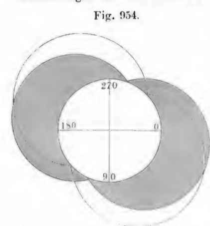
Um den Zusammenhang dieser brillanten Farbenerscheinungen zu übersehen, müssen wir statt des weissen Lichtes einfarbiges anwenden. Am einfachsten erreicht man diesen Zweck, wenn man durch ein gefärbtes Glas von möglichst homogener Farbe nach dem Zerlegungsspiegel sieht. Die Erscheinung, welche man alsdann beobachtet, ist wieder ganz so einfach, wie vor dem Einlegen der Krystallplatte. Nehmen wir an, man schaue durch eine rothe Glasplatte, so wird man wieder für zwei um 180° von einander entfernter Azimuthe des Zerlegers das Gesichtsfeld ganz dunkel sehen, für zwei andere um 90° von diesen entfernte Azimuthe aber ein Maximum von rothem Lichte. Die Azimuthe dieser Maxima und Minima sind aber nicht mehr 0°, 90°, 180° und 270°, wie vor dem Einschieben der Quarzplatte, sondern andere, deren Lage von der Dicke der angewandten Platte abhängt.

Wenn die eingelegte Platte rechts drehend und 1^{mm} dick ist, so findet man das Maximum des rothen Lichtes bei 19° und 199°; das Ge-

Digitized by Google

sichtsfeld erscheint aber dunkel bei 109° und 289°. Fig. 954 stellt die Veränderungen der Lichtintensität graphisch dar, welche man beobachtet, wenn der Zerleger ringsherum gedreht wird. Diese Figur unterscheidet sich von Fig. 854 Seite 803 nur dadurch, dass die ganze Intensitätscurve um 19° nach der rechten Seite hin gedreht ist. Durch die eingelegte Krystallplatte ist also die Schwingungsebene der von unten kommenden Strahlen um 19° nach der Rechten gedreht worden.

Fig. 954.



Für alle anderen Farben des Spectrums ist die Drehung der Polarisationsebene nach der rechten Seite hin durch dieselbe 1mm dicke Quarzplatte noch grösser. Hätte man z. B. das vom Zerleger ins Auge gelangende Licht durch ein grünes Glas untersucht, so würde man die Maxima der Intensität bei 28° und bei 208°, die Minima aber bei 118° und 298° gefunden haben. Die Maxima und Minima der violetten Strahlen sind noch um 13° weiter nach der Rechten gedreht als die grünen. In Fig. 954 ist die Intensitätscurve für das violette Licht angedeutet.

Die folgende Tabelle giebt nach Biot's Messungen den Drehungsbogen der verschiedenen einfachen Strahlen für eine senkrecht auf die Axe geschnittene, 1mm dicke Bergkrystallplatte.

Benennung des einfachen Strahles.	Drehungsbogen in Graden.
Aeusserstes Roth	17,5°
Gränze des Roth und des Orange	20,5°
" " Orange und Gelb	22,3°
" " Gelb und Grün	25,7°
" " Grün und Blau	30,0°
" " Blau und Indigo	34,6°
" " Indigo und Violett	37,7°
" " äussersten Violett	44,1°

Daraus ergeben sich die Drehungsbogen für die mittleren Strahlen jeder Farbe wie folgt:

Roth	19°	Blau	32°
Orange	21°	Indigo	36°
Gelb	24°	Violett	41°
Grün	28°		

Digitized by Google

Die hier angegebenen Zahlen beziehen sich nur auf eine Quarzplatte von der angegebenen Dicke. Die Drehung aber wächst in demselben Verhältnisse wie die Dicke der Platte. In einer 2^{mm} dicken Quarzplatte beträgt also die Drehung für rothe Strahlen 38°, für violette 82°.

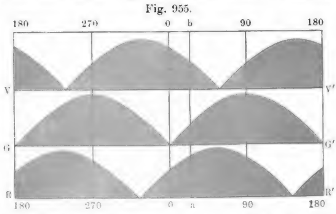
Wenn man nun aber das Bild der Quarzplatte im Zerlegungsspiegel ohne Anwendung eines farbigen Glases betrachtet, so begreift man nach dem Vorhergehenden sehr wohl, dass es in allen Lagen des Zerlegers gefärbt erscheinen muss, und zwar sind die nun beobachteten Farben nicht mehr reine prismatische, sondern Mischfarben, deren Ton davon abhängt, welche der prismatischen Farben für irgend eine Stellung des Zerlegers mit grösserer und geringerer Intensität erscheinen. Ganz dunkel kann das Gesichtsfeld nicht mehr werden, denn wenn auch eine Farbe im Minimum ihrer Intensität ist, so sind es doch die anderen nicht. Ebenso wenig erscheint die Platte an irgend einer Stelle ganz farblos und hell.

Die angegebenen Data reichen vollkommen hin, um die Farbenerscheinungen schon im Voraus zu bestimmen, welche man an einer Quarzplatte von gegebener Dicke beobachten wird. Wir wollen eine solche Bestimmung beispielsweise für eine $3{,}75^{mm}$ dicke Platte ausführen. Der Drehungsbogen für die einzelnen farbigen Strahlen ist leicht zu berechnen, die oben angegebenen Zahlen sind nur mit 3,75 zu multipliciren, und so ergeben sich die folgenden Werthe der Drehungsbogen:

Roth	71
Gelb	90
Violett.	154

Die Intensitätscurven der einzelnen Farben lassen sich auf dieselbe Weise construiren wie in Fig. 954. Der leichteren Uebersicht wegen

Fig. 955.



wollen wir uns aber die Kreisperipherie in eine gerade Linie entwickelt denken. In Fig. 955 stellt die gerade Linie RR' die entwickelte Peri-

pherie dar, und die Länge der auf jedem Punkte von RR' zu errichtenden Perpendikel bis zur krummen Linie stellt die Intensität des rothen Lichtes dar, wie man sie durch den Zerleger beobachtet, wenn eine 3,75^{mm} dicke rechtsdrehende Quarzplatte eingelegt ist. Diese Intensität ist ein Maximum für die Azimuthe 71^0 und 251^0, sie ist Null für 161^0 und 341^0.

Auf der geraden Linie GG', welche ebenfalls die entwickelte Peripherie darstellt, ist die Intensitätscurve für die gelben Strahlen construirt, welche der für die rothen ganz gleich ist, mit dem einzigen Unterschiede jedoch, dass die Lage der Maxima und Minima verschoben ist. Ebenso ist auf der Linie VV' die Intensitätscurve für violette Strahlen construirt, und zwar ist die Lage der Maxima und Minima durch die soeben berechnete Grösse der Drehungsbogen bestimmt. So ist z. B. für Violett ein Minimum bei 64^0, das andere bei 244^0.

Betrachtet man diese drei Intensitätscurven zusammen, so kann man sich daraus ein Urtheil über die zu beobachtenden Farbenerscheinungen bilden. Bei 0^0, wenn also die Schwingungsebene des Zerlegers parallel ist mit der des Polarisationsspiegels, ist Violett dem Maximum nahe, Roth etwas schwächer und Gelb ganz Null. Wenn man nach der Rechten dreht, so nimmt der Einfluss, den Roth und Gelb ausüben, zu, während Blau abnimmt. Bald, bei 71^0, erreicht Roth sein Maximum und Violett ist hier sehr nahe dem Minimum. Ist die Schwingungsebene des Zerlegers mit der des Polarisationsspiegels parallel, so zeigt sich also eine purpurne Färbung, in welcher das Gelb vollständig fehlt. Dreht man den Zerleger nach der Rechten, so geht die Färbung alsbald in Roth und dann in Gelb über, welches bei einer Drehung von 90^0 sein Maximum erreicht haben wird. Bei fernerer Drehung nehmen Roth und Gelb ab, während Blau und Violett zunehmen, die Färbung der Platte geht also vom Gelb durch Grün in Blau und Violett über. Von 180^0 an wiederholt sich dieselbe Reihe von Erscheinungen.

Fig. 956 stellt die Intensitätscurven der drei Farben Roth, Gelb und Violett für eine gleichfalls 3,75^{mm} dicke, aber links drehende, senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte dar.

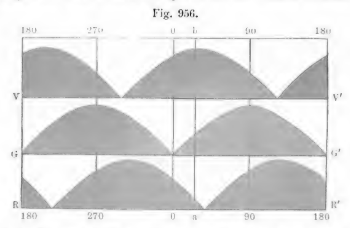
Man ersieht leicht, wenn man diese Figur mit Fig. 955 vergleicht, dass beide Platten, die rechtsdrehende und die linksdrehende, gleiche Färbung zeigen müssen, wenn die Schwingungsebene des Zerlegers zu der des Polarisationsspiegels parallel oder gekreuzt ist. Bei jeder anderen Lage des Zerlegers erscheint eine rechtsdrehende Platte anders gefärbt, als eine linksdrehende. Wenn z. B. der Zerleger aus der Lage des Parallelismus mit dem Polarisationsspiegel um 24^0 nach rechts gedreht wird, so erscheint die 3,75^{mm} dicke rechtsdrehende Quarzplatte roth, während die gleich dicke linksdrehende Platte bei derselben Lage des Zerlegers blau erscheint. Es ergiebt sich dies auch aus den Figuren 955 und 956, wenn man in beiden Figuren von 0 die Länge $a0$ dem Winkel von 24^0 proportional aufträgt und dann das Perpendikel ab zieht.

Digitized by Google

Nicht für alle Dicken der Bergkrystallplatten ist die Färbung gleich brillant; bei ganz dünnen und bei ganz dicken Platten sind kaum Spuren von Färbung wahrzunehmen. Die Ursache davon lässt sich leicht ersehen.

Man nehme eine Quarzplatte von $^1/_4$ mm Dicke, so beträgt der Drehungsbogen für rothe Strahlen ungefähr 5°, für violette Strahlen 10°.

Fig. 956.



Die Drehungsbogen für alle anderen farbigen Strahlen fallen also zwischen 5° und 10°, die Maxima aller Strahlen liegen daher sehr nahe beisammen und wenn die rothen Strahlen im Maximum ihrer Intensität sind, sind alle anderen ihrem Maximum so nahe, dass das Roth nicht merklich vorherrschen kann, die Platte wird also fast ganz weiss erscheinen. Ebenso liegen alle Minima sehr nahe beisammen, nämlich zwischen 95° und 100°; hier also wird das Gesichtsfeld fast dunkel sein. Es ist klar, dass, je dünner die Platte wird, die Erscheinung sich immer mehr derjenigen nähert, welche man ohne die zwischengelegte Platte beobachtet.

Auch sehr dicke Platten erscheinen, wie schon bemerkt wurde, farblos; jedoch ist die an ihnen beobachtete Erscheinung wesentlich von derjenigen sehr dünner Platten verschieden. Wie wir eben gesehen haben, erscheint eine ganz dünne Platte im Zerlegungsspiegel fast ganz hell und farblos, wenn er bei 0° steht; wenn der Zerleger gedreht wird, nimmt die Helligkeit ab und erreicht etwas über 90° hinaus ihr Minimum; bei sehr dicken Platten beobachtet man aber durchaus keine Veränderung in der Intensität des Lichtes, wenn der obere Spiegel gedreht wird; in allen Stellungen dieses Spiegels erscheint die Platte stets gleich hell, aber immer weniger hell als eine ganz dünne Platte, wenn der Zerleger bei 0° oder 180° steht.

Auch dies lässt sich leicht erklären. Mit zunehmender Dicke der Platte wächst der Drehungsbogen für jede Farbe, mithin auch die Differenz zwischen dem Drehungsbogen je zweier Farben. Nach der oben angeführten Tabelle ist für eine Quarzplatte von 1mm Dicke die Differenz

Digitized by Google

zwischen dem Drehungsbogen der äussersten violetten und der äussersten rothen Strahlen 44,1 — 17,5 = 26,6°. Für eine 2mal, 3mal so dicke Platte ist auch die Differenz zwischen dem Drehungsbogen der äussersten rothen und violetten Strahlen 2mal, 3mal so gross. Mit zunehmender Dicke kann aber diese Differenz bis auf 180° wachsen (es ist dies der Fall, wenn die Quarzplatte 6,76^{mm} dick ist, denn 6,76 × 26,6 = 180); wenn aber der Drehungsbogen zweier Farben um 180° verschieden ist, so fallen die Maxima und Minima beider Farben vollkommen zusammen; bei einer Quarzplatte, welche 6,76^{mm} dick ist, nimmt der Einfluss, welchen die rothen und violetten Strahlen auf die Färbung ausüben, in gleichem Maasse ab und zu, wenn man den Zerleger dreht. Der Drehungsbogen der Strahlen, welche ungefähr an der Gränze zwischen Blau und Grün liegen, ist das Mittel zwischen dem Drehungsbogen der rothen und der violetten Strahlen; in einer Platte von 6,76^{mm} Dicke also erscheinen die blaugrünen Strahlen im Maximum, wenn die rothen und die violetten im Minimum sind, und umgekehrt. Für eine Quarzplatte, deren Dicke 2 × 6,76, also 13,52^{mm} beträgt, ist die Differenz der Drehungsbogen der rothen und blaugrünen Strahlen 180°; ebenso gross ist aber auch die Differenz der Drehungsbogen der blaugrünen und violetten Strahlen. An einer solchen Platte erscheint also Roth, Blaugrün und Violett gleichzeitig im Maximum; keine dieser drei Farben kann also entschieden vorherrschen. Bei einer Quarzplatte von 27^{mm} Dicke ist die Differenz der Drehungsbogen der äussersten rothen und mittleren gelben Strahlen 180°. Ebenso gross ist für diese Platte die Differenz der gelben und blaugrünen Strahlen, der blaugrünen und indigofarbigen, der indigofarbigen und violetten. Roth, Gelb, Blaugrün, Indigo und Violett wirken also bei dieser Platte ganz gleichmässig zur Färbung mit. Wenn diese Farben im Maximum sind, so geben sie zusammen eine Farbe, die nur wenig von Weiss unterschieden ist; sind sie aber im Minimum, so herrschen Orange, Grün, Blau und die Strahlen zwischen Indigo und Violett vor, und auch diese geben zusammen fast Weiss; schon bei dieser Platte kann man also kaum eine Veränderung im Teint der Platte wahrnehmen, wenn man den oberen Spiegel dreht, und begreiflicher Weise nähert sich die Farbe der Platte noch mehr dem reinen farblosen Weiss, wenn ihre Dicke noch mehr zunimmt.

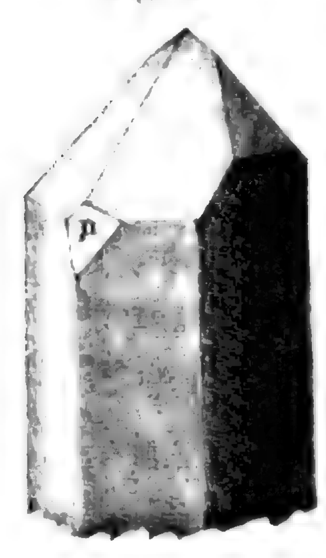
Die Erscheinungen, welche man an einer linksdrehenden Quarzplatte beobachtet, unterscheiden sich von denen einer gleich dicken rechtsdrehenden Quarzplatte dadurch, dass man von 0° nach der linken Seite hin, also von 0° über 270° nach 180° den Zerlegungsspiegel drehen muss, um die Farbenerscheinungen in derselben Ordnung zu sehen, als ob man bei der rechtsdrehenden von 0° über 90° nach 180° hin gedreht hätte.

Ob ein Quarzkrystall rechts- oder linksdrehend ist, lässt sich meistens schon äusserlich erkennen. Betrachtet man nämlich die Bergkrystalle genauer, so findet man, dass an den Säulenflächen entweder oben links (und unten rechts, wenn der Krystall vollständig ausgebildet ist)

Digitized by Google

oder oben rechts (und unten links) kleine Abstumpfungsflächen auftreten, wie die Fläche *n* in Fig. 957. Bei einem und demselben Krystallindividuum beobachtet man diese kleinen Flächen stets nur auf einer Seite, also am oberen Ende des Krystalls entweder nur auf der linken oder nur auf der rechten Seite.

Fig. 957.



Diejenigen Krystalle, welche die fragliche Fläche oben links haben, wie Fig. 957, sind auch optisch linksdrehend, während diejenigen Quarzkrystalle optisch rechtsdrehend sind, bei welchen jene Abstumpfungsfläche oben rechts auftritt.

Wie Marbach gefunden hat, zeigt auch das chlorsaure Natron, ein Salz, welches dem regulären Krystallsysteme angehört und dessen Krystalle, Fig. 958, durch eine Combination des Würfels mit dem Tetraëder gebildet sind, die Erscheinung der Circularpolarisation.

Fig. 958.

Während beim Quarz die Circularpolarisation an die Richtung der krystallographischen Hauptaxe gebunden ist, findet in den Krystallen des chlorsauren Natrons die Circularpolarisation nach allen Richtungen hin in gleicher Weise statt. Die Krystalle des chlorsauren Natrons sind optisch rechtsdrehend. Eine 1^{mm} dicke Platte dieses Salzes dreht die Polarisationsebene der gelben Strahlen um 3,7 Grad.

Genauere Bestimmung der Drehung im Quarz. Aus den 348
im vorigen Paragraphen angegebenen Zahlen ersieht man zunächst, dass die Drehung der Polarisationsebene im Quarz für verschiedenfarbige Strahlen in weit rascherem Verhältniss zunimmt, als die Wellenlänge derselben kleiner wird. Die Wellenlänge der äussersten violetten Strahlen ist ungefähr halb so gross als die der äussersten rothen, während die Drehung der Polarisationsebene für violette Strahlen den doppelten Werth der Drehung für rothe Strahlen bei weitem übertrifft.

Nach Biot sollte die Drehung der Polarisationsebene dem Quadrat der Wellenlänge umgekehrt proportional sein, so dass das Product $\varrho\lambda^2$ einen constanten Werth hätte, wenn man mit ϱ die Drehung bezeichnet, welche die Polarisationsebene der Lichtstrahlen von der Wellenlänge λ in einer senkrecht zur Axe geschnittenen Quarzplatte erleiden. In einer Quarzplatte von 1^{mm} Dicke ist für das äusserste rothe Licht

$$\varrho = 17{,}5,\ \lambda = 0{,}00074,\ \lambda^2 = 0{,}0000005476,\ \varrho\lambda^2 = 0{,}00000958,$$

für das äusserste violett aber ist

$$\varrho = 44{,}1,\ \lambda = 0{,}00039,\ \lambda^2 = 0{,}0000001521,\ \varrho\lambda^2 = 0{,}00000671.$$

Digitized by Google

Das Product $\varrho \lambda^2$ hat also in der That für rothe und violette Strahlen sehr verschiedene Werthe.

Auf einen grossen Grad von Genauigkeit können übrigens die von Biot angegebenen Werthe von ϱ schon deshalb keinen Anspruch machen, weil sie sich nicht auf feste Linien im Spectrum, sondern auf nicht genau zu bestimmende Farbengränzen beziehen.

Eine genauere Messung dieser Drehungswinkel hat Broch (Dove's Repertorium VII) durch die prismatische Zerlegung der Farben erzielt, welche eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte im polarisirten Lichte zeigt.

Der Apparat, dessen sich Broch bei diesen Untersuchungen bediente, war ganz nach Princip construirt, wie die in §. 334 besprochene Vorrichtung zur prismatischen Zerlegung der Farben dünner Gypsblättchen; nur wurde das Spectrum nicht objectiv dargestellt, sondern durch ein Fernrohr beobachtet und das Zerlegungsnicol war in der Mitte eines getheilten Kreises befestigt, welcher erlaubte die Drehung dieses Nicols mit Genauigkeit zu messen.

Bringt man zwischen die gekreuzten Nicols eine senkrecht zur Axe geschliffene Quarzplatte, welche einige Millimeter dick ist, so erscheint ein zusammenhängendes Spectrum, in welchem bei gehöriger Aufstellung die Fraunhofer'schen Linien sichtbar sind; wird nun das Zerlegungsnicol nach der Seite gedreht, nach welcher die Polarisationsebene durch die Quarzplatte gedreht wird, so erscheint nach einer bestimmten Drehung ein dunkler Streif am rothen Ende des Spectrums, welcher bei fortgesetzter Drehung des Nicols gegen das violette Ende des Spectrums hin fortschreitet. Man hat nur die Drehung so weit fortzusetzen, dass die Mitte des dunklen Streifens der Reihe nach auf die Fraunhofer'schen Linien B, C, D u. s. w. fällt, und die entsprechende Drehung des Nicols von seiner Anfangsstellung an zu messen, um zu erfahren, um wie viel Grad die Polarisationsebene für B, C, D u. s. w. durch die Quarzplatte gedreht worden ist. Dividirt man die so gemessenen Drehungswinkel durch die Dicke der Quarzplatte, so erhält man die Drehungswerthe für eine Platte von 1^{mm} Dicke.

Nach dieser Methode erhielt Broch folgende Werthe der Drehung der Polarisationsebene in einer 1^{mm} dicken Quarzplatte für die Fraunhofer'schen Linien

B	C	D	E	F	G
15,30°	17,24°	21,67°	27,46°	32,50°	42,20.

Stefan (Sitzungsber. der Wiener Akad. L.) hat die Drehung der Polarisationsebene im Quarz für die verschiedenfarbigen Strahlen gleichfalls mit Hülfe prismatischer Zerlegung, aber auf indirectem Wege bestimmt.

Bei einer Anordnung, welche im Wesentlichen mit der Broch'schen übereinstimmte, wandte er so dicke Quarzplatten an, dass eine grössere Anzahl dunkler Streifen im Spectrum auftrat.

Digitized by Google

Bezeichnet man mit φ den Drehungswinkel einer Farbe in einer 1^{mm} dicken senkrecht zur Axe geschliffenen Quarzplatte, so ist $D\varphi$ der Drehungswinkel derselben Farbe in einer D Millimeter dicken Quarzplatte.

Sind die beiden Nicols parallel gestellt, so werden im Spectrum alle Farben ausgelöscht, deren Polarisationsebene durch die Quarzplatte um 90° oder um ein ungerades Vielfaches von 90° gedreht worden ist, also alle jene Farben, deren Drehungswinkel der Gleichung

$$D\varphi = (2n + 1)\ 90^0$$

genügen, in welcher n eine ganze Zahl (0 einbegriffen) bedeutet.

Um aus dieser Gleichung auf die Anzahl der dunklen Streifen im Spectrum schliessen zu können, bemerke man, dass die Werthe von φ für die im sichtbaren Spectrum befindlichen Farben zwischen 15° und 51° liegen. Setzt man daher in obiger Gleichung für n der Reihe nach 0, 1, 2, 3 u. s. w., bestimmt man alsdann die entsprechenden Werthe von φ, so giebt die Anzahl derjenigen, welche zwischen 15° und 51° fallen, die Anzahl der dunklen Streifen im Spectrum.

Für eine 40^{mm} dicke Quarzplatte (also $D = 40$) giebt jene Gleichung für

$n =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\varphi =$	11,25	15,75	20,25	24,75	29,25	33,75	38,25	42,75	47,25	51,75

Eine 40^{mm} dicke Quarzplatte wird also zwischen parallelen Nicols 8 dunkle Streifen im Spectrum zeigen und diejenigen Farben des Spectrums, welche diesen Streifen entsprechen, erleiden in einer 1^{mm} dicken Quarzplatte eine Drehung der Polarisationsebene, welche der Reihe nach gleich ist den oben angegebenen mit der Klammer zusammengefassten Werthen n und φ.

In gleicher Weise ergeben sich die Werthe von φ, welche dem ersten dunklen Streifen entsprechen, und die Differenzen d zweier auf einander folgender Werthe von φ für

$D =$	70,08	61,33	44,80	25,28
$\varphi =$	16,695°	16,142°	18,080°	17,761°
$d =$	2,5685°	2,9349°	4,0178°	7,1044°

Nun hat aber Stefan für jeden der dunklen Streifen auch das Minimum der prismatischen Ablenkung gemessen. So fand er z. B. bei Anwendung der $70{,}08^{mm}$ dicken Quarzplatte folgende Ablenkungswerthe, a für die ersten auf einander folgenden Streifen:

	1ster		2ter		3ter		4ter		5ter Streif
a	31° 1′ 27″		31° 10′ 37″		31° 19′ 45″		31° 28′ 52″		31° 38′ 3″
		9′ 10″		9′ 8″		9′ 7″		9′ 11″	

Die Differenzen der aufeinander folgenden Werthe von a sind fast ganz gleich; in dem durch das Prisma erzeugten Spectrum folgen also

Digitized by Google

die dunklen Streifen in gleichen Zwischenräumen aufeinander.

Dasselbe ergab sich auch für die übrigen der oben angeführten Quarzplatten, z. B. für die 25,28^{mm} dicke

	1ste		2te		3te		4te
a'	31° 4′ 50″		31° 30′ 9″		31° 55′ 31″		32° 21′ 7″
		25′ 19″		25′ 22″		25′ 36″	

Der brechende Winkel des Prismas betrug 44° 53′ 43″; danach ergeben sich für die obigen mit a und a' bezeichneten Ablenkungswinkel die folgenden Brechungsexponenten μ und μ'

μ =	1,61090		1,61366		1,61640		1,61913		1,62187	u. s. w.
δ		0,00276		0,00274		0,00273		0,00274		u. s. w.

μ' =	1,61192		1,61951		1,62708		1,63463
δ'		0,00759		0,00757		0,00755	

Die Werthe von δ sind so nahe gleich, dass wir die Differenzen der auf einander folgenden Werthe von a als constant annehmen können; das Gleiche gilt von δ'.

Gleichen Differenzen δ der Brechungsexponenten μ entsprechen also gleiche Differenzen d der Drehungswinkel φ. Daraus folgt, dass der Brechungsexponent μ einer Farbe im Glasprisma eine lineare Function des Drehungswinkels dieser Farbe im Quarz ist, also dass

$$\mu = M + N\varphi \quad \text{. . . . .} \quad 1)$$

Die Werthe der constanten M und N ergeben sich aus den obigen Reihen für μ und φ. Aus der Gesammtheit seiner Beobachtungen, von denen hier nur ein Theil angeführt wurde, ergiebt sich nach der Methode der kleinsten Quadrate

$$M = 1{,}59309; \quad N = 0{,}001067.$$

Diese einfache Beziehung zwischen dem Drehungswinkel φ eines farbigen Strahls und seinen Brechungsexponenten μ in der Glassorte des angewandten Prismas macht es nun möglich, φ auch als Function der Wellenlänge λ darzustellen.

Für den Brechungsexponenten haben wir nach der Cauchy'schen Formel

$$\mu = P + \frac{Q}{\lambda^2} \quad \text{. . . . .} \quad 2)$$

Aus der Beobachtung des Minimums der Ablenkung, welche die Strahlen B, C, D, . . . H, deren Wellenlänge bekannt ist, in dem fraglichen Prisma erleiden, ergiebt sich aber

$$P = 1{,}59122 \quad Q = \frac{0{,}0087158}{10^6}.$$

Digitized by Google

Aus der Combination der Gleichungen 1) und 2) folgt aber

$$\varphi = \frac{P - M}{N} + \frac{Q}{N\lambda^2}$$

und wenn man für P, M, N und Q ihre obigen Zahlenwerthe setzt:

$$\varphi = \frac{8{,}1624}{\lambda^2\, 10^6} - 1{,}753.$$

Setzt man in diese Gleichung für λ die Wellenlänge von B, C, D ... H in Luft, so ergiebt sich die Drehung φ der Polarisationsebene in einer 1^{mm} dicken Quarzplatte

für	B	C	D	E	F	G	H
$\varphi =$	15,50	17,19	21,79	27,75	33,05	42,58	51,15

Werthe, welche sehr nahe mit den von Broch ermittelten übereinstimmen.

Die Aequidistanz der dunklen Streifen in dem durch ein Prisma erzeugten Spectrum findet natürlich nur für Prismen solcher Substanzen statt, deren Zerstreuungsverhältnisse nicht sehr von denen der Glassorte abweichen, aus welcher das Stefan'sche Prisma verfertigt war. Für ein Wasserprisma würde der Abstand der Streifen nach dem violetten Ende hin abnehmen, für ein Prisma aus Schwefelkohlenstoff müsste sie gegen das violette Ende hin zunehmen.

Wird das Spectrum nicht durch ein Prisma, sondern durch ein Beugungsgitter erzeugt, so muss die Distanz der dunklen Streifen gegen das violette Ende des Spectrums hin bedeutend abnehmen, die dunklen Streifen müssen hier bedeutend dichter auf einander rücken als am rothen Ende des Spectrums, wie dies Stefan auch durch den Versuch bestätigt fand.

Circularpolarisation. Die im vorigen Paragraphen beschrie- 349
benen Farbenerscheinungen lassen sich durch das Zusammenwirken zweier in der Richtung der Axe des Bergkrystalls sich fortpflanzender Strahlen erklären, welche durch eine, von der bisher betrachteten ganz verschiedene, nämlich durch eine kreisförmige Bewegung der Aethertheilchen erzeugt werden. Solche Strahlen, welche durch eine kreisförmige Bewegung der Aethertheilchen erzeugt und fortgepflanzt werden, nennt man circularpolarisirte Strahlen, im Gegensatz zu den im neunten Capitel betrachteten linear-polarisirten Strahlen.

Zwei geradlinige, zu einander rechtwinklige Vibrationsbewegungen können sich niemals gegenseitig aufheben, sie setzen sich vielmehr zu einer Vibrationsbewegung zusammen, die wir bereits in §. 178 kennen lernten.

Von den verschiedenen dort betrachteten Fällen ist hier für uns nur derjenige von Interesse, in welchem die beiden componirenden Vibrationen nicht allein gleiche Schwingungsamplitude, sondern auch gleiche Schwingungsdauer haben.

Digitized by Google

Wenn unter dieser Voraussetzung der Phasenunterschied der beiden componirenden Vibrationen Null oder wenn er ein Vielfaches der halben Oscillationsdauer ist, so wird eine geradlinige Vibrationsbewegung erzeugt (Fig. I und Fig. VII Tab. I), deren Richtung den Winkel der componirenden Vibrationen halbirt.

Wenn dagegen der Phasenunterschied der componirenden Vibrationen $^1/_4$ oder ein ungerades Vielfaches von $^1/_4$ der Oscillationsdauer beträgt, so wird durch das Zusammenwirken der beiden zu einander rechtwinkligen Vibrationen eine Kreisbewegung erzeugt, wie Fig. IV Tab. I erläutert. Liegt der Phasenunterschied zwischen den eben besprochenen Werthen, so ist die resultirende Bewegung eine elliptische, welche sich mehr der geradlinigen oder mehr der kreisförmigen Bewegung nähert, je nachdem der Phasenunterschied sich mehr einem Vielfachen von $^1/_2$ Oscillationsdauer oder einem ungeraden Vielfachen von $^1/_4$ Oscillationsdauer nähert.

Die eben kurz wiederholten Sätze finden nun auch ihre Anwendung, wenn sich zwei linear-polarisirte Strahlen von gleicher Schwingungsdauer, deren Schwingungsebenen aber rechtwinklig aufeinander stehen, nach einer und derselben Richtung fortpflanzen. Je nach der Grösse ihres Gangunterschiedes wird also durch das Zusammenwirken zweier solcher Strahlen ein Strahl gebildet, welcher im Allgemeinen durch eine elliptische Bewegung der Aethertheilchen fortgepflanzt wird, und den man deshalb als einen elliptisch-polarisirten Strahl bezeichnet.

Die elliptische Polarisation geht in lineare Polarisation über, wenn der Gangunterschied der componirenden Strahlen Null ist oder ein Vielfaches von $^1/_2$ Wellenlänge beträgt; sie geht in circulare Polarisation über, wenn der Gangunterschied der componirenden Strahlen ein ungerades Vielfaches von $^1/_4$ Wellenlänge beträgt. Lineare und circulare Polarisation können demnach als specielle Fälle der elliptischen Polarisation betrachtet werden.

Das einfachste Mittel elliptisch- und circular-polarisirte Strahlen wenigstens für homogenes Licht hervorzubringen, besteht darin, dass man Glimmerblättchen von entsprechender Dicke in gehöriger Lage auf das Tischlein des Polarisationsapparates legt.

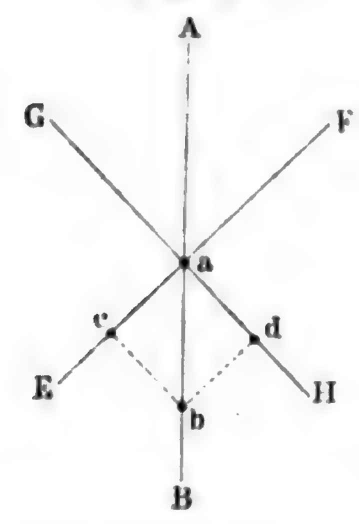
Glimmerblättchen verhalten sich im Polarisationsapparat ganz in derselben Weise wie dünne Gypsblättchen, sie sind aber für die hier in Rede stehenden Versuche geeigneter, weil sie sich leicht dünn genug spalten lassen, um die Farben der ersten Ordnung zu zeigen.

Legt man ein dünnes Glimmerblättchen so auf das Tischlein des Polarisationsapparats, dass die Schwingungsebenen *EF* und *GH*, Fig. 959, der beiden sich durch dasselbe fortpflanzenden Strahlen einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen machen, so haben die beiden nach *EF* und *GH* schwingenden, also rechtwinklig zu einander polarisirten Strahlen gleiche Intensität. Aus dem Glimmerblättchen austretend, werden also diese beiden Strahlen je nach ihrem Gangunter-

Digitized by Google

schied entweder einen linear- oder elliptisch- oder endlich einen circular-polarisirten Strahl erzeugen.

Fig. 959.



Durch den Analyseur des Polarisationsapparates (am bequemsten ein Nicol'sches Prisma) und ein einfarbiges Glas (etwa ein rothes) betrachtet, wird nun das Glimmerblättchen, je nach seiner Dicke, eine der folgenden Erscheinungen darbieten.

1. Das Glimmerblättchen erscheint ganz dunkel entweder *a*) wenn die Schwingungsebene des Zerlegers mit der des Polarisationsspiegels zusammenfällt, oder *b*) wenn sie rechtwinklig auf ihr steht. Ein Maximum von Lichtstärke zeigt alsdann das Glimmerblättchen, wenn man den Analyseur aus der Lage, welche der grössten Dunkelheit entspricht, um 90° dreht. — In diesem Falle ist durch das Zusammenwirken der beiden aus dem Glimmerblättchen austretenden Strahlen ein linear-polarisirter Strahl erzeugt worden, dessen Schwingungsebene mit der des Polarisationsspiegels zusammentrifft, oder rechtwinklig auf ihr steht; der Gangunterschied der beiden Strahlen im Glimmerblättchen beträgt also irgend ein Vielfaches von $^1/_2$ Wellenlänge.

2. Wenn man den Analyseur um seine Axe dreht, variirt die Helligkeit des Glimmerblättchens zwischen einem Minimum und einem Maximum, ohne jedoch für irgend eine Stellung des Analyseurs ganz dunkel zu werden. In diesem Falle geht aus dem Zusammenwirken der beiden aus dem Glimmerblättchen austretenden Strahlen ein elliptisch-polarisirter Strahl hervor.

3. Die Helligkeit des Glimmerblättchens bleibt unverändert, wie man auch den Zerlegungsspiegel um seine Axe drehen mag. Dies ist der Fall, wenn der Gangunterschied der beiden Strahlen im Glimmerblättchen ein ungerades Vielfaches von $^1/_4$ Wellenlänge beträgt. Man hat es hier mit einem circular-polarisirten Strahle zu thun.

Wenn ein Glimmerblättchen für Licht einer bestimmten Farbe circular-polarisirte Strahlen liefert, so wird dies für anders farbiges Licht nicht mehr genau der Fall sein; ein Glimmerblättchen kann also für weisses Licht nie vollkommen circular-polarisirte Strahlen liefern, und zwar um so weniger, je dicker es ist.

Für ein Glimmerblättchen, welches gerade so dick ist, dass der Gangunterschied der beiden Strahlen für gelbes Licht genau $^1/_4$ Wellenlänge beträgt, wird der Gangunterschied für rothes Licht nur wenig kleiner, für blaues Licht nur wenig grösser sein als $^1/_4$ Wellenlänge; ein solches Glimmerblättchen, welches wir kurz ein circular-polarisirendes Glimmerblättchen nennen wollen, kann deshalb dazu dienen, um auch für einfallendes weisses Licht nahezu vollkommen circular-polarisirte Strahlen zu liefern. Legt man es in entsprechender Position in

Digitized by Google

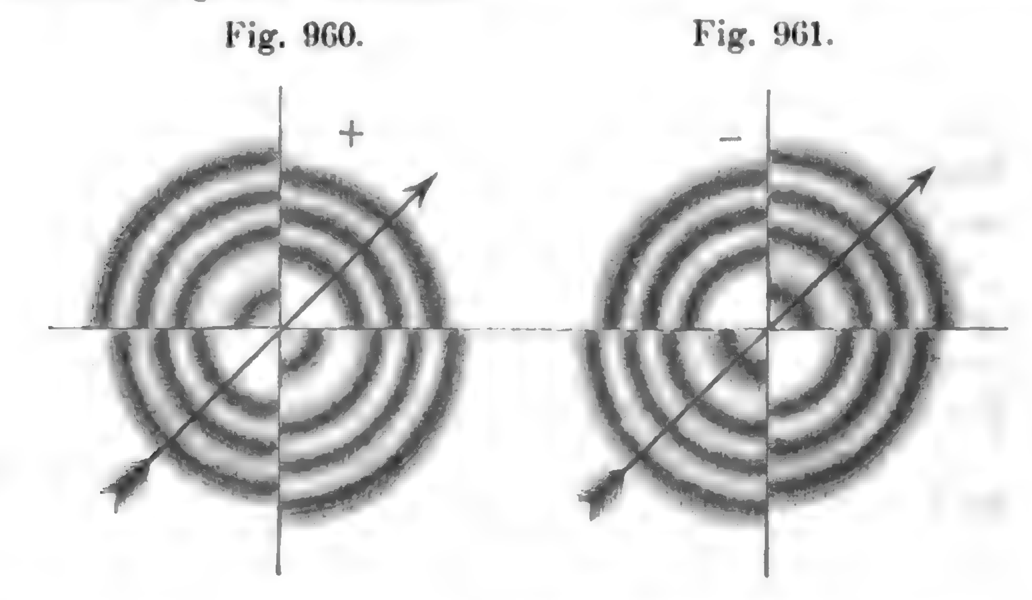
den Polarisationsapparat, so erscheint es in weisslicher Färbung, und man kann den Analyseur nach Belieben um seine Axe drehen, ohne dass sich die Helligkeit des Glimmerblättchens merklich ändert; nur geht dabei die bei gekreuzten Polarisatoren kaum merklich ins Blaue spielende Färbung für parallele Polarisatoren in eine schwach gelbliche über.

Ein solches circular-polarisirendes Glimmerblättchen ist 0,032^{mm} dick. Auf den horizontalen Spiegel des Nörremberg'schen Polarisationsapparats gelegt, was einer Verdoppelung seiner Dicke entspricht, sind seine complementären Farben purpurroth und grünlich gelb. Diese Farben machen es möglich, die circular-polarisirenden Glimmerblättchen zu erkennen, ohne dass man nöthig hat erst ihre Dicke zu messen.

Die Richtung, nach welcher die Aethertheilchen eines durch ein Glimmerblättchen erzeugten circular-polarisirten Strahles um ihre Gleichgewichtslage rotiren, hängt davon ab, ob der im Glimmerblättchen nach EF oder der nach GH schwingende Strahl dem andern um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt ist.

Wenn man auf eine senkrecht zur Axe geschliffene Krystallplatte, welche zwischen gekreuzten Polarisatoren liegend die Ringfigur, Fig. 1 Tab. XI, zeigt, ein circular-polarisirendes Glimmerblättchen so legt, dass die Ebene der optischen Axen des Glimmerblättchens den rechten Winkel der Kreuzesarme halbirt, so verschwindet das schwarze Kreuz; in zwei Quadranten erscheinen die Ringe zusammengezogen, in den beiden anderen dagegen erweitert, so dass die Ringfigur nun den Anblick Fig. 960 oder Fig. 961 darbietet.

Fig. 960. Fig. 961.



Eine vollständige Erklärung dieses Phänomens hat bereits Airy gegeben (Pogg. Annal. Bd. XXIII.). Dove (Optische Studien S. 244) wendet diese Erscheinung an, um zu entscheiden, ob eine senkrecht zur Axe geschliffene Krystallplatte optisch positiv oder negativ ist. Um den Versuch auszuführen, bezeichne man auf der Fassung des Glimmerblättchens durch einen Pfeil die Richtung, in welcher die Ebene des Glimmerblättchens durch die Ebene seiner optischen Axen geschnitten wird. Legt man dann das Glimmerblättchen in der durch die Figuren 960 und 961

Digitized by Google

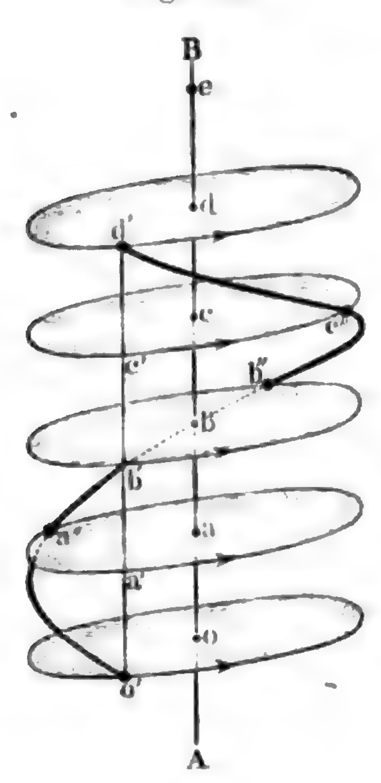
bezeichneten Richtung auf die Krystallplatte, so erblickt man in optisch *positiven* Krystallen die in Fig. 960 dargestellte Erscheinung, d. h. die Verbindungslinie der beiden dem Mittelpunkt der Figur zunächst liegenden dunklen Flecken steht rechtwinklig zur Richtung des Pfeils, während bei *negativen* Krystallen die Richtung des Pfeils durch jene dunklen Flecken hindurchgeht, wie Fig. 961 zeigt.

Wir müssen uns hier mit der Anführung der Thatsache begnügen, ohne weiter auf die Erklärung der Erscheinung, welche übrigens in der Hauptsache wenigstens nicht schwierig ist, weiter einzugehen.

Die Kreisbewegung der Aethertheilchen, welche einen circular-polarisirten Strahl bilden, pflanzt sich in der Weise fort, dass jedes in der Richtung des Strahls folgende Theilchen zwar auf dieselbe Weise um seine Gleichgewichtslage rotirt, dass es aber später in dem entsprechenden Punkte seiner Bahn ankommt als das vorangehende.

Nehmen wir z. B. an, dass jeder der Punkte o, a, b, c, d u. s. w. Fig. 962, welche in der Richtung eines von A nach B sich fortpflanzenden circular-polarisirten Strahles liegen, um $^1/_4$ Wellenlänge von dem folgenden entfernt sei, dass ferner das um o rotirende Aethertheilchen in einem bestimmten Moment im Punkte o' ankomme, so werden die um a, b, c rotirenden Theilchen nicht gleichzeitig in den entsprechenden Punkten a', b', c' ihrer Bahn ankommen, sondern erst nach $^1/_4$, $^1/_2$, $^3/_4$ der ganzen Umlaufszeit. Bezeichnen wir mit a'', b'', c'' die Punkte, in welchen die um a, b und c rotirenden Aethermoleküle in demselben Moment eintreffen, in welchem das um o kreisende in o' ankommt, so sind die Bogen $a'\,a''$, $b'\,b''$ und $c'\,c''$ (von a', b', c' an der Rotationsrichtung entgegen gemessen) gleich $^1/_4$, $^1/_2$, $^3/_4$ des ganzen Kreisumfanges.

Fig. 962.



Die um o und d kreisenden Moleküle werden gleichzeitig in entsprechenden Punkten ihrer Bahn eintreffen, wenn der Abstand od eine ganze Wellenlänge beträgt.

Die Curve, welche die Punkte o', a'', b'', c'' und d' verbindet, die Curve also, auf welcher die um ihre Gleichgewichtslage rotirenden, einen circular-polarisirten Strahl in der Richtung von A nach B fortpflanzenden Aethermoleküle in einem bestimmten Moment liegen, ist eine um die Axe AB herumlaufende *Schraubenlinie*, für welche *die Höhe eines Schraubenganges einer Wellenlänge gleich ist*.

Denkt man sich eine solche Schraubenlinie mit gleichförmiger Geschwindigkeit um ihre Axe gedreht, so dass jede Umdrehung in derselben Zeit vollendet wird, welche der Schwingungsdauer eines gewöhnlichen Strahles von derselben Farbe gleich ist, so hat man eine richtige

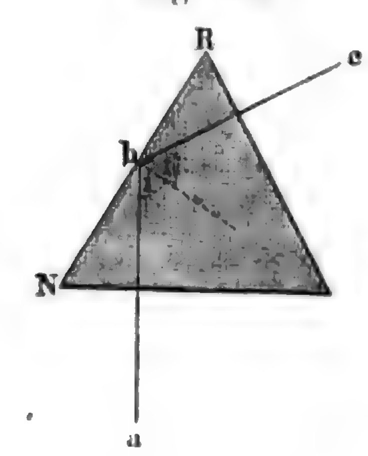
Digitized by Google

Vorstellung von der Bewegung und der gegenseitigen Lage der Aethertheilchen, welche einen circular-polarisirten Strahl fortpflanzen.

350 **Circularpolarisation durch totale Reflexion und durch Metallreflexion.** Fresnel hatte beobachtet, dass durch totale Reflexion (§. 215) das gewöhnliche Licht nicht polarisirt wird, und dass selbst polarisirte Strahlen durch totale Reflexion depolarisirt werden. Indem er diesen Gegenstand weiter verfolgte, fand er, dass das durch totale Reflexion depolarisirt erscheinende Licht elliptisch polarisirt sei.

Es falle etwa von dem Polarisationsspiegel des Nörremberg'schen Apparates kommend ein linear-polarisirter Strahl ab, Fig. 963, so auf ein Glasprisma, dass er an der hinteren Wand NR desselben eine totale Reflexion erleidet, so wird sich der reflectirte Strahl bc, mit einer Turmalinplatte untersucht, im Allgemeinen nicht mehr als linear-polarisirt erweisen, sondern alle Kennzeichen eines elliptisch-polarisirten Strahles zeigen.

Fig. 963.



Die Bildung eines elliptisch-polarisirten Strahles unter den gegebenen Umständen ist dadurch zu erklären, dass der einfallende Strahl bei seiner Reflexion in b in zwei andere zerfällt, deren Schwingungsebenen rechtwinklig zu einander sind, und von denen der eine dem anderen um einen aliquoten Theil der Wellenlänge vorausgeeilt ist.

Die Schwingungsebene des einen reflectirten Strahles fällt mit der Reflexionsebene abc zusammen, die Schwingungsebene des anderen ist rechtwinklig zu derselben. Das Intensitätsverhältniss dieser beiden Strahlen hängt von der Grösse des Winkels ab, welchen die Reflexionsebene des Prismas mit der Schwingungsebene des einfallenden Strahles macht. Die Intensität beider Strahlen ist gleich, wenn dieser Winkel 45^0 beträgt.

Der Gangunterschied der beiden reflectirten Strahlen, durch deren Zusammenwirken der elliptisch-polarisirte Strahl bc erzeugt wird, hängt von der Substanz des Prismas und von der Grösse des Einfallswinkels i ab. Für Glas von St. Gobain fand Fresnel, dass dieser Gangunterschied ein Maximum wird, wenn $i = 54^0\ 30'$ ist; er beträgt in diesem Falle $^1/_8$ Wellenlänge.

Eine zweimalige innere Reflexion unter den gegebenen Umständen muss also einen Gangunterschied von $^1/_4$ Wellenlänge, und bei gehöriger Lage der Reflexionsebene gegen die Schwingungsebene des einfallenden linear-polarisirten Strahles circular-polarisirtes Licht erzeugen, was Fresnel mittelst seines Parallelepipeds ausführte.

Fig. 965 stellt ein Fresnel'sches Parallelepiped von Glas in perspectivischer Ansicht, Fig. 964 stellt den Durchschnitt desselben sammt

Digitized by Google

seiner Fassung dar. Jeder der Winkel bei a und bei c ist 125° 30′, die spitzen Winkel bei b und d also 54° 30′. Ein Lichtstrahl, welcher recht-

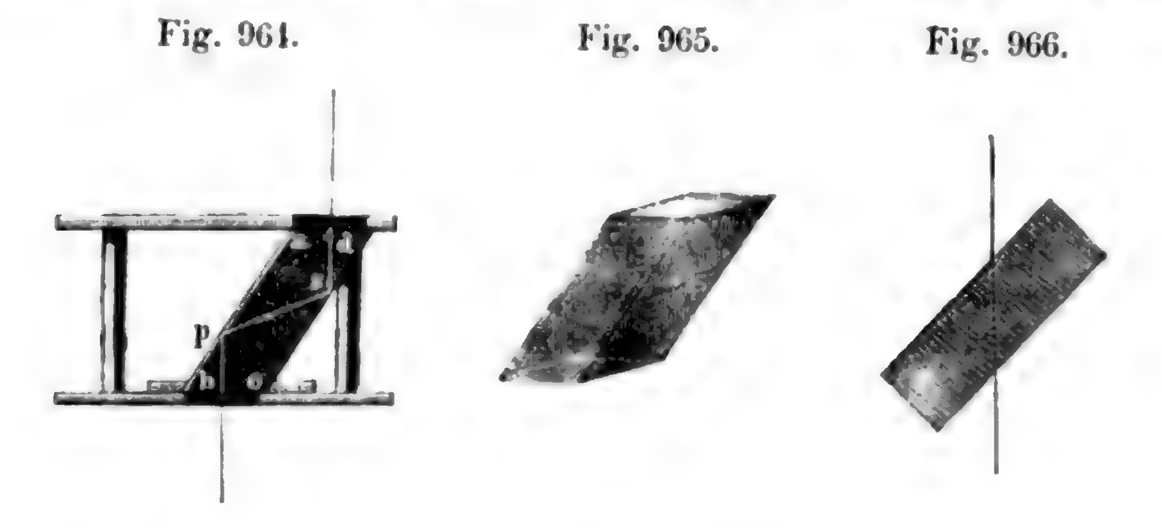


Fig. 964. Fig. 965. Fig. 966.

winklig zu der Fläche cb eintritt, erleidet bei p und bei s eine totale innere Reflexion und tritt dann rechtwinklig zur Fläche ad aus. Wenn nun der einfallende Strahl linear polarisirt ist, und wenn ferner die Ebene der zweifachen inneren Reflexion einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene der einfallenden Strahlen macht, so ist der austretende Strahl in Folge der zweimaligen inneren Spiegelungen vollständig circular-polarisirt.

Um mit dem Fresnel'schen Parallelepiped zu experimentiren, stellt man es so auf das mittlere Tischlein des Nörremberg'schen Polarisationsapparats, dass seine horizontalen Kanten einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene des Polarisationsspiegels machen, wie Fig. 966 andeutet, in welcher das schraffirte Rechteck die untere Fläche des Parallelepipeds darstellt. Ist das Fresnel'sche Parallelepiped in dieser Weise aufgestellt, so kann man den Zerleger des Apparats nach Belieben um seine Axe drehen, ohne dass die Helligkeit des durch das Parallelepiped gegangenen Lichtes sich ändert. Das Fresnel'sche Parallelepiped liefert also auch für einfallendes weisses Licht vollkommen circular-polarisirte Strahlen.

Dass das Fresnel'sche Parallelepiped in der That circular-polarisirtes und nicht etwa vollkommen depolarisirtes Licht liefere, geht daraus hervor, dass man wieder linear-polarisirtes Licht erhält, wenn man die Strahlen, welche aus einem im Polarisationsapparat gehörig aufgestellten Fresnel'schen Parallelepiped austreten, nun noch durch ein zweites gehen lässt, welches so auf das erstere gestellt ist, dass die Reflexionsebenen beider Parallelepipede zusammenfallen. Durch die viermalige innere Reflexion ist hier der Gangunterschied der austretenden, rechtwinklig zu einander vibrirenden Strahlen gleich $^1/_2$ Wellenlänge geworden.

Die Erscheinungen der Metallreflexion sind denen der totalen Reflexion durchsichtiger Substanzen ganz analog. Schon Malus hatte beobachtet, dass man Metallspiegel nicht gebrauchen könne, um linear-

Digitized by Google

polarisirtes Licht hervorzubringen. Brewster, welcher zuerst die durch Metallspiegel reflectirten Strahlen genauer untersuchte, hat noch nachgewiesen, dass linear-polarisirtes Licht im Allgemeinen durch Metallreflexion in elliptisch-polarisirtes Licht verwandelt wird, und dass hier unter Umständen schon eine einmalige Reflexion hinreicht, um circular-polarisirtes Licht zu erzeugen.

In dem Polarisationsapparat Fig. 853 Seite 801 oder Fig. 855 sei der obere Polarisationsspiegel durch einen Metallspiegel ersetzt, so wird der von unten kommende linear-polarisirte Strahl in zwei andere zerlegt, von denen der eine in der Reflexionsebene, der andere aber rechtwinklig zur Reflexionsebene schwingt und deren Combination eben das elliptisch polarisirte Licht liefert, dessen Charakter dann davon abhängt, wie gross der Gangunterschied der beiden zusammenwirkenden Strahlen ist und in welchem Intensitätsverhältniss sie zu einander stehen.

Gangunterschied und Intensitätsverhältniss der beiden componirenden Strahlen hängt von dem Azimuth φ des Metallspiegels und von der Neigung desselben gegen die Richtung der einfallenden Strahlen ab.

Wenn man bei unverändertem Azimuth die Neigung des Metallspiegels gegen die einfallenden Strahlen ändert, so wird sich das von ihm reflectirte Licht in seinen Eigenschaften bald mehr einem linear-, bald mehr einem circular-polarisirten Strahl nähern, d. h. mit einem Nicol oder einer Turmalinplatte untersucht wird es bald mehr, bald weniger starken Lichtwechsel zeigen. Dieser Lichtwechsel ist aber ein Minimum, der reflectirte Strahl nähert sich am meisten einem circularpolarisirten für einen bestimmten Einfallswinkel, den man als Hauptincidenz bezeichnet, und dessen Werth von einem Metall zum andern variirt. Dieser Winkel beträgt für

Quecksilber . . .	78°	Stahl . . .	75°
Spiegelmetall . . .	76	Silber . . .	73

Für die Hauptincidenz beträgt der Gangunterschied der beiden rechtwinklig polarisirten Strahlen, aus denen sich die elliptisch-polarisirte zusammensetzt, gerade $^1/_4$ Wellenlänge, es wird sich also circular-polarisirtes Licht bilden, wenn die Intensität der beiden componirenden Strahlen gleich ist. Dies ist jedoch nicht, wie man wohl meinen möchte, allgemein für ein Azimuth von 45° der Fall, sondern für Azimuthe, welche für verschiedene Metalle verschiedene Werthe haben, nämlich für

Quecksilber . . .	26°	Stahl . . .	17°
Spiegelmetall . . .	21	Silber . . .	40

Ein durch Reflexion von einem Metallspiegel circular-polarisirter Strahl wird dadurch, dass er von einem zweiten, dem ersten parallelen Metallspiegel nochmals reflectirt wird, wieder in linear-polarisirtes Licht verwandelt.

Auf eine ausführlichere Besprechung der von Fresnel und Brewster begründeten und durch die Untersuchungen von Neumann und

Digitized by Google

Jamin weiter entwickelten Lehre von der elliptischen Polarisation durch totale und durch Metallreflexion können wir hier nicht eingehen. Fresnel's Arbeiten über diesen Gegenstand finden sich in den Annales de chimie et de physique, 2 sér. tom. XLVI, die Jamin's in derselben Zeitschrift, 3 sér. tom. XXX.

Erklärung der Farbenerscheinungen in Quarzplatten. 351

Zur Erklärung der in §. 347 besprochenen Farbenerscheinungen, welche senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatten im polarisirten Lichte zeigen, muss man annehmen, dass ein linear-polarisirter Strahl beim Eintritt in die Quarzplatte in zwei circular-polarisirte Strahlen von gleicher Intensität und gleicher Umlaufszeit, aber von entgegengesetzter Rotationsrichtung zerlegt wird, von denen sich der eine schneller im Krystall fortpflanzt als der andere.

Es seien z. B. A, B, C und D Fig. 967, die Ruhelagen einer Reihe von Aethermolekülen, deren Verbindungslinie mit der Richtung der Axe der Quarzplatte zusammenfällt, so würden diese Aethertheilchen unter dem alleinigen Einfluss des links rotirenden Strahls für einen bestimmten Moment die Spirale $anb'pc'rd'$ bilden, während sie in demselben Augenblicke unter dem alleinigen Einfluss des rechts rotirenden Strahles auf der Spirale $ambpocqd$ liegen würden.

Unsere Figur stellt den Fall dar, dass sich der rechts rotirende Strahl in der Richtung der Krystallaxe langsamer fortpflanzt als der links rotirende. Auf dem Wege von A bis D liegen für den rechts rotirenden Strahl $1\frac{1}{2}$, für den links rotirenden 1 Wellenlänge.

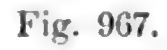
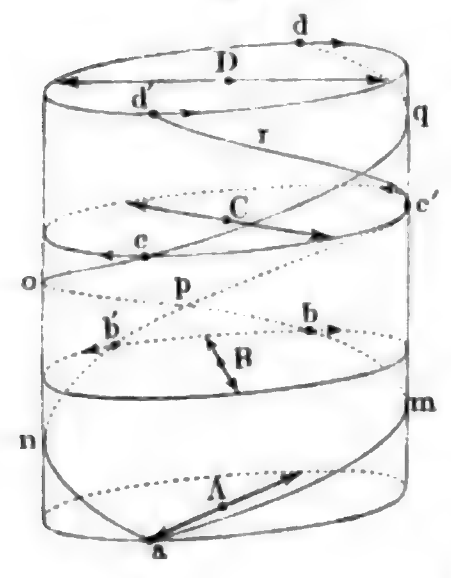


Fig. 967.



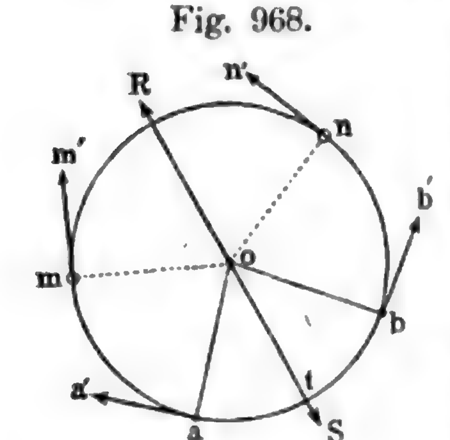
Wenn aber ein Aethermolekül gleichzeitig unter dem Einfluss zweier circular-polarisirter Strahlen von gleicher Intensität und gleicher Umlaufszeit, aber von entgegengesetzter Rotationsrichtung steht, so wird ihm eine geradlinige Oscillationsbewegung ertheilt, deren Richtung von dem Gangunterschied der beiden circular-polarisirten Strahlen abhängt, wie sich aus der folgenden Betrachtung ergiebt.

Es sei o, Fig. 968 (a. f. S.), ein Aethermolekül, welches unter dem alleinigen Einfluss eines rechts rotirenden Strahles sowohl als auch unter dem alleinigen Einfluss eines links rotirenden Strahles den Kreis $amnb$ mit gleicher, aber entgegengesetzt gerichteter Geschwindigkeit durchlaufen würde. Es sei ferner a die Stellung, welche das Molekül in einem bestimmten Moment unter dem alleinigen Einfluss des einen Strahles einnehmen würde, und aa' die entsprechende tangentiale Geschwindigkeit; ebenso sei b die Stellung, welche dasselbe Molekül in demselben Moment

unter dem alleinigen Einfluss des anderen Strahles mit der Geschwindigkeit bb' passiren würde. Bei gleicher Intensität und gleicher Umlaufszeit muss nothwendig $bb' = aa'$ sein.

Unter dem gleichzeitigen Einfluss der beiden circular-polarisirten Strahlen wird aber das Molekül o in dem oben besprochenen Momente von einer Geschwindigkeit afficirt sein, welche die Resultirende der Geschwindigkeiten aa' und bb' ist. Die Richtung RS dieser Resultirenden muss aber den Winkel aob halbiren, da ja $aa' = bb'$.

Fig. 968.



In einem kleinen Zeittheilchen ϑ würde nun das Molekül unter dem alleinigen Einfluss des einen Strahles von a nach m, in derselben Zeit würde es unter dem alleinigen Einfluss des anderen Strahles von b nach n gelangen; den Punkt m würde es mit der tangentialen Geschwindigkeit mm', den Punkt n aber würde es mit der gleich grossen tangentialen Geschwindigkeit nn' passiren. Unter dem gleichzeitigen Einfluss beider Strahlen wird also das Aethertheilchen in diesem zweiten Moment von einer Geschwindigkeit afficirt sein, welche die Resultirende von mm' und nn' ist.

Da nun aber $am = bn$, so lässt sich leicht darthun, dass die Tangentialgeschwindigkeiten mm' und nn' gleiche Winkel mit der Linie RS machen, dass also die Richtung der Resultirenden von mm' und nn' mit RS zusammenfällt.

Kurz unter dem gleichzeitigen Einfluss der beiden circular-polarisirten Strahlen wird das fragliche Aethermolekül stets von Geschwindigkeiten afficirt sein, deren Richtung in die Linie RS fällt; das Aethermolekül wird also in der Richtung RS hin und her oscilliren müssen. Durch das Zusammenwirken der beiden entgegengesetzt rotirenden circular-polarisirten Strahlen ist also ein linear-polarisirter entstanden, dessen Schwingungen parallel mit RS sind.

Aus diesen Prämissen lässt sich nun leicht die Drehung der Polarisationsebene durch eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte ableiten.

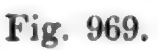
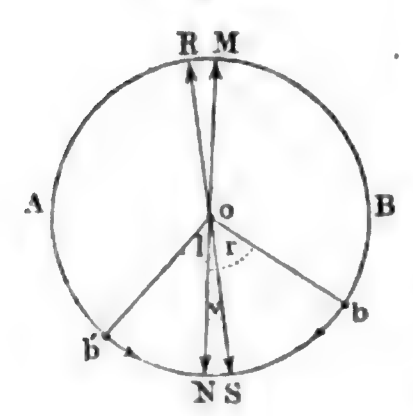


Fig. 969.



In Fig. 969 sei MN die zur Linie verkürzte Schwingungsebene eines linear-polarisirten Lichtstrahles, dessen Richtung in o zum Punkt verkürzt erscheint. Der Kreis $NAMB$ stelle die Horizontalprojection der Bahnen dar, in welchen die Aethermoleküle innerhalb der Quarzplatte unter dem Einfluss der beiden circular-polarisirten Strahlen rotiren.

Betrachten wir nun ein Aethermolekül an der Austrittsfläche der Quarzplatte, so würde sich dasselbe bei einer gewissen Dicke der Platte in einem bestimmten Moment unter dem alleinigen Einfluss des links

rotirenden Strahles in b' (zur besseren Orientirung vergl. man Fig. 967 Seite 903) und gleichzeitig unter dem alleinigen Einfluss des rechts rotirenden in b befinden. Unter dem gleichzeitigen Einfluss beider Strahlen wird also das Aethertheilchen in der Richtung RS oscilliren, welche mit der Schwingungsebene MN der einfallenden Strahlen einen Winkel v macht. In dem eben betrachteten Falle erscheint also die Schwingungsebene der ursprünglich nach MN vibrirenden Strahlen durch die Quarzplatte um den Winkel v nach der Linken gedreht.

Bezeichnen wir den Winkel des Bogens bN mit r, den Winkel des Bogens $b'N$ aber mit l, so ist

$$v = \frac{r - l}{2}.$$

Bei $n$facher Dicke der Quarzplatte würde ein Aethertheilchen an der Austrittsfläche in demselben Moment unter dem alleinigen Einfluss des links rotirenden Strahles um den Bogen $n.b'N$, unter dem alleinigen Einfluss des rechts rotirenden Strahles um den Bogen $n.bN$ von N entfernt sein, der Winkel V, um welchen in diesem Falle die Schwingungsebene durch die Quarzplatte gedreht erscheint, ist also

$$V = \frac{nr - nl}{2} = n.v.$$

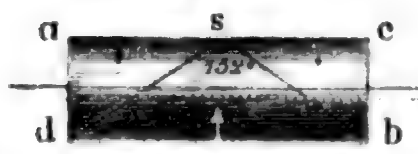
Die Drehung der Schwingungsebene, mithin auch die Drehung der Polarisationsebene ist also (für dieselbe Farbe) der Dicke der Quarzplatte proportional.

In Fig. 967 Seite 903 erscheint die Schwingungsebene für die Dicke AB der Quarzplatte um 30°, für die Dicke AC um 60°, für die Dicke AD um 90° nach der Linken gedreht.

In dem eben besprochenen Beispiel, Fig. 967 und Fig. 969, war es der links rotirende Strahl, welcher sich mit grösserer Geschwindigkeit durch den Krystall fortpflanzt, und dem entsprechend erscheint auch die Polarisationsebene nach der Linken gedreht. Eine Drehung der Polarisationsebene nach der rechten Seite erfolgt, wenn der rechts rotirende Strahl sich schneller durch die Quarzplatte fortpflanzt.

Doppelte Brechung des Bergkrystalls in der Richtung seiner Axe. 352 Um die Richtigkeit der im vorigen Paragraphen gegebenen Erklärung der Drehung der Polarisationsebene durch senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatten zu beweisen, muss man zeigen, dass sich in der Richtung der krystallographischen Axe des Bergkrystalls wirklich zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen, und dass diese Strahlen circular-polarisirt sind. Fresnel hat dies in der That durch folgenden sinnreichen Apparat nachgewiesen. Der Cylinder $abcd$, Fig. 970, ist aus drei Prismen von Bergkrystall zusammengesetzt, welche sehr

Fig. 970.



sorgfältig zusammengefügt sein müssen. Der brechende Winkel des mittleren Prismas beträgt 152°; die beiden brechenden Flächen ds und bs müssen gegen die Axe des Krystalls gleiche Neigung haben; die beiden Gränzflächen der äusseren Prismen, nämlich ad und cb, stehen rechtwinklig auf der Axe dieser Quarzstücke, so dass in allen drei Prismen die Axe dieselbe Richtung hat. Nehmen wir an, das mittlere Prisma sei aus einem rechts drehenden Krystalle gemacht, so müssen die beiden Endprismen aus links drehenden Krystallen gemacht sein, und umgekehrt. Lässt man nun auf dieses System von der einen Seite her einen polarisirten Strahl einfallen, so theilt er sich in zwei, welche in verschiedenen Richtungen austreten. Der Bergkrystall übt also in der Richtung seiner Axe eine doppelte Brechung aus, und diese doppelte Brechung ist also ganz anderer Art als die, welche man an anderen Krystallen und im Quarz nach anderen Richtungen beobachtet, denn die beiden austretenden Strahlen zeigen keine Spur von Polarisation, wenn man sie mit einer Turmalinplatte oder mit einem doppelt brechenden Prisma analysirt.

Diese merkwürdige Erscheinung beweist direct, dass sich in der Richtung der optischen Axe des Bergkrystalls zwei circular-polarisirte Strahlen von entgegengesetzter Rotationsrichtung mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, und dass derjenige, welcher in rechts drehenden Krystallen der schnellere ist, sich in links drehenden langsamer fortpflanzt. Der polarisirte Strahl, welcher an der Fläche ad eintritt, wird in zwei circular-polarisirte Strahlen von entgegengesetzter Drehungsrichtung verwandelt; sie werden beim Eintritte in das mittlere Prisma nach verschiedenen Richtungen gebrochen, weil sie das erste mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen haben; die Divergenz wird aber durch den Umstand vergrössert, dass derselbe Strahl, welcher im ersten Prisma der schnellere war, im zweiten der langsamere ist, und umgekehrt. Die Strahlen, welche nun schon das mittlere Prisma nach verschiedener Richtung durchlaufen haben, treten im letzten Prisma begreiflicher Weise noch mehr auseinander, und so ist es denn mit Hülfe dieser Vorrichtung möglich, die doppelte Brechung in der Richtung der optischen Axe des Bergkrystalls sichtbar zu machen, welche zu gering ist, als dass sie unmittelbar eine Trennung der Bilder hervorbringen könnte.

353 Nachahmung der Farbenerscheinungen in Quarzplatten.

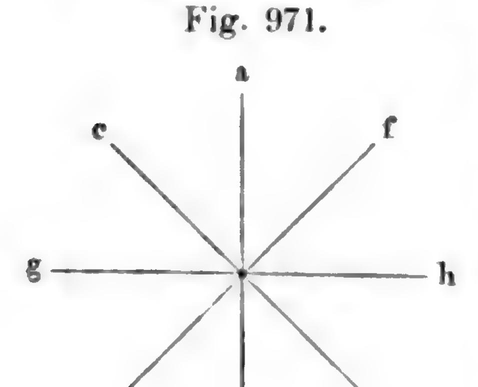
Legt man ein circular-polarisirendes Glimmerblättchen in gehöriger Lage auf das Tischlein des Polarisationsapparates; legt man alsdann ein Gypsblättchen, welches für sich allein im polarisirten Licht farbig erscheint, so auf das Glimmerblättchen, dass die eine der Schwingungsebenen im Gypsblättchen mit der Polarisationsebene der vom unteren Spiegel kommenden Strahlen zusammenfällt, dass also die Schwingungsebenen im Gypsblättchen einen Winkel von 45° mit den Schwingungsebenen im Glimmerblättchen machen, so wird man natürlicher Weise bei gekreuzten

Digitized by Google

Spiegeln gar keine Färbung des Gypsblättchens wahrnehmen; sobald man aber ein zweites Glimmerblättchen von derselben Dicke wie das untere so auf das Gypsblättchen legt, dass die Schwingungsebenen des oberen Glimmerblättchens mit denen des unteren zusammenfallen, so erscheint sogleich das Gypsblättchen gefärbt, und diese Färbung ändert sich, wenn man den oberen Spiegel des Apparates dreht, ganz in derselben Weise, als ob man eine senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte im Apparate hätte. Da wir nun im Stande sind, die Erscheinungen in der Combination von Gyps- und Glimmerblättchen vollständig zu analysiren, so haben wir zugleich eine Erklärung der im Bergkrystalle beobachteten Erscheinungen.

Es sei ab, Fig. 971, die Schwingungsebene des vom unteren Polarisationsspiegel kommenden polarisirten Strahles, cd und ef die Schwingungsebenen der beiden Strahlen im Glimmerblättchen, ab und gh die beiden Schwingungsebenen im Gypsblättchen.

Fig. 971.



Der Strahl, welcher im Glimmerblättchen parallel mit cd schwingt, wird bei seinem Eintritte in das Gypsblättchen in zwei Strahlen zerlegt; die Schwingungen des einen finden in der Richtung ab, die des anderen in der Richtung gh statt. Eine ähnliche Zerlegung erleidet aber auch der im Glimmerblättchen parallel mit ef schwingende Strahl bei seinem Eintritte in das Gypsblättchen; und so kommt es denn, dass sich im Gypsblättchen zwei Strahlen fortpflanzen, deren Schwingungen parallel mit ab, und zwei andere, deren Schwingungen parallel mit gh sind.

Die beiden parallel mit ab schwingenden Strahlen haben gleiche Vibrationsintensität, der eine ist aber dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt; da die beiden Strahlen nach derselben Richtung schwingen, so werden sie interferiren, sie werden durch ihr Zusammenwirken einen einzigen Strahl hervorbringen, dessen Vibrationsintensität leicht zu ermitteln ist; zu unserem Zwecke ist es aber nicht einmal nöthig, diese Vibrationsintensität zu kennen.

Auch die beiden Strahlen, welche im Gypsblättchen, parallel mit gh schwingend, sich fortpflanzen, haben gleiche Vibrationsintensität, und der eine ist dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorausgeeilt; also auch diese combiniren sich zu einem einzigen Strahle, dessen Vibrationsintensität gerade ebenso gross ist wie die des Strahles, welcher parallel mit ab schwingt.

Es treten also aus dem Gypsblättchen zwei rechtwinklig zu einander polarisirte Strahlen von gleicher Vibrationsintensität aus, jeder derselben wird aber durch das obere Glimmerblättchen in einen circular-polarisirten Strahl verwandelt, und durch die Interferenz dieser beiden kreis-

Digitized by Google

förmig polarisirten Strahlen wird die beobachtete Farbenerscheinung hervorgebracht.

Der linear-polarisirte Strahl, welcher, parallel mit ab schwingend, aus dem Gypsblättchen austritt, wird durch das obere Glimmerblättchen, dessen Schwingungsebenen cd und ef sind, ganz so in einen circular-polarisirten Strahl verwandelt, wie es oben, Seite 896, gezeigt worden ist. Wenn der im Glimmerblättchen parallel mit ef schwingende Strahl dem anderen um $^1/_4$ Wellenlänge vorauseilt, so wird die Rotation der Aethertheilchen im resultirenden Strahle von der Rechten zur Linken gehen; der linear-polarisirte Strahl aber, welcher, parallel mit gh schwingend, das Gypsblättchen verlässt, wird durch das obere Glimmerblättchen in einen circular-polarisirten Strahl von entgegengesetzter Rotationsrichtung verwandelt.

Aus dem Glimmerblättchen treten also zwei circular-polarisirte Strahlen von gleicher Intensität, aber entgegengesetzter Rotationsrichtung aus; der eine dieser Strahlen ist dem anderen um eine bestimmte Anzahl von Wellenlängen voraus, welche von der Dicke des Gypsblättchens abhängt.

Durch die Interferenz der beiden kreisförmig polarisirten Strahlen, welche aus dem Glimmerblättchen austreten, wird nun wieder linear-polarisirtes Licht erzeugt, dessen Schwingungsrichtung davon abhängt, wie viel Wellenlängen der eine Strahl im Gypsblättchen dem andern vorausgeeilt ist.

Diese Nachahmung der Farbenerscheinungen in senkrecht zur Axe geschnittenen Quarzplatten ist ein neuer Beweis für die Richtigkeit der in §. 351 vorgetragenen Erklärung.

354 **Farbenringe senkrecht zur Axe geschnittener Quarzplatten.** Bei den bisher beschriebenen Farbenerscheinungen senkrecht zur Axe geschliffener Quarzplatten kamen nur solche Strahlen in Betracht, welche die Platte genau in der Richtung der optischen Axe durchlaufen hatten; wenn man aber eine solche Platte in der Turmalinzange dicht vor das Auge bringt, so dass auch solche Strahlen in dasselbe gelangen, welche die Platte in schräger Richtung durchlaufen haben, so sieht man das schöne Ringsystem Fig. 3 Tab. XIII., wenn die Turmaline gekreuzt sind. Dieses Ringsystem ist demjenigen anderer einaxigen Krystalle ganz ähnlich, nur ist das schwarze Kreuz in der Mitte der Figur ganz verschwunden, und nur weiter von dem Mittelpunkte entfernt sind noch schwache Spuren desselben wahrzunehmen; in der Mitte der Figur erscheint dagegen ein farbiger kreisförmiger Fleck, dessen Färbung von der Dicke der Platte abhängt; es ist dies die Farbe, welche die Quarzplatte zwischen den gekreuzten Spiegeln des Polarisationsapparates zeigt, denn dort sieht man ja nur den centralen Theil der Figur.

Descloizeaux hat die interessante Entdeckung gemacht (Compt. rend. T. XLIV), dass die Krystalle des Zinnobers die Erscheinungen der Circularpolarisation ganz in gleicher Weise zeigen, wie die

Digitized by Google

Quarzkrystalle. Die Krystalle des Zinnobers gehören gleichfalls dem drei- und einaxigen Systeme an und die senkrecht zur Axe geschliffenen Platten zeigen in dem Nörremberg'schen Polarisationsapparat das Ringsystem, Fig. 3 Tab. XIII, ganz in gleicher Weise wie die senkrecht zur Axe geschliffenen Quarzplatten, wenn man sie durch ein rothes Glas betrachtet. Ebenso wie beim Bergkrystall sind auch rechts- und linksdrehende Zinnoberkrystalle zu unterscheiden.

Auch beim schwefelsauren Strychnin hat Descloizeaux die Erscheinungen der Circularpolarisation beobachtet.

Legt man zwei senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatten von vollkommen gleicher Dicke auf einander, von denen die eine rechts-, die andere links drehend ist, so zeigen diese zusammen zwischen den gekreuzten Turmalinen das ganz eigenthümliche Ringsystem Fig. 4 Tab. XIII., welches eine Combination von runden Ringen mit vier von der Mitte ausgehenden Spiralen ist.

Zur Beobachtung dieser Ringsysteme ist das auf Seite 863 besprochene Nörremberg'sche Linsensystem ganz besonders geeignet.

Diese Erscheinung lässt sich auch mit einer einzigen Quarzplatte schon hervorbringen, wenn man sie auf den horizontalen Spiegel des Nörremberg'schen Polarisationsapparates legt und darüber, ungefähr in der Entfernung ihrer Brennweite, eine Sammellinse befestigt. Die Lichtstrahlen durchlaufen hier den Krystall zweimal; einmal nämlich, ehe sie auf den horizontalen Spiegel treffen, und dann, nachdem sie von demselben reflectirt worden sind; wenn die Strahlen nach ihrem ersten Durchgange durch die Platte von dem Spiegel *c* reflectirt worden sind, so verhalten sie sich gerade ebenso, als hätten sie eine Platte von entgegengesetzter Drehungsrichtung durchlaufen.

Circularpolarisation in Flüssigkeiten und Gasen. Während es nur wenig feste Körper giebt, welche die oben beschriebenen Erscheinungen der Circularpolarisation zeigen, hat Biot diese Eigenschaft bei mehreren Flüssigkeiten entdeckt und ist zu folgenden Resultaten gelangt: 355

Linksdrehende Flüssigkeiten, also solche, welche die Polarisationsebene von der Rechten zur Linken drehen, sind: Terpentinöl, Kirschlorbeerwasser, Lösungen von arabischem Gummi und Inulin in Wasser u. s. w.

Rechtsdrehende Flüssigkeiten sind unter anderen: Citronenöl, wässerige Lösungen von Rohrzucker und Traubenzucker, Auflösungen von Kampher in Alkohol, Dextrin und Auflösungen von Weinsteinsäure.

Das Drehungsvermögen dieser Flüssigkeiten ist weit schwächer als das des Bergkrystalls, d. h. eine Quarzplatte von geringer Dicke bringt dieselben Erscheinungen hervor, wie eine flüssige Säule von ziemlich bedeutender Höhe; eine Quarzplatte zeigt z. B. dieselben Farben wie eine

Digitized by Google

68 mal höhere Säule Terpentinöl; da aber dünne Quarzplatten nur wenig brillante Farben zeigen, so ist klar, dass schon eine Terpentinölsäule von ziemlich bedeutender Höhe erforderlich ist, um die Farbenerscheinungen recht deutlich beobachten zu können. Das Drehungsvermögen des Citronenöls ist stärker als das des Terpentinöls, denn eine Säule von Citronenöl zeigt dieselben Farben, wie eine doppelt so hohe Säule von Terpentinöl.

Auch im Dampf des Terpentinöls hat Biot die Eigenschaft der Kreispolarisation nachgewiesen; um aber hier die Erscheinung wahrnehmen zu können, muss man natürlich noch ungleich längere Röhren anwenden als bei Flüssigkeiten.

Um die Natur der Circularpolarisation einer Flüssigkeit vollständig zu bestimmen, ist auszumitteln, ob sie rechts- oder linksdrehend ist und wie viel Grade der Drehungsbogen beträgt, um welchen bei einer gegebenen Höhe der flüssigen Säule die Polarisationsebene der verschiedenfarbigen Strahlen gedreht wird.

Zur Beobachtung der Kreispolarisation in Flüssigkeiten kann in Ermangelung anderer Instrumente der Nörremberg'sche Polarisationsapparat dienen, zu dessen Analyseur man am zweckmässigsten ein Nicol'sches Prisma anwendet. Die Flüssigkeiten werden zu diesem Zwecke in eine oben offene, unten durch eine ebene Glastafel verschlossene Glasröhre gegossen und diese dann auf das mittlere Tischchen des Apparates gestellt. Der untere Theil dieser Röhre mit ihrer Fassung und der sie verschliessenden Glasplatte ist Fig. 972 ungefähr in $^1/_2$ der natürlichen Grösse im Durchschnitte dargestellt; die Röhre muss so lang sein, als es der Abstand des Tischleins und des Nicols irgend erlaubt. Es ist gut, wenn die Röhre graduirt ist, so dass man stets unmittelbar die Höhe der flüssigen Säule ablesen kann. Damit die Farbenerscheinung möglichst lebhaft wird, muss der Zutritt von fremdem Lichte abgehalten werden, was am leichtesten dadurch geschieht, dass man die Glasröhre mit einem hohlen Cylinder von schwarzem Tuch umgiebt und auch den Fuss der Röhre mit schwarzem Tuch belegt.

Fig. 972.

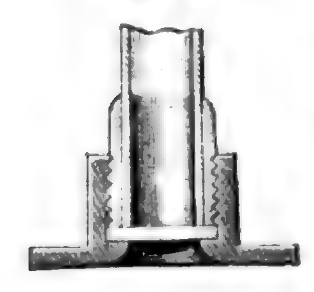


Fig. 973 stellt den Apparat dar, dessen sich Biot zur Untersuchung der Circularpolarisation in Flüssigkeiten bediente. Die zu untersuchende Flüssigkeit ist in der an beiden Enden mit Glasplatten geschlossenen Röhre *d* enthalten, zu deren Aufnahme die Rinne *g* dient. Am einen Ende der Rinne *g* ist das kurze Rohr *b* befestigt, am anderen Ende derselben befindet sich das Rohr *a*. Die Axen von *a*, *d* und *b* fallen in eine gerade Linie zusammen.

Der aus schwarzem Glase verfertigte Polarisationsspiegel *m* wird so gestellt, dass die von ihm reflectirten Strahlen die Richtung der Axen der Röhren *b*, *d* und *a* verfolgen. Die Röhre *a* enthält als Analyseur ein achromatisirtes doppeltbrechendes Prisma oder auch ein Nicol'sches Prisma.

Digitized by Google

Die Röhre *a* ist sammt dem Analyseur, welchen sie enthält, um ihre Axe drehbar, und die Grösse der Drehung wird auf dem getheilten Kreise *h* abgelesen.

Fig. 973.

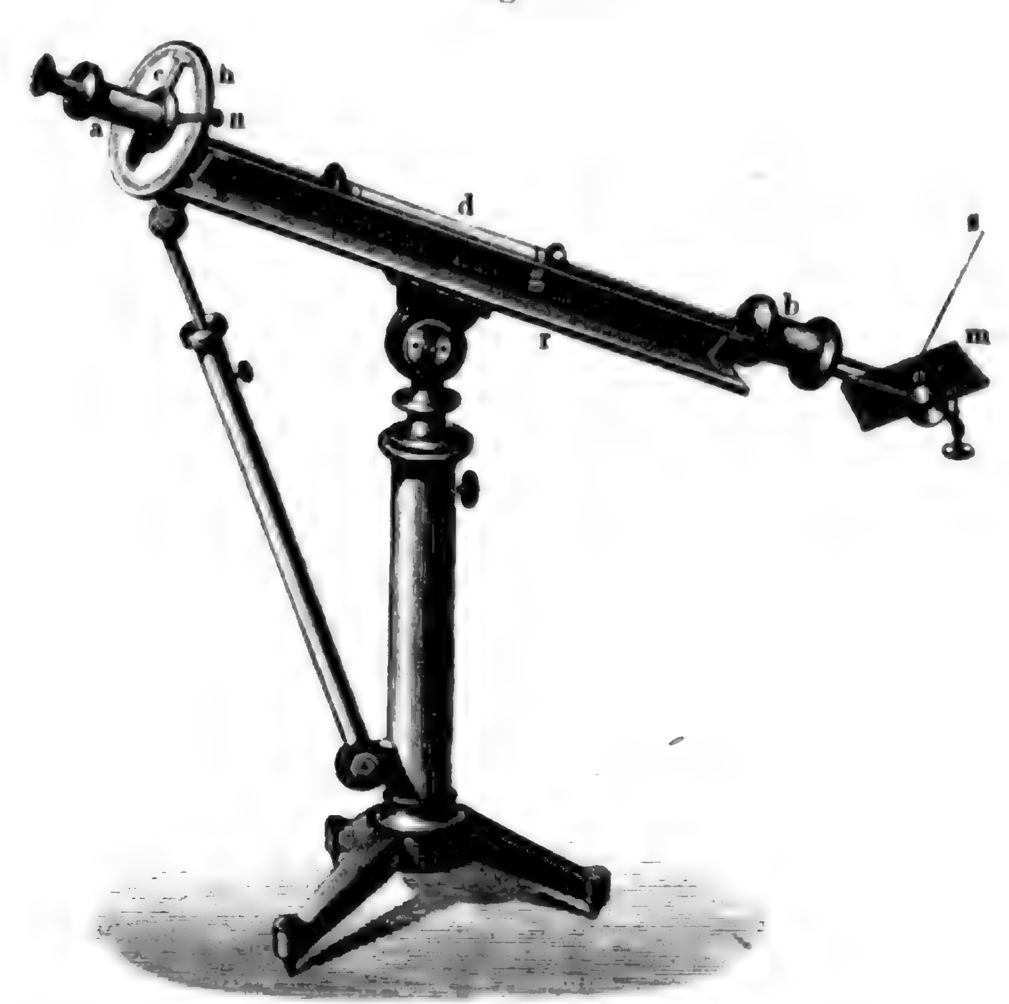


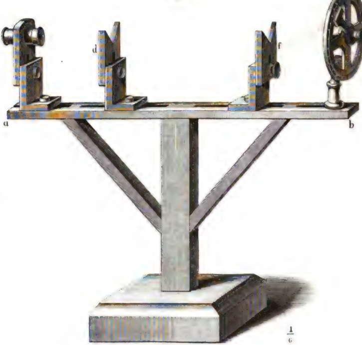
Fig. 974 (a. f. S.) stellt einen anderen zur Beobachtung der Circularpolarisation in Flüssigkeiten von Jolly möglichst einfach construirten Apparat dar, welcher auch benutzt werden kann, um die durch den galvanischen Strom hervorgebrachte Drehung der Polarisationsebene zu beobachten, von welcher im zweiten Bande die Rede sein wird. Ein massives Holzgestell trägt eine 20 Zoll lange, $^1/_2$ Zoll dicke und $1^1/_3$ Zoll breite, zum Theil in der Mitte mit einer breiten Spalte versehene Leiste *a b*. An dem einen Ende derselben befindet sich ein verticaler Theilkreis, dessen Ebene rechtwinklig steht auf der Längsrichtung der Leiste. In der Mitte dieses Theilkreises steckt in einer Hülse, die sich zugleich mit dem Nonius dreht, das Nicol'sche Prisma *c*. Diesem gegenüber, am anderen Ende der Leiste, ist ein zweites Nicol'sches Prisma angebracht, welches möglichst gross sein muss. Man kann es nach Belieben höher und tiefer stellen und seinen Träger auch um eine verticale Axe drehen, so dass man seine Axe leicht parallel mit den Kanten der Leiste *ab* und in die Verlängerung der Axe des Nicols *c* bringen kann.

Die Röhre, welche die zu untersuchende Flüssigkeit enthält, wird auf die Träger *d* und *f* gelegt, die man nach Belieben höher und tiefer stellen, richten und verschieben kann.

Digitized by Google

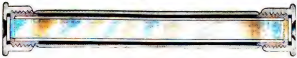
Fig. 975 stellt eine solche Röhre im Durchschnitt dar. Die Glasröhre, welche die Flüssigkeit aufnimmt, ist, zur Abhaltung des fremden Lichtes,

Fig. 974.



mit einer Hülse von Holz oder Messingblech umgeben. — Der Durchmesser der inneren Röhre beträgt $^1/_4$ bis $^1/_2$ Zoll. In unserer Zeichnung ist der Durchmesser der Röhre zu gross im Verhältniss zur Länge.

Fig. 975.



Da die drehende Kraft der Flüssigkeiten meist ziemlich gering ist, so muss man dafür sorgen, dass auch noch die geringsten Drehungen merklich gemacht werden. Pouillet erreichte dies durch die von Soleil construirte doppelte Quarzplatte (double plaque). Sie besteht aus zwei senkrecht zur Axe geschnittenen, neben einander gekitteten Quarzplatten, von denen die eine rechts-, die andere linksdrehend ist. Das letzte Ab-

Digitized by Google

schleifen und Poliren geschieht natürlich erst nach dem Zusammenkitten, so dass beide Hälften vollkommen gleich dick sind.

Fig. 976.

Fig. 976 stellt eine solche doppelte Platte dar; die rechtsdrehende und die linksdrehende Hälfte sind durch die Schraffirung unterschieden.

Nach den Auseinandersetzungen von Seite 888 erscheinen die beiden Hälften einer solchen Platte vollkommen gleich gefärbt, wenn sie sich zwischen parallelen oder zwischen gekreuzten Spiegeln befindet. Dreht man den Zerleger aus dieser Lage heraus, so erscheinen die beiden Hälften ungleich gefärbt.

Wenn nun schon eine ganz geringe Drehung des Zerlegers dadurch merklich werden soll, dass die Färbung der beiden Hälften ungleich wird, so ist es keineswegs gleichgültig, welche Dicke die Platte hat. Die geeignetste Dicke ist 3,75^{mm}; bei dieser Dicke der Doppelplatte erscheint sie zwischen parallel gestellten Nicols purpurviolett, ein Farbenton, welcher vorzungsweise durch die äussersten Strahlen des Spectrums gebildet wird, während Gelb demselben ganz fehlt. Dieser Farbenton, welcher die Uebergangsfarbe (teinte de passage) genannt wird, hat die Eigenschaft, sehr rasch in Blau oder Roth überzugehen, so dass schon bei einer ganz geringen Drehung des Ocularnicols die eine Hälfte der Platte eine röthliche, die andere eine bläuliche Färbung annimmt.

Die Erklärung dieser Empfindlichkeit ergiebt sich leicht aus der Betrachtung der Figuren 955 und 956. Bei der rechtsdrehenden Hälfte geht, wenn man das Ocularnicol nach der Rechten dreht, die Färbung rasch ins Roth über, weil das Roth dabei zu-, das Blau abnimmt, Fig. 955; in der linksdrehenden Hälfte nimmt bei gleicher Drehung des Nicols das Roth ab und das Blau zu, Fig. 956. Diese Veränderungen in der Intensität des blauen und rothen Lichtes werden aber hier gleich merklich, weil das Gelb fehlt, welches geringe Veränderungen in den blauen und rothen Tönen ganz verdecken würde, wenn es in voller Stärke vorhanden wäre.

Dieselbe 3,75^{mm} dicke Doppelplatte erscheint gelb zwischen gekreuzten Nicols. Hier muss man das Ocularnicol schon bedeutend weiter drehen, wenn die Ungleichheit in der Färbung der beiden Hälften der Platten merklich werden soll.

Befindet sich die 3,75^{mm} dicke Doppelplatte zwischen parallelen Nicols, so wird, wenn man ausser derselben noch einen schwach rechts- oder schwach linksdrehenden Körper zwischen die Nicols einschiebt, der Effect fast ganz derselbe sein, als ob man das Ocularnicol nach der Linken oder nach der Rechten gedreht hätte. Man muss nun das Ocularnicol nach der Rechten oder nach der Linken drehen, um die Gleichheit der Färbung wieder herzustellen.

Der Winkel, um welchen man das Ocularnicol drehen muss, um die Gleichheit der Färbung in beiden Hälften der Doppelplatte wieder herzu-

Digitized by Google

stellen, ist die Grösse, um welche der eingeschobene Körper die gelben Strahlen dreht.

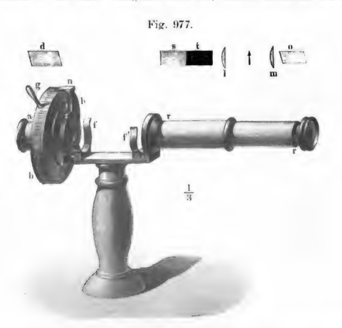
In dem Apparat Fig. 974 (Seite 912) wird die doppelte Platte am besten dadurch angebracht, dass man sie mittelst Kork in eine Messinghülse fasst, welche an das erste Nicol angeschoben wird, und zwar an die Seite, welche dem Ocularnicol zugewandt ist.

Wenn die Drehung der Polarisationsebene in demjenigen Körper, welcher sich mit der doppelten Platte zwischen den beiden Nicols befindet, bedeutender wird, so ist es bei einfallendem weissen Licht nicht mehr möglich, durch Drehung des Ocularnicols die Gleichheit der Farben in den beiden Hälften der doppelten Platte wieder herzustellen, wie sich aus den Gesetzen der Circularpolarisation leicht nachweisen lässt; in diesem Falle bedarf man aber auch der doppelten Platte gar nicht mehr, um die Erscheinungen der Circularpolarisation mit genügender Schärfe beobachten zu können.

Mit bestem Erfolg hat Wild das Princip des Savart'schen Polariskops (S. 884) benutzt, um einen Apparat zu construiren, welcher die geringste Drehung der Polarisationsebene merklich macht, und den er Polaristrobometer nennt.

In Fig. 977 ist das Wild'sche Instrument dargestellt. Das Rohr *r r*, welches in das Stativ festgeschraubt ist, enthält zunächst zwei ge-

Fig. 977.



kreuzte, unter 45° zur optischen Axe geschnittene 20mm dicke Quarzplatten *s* und *t*, deren feines Streifensystem im polarisirten Lichte mit

Digitized by Google

einem schwach vergrössernden astronomischen Fernrohr (Objectiv l 33^{mm}, Ocular m 24^{mm} Brennweite), in welchem sich an der Stelle des kleinen Pfeils ein Fadenkreuz befindet, betrachtet wird. Vor dem Ocular m befindet sich ein Nicol'sches Prisma o, dessen Schwingungsebene einen Winkel von 45° mit den beiden aus t austretenden Strahlen macht. Behufs der Beobachtung muss das Ocularrohr soweit ausgezogen werden, dass man das Fadenkreuz scharf sieht.

Am anderen Ende des Apparates befindet sich ein kurzes Rohr a, dessen Axe die Verlängerung der Axe des Rohres rr bildet. In a befindet sich ein Nicol'sches oder Foucault'sches Prisma d. Die Hülse a bildet ein Ganzes mit der am äusseren Umfang getheilten Trommel b, welche mittelst des Handgriffes g sammt dem in a befindlichen Nicol um ihre Axe gedreht werden kann. Die Grösse der Drehung kann an dem Nonius n abgelesen werden.

Hat man die Trommel sammt dem Nicol d so gestellt, dass die Schwingungsebene von d der des Nicols o parallel ist oder rechtwinklig auf ihr steht, so zeigen sich die Streifen des Plattenpaares st in grösster Stärke, dagegen verschwinden sie vollständig, wenn das Nicol d aus der eben besprochenen Lage um 45° gedreht, so dass die Schwingungsebene von d zusammenfällt mit der Schwingungsebene des einen der beiden Strahlen in der Quarzplatte s.

Diese Stellung des Nicols d, für welche die Streifen des gekreuzten Plattenpaares st vollständig verschwinden, wollen wir die Anfangsstellung nennen.

Dreht man die Trommel b mit dem Nicol d nur im mindesten aus dieser Anfangsstellung heraus, so werden die Streifen sogleich wieder sichtbar und zwar werden sie um so kräftiger, je weiter man dreht.

Befindet sich das Nicol d in seiner Anfangsstellung, so werden die Streifen der gekreuzten Quarzplatten sogleich wieder sichtbar, wenn man zwischen die Federn f und f' ein an beiden Enden geschlossenes Rohr einschiebt, welches mit einer circularpolarisirenden Flüssigkeit gefüllt ist.

Durch die eingeschobene Flüssigkeitssäule wird die Polarisationsebene der aus dem Nicol d kommenden Strahlen um den Winkel x gedreht, man muss also das Nicol d um den Winkel x nach links oder nach rechts drehen, um die Streifen wieder zum Verschwinden zu bringen.

Wenn die Drehung der Polarisationsebene durch die eingeschobene Flüssigkeitssäule etwas gross (etwa über 5°) ist, so gelingt es nicht mehr, bei Anwendung von weissem Licht die Streifen zum Verschwinden zu bringen, weil eben die Drehung der Polarisationsebene nicht für alle Farben dieselbe ist; in solchem Falle ist es zweckmässiger, mit homogenem Licht zu arbeiten, und zwar am besten im dunklen Zimmer mit einer durch Kochsalz gelb gefärbten Weingeist- oder Gasflamme.

Die Einstellung auf das Verschwinden der Streifen lässt sich mit weit grösserer Sicherheit und Schärfe ausführen, als die auf Gleichheit der Färbung der beiden Hälften der oben besprochenen Doppelplatte von

Digitized by Google

Quarz. Deshalb gewährt die Wild'sche Vorrichtung bei gleicher Röhrenlänge grössere Genauigkeit, bei gleicher Genauigkeit kann man aber weit kürzere Röhren in Anwendung bringen, was namentlich dann von grossem Vortheil ist, wenn die zu bestimmende Flüssigkeit nicht ganz farblos ist.

Bei dem in Fig. 977 abgebildeten kleineren Wild'schen Saccharimeter sind die Röhren 5 Centimeter lang, also viermal kürzer als bei dem Soleil'schen.

356 **Saccharimeter.** Die Circularpolarisation hat auch eine technische Bedeutung gewonnen, seit man sie in Anwendung gebracht hat, um den Zuckergehalt des Syrups und anderer zuckerhaltiger Flüssigkeiten zu bestimmen. Man hat zu diesem Zweck besondere Apparate construirt, welche den Namen Saccharimeter führen.

Mitscherlich's Saccharimeter ist im Wesentlichen nach dem Princip der Apparate Fig. 974 und Fig. 912 construirt, sei es nun mit oder ohne doppelte Quarzplatte. Die Röhre hat eine Länge von 200^{mm}. Bei dieser Röhrenlänge beträgt die Drehung der Polarisationsebene (nach rechts) für jedes Gramm Rohrzucker, welches in 100 Gramm Wasser enthalten ist, $0{,}75^0$. Beträgt also für eine gegebene Zuckerlösung die Grösse der Drehung (für gelbes Licht) x Grade, so enthält dieselbe $x \,.\, 0{,}75$ Gramm Zucker auf 100 Gramm Wasser.

Für ein Wild'sches Saccharimeter mit 50^{mm} langer Röhre entspricht demnach jedem Grad Drehung ein Zuckergehalt von $4 \,.\, 0{,}75$ also von 3 Gramm Zucker auf 100 Gramm Wasser.

Beim Soleil'schen Saccharimeter dagegen wird nicht die Drehung der Polarisationsebene gemessen, welche die Zuckerlösung hervorbringt, sondern es wird die Dicke einer senkrecht zur Axe geschliffenen Quarzplatte ermittelt, deren Circularpolarisation gleich ist derjenigen, welche die zu prüfende Zuckerlösung hervorbringt.

Fig. 978 stellt das Soleil'sche Saccharimeter dar. Das Licht einer Argand'schen Lampe fällt durch ein in der Röhre S befindliches Nicol in den Apparat ein, geht alsdann durch die bei r befindliche doppelte Quarzplatte und durch die in der Röhre m enthaltene Zuckerlösung hindurch. In der Röhre bei T endlich ist das als Analyseur dienende Nicol'sche Prisma enthalten, welches bei diesem Apparat nicht um seine Axe gedreht wird, sondern so gestellt ist, dass seine Schwingungsebene mit der des Nicols bei S parallel ist.

Zwischen der Röhre m und dem Analyseur bei T befindet sich nun eine eigenthümliche aus Quarzplatten construirte Compensationsvorrichtung, welche wir nun genauer betrachten müssen.

Die aus dem Rohre m austretenden Strahlen durchlaufen zunächst eine einfache senkrecht zur Axe geschnittene Quarzplatte Q, Fig. 979, von beliebiger Dicke und von beliebiger Rotationsrichtung; auf diese

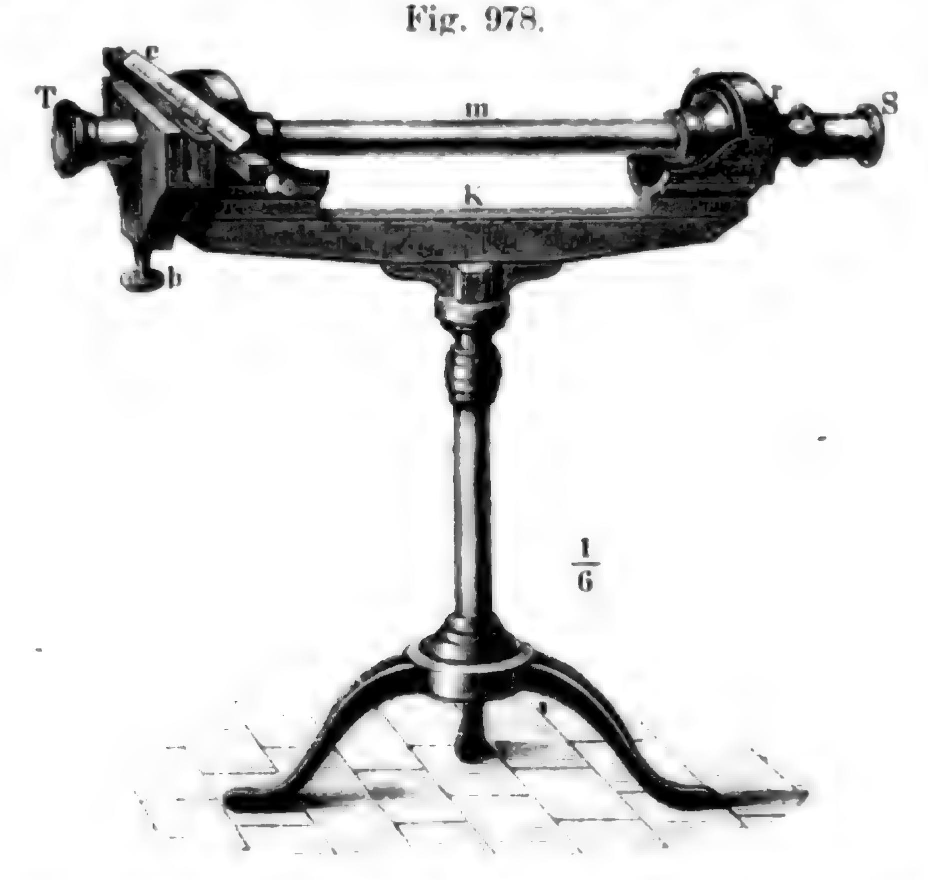
Digitized by Google

Platte folgen aber zwei Quarzkeile, N und N', deren äussere Flächen gleichfalls rechtwinklig zur Krystallaxe sind, und deren Rotationsrichtung der der Platte Q entgegengesetzt ist, so also dass die beiden Keile N und N' linksdrehend sind, wenn Q rechtsdrehend ist.

Die beiden Keile N und N' bilden also zusammen eine Quarzplatte, deren parallele Oberflächen senkrecht zur Axe sind, deren Dicke aber variabel ist, je nachdem man sie mehr oder weniger übereinander schiebt.

Bei einer bestimmten Stellung der beiden Keile hat die Platte, welche sie bilden, gleiche Dicke mit der Platte Q, so also dass die durch Q her-

Fig. 978.



vorgebrachte Drehung der Polarisationsebene durch die Keile N und N' wieder aufgehoben wird.

Die Quarzkeile N und N' sind in Metallfassungen eingesetzt, welche durch Vermittelung des Knopfes b, Fig. 978, nach entgegengesetzter Richtung (entweder in oder gegen die Richtung der Pfeile, Fig. 979) verschoben werden können; durch diese Verschiebung aber kann die Dicke der durch die Combination der Keile N und N' gebildeten Platte nach Belieben vermehrt und vermindert werden.

Fig. 979.

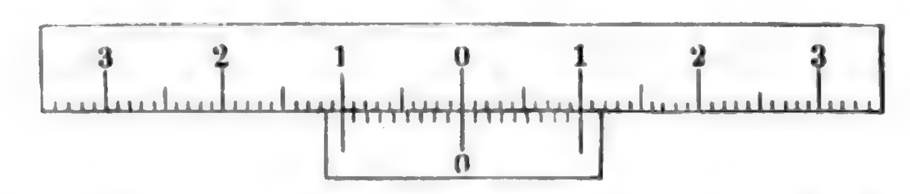
Die Fassung des Keiles N' trägt oben die auch in Fig. 978 sichtbare Theilung c, die Fassung des Keiles N trägt einen zu dieser Theilung gehörigen Nonius v. Durch die Verschiebung der Quarzkeile werden auch die Theilung e und der Nonius v gegen einander verschoben.

Fig. 980 (a. f. S.) stellt die Theilung e und den Nonius v in grösserem Maassstabe dar. — Der Nullpunkt der Theilung e befindet sich in der Mitte und die Theilstriche werden von diesem Nullpunkt an entweder nach der

Digitized by Google

rechten oder nach der linken gezählt. Wenn der Nullpunkt des Nonius mit dem Nullpunkt der Theilung zusammenfällt, so bilden die Keile *N*

Fig. 980.



und *N'* zusammen eine Platte, welche genau eben so dick ist wie die Platte *Q*.

Die Theilung ist so eingerichtet, dass die Dicke der durch die Keile *N* und *N'* gebildeten Platte um 1 Millimeter wächst oder abnimmt, wenn der Nonius um 10 Theile der Haupttheilung nach der einen oder nach der anderen Seite verschoben wird. Eine Verschiebung um 1 Theilstrich entspricht also einer Veränderung der Dicke um $^1/_{10}$ Millimeter und da der Nonius so eingerichtet ist, dass man mit Hülfe desselben noch Verschiebungen von $^1/_{10}$ der Haupttheilung ablesen kann, so ist klar, dass man die Veränderung der Dicke der Compensatorplatten noch bis auf $^1/_{100}$ Millimeter genau ablesen kann.

Wenn der Nonius auf dem Nullpunkt der Theilung steht, so sieht der bei *T* in das Instrument schauende Beobachter die beiden Hälften der doppelten Quarzplatte bei *r* gleich gefärbt, wenn die Röhre *m* ganz fehlt oder wenn sie mit einer Flüssigkeit gefüllt ist, welche keine Circularpolarisation bewirkt.

Bringt man aber nun eine Röhre *m* in den Apparat, welche eine circularpolarisirende Flüssigkeit enthält, so erscheinen die beiden Hälften der doppelten Quarzplatte ungleich gefärbt und man muss nun die beiden Quarzkeile nach der einen Seite hin verschieben, wenn die Flüssigkeit eine rechtsdrehende, nach der anderen Seite, wenn sie eine linksdrehende ist, um zu machen, dass die beiden Hälften der doppelten Platte wieder gleich gefärbt erscheinen. — An dem Nonius kann man alsdann ablesen, wie gross die Dicke einer Quarzplatte ist, welche die Wirkung der in *m* enthaltenen entgegengesetzt drehenden Flüssigkeit gerade aufzuheben im Stande ist.

Nach gehöriger Einstellung möge z. B. der Nullpunkt des Nonius bei 5,7 stehen, so heisst das, die in der Röhre *m* enthaltene Flüssigkeit bringt eine eben so starke Circularpolarisation hervor, wie eine 0,57 Millimeter dicke senkrecht zur Axe geschliffene Quarzplatte.

Durch genaue Versuche hat man ermittelt, dass eine Zuckerlösung, welche auf 100 Cubikcentimeter Lösung 16,417 Gramm reinen krystallisirten Zuckers enthält, in der 20 Centimeter langen Röhre *m* des Apparats Fig. 978 eine eben so starke Drehung der Polarisationsebene bewirkt, wie eine 1 Millimeter dicke Quarzplatte.

Da nun das Drehungsvermögen der in der Röhre *m* enthaltenen Zuckerlösung ihrem Zuckergehalt proportional ist, so findet man, wie viel

Digitized by Google

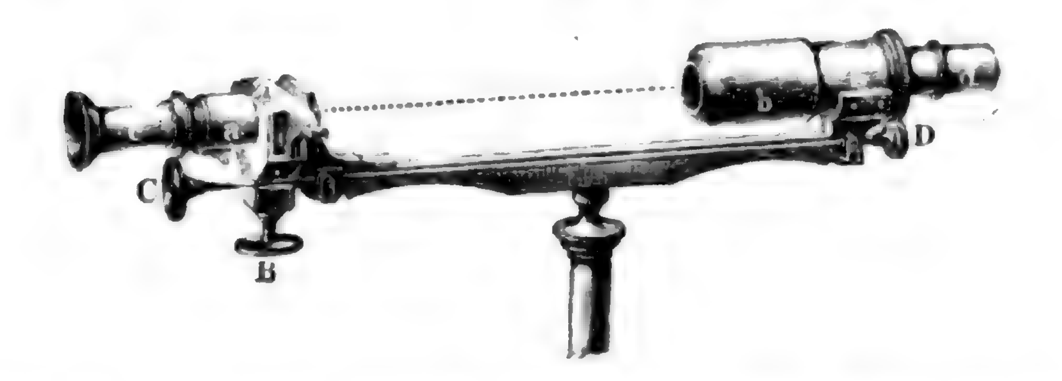
Gramm Rohrzucker in 100 Cubikcentimeter Lösung enthalten sind, wenn man die an dem Nonius abgelesene Dicke der compensirenden Quarzplatte mit 16,417 multiplicirt. Wäre z. B. in der Röhre eine Zuckerlösung enthalten gewesen, deren Compensation eine Verschiebung des Nonius von 0 bis 5,7 erfordert hatte, so wäre der Zuckergehalt dieser Lösung $16,417 \times 0,57 = 9,358$, das heisst auf 100 Cubikcentimeter der Lösung enthält sie 9,358 Gramm Rohrzucker.

Statt der beiden Nicol'schen Prismen enthält das Soleil'sche Saccharimeter gewöhnlich zwei achromatisirte doppeltbrechende Prismen, ausserdem aber ist vor dem Rohr *T* noch ein eigenthümlich construirtes Ocularrohr angesetzt, welches in den meisten Fällen wohl entbehrlich sein dürfte und dessen Zweck darin besteht, den empfindlichen Farbenton möglichst wieder herzustellen, wenn die im Rohre enthaltene Flüssigkeit selbst gefärbt ist, wenn also schon durch diese Färbung, abgesehen von der Circularpolarisation der Flüssigkeit, der Farbenton der doppelten Quarzplatte alterirt wurde.

Während beim Soleil'schen Saccharimeter der Erzeuger des empfindlichen Farbentons in Combination mit einem Linsensystem, welches wie ein holländisches Fernrohr zusammengesetzt ist, das Ocularende des Apparates bildet, hat Ventzke die Soleil'sche Construction dadurch zweckmässig abgeändert, dass er den Erzeuger des empfindlichen Farbentons am anderen Ende des Apparates anbrachte.

Fig. 981 stellt den oberen Theil des Ventzke-Soleil'schen Sac-

Fig. 981.



charimeters dar, welches namentlich von dem Mechaniker Franz Schmidt in Berlin vortrefflich ausgeführt wird. Der mittlere Theil entspricht vollkommen dem Apparat Fig. 978. Das eine Nicol mit der doppelten Quarzplatte befindet sich in *b*, das Ocularnicol, dessen Schwingungsebene parallel ist der des Nicols in *b*, befindet sich in *a*. Die Quarzkeile mit der zugehörigen Quarzplatte sind ganz so angebracht, wie beim Soleil'schen Apparat. Wie dort ist vor dem Ocularnicol *a* ein kleines holländisches Fernrohr *c* angebracht, dessen Linsen so berechnet sind, dass man durch dasselbe ein deutliches Bild der doppelten Quarzplatte sieht. Durch Einschieben oder Ausziehen der Ocularlinse dieses kleinen Fernrohres kann man den Apparat für jedes Auge accommodiren.

Digitized by Google

Der Erzeuger der empfindlichen Farbe befindet sich in dem kurzen Rohre *d*. Er besteht aus einem Nicol und einer senkrecht zur Axe geschliffenen Quarzplatte, welche sich zwischen diesem Nicol und dem in *b* angebrachten befindet. Das Rohr *d* ist sammt Nicol und Quarzplatte um seine Axe drehbar und diese Umdrehung ist mittelst der Stange *CD* ausführbar, welche einerseits mit dem Knopf *C*, andererseits mit dem gezahnten Trieb *D* endigt.

Wenn man durch das Ocularrohr *c* in den Apparat hineinschaut, bevor noch eine Flüssigkeitsröhre eingelegt ist, so erscheinen die beiden Hälften der Doppelplatte gleich gefärbt, wie man auch das Rohr *d* mittelst des Knopfes *C* drehen mag. Durch diese Drehung wird der Farbenton der beiden Hälften in gleicher Weise geändert.

Wird nun die Röhre mit der circularpolarisirenden Flüssigkeit eingelegt, so erscheinen die beiden Hälften der Doppelplatte ungleich gefärbt und die Gleichheit der Färbung wird durch Verschiebung der Quarzkeile mittelst des Knopfes *B* bewirkt.

Ist es aber nicht der für das Auge empfindlichste Farbenton, welchen die beiden Hälften der Doppelplatte jetzt zeigen, so können kleine Verschiedenheiten dem Auge des Beobachters entgehen und diese kann man dadurch sichtbar machen, dass man den Erzeuger des empfindlichen Farbentons mit Hülfe des Knopfes *C* umdreht, bis diese Differenz möglichst merklich geworden ist. Ist dies geschehen, so wird die Gleichheit der Färbung der beiden Hälften der Doppelplatte abermals durch eine entsprechende Verschiebung der Quarzkeile hergestellt und dann der Nonius abgelesen.

Nach dem eben besprochenen Verfahren ist die Bestimmung des Zuckergehalts einer Lösung sehr einfach, wenn die Lösung durchsichtig und nicht allzu stark gefärbt ist und wenn sie ausser dem Rohrzucker keine weiteren circularpolarisirenden Stoffe mehr in Lösung enthält. Ist dies aber der Fall, so wird die Sache etwas complicirter.

Wenn die Lösung trübe oder stark gefärbt ist, so werden zu 100 Cubikcentimetern derselben 10 Cubikcentimeter einer Lösung von basisch essigsaurem Bleioxyd zugesetzt, tüchtig geschüttelt und abfiltrirt. Den nun mit dem Saccharimeter bestimmten Zuckergehalt der geklärten und entfärbten aber auch $^{10}/_{11}$mal verdünnten Zuckerlösung hat man mit $^{11}/_{10}$ also mit 1,1 zu multipliciren, um den Zuckergehalt der ungeklärten Lösung zu erhalten.

Wenn die Lösung neben Rohrzucker noch andere circularpolarisirende Stoffe enthält, so wird die Bestimmung des Rohrzuckers durch die Eigenthümlichkeit desselben ermöglicht, dass seine Lösung durch Erwärmen mit Salzsäure in eine linksdrehende Flüssigkeit (Invertzucker) verwandelt wird, was für Traubenzucker und andere Zuckerarten nicht der Fall ist.

Während eine Lösung von Rohrzucker in einer 200^{mm} langen Röhre auf je 0,75 Gramm Zucker in 100 Gramm Wasser eine Rechtsdrehung

Digitized by Google

von 1° bewirkt, bringen je 0,75 Gramm Invertzucker in 100 Gramm Wasser eine Linksdrehung von 0,36° hervor. Die Inversion bewirkt also eine Drehungsdifferenz von 1,36° auf je 0,75 Gramm Rohrzucker.

Die Invertirung wird dadurch bewirkt, dass man zu 100 Cubikcentimeter Zuckerlösung 10 Cubikcentimeter reiner, concentrirter Salzsäure setzt, die Mischung 15 Minuten lang in einem Wasserbad auf 70° C. erwärmt und dann rasch wieder auf 15° C. abkühlen lässt.

Eine Lösung, welche Rohrzucker und Traubenzucker enthält, bringe eine Rechtsdrehung von x^0 hervor! Nach dem eben beschriebenen Verfahren mit Salzsäure behandelt, bringe nun die invertirte Lösung eine Linksdrehung von y^0 hervor, so würde die Linksdrehung $1,1\,y$ Grad betragen haben, wenn die invertirte Lösung den gleichen Concentrationsgrad mit der ursprünglichen Lösung hätte. Die Drehungsdifferenz zwischen der Zuckerlösung und einer gleich concentrirten Invertlösung ist demnach

$$x + 1,1\,y,$$

der Zuckergehalt der Lösung beträgt also

$$\frac{x + 1,1\,y}{1,36} \cdot 0,75 \text{ Gramm}$$

auf 100 Gramm Wasser.

Hätte man z. B. $x = 15^0$ (rechts) und $y = 2^0$ (links) gefunden, so wäre der Gehalt an Rohrzucker

$$\frac{15 + 2,2}{1,36} \cdot 0,75 = \frac{17,2}{1,36} \cdot 0,75 = 9,3675 \text{ Gramm}$$

Rohrzucker auf 100 Gramm Wasser. Was sonst noch an Zucker in Lösung ist, ist Traubenzucker.

Wäre neben dem Rohrzucker nicht noch Traubenzucker in der Lösung gewesen, so würde die Rechtsdrehung von 15° einen Gehalt von 11,25 Gramm Rohrzucker in 100 Gramm Wasser angezeigt haben, nach der Behandlung mit Salzsäure hätte sich dann aber eine Linksdrehung von 4,9° zeigen müssen.

Das Drehungsvermögen des durch Salzsäure umgewandelten Rohrzuckers ändert sich rasch mit der Temperatur. Die Linksdrehung, welche 0,36° bei 15° C. beträgt, ist 0,39° bei 10° C. und 0,29° bei 30° C. Es ist deshalb eine entsprechende Aenderung an der obigen Formel anzubringen, wenn die Beobachtung nicht bei einer Temperatur von 15° C. vorgenommen wurde.

Auf das Drehungsvermögen des Rohrzuckers und des Traubenzuckers übt die Veränderung der Temperatur keinen merklichen Einfluss aus.

Der Traubenzucker zeigt die Eigenthümlichkeit, dass das Drehungsvermögen einer frisch bereiteten Lösung rasch abnimmt und erst nach einigen Tagen auf ein constantes Minimum herabsinkt. Dieses normale Minimum der Drehung lässt sich in kurzer Zeit auch dadurch erzielen, dass man die saccharimetrische Probe auf 80° C. erwärmt.

Digitized by Google

357 **Circularpolarisation der Weinsäure und der Traubensäure.** Aus dem Safte unreifer Trauben hat man eine Säure aufgestellt, welche ganz gleiche Zusammensetzung mit der Weinsäure (Weinsteinsäure) hat; eine verdünnte Lösung von Traubensäure giebt aber mit einer Gypslösung sogleich einen Niederschlag, was bei einer verdünnten Lösung von Weinsäure nicht der Fall ist.

Die Traubensäure bildet ganz analoge Salze wie die Weinsäure, so namentlich ein dem Seignettesalz entsprechendes traubensaures Natron-Kali und traubensaures Natron-Ammoniak.

Die Krystallform des weinsauren Natron-Kalis ist Fig. 982 dargestellt. Sie besteht im Wesentlichen aus einer Combination der rhombischen Säule *g* mit einem Flächenpaare *a*, welches rechtwinklig auf der grösseren, und einem Flächenpaare *b*, welches rechtwinklig auf der kleineren horizontalen Axe steht. Ausser diesen acht Säulenflächen treten noch andere parallel mit der Säulenaxe laufende Flächen auf, sowie auch kleine Abstumpfungsflächen der Kanten, welche die Säulenflächen mit der oberen und unteren Endfläche bilden.

Die Krystalle des traubensauren Natron-Ammoniaks zeigen im Wesentlichen dieselbe Krystallform, nur zeigen sie noch eine auffallende Hemiëdrie; die Octaëderflächen nämlich stumpfen nur die Hälfte der Kanten zwischen *c* und *g* ab, und zwar so, dass, von der vorderen Fläche *a* aus gerechnet, eine Abstumpfungsfläche oben rechts auftritt, wie Fig. 983, oder oben links, wie Fig. 984.

Fig. 982. Fig. 983. Fig. 984.

Aus einer Lösung rechtshemiëdrischer Krystalle (Fig. 983) lässt sich durch Zusatz von Schwefelsäure die Rechtstraubensäure abscheiden, welche mit der Weinsäure vollkommen identisch ist und welche mit Gypslösung keinen Niederschlag giebt. Die Lösung dieser Rechtstraubensäure ist wie die Weinsäure optisch rechtsdrehend.

Die durch das gleiche Verfahren aus einer Lösung linkshemiëdrischer Krystalle (Fig. 984) abgeschiedene Säure giebt ebenfalls dieselben Reactionen wie die Weinsäure, sie giebt mit Gypslösung keinen Niederschlag, ist aber optisch linksdrehend.

Vermischt man die Lösung der Rechtstraubensäure mit der der Linkstraubensäure, so hat die gemischte Lösung keine Circularpolarisation und giebt mit Gypslösung einen Niederschlag, was bei den ungemischten Säuren nicht der Fall war.

Die Krystalle der Weinsäure und der Rechtstraubensäure sind hemië-

Digitized by Google

drisch, aber nach entgegengesetzter Richtung, wie die Krystalle der Linkstraubensäure. — Die in diesem Paragraphen besprochenen Erscheinungen, welche auf einen innigen Zusammenhang zwischen Circularpolarisation und Hemiëdrie hinweisen, hat Pasteur entdeckt (Pogg. Annal. LXXX, 127).

Das molekulare Drehungsvermögen. Die Drehung der Polarisationsebene, welche eine circularpolarisirende Lösung hervorbringt, ist proportional 358

1) der Länge l der Röhre,
2) dem Concentrationsgrad der Lösung, also proportional der Zahl c, welche angiebt, den wievielten Theil der ganzen Lösung der in derselben enthaltene circularpolarisirende Bestandtheil ausmacht, und endlich
3) dem specifischen Gewicht s der Lösung, wir haben also

$$D = A . l . c . s$$

wenn A einen constanten Factor bezeichnet, den Biot als das molekulare Drehungsvermögen der Substanz bezeichnet. Aus der obigen Gleichung ergiebt sich

$$A = \frac{D}{l . c . s}$$

das molekulare Drehungsvermögen ist also die Grösse der Drehung, welche die Substanz hervorbringen würde, wenn sie in einer Röhre von der Länge 1 enthalten wäre, wenn $c = 1$, wenn also ausser der wirksamen Substanz kein weiteres Lösungsmittel vorhanden, und endlich, wenn $s = 1$, wenn also das specifische Gewicht der Substanz gleich 1 wäre.

Eine Lösung von Rohrzucker, welche 164,17 Gramm Zucker in 1 Liter der Lösung enthält, hat ein specifisches Gewicht $s = 1{,}06$ und bringt in einer 200 Millimeter langen Röhre (also für $l = 2$, wenn das Decimeter zur Längeneinheit genommen wird) eine Drehung $D = 24^0$ hervor. Der Zuckergehalt der Lösung ist $c = \frac{164{,}17}{1000} = 0{,}154$, wir haben also für Rohrzucker das molekulare Drehungsvermögen (für gelbes Licht)

$$A = \frac{24}{0{,}154 . 2 . 1{,}06} = 73^0,$$

für wasserfreien Traubenzucker ergiebt sich

$$A = 57^0.$$

Eine 10^{mm} dicke (also $l = 0{,}1$) Quarzplatte dreht die Polarisationsebene der gelben Strahlen um 240^0, für Quarz ($s = 2{,}65$) ergiebt sich also für das molekulare Drehungsvermögen

$$A = \frac{240}{1 . 0{,}1 . 2{,}65} = 905^0,$$

da hier $c = 1$ zu setzen ist.

Digitized by Google

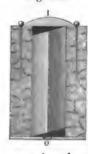
359 **Absorption des Lichtes in farbigen doppeltbrechenden Krystallen.** Der Turmalin ist, wie bereits angeführt wurde, ein doppeltbrechender Krystall, und wenn eine parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatte polarisirtes Licht liefert, so beruht dies darauf, dass einer der beiden Strahlen, welche sich im Allgemeinen in doppeltbrechenden Krystallen rechtwinklig zur optischen Axe fortpflanzen, absorbirt wird. In der That sieht man durch ein Prisma von Turmalin, dessen Kanten mit der optischen Axe parallel sind, zwei Bilder, wenn man nahe an der brechenden Kante hindurchsieht, wo der Krystall noch dünn ist; mit zunehmender Dicke wird aber der eine Strahl, und zwar der ordinäre, mehr und mehr absorbirt. Wenn Turmalinplatten das Licht noch nicht vollkommen polarisiren, so ist der Grund davon der, dass sie noch nicht dick genug sind, um den ordinären Strahl ganz zu absorbiren.

Auch bei anderen farbigen Krystallen bemerkt man ähnliche Erscheinungen. Babinet hat bemerkt, dass die negativen farbigen Krystalle vorzugsweise die ordinären Strahlen absorbiren, während in positiven Krystallen die extraordinären stärker absorbirt werden; so absorbirt z. B. ein hinlänglich dunkler Rauchquarz, ein positiver Krystall, die extraordinären Strahlen; die Vibration der Strahlen, welche eine parallel mit der Axe geschnittene Rauchquarzplatte durchlässt, sind rechtwinklig zu seiner optischen Axe.

Der Turmalin erscheint in der Richtung seiner optischen Axe anders gefärbt, als rechtwinklig zu derselben; diese Erscheinung, welche offenbar mit der Absorption der polarisirten Strahlen zusammenhängt, wird auch an anderen Körpern betrachtet, namentlich am Dichroit, welcher von dieser Eigenschaft seinen Namen führt; in der Richtung seiner Axe erscheint er blau, rechtwinklig zu derselben dagegen braungelb.

Fig. 985.

Fig. 986.



Haidinger hat diese Erscheinungen mit Hülfe der von ihm construirten dichroskopischen Loupe weiter verfolgt. Dieses Instrument besteht im Wesentlichen aus einem etwas langen Kalkspathrhomboëder, welches in Fig. 985 im Durchschnitte dargestellt ist. Auf die beiden Endflächen sind Glasprismen a und b aufgekittet, deren Flächen so gegen einander geneigt sind, dass die äussersten Flächen der Glasprismen, durch welche die Lichtstrahlen ein- und austreten, rechtwinklig auf den Längskanten des Kalkspathrhomboëders stehen. Diese Combination ist nun mittelst Kork in einer Messinghülse befestigt.

Das eine Ende dieser Hülse ist durch eine Kapsel

Digitized by Google

geschlossen, deren Deckel in der Mitte eine quadratische Oeffnung hat; die Seite dieses kleinen Quadrats beträgt ungefähr 2,5^{mm}. Am anderen Ende der Hülse befindet sich eine Linse oder auch zwei, deren Brennweite gerade so gross ist, dass man zwei scharfe Bilder der quadratischen Oeffnung dicht neben einander erblickt, wenn man, die Linse dicht vors Auge haltend, in den Apparat hineinschaut.

Fig. 986 stellt eine dichroskopische Loupe dar, wie sie Nörremberg mit möglichster Einfachheit construirt hat. Das längliche Kalkspathrhomboëder steckt in der Höhlung eines Korkes, an dessen unterem Ende eine Scheibe von Kartenpapier mit der centralen Oeffnung o angeleimt ist, während auf der oberen Fläche des Korkes eine planconvexe Linse l mit Hülfe einiger Stecknadeln befestigt ist.

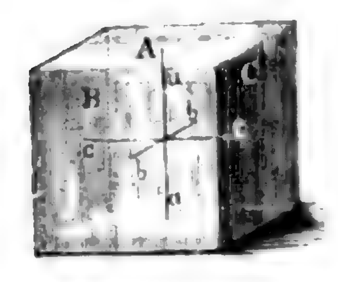
Die untere Platte mit der quadratischen Oeffnung o wird am zweckmässigsten so gestellt, dass das eine Bild des Quadrats die Verlängerung des anderen bildet, wie dies Fig. 987 andeutet.

Fig. 987.

Diese beiden Bilder sind nun rechtwinklig zu einander polarisirt, die Schwingungen, welche das Licht des einen fortpflanzen, finden in der Richtung ab statt, die des andern sind rechtwinklig zu ab.

Schneidet man aus einem Turmalinkrystall, der einer etwas helleren Varietät angehört, einen Würfel, Fig. 988, an welchem zwei Flächen, die wir mit A bezeichnen wollen (in unserer Figur die obere und die untere) senkrecht zur Axe stehen, während die vier anderen, die wir mit B bezeichnen wollen, parallel mit derselben sind, so erscheint der Krystall anders gefärbt, wenn man durch die beiden Flächen A schaut, als wenn man durch zwei der gegenüberliegenden Flächen B hindurchsieht.

Fig. 988.



Die Farbe der Basis, d. h. die Farbe, welche das Licht zeigt, welches den Krystall parallel mit der Axe durchläuft, also durch die Flächen A ein- und austritt, ist ungleich dunkler, als die Farbe, welche man durch die Flächen B beobachtet. Bei dunkleren Varietäten ist die Farbe der Basis schon bei geringer Dicke der Platte ganz schwarz.

Analysirt man die Farbe der Basis mittelst der dichroskopischen Loupe, so erhält man stets zwei gleiche Bilder, Fig. 989, wie man übrigens die Loupe drehen mag; untersucht man auf gleiche Weise die Farbe der Flächen B, so ändern die beiden Bilder Farbe und Lichtstärke, je nachdem die dichroskopische Loupe durch Drehung um ihre Axe in verschiedene Lagen gegen die Fläche B gebracht wird. Fällt die Verbindungslinie der beiden Bilder mit der Diagonalen der Fläche B zusammen, so erscheinen beide Bilder gleich. Der grösste Unterschied zwischen beiden Bildern wird beobachtet, wenn die Verbindungslinie der beiden Bilder

Fig. 989.

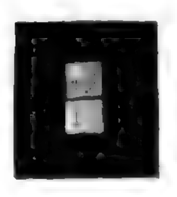
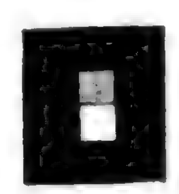


Fig. 990.



Digitized by Google

mit der Axe des Krystalls parallel oder darauf rechtwinklig steht; alsdann erscheint das eine Bild mit den Farben der Basis, während das andere einen ungleich helleren Farbenton zeigt, Fig. 990 (a. v. S.).

Um also die Farbe der Basis zu erkennen, bedarf man gar keiner senkrecht zur Axe geschnittenen Platte, man kann sie auf die angegebene Weise mittelst der dichroskopischen Loupe an einer parallel mit der Axe geschnittenen erkennen.

Bei dunkleren Varietäten des Turmalins ist, wie bereits bemerkt wurde, die Farbe der Basis ganz schwarz. Da nun aber die Farbe der Basis durch solche Schwingungen fortgepflanzt wird, welche senkrecht zur Axe des Krystalls sind, so ist klar, dass auch das dunklere der beiden Bilder, welche die dichroskopische Loupe zeigt, wenn man mittelst derselben bei gehöriger Stellung das Licht analysirt, welches durch zwei der Flächen B des Turmalinwürfels, Fig. 988, hindurchgegangen ist, gleichfalls durch Schwingungen erzeugt wird, welche senkrecht zur Axe aa, also parallel mit bb, dass also die Schwingungen des helleren Bildes der Axe aa parallel sind.

Auf diese Weise hat Haidinger den Beweis geliefert, dass die Schwingungen des polarisirten Lichtes, welches eine parallel mit der Axe geschnittene Turmalinplatte liefert, parallel mit der Krystallaxe sind, woraus dann ferner folgt, dass die Schwingungsebene eines polarisirten Strahles senkrecht zur Ebene ist, welche man mit dem Namen der Polarisationsebene bezeichnet hat. Wir haben bereits auf Seite 810 einen anderen, von Nörremberg herrührenden Beweis dieses Satzes kennen gelernt.

Da das hellere der beiden Bilder, in welche die Farbe einer parallel mit der Axe geschnittenen Turmalinplatte durch die dichroskopische Loupe zerlegt wird, durch Schwingungen erzeugt wird, welche parallel mit der Krystallaxe sind, so nennt Haidinger die Farbe dieses helleren Bildes die Axenfarbe, während, wie wir gesehen haben, die Farbe des dunkleren Bildes die Farbe der Basis ist.

Die folgende Liste giebt die zusammengehörigen Farben einiger der von Haidinger untersuchten Turmalinvarietäten an.

Localität.	Farbe der Basis.	Axenfarbe.
Sibirien	Schwarz	Oelgrün.
"	Carmoisinroth	Rosenroth.
Brasilien	Schwarz	Haarbraun.
"	Dunkelbräunlichroth	Gelblichbraun.
"	Grünlichschwarz	Dunkelpistaciengrün.
"	Indigblau	Blass-Berggrün.
Elba	Pistaciengrün	Grasgrün.
"	Oelgrün	Grünlichweiss.

Aehnliche Erscheinungen zeigen auch andere farbige, optisch-einaxige Krystalle; so zeigte z. B.:

Digitized by Google

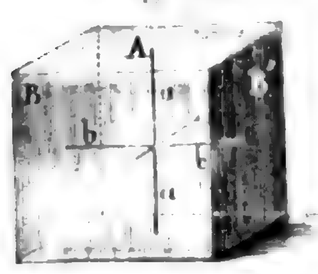
	die Farbe der Basis	die Axenfarbe
Apatit von Cabo de Gata	Weingelb	Spargelgrün.
„ „ Schlaggenwald	Berggrün	Entenblau.
„ „ „	Lavendelblau	Rosenroth.
Beryll von Sibirien	Grünlichweiss	Himmelblau.
Im Ganzen Berggrün.		
Rauchtopas vom St. Gotthard . . .	Blassnelkenbraun	Lichtgelblichbraun.
Apophyllit von Pronah	Gelblichweiss	Berggrün.
Zircon von Ceylon	Blassblau	Blassgelb.
Im Ganzen Gelblichweiss.		

An keinem Mineral zeigt sich aber wohl der Dichroismus auffallender als am Pennin. Die Farbe der Basis ist blaugrün, die Axenfarbe ist braungelb, und zwar sind beide Farben sehr intensiv.

Ganz ähnliche Erscheinungen zeigen auch farbige, optisch zweiaxige Krystalle. Eine Platte von essigsaurem Kupferoxyd giebt, mittelst der dichroitischen Loupe untersucht, ein blaues und ein grünes Bild. Ein Krystall von schwefelsaurem Kobaltoxydul-Ammoniak erscheint violettroth, wenn man ihn durch zwei einander gegenüberliegende Flächen der schiefen Säule betrachtet, gelblichroth dagegen, wenn man senkrecht zu den schiefen Endflächen hindurchschaut. Der Zusammenhang ist jedoch hier etwas complicirter, als bei optisch einaxigen Körpern.

Fig. 991 stelle einen Würfel dar, an welchem immer je zwei Flächen auf einer der Elasticitätsaxen senkrecht stehen, so wird im Allgemeinen jedes Flächenpaar eine andere Farbe zeigen. Jede Flächenfarbe aber lässt sich mittelst der dichroskopischen Loupe in zwei Axenfarben zerlegen. Die Flächenfarbe von A lässt sich zerlegen in die Axenfarben b und c, d. h. das Licht, welches durch die Flächen A hindurchgegangen ist, lässt sich in zwei farbige Bilder zerlegen, von denen das eine durch Schwingungen fortgepflanzt wird, welche parallel mit b sind, während die Schwingungen des anderen Bildes in der Richtung der Axe c stattfinden.

Fig. 991.



Die Flächenfarbe B lässt sich in die Axenfarben a und c, die Flächenfarbe C in die Axenfarben a und b zerlegen.

In diese Classe von Krystallen gehört auch das Mineral, welches bisher unter dem Namen Dichroit bekannt war.

An einem geschliffenen Würfel dieses Körpers fand Haidinger Folgendes: Die Farbe A schön blau, wenig ins Graue ziehend; B blassblau, C noch blasser und weniger blau als B. Diese letztere ist es, welche oft gelblich erscheint.

Die Farbe der Axe a ist gelblichgrau, die von b bläulichweiss, die von c reines Berlinerblau.

Aehnliche Resultate geben viele andere von Haidinger untersuchte farbige Varietäten optisch zweiaxiger Krystalle; so war z. B. an einem

Digitized by Google

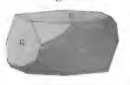
blasscarmoisinrothen Topas aus Brasilien *a* tief carmoisinroth, *b* honiggelb, *c* rosenroth.

Die farbigen optisch zweiaxigen Krystalle zeigen also im Allgemeinen drei verschiedene Flächenfarben und drei verschiedene Axenfarben, weshalb die Bezeichnung: Dichroismus, hier nicht mehr passend ist. Haidinger schlägt statt dessen die Namen Trichroismus oder Pleochroismus vor.

Ebenso ist auch der Name Dichroit für das bisher so genannte Mineral nicht mehr passend. Haidinger nennt es Cordierit.

Sehr gut lassen sich die drei Axenfarben am schwefelsauren Kobaltoxydul-Ammoniak beobachten. Die Krystalle dieses Salzes gehören dem monoklinischen Systeme an; die häufigste Form derselben ist Fig. 992 dargestellt. — Analysirt man das Licht, welches durch eine Platte senkrecht zu der schiefen Endfläche *c* hindurchgegangen ist, mit der dichroskopischen Loupe, so zeigen die beiden Bilder allerdings keine bedeutende, aber doch entschieden merkliche Farbenverschiedenheit; das eine Bild ist weingelb, das andere ist rothgelb, und zwar ergiebt sich aus einer genaueren Prüfung, dass die Schwingungen des weingelben Bildes parallel sind mit der brachydiagonalen Axe, während die mit der makrodiagonalen parallelen Schwingungen das rothgelbe Bild fortpflanzen.

Fig. 992.



Untersucht man auf gleiche Weise eine durch Vorherrschen zweier paralleler Säulenflächen *g* gebildete Platte, so zeigen die beiden Bilder einen sehr bedeutenden Contrast; das eine Bild nämlich ist rothgelb, das andere, dessen Schwingungen nahezu in die Richtung der Säulenaxe fallen, ist röthlich violett.

Mit Hülfe der dichroskopischen Loupe hat Haidinger auch den metallglänzenden Schiller untersucht, welcher manchen Krystallen ein so prachtvolles Ansehen giebt. Er hat nachgewiesen, dass auch die Farben des reflectirten Lichtes von der Lage der spiegelnden Flächen und der Einfallsebene gegen die Krystallaxen abhängig sind. Das Barium-Platincyanür z. B. erscheint im durchgehenden Lichte gelb; im reflectirten Lichte zeigt die Oberfläche bei günstiger Lage einen blauen Metallschimmer. Bei Untersuchung des reflectirten Lichtes mit der dichroskopischen Loupe erscheint nun, wenn die Einfallsebene parallel mit der Axe ist, das eine Bild weiss, das andere lasurblau.

Leider gehören die Körper, welche die interessanten Erscheinungen zeigen, zu den selteneren. Haidinger untersuchte unter anderen Körpern, welche diesen Metallschiller zeigen, chrysaminsaures Kali, Magnesium-Platincyanür, Chromsäure, krokonsaures Kupferoxyd, Jodblei, Kalium-Platincyanür, Kalium-Iridium-Chlorid, Murexyd u. s. w.

Wenn eine Oberflächenfarbe vorhanden ist, so ist sie stets complementär zur Körperfarbe der Substanz.

Digitized by Google

Erscheinungen in geglühten oder gepressten Gläsern. 360

Wenn man geglühte und schnell abgekühlte Glasplatten von beliebiger Form in den Polarisationsapparat, etwa auf das mittlere Tischlein oder den unteren horizontalen Spiegel legt, so beobachtet man mannigfaltige, bald mehr, bald weniger regelmässige, oft sehr schöne Farbenerscheinungen; so zeigt z. B. eine geglühte quadratische Platte von dickem Spiegelglas oder ein geglühter Glaswürfel zwischen den gekreuzten Spiegeln des Apparates die Farbenerscheinung Fig. 5 Tab. XIII., ein geglühter massiver Glascylinder Ringe, Fig. 6 Tab. XIII.

Der Grund dieser Erscheinung ist offenbar in der besonderen Anordnung der Theilchen, in dem gespannten Zustande zu suchen, welcher durch die rasche Abkühlung hervorgerufen wird. In der That braucht man nur solche Gläser wieder zu erhitzen und sie dann langsam abkühlen zu lassen, um zu machen, dass alle diese Farbenerscheinungen verschwinden.

Wenn man eine Art Hülse, Fig. 993, bis zu 100° oder 150° erwärmt und dann einen Glascylinder hineinsteckt, so werden die äussersten

Fig. 993.

Theilchen erwärmt, während die inneren noch kalt sind; es entsteht dadurch ein Spannungszustand, welcher sich ebenfalls durch Farbenerscheinungen im polarisirten Lichte kundgiebt, welche der in Fig. 6 Tab. XIII. ähnlich sind.

In Fig. 994 ist eine Presse dargestellt, welche dazu dient, Streifen von dickem Glase zu biegen; während dieses gespannten Zustandes zeigen sich nun an einem solchen Glasstücke im Polarisationsapparate farbige Streifen.

Wenn man eine quadratische Platte von dickem Spiegelglase in der Presse Fig. 995 zusammendrückt, so zeigt die Platte im Polarisationsapparate in der Richtung der Compression eine Farbenerscheinung, welche

Fig. 994.

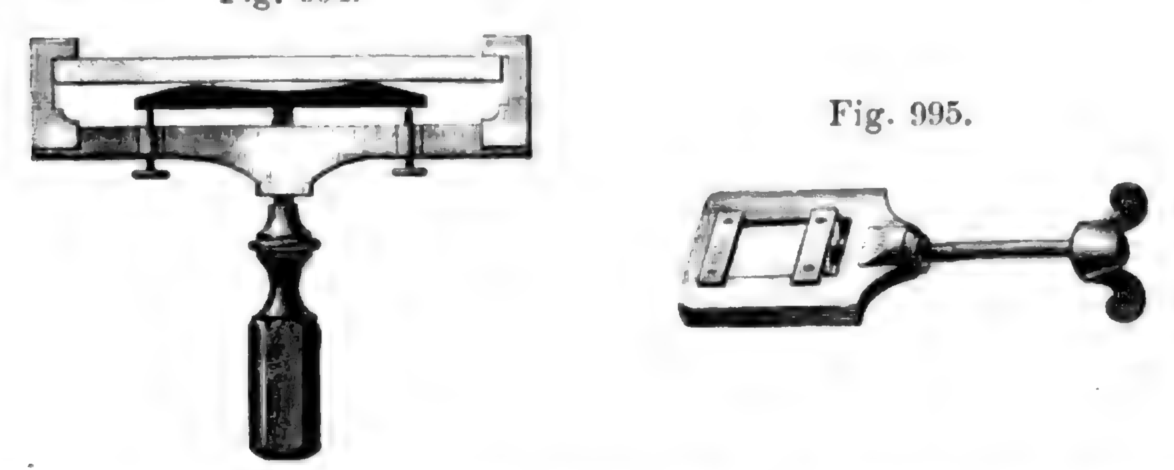


Fig. 995.

in Fig. 7 und Fig. 8 Tab. XIII. dargestellt ist, und zwar Fig. 7 für schwächere, Fig. 8 für stärkere Compression.

Digitized by Google

Die doppelte Brechung und die Farbenringe in geglühten Gläsern zeigt, so ähnlich auch in anderen Beziehungen die Erscheinungen sein mögen, doch wesentliche Unterschiede von der doppelten Brechung und den Farbenerscheinungen in doppeltbrechenden Krystallen, indem beim geglühten Glase die Erscheinung mehr an eine bestimmte Stelle gebunden ist, bei den Krystallen hingegen nur von der Richtung der durchgehenden Strahlen abhängt.

Wenn die geglühte Glasplatte auf dem mittleren Tischlein des Polarisationsapparates oder auf dem horizontalen Spiegel desselben liegt, so sind alle Strahlen, welche von der Platte ins Auge gelangen, nahezu rechtwinklig zu der Oberfläche der Platte durch dieselbe hindurchgegangen; dass die Mitte der Platte Fig. 5 Tab. XIII. zwischen gekreuzten Spiegeln dunkel erscheint, während näher am Rande farbige Ringe auftreten, liegt nicht daran, dass die Strahlen in der Mitte in anderer Richtung durch die Glasplatte hindurchgegangen sind, als die am Rande, sondern dass in der Mitte der Glasplatte ein anderer Spannungszustand herrscht, als näher nach dem Rande hin. Wenn man bei einer senkrecht auf die Axe geschnittenen Kalkspathplatte die Hälfte, drei Viertel u. s. w. zudeckt, so zeigt der freie Rest für sich noch das Ringsystem ebenso vollständig wie die ganze Platte; eine geglühte Glasplatte zeigt eben nur die Hälfte des Ringsystemes, Fig. 5 oder Fig. 6 Tab. XIII., wenn man sie zur Hälfte zudeckt, wenn man auch die Mitte der freien Hälfte wieder in die Mitte des Gesichtsfeldes schiebt.

Daraus geht nun unzweifelhaft hervor, dass eine geglühte und ebenso eine gepresste Glasplatte nicht in ihrer ganzen Ausdehnung nach derselben Richtung auch gleich starke doppelte Brechung besitzt, wie dies bei doppeltbrechenden Krystallen der Fall ist, sondern dass an einzelnen Stellen die doppelte Brechung stärker ist als an anderen.

361 **Das Polarisationsmikroskop** ist eine Combination des Polarisationsapparates mit dem Mikroskop. Es ist leicht, wenn das Instrument nicht schon von vornherein zu diesem Zweck eingerichtet ist, aus einem jeden Mikroskop ein Polarisationsmikroskop zu machen; man braucht nur unter dem Objecttisch ein Nicol'sches Prisma zu befestigen, so dass nur polarisirtes Licht auf die Objecte fällt, und ein zweites Nicol dicht über dem Ocular oder in der Ocularröhre anzubringen.

Kleine Kryställchen, unter das Objectiv eines solchen Mikroskops gebracht, erscheinen, wenn sie doppeltbrechend sind, mit mehr oder weniger glänzenden Farben, und zwar auf schwarzem Grunde, wenn die Nicols gekreuzt, auf hellem Grunde, wenn ihre Schwingungsebenen parallel sind; diese Contraste heben die Gestalten ganz ungemein, so dass man mit einem solchen Mikroskop oft Details unterscheiden kann, welche man ohne Polarisationsvorrichtung nicht sieht; dann aber hat man hier das einfachste Mittel, an den kleinsten Bruchstücken von Krystallen zu entscheiden, ob dieselben dem regulären Krystallsysteme angehören oder nicht,

Digitized by Google

indem ja den regulären Krystallen die Erscheinungen der doppelten Brechung fehlen.

Mit Hülfe des Polarisationsapparates kann man sich nun aber auch sehr leicht davon überzeugen, dass die meisten organischen Gebilde, z. B. Seidenfäden, Wallrath, Haare von Menschen und Thieren, Pergament, Knorpel, Federkiele u. s. w. bald mehr, bald weniger schön und deutlich die Erscheinungen der chromatischen Polarisation zeigen, und dadurch gerade bietet das Polarisationsmikroskop ein treffliches Mittel, um die Structur jener Gebilde zu untersuchen.

An organischen Stoffen hat zuerst Brewster die Erscheinungen doppelter Brechung beobachtet.

Wir können hier natürlich nicht in eine detaillirtere Besprechung dieser Erscheinungen eingehen und wollen nur einige der interessanteren hervorheben.

Ein Stärkemehlkorn zeigt im Polarisationsmikroskope zwischen gekreuzten Nicols ein schwarzes Kreuz, Fig. 997, welches wegen der mehr oder weniger unregelmässigen äusseren Gestalt der Körner immer etwas verzerrt erscheint. Das schwarze Kreuz geht in ein helles, Fig. 996, über, wenn man das obere Nicol aus der gekreuzten Stellung so dreht, dass seine Schwingungsebene mit der des unteren parallel wird.

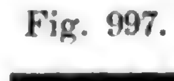


Fig. 996. Fig. 997.

Sehr interessante Polarisationserscheinungen zeigen die Krystalllinsen von Fischaugen. Um solche Linsen für die Beobachtung zu präpariren, werden sie an der Luft getrocknet, dann in Oel mittelst eines Wasserbades gekocht und endlich aus der so behandelten Kugel durch Feilen und Schleifen eine von parallelen Flächen begränzte Platte hergestellt, die man mit Canadabalsam zwischen zwei Glasplatten einkittet. Eine so aus einem Fischauge hergestellte Platte zeigt im Polarisationsmikroskop ein Ringsystem, welches grosse Aehnlichkeit mit dem Ringsysteme einer senkrecht zur Axe geschnittenen Kalkspathplatte hat. Bei genauerer Untersuchung ergiebt sich jedoch, dass die doppelte Brechung eines Fischauges sowohl wie der meisten organischen Gebilde nicht von der Art ist, wie die doppelte Brechung in einem Krystall, sondern dass die Farbenerscheinungen, welche sie zeigen, in die Kategorie derjenigen gehören, welche man an geglühten und gepressten Gläsern wahrnimmt.

Zum Schluss wollen wir hier noch einer gleichfalls auf doppelte Brechung gegründeten Methode erwähnen, nach welcher man selbst an mikroskopisch kleinen Krystallen die Winkel noch mit grosser Genauigkeit messen kann.

Fig. 998 (a. f. S.) stellt die dazu gehörige Vorrichtung im Durchschnitt, Fig. 999 stellt eine perspectivische Ansicht derselben dar, welche mittelst des Ringes $b\,a$ auf die Ocularröhre eines Mikroskopes aufgesetzt wird. Dieser Ring trägt den getheilten Kreis $c\,d$, in welchem die auf einer abgeschrägten Platte sitzende Hülse $e\,f$ sich um ihre verticale Axe drehen

Digitized by Google

lässt. In dieser Hülse steckt ein schwach doppeltbrechendes Prisma, etwa

Fig. 998.

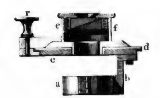
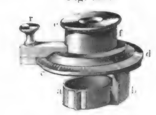


Fig. 999.



ein achromatisirtes Quarzprisma, welches also gerade über die Ocularlinsen des Mikroskopes zu stehen kommt.

Schaut man nun durch das doppeltbrechende Prisma in das Mikroskop, so wird man von allen unter dem Objectiv liegenden Gegenständen doppelte Bilder sehen, die sich theilweise überdecken. Liegen nun kleine Kryställchen, etwa rhombische Tafeln, auf dem Objecttische, so wird man eine solche Tafel doppelt sehen, ungefähr wie Fig. 1000 zeigt. Die gegenseitige Stellung der beiden Bilder ändert sich aber, wenn man das Prisma dreht, und man kann es leicht dahin bringen, dass die Bilder *a b* und *a′ b′* derselben Kante in eine gerade Linie fallen, wie Fig. 1001 zeigt.

Fig. 1000.

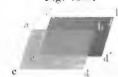
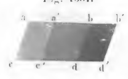
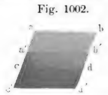


Fig. 1001.



Hat man diese gegenseitige Stellung der beiden Bilder erzielt, so wird der Nonius abgelesen und dann das Zerlegungsprisma so weit gedreht, dass nun die Kanten *b d* und *b′ d′* in eine gerade Linie fallen, wie Fig. 1002 zeigt. Aus einer nun vorgenommenen zweiten Ablesung des Nonius ergiebt sich der Winkel, um welchen man das Prisma drehen musste, um die Bilder der Krystallplatte aus der gegenseitigen Stellung Fig. 1001 in die Stellung Fig. 1002 zu bringen, und diesen Winkel hat man nur von 180° abzuziehen, um die Grösse des Winkels *a b d* zu erhalten.

Fig. 1002.



Digitized by Google

Anhang.

Vergleichung des neueren französischen Maass-Systems mit anderen Maass-Systemen.

In diesem Werke sind sehr oft die Maassangaben in dem neufranzösischen Systeme ausgedrückt, theils weil nach demselben eine so ausserordentlich einfache Beziehung zwischen Maass und Gewicht besteht, wie es bei anderen Maass-Systemen nicht der Fall ist, eine Einfachheit, welche manche den Gang der physikalischen Betrachtung sonst sehr störenden Rechnungsoperationen unnöthig macht; theils aber auch, weil bei naturwissenschaftlichen Untersuchungen das metrische Maass- und Gewichtssystem fast allgemein angenommen ist, so dass sich fast alle Physiker und Chemiker desselben bedienen, und es gewiss nicht wohl räthlich ist, die nach dem metrischen Systeme gemachten Messungen und Wägungen auf andere Maasse zu reduciren.

Nun aber sind doch Manche mit dem metrischen Systeme nicht genug bekannt, um in den nach demselben gemachten Maassangaben sich leicht zurechtzufinden. Um eine solche Orientirung zu erleichtern, ist im Folgenden eine Vergleichung der neufranzösischen Maasse und Gewichte mit anderen gegeben.

Die wichtigsten Notizen über das Metermaass sind schon oben, Seite 304, gegeben worden. Es wurde dort bereits mitgetheilt, auf welche Weise die Länge des Meters ermittelt worden ist, und dass

$$1^{\text{Meter}} = 10^{\text{Decimeter}} = 100^{\text{Centimeter}} = 1000^{\text{Millimeter}}.$$

Die folgende Tabelle dient zur leichten Reduction von Längenangaben nach metrischem Systeme in altfranzösisches und preussisches Maass.

Digitized by Google

Tabelle zur Verwandlung des Metermaasses in preussisches und altfranzösisches Maass.

Meter-maass.	Preussisches Maass.			Altfranzösisches Maass.		
1mm			0,459‴			0,443‴
2			0,918			0,887
3			1,376			1,330
4			1,835			1,773
5			2,294			2,216
6			2,753			2,660
7			3,212			3,103
8			3,671			3,546
9			4,129			3,990
1cm			4,588‴			4,433‴
2			9,176			8,866
3		1″	1,764		1″	1,299
4		1	6,353		1	5,732
5		1	10,941		1	10,165
6		2	3,529		2	2,604
7		2	8,117		2	7,031
8		3	0,705		2	11,462
9		3	5,294		3	3,897
1dm		3″	9,882‴		3″	8,330‴
2		7	7,763		7	4,659
3		11	5,645		11	0,989
4	1′	3	3,527	1′	2	9,318
5	1	7	1,408	1	6	5,648
6	1	10	11,290	1	10	2,038
7	2	2	9,172	2	1	10,307
8	2	6	7,054	2	5	6,637
9	2	10	4,935	2	9	2,966
1m	3′	2″	2,817‴	3′	0″	11,296‴
2	6	4	5,634	6	1	10,592
3	9	6	8,451	9	2	9,888
4	12	8	11,268	12	3	9,184
5	15	11	2,085	15	4	8,480
6	19	1	4,902	18	5	7,776
7	22	3	7,719	21	6	7,072
8	25	5	10,536	24	7	6,368
9	28	8	1,353	27	8	5,664
10	31	10	4,170	30	9	4,950

Digitized by Google

Aus den Verhältnissen der Längenmaasse ergeben sich die Verhältnisse der entsprechenden Flächen- und Körpermaasse:

Neufranz.		Preussisch.		Altfranz.
1^{qm}	. .	$10{,}15187^{q'}$	. .	$9{,}476817^{q'}$
1^{qdm}	. .	$14{,}619^{q''}$	. .	$13{,}647^{q''}$
1^{qcm}	. .	$21{,}051^{q'''}$	. .	$18{,}650^{q'''}$
1^{km}	. .	$32{,}34587^{k'}$	. .	$29{,}17385^{k'}$
1^{kdm}	. .	$55{,}894^{k''}$	. .	$60{,}412^{k''}$
1^{kcm}	. .	$96{,}584^{k'''}$	. .	$87{,}112^{k'''}$

Das Hohlmaass sowohl wie das Gewicht ist bei dem neufranzösischen Maass-Systeme unmittelbar vom gewöhnlichen Körpermaasse abgeleitet, was bei den älteren Maass-Systemen nicht der Fall ist; und darin liegt ganz besonders ein grosser Vorzug des metrischen Systems, welchen jedoch auch einige andere neuere Maass- und Gewichtssysteme bieten, welche, wie das badische und darmstädtische, auf das Metersystem basirt sind.

Die Einheit des französischen Hohlmaasses ist der Raum, welchen 1 Cubikdecimeter ausfüllt und welcher den Namen Litre führt:

$$1^{l} = 0{,}873386 \text{ preuss. Quart.}$$

Ebenso ist, wie schon oben S. 9 bemerkt wurde, die Einheit des Gewichtes beim metrischen Maass-Systeme von dem Längenmaasse abgeleitet. 1 Gramm ist das Gewicht eines Cubikcentimeters Wasser.

Da nun 1 Cubikdecimeter = 1000 Cubikcentimeter, so ist klar, dass 1 Litre Wasser 1000 Gramm oder, was dasselbe ist, 1 Kilogramm wiegt.

Die Unterabtheilungen des Grammes sind:

das Decigramm = $^{1}/_{10}{}^{gr}$
das Centigramm = $^{1}/_{100}{}^{gr}$
das Milligramm = $^{1}/_{1000}{}^{gr}$

In Baden, dem Grossherzogthum Hessen und der Schweiz ist schon seit längerer Zeit das metrische Pfund ($^{1}/_{2}$ Kilogramm oder 500 Gramm) als Landesgewicht angenommen. In neuerer Zeit ist diese Gewichtseinheit auch in Preussen und ganz Norddeutschland eingeführt worden.

100 metrische Pfund machen 1 Centner.

Die Pfunde anderer Länder weichen bald mehr bald weniger von diesen metrischen Pfunden ab.

So ist z. B. das bayrische Pfund . . . . 560 Gramm
englische Handelspfund . 453 „
östreichische Handelspfund 560,012 „
altpreussische Handelspfund 467,711 „

Das Pfund ist meistens auf gleiche Weise eingetheilt; es ist nämlich:

1 Pfund = 32 Loth,
1 Loth = 4 Quentchen,
1 Quentchen = 60 Gran;

1 Handelspfund hat also 7680 Gran.

Digitized by Google

In Preussen ist das metrische Pfund eingetheilt in:

10 Neuloth, das Neuloth = 50 Gramm,
1 Neuloth in 10 Quint, 1 Quint = 5 Gramm,
1 Quint = 10 Halbgramm.

Das Medicinalpfund ist durchschnittlich kleiner als das Handelspfund; das östreichische und preussische Medicinalpfund ist gerade $^3/_4$ des entsprechenden Handelspfundes. Die Unterabtheilungen des Medicinalpfundes sind:

Pfund.	Unze.	Drachme.	Scrupel.	Gran.
1	12 (1 Unze = 2 Loth)	96	288	5760
	1	8	24	480
		1	3	60
			1	20

Zur leichteren Reduction des Grammgewichtes auf das alte preussische (kölnische) Gewicht dient folgende Tabelle:

1 Gramm					16,422 Gran
2				1 Scrupel	12,844
3				2	9,266
4			1 Drachme	0	5,688
5			1	1	2,110
6			1	1	18,532
7			1	2	14,954
8			2	0	11,376
9			2	1	7,768
10			2	2	4,22
100		3 Unzen	3	1	2,2
1000	2 Pf.	2	2	0	2

Digitized by Google

Erklärung der Tafeln.

Tab. I, II. und III. Die Lissajous'schen Stimmgabelcurven, Seite 431.

Tab. IV. und V. Spectraltafeln, und zwar ist

Tab. IV. Nr. 1. Das Sonnenspectrum mit den wichtigsten Fraunhofer'schen Linien, S. 592.

Nr. 2. Das Absorptionsspectrum einer Lösung von schwefelsaurem Kupferoxyd-Ammoniak, S. 612.

Nr. 3. Das Absorptionsspectrum einer Lösung von Berlinerblau, S. 613.

Nr. 4. Das Absorptionsspectrum einer Lösung von schwefelsaurem Indigo, S. 613.

Nr. 5. Das Absorptionsspectrum des durch Kobalt blau gefärbten Glases, S. 613.

Nr. 6. Das Absorptionsspectrum einer Lösung von Chlorkupfer, S. 613.

Nr. 7. Das Absorptionsspectrum einer ätherischen Lösung von Blattgrün, S. 613.

Nr. 8. Das Absorptionsspectrum des durch Kupfer roth gefärbten Glases, S. 614.

Nr. 9. Das Absorptionsspectrum einer Lösung von saurem chromsauren Kali, S. 614.

Nr. 10. Das Sonnenspectrum, dessen obere Hälfte auf weissem, dessen untere Hälfte auf rothem Papier aufgefangen ist, S. 615.

Nr. 11. Eine Zusammenstellung der Spectrallinien des Lithiums, des Natriums, des Thalliums und des Indiums, S. 623, 624.

Digitized by Google

Nr. 12. Das Spectrum der durch Strontian roth gefärbten Flamme, S. 624.

Tab. V. Nr. 1. Das Absorptionsspectrum einer Lösung von übermangansaurem Kali, S. 614.

Nr. 2. Das Absorptionsspectrum einer Lösung von salpetersaurem Didymoxyd, S. 614.

Nr. 3. Das Spectrum der durch ein Kalisalz gefärbten Flamme, S. 624.

Nr. 4. Das Spectrum der durch Chlorbarium gefärbten Flamme, S. 624.

Nr. 5. Das Spectrum der durch Chlorcalcium gefärbten Flamme, S. 624.

Nr. 6. Das Cäsiumspectrum, S. 625.

Nr. 7. Das Wasserstoffspectrum, S. 629.

Nr. 8. Das Absorptionsspectrum der Dämpfe von salpetriger Säure, S. 617.

Nr. 9. Das Absorptionsspectrum der Joddämpfe, S. 617.

Nr. 10, 11 und 12. Prismatische Zerlegung des Lichtes, welches durch Gypsplatten verschiedener Dicke gegangen ist, die sich zwischen gekreuzten Nicols befinden, S. 854.

Tab. VI. Das photographirte Spectrum, S. 665.

Tab. VII. Erklärung des Beugungsbildes einer einfachen Spalte, S. 761, und zweier gleicher neben einander stehender Spalten, S. 772.

Tab. VIII. Die Intensitätscurven des Beugungsbildes einer einfachen Spalte, S. 769, und des Beugungsbildes von zwei und vier neben einander stehenden Spalten.

Tab. IX. Fig. 1. Das Beugungsbild zweier neben einander stehender kreisförmigen Oeffnungen, S. 772.

Fig. 2. Das Beugungsbild von vier ein Quadrat bildenden kreisförmigen Oeffnungen, S. 772.

Tab. X. Das Beugungsbild gekreuzter Gitter, S. 776.

Tab. XI. Fig. 1. Ringsystem einer senkrecht zur Axe geschnittenen Kalkspathplatte zwischen gekreuzten Turmalinen, S. 860.

Fig. 2. Desgleichen zwischen parallelen Turmalinen, S. 860.

Fig. 3. Ringsystem einer senkrecht zur Mittellinie geschnittenen Salpeterplatte zwischen gekreuzten Turmalinen, wenn die Ebene ihrer optischen Axen mit der Schwingungsebene der einen Turmalinplatte zusammenfällt, S. 873.

Fig. 4. Desgleichen wenn die Ebene der optischen Axen einen Winkel von 45° mit der Schwingungsebene einer jeden Turmalinplatte macht, S. 873.

Fig. 5 und Fig. 6. Die den Lagen Fig. 3 und Fig. 4 ent-

Digitized by Google

sprechende Erscheinung einer Platte von Titanit, welche so dick ist, dass die Reste der Lemniscaten in der Lage Fig. 5 nur noch als ganz feine, kaum wahrnehmbare Linien erscheinen, welche deshalb auch in der Figur ganz weggeblieben sind. S. 878.

Tab. XII. Fig. 1, 2 und 3. Die hyperbolischen dunklen Büschel einer senkrecht zur Mittellinie geschliffenen Salpeterplatte zwischen gekreuzten Turmalinen, S. 877.

Fig. 4 und Fig. 5. Die hyperbolischen Curven einer parallel der Axe geschliffenen Quarzplatte in homogenem Lichte, S. 883.

Tab. XIII. Fig. 1. Ringsystem der einen Axe eines zweiaxigen Krystalls, S. 876.

Fig. 2. Ringsystem einer senkrecht zu einer Axe geschnittenen Boraxplatte.

Fig. 3. Ringsystem einer senkrecht zur Axe geschliffenen Quarzplatte zwischen gekreuzten Spiegeln, S. 908.

Fig. 4. Ringsystem einer Combination zweier gleich dicker, senkrecht zur Axe geschliffenen Quarzplatten, welche auf einander gelegt sind und von denen die eine rechts-, die andere linksdrehend ist, S. 910.

Fig. 5 und 6. Lichtfiguren, welche geglühte Glasplatten im polarisirten Lichte zeigen, S. 929.

Fig. 7 und 8. Lichtfiguren, welche eine gepresste Glasplatte im polarisirten Lichte zeigt, S. 929.

Tab. XIV. Vergleichende Tafel der Längenmaasse.

Digitized by Google

NACHTRÄGE.

Zu §. 91 und zu §. 103. Sprengel's Quecksilber-Luftpumpe gründet sich auf das Princip des Wassertrommel-Gebläses, nur mit dem Unterschied, dass bei letzterem die fallende Wassersäule Luft aus der freien Atmosphäre saugt, während bei ersterem durch die fallende Quecksilbersäule die Luft aus einem in der Regel kleinen Recipienten gesaugt wird.

Fig. 1003.

Sprengel's Luftpumpe ist in Fig. 1003 dargestellt. Wenn man das Quecksilber in dem Trichter A durch Oeffnen des Quetschhahns C in der $2^1/_2$ Millimeter weiten Barometerröhre B herabfallen lässt, so wird die Luft aus dem Recipienten, der durch die Röhre x mit dem Rohre B in Verbindung steht, durch das fallende Quecksilber mitgerissen. Wenn es sich nur um die Evacuirung des Recipienten handelt, kann die Röhre B bis an ihr unteres Ende gerade bleiben; um aber die aus dem Recipienten gezogenen Gase auffangen und untersuchen zu kön-

Digitized by Google

nen, hat Graham die Fallröhre unten umgebogen und auf die Mündung eine mit Quecksilber gefüllte kleine Röhre R aufgesteckt, in welcher sich dann die herabgerissene Luft sammelt. Um die Verbindungen der Glasröhren gehörig luftdicht zu machen, müssen dieselben mit gut passenden Röhren von schwarzem vulcanisirtem Kautschuk, welche man unter dem Namen „französische Röhren" verkauft, hergestellt sein. Ausserdem müssen alle Verbindungsstellen mit Kupferdraht umwickelt und auch noch mit geschmolzener Guttapercha oder heissem flüssigem Kautschuk überzogen sein.

Graham benutzte die Sprengel'sche Luftpumpe, um den Durchgang der Luft durch Kautschuk zu untersuchen. Anstatt des Recipienten wurde zu diesem Zweck ein gewöhnliches elastisches Luftkissen E (18 Zoll lang und 15 Zoll breit) angesetzt. Der Beutel wurde mit den Händen zunächst flach gedrückt und dann mit der Sprengel'schen Röhre weiter ausgepumpt. Nachdem der ganze Inhalt des Beutels herausgezogen und dieser vollständig zusammengefallen war, begann die Sprengel'sche Röhre wiederum zwar langsam aber sehr regelmässig Luft auszugeben. Die auf diese Art aus dem Beutel gezogene Luft betrug in einer Stunde 15,65 Cubikcentimeter, sie war aber auf andere Weise zusammengesetzt, als die atmosphärische Luft, denn sie enthielt im Durchschnitt 41 Proc. Sauerstoff, der Sauerstoff war also in verhältnissmässig reichlicherem Maasse durch das Kautschuk hindurchgegangen, als der Stickstoff.

Dieses Resultat zeigt, dass der Durchgang der Gase keineswegs dem in §. 103 besprochenen Diffusionsgesetz folgt, sonst hätte das specifisch leichtere Stickgas in reichlicherem Maasse durch die Kautschukwand hindurchgehen müssen.

Um die Geschwindigkeit des Durchganges verschiedener Gase, welche unter dem Druck der Atmosphäre stehen, durch Kautschukplatten zu untersuchen, auf deren anderer Seite sich ein Vacuum befand, wandte Graham eine Glasröhre von 1 Meter Länge und 22 Millimeter Weite an, die oben durch eine dünne Gypsplatte geschlossen, unten aber offen war. Eine dünne Kautschukplatte wurde über das obere Ende der Röhre gespannt, wo sie, von der Gypsplatte gestützt, mit Kupferdraht umwickelt und mit den Rändern mittelst heisser Guttapercha an das Glas gekittet wurde. Wenn die Röhre mit Quecksilber gefüllt, umgekehrt und in ein Quecksilbergefäss eingetaucht wird, wie eine Toricelli'sche Röhre, so entsteht unter dem Gypspfropf ein Vacuum, in welches das über der Kautschukplatte befindliche Gas langsam eindringt. Um mit verschiedenen Gasen experimentiren zu können, wurde über der Kautschukplatte eine Kammer angebracht, in welche das zu untersuchende Gas einerseits ein-, andererseits ausströmte. Es wurde nun die Zeit beobachtet, welche verstrich, während für ein bestimmtes Gas die Quecksilbersäule im Rohre von einer Höhe von 748^{mm} auf 723 und dann von 723 auf 698^{mm} sank; dieser Versuch wurde dann mit verschiedenen Gasen wiederholt.

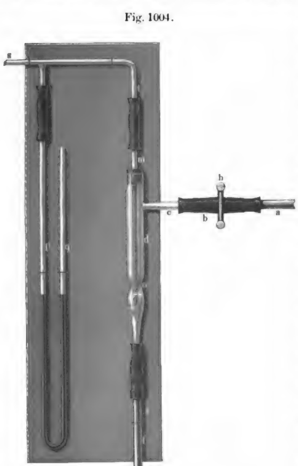
Digitized by Google

Bezeichnen wir die Zeit, welche ein bestimmtes Volumen Kohlensäure braucht, um in der angegebenen Weise die Kautschukplatte zu durchdringen, mit 1, so ist für das Eindringen eines gleichen Volumens

Wasserstoff	die	Zeit	2,5
Sauerstoff	"	"	5,3
Atmosphär. Luft	"	"	11,8
Kohlenoxydgas	"	"	12,2
Stickstoff	"	"	13,6

nöthig. Den eben besprochenen Durchgang der Gase durch eine Kautschukplatte in ein Vacuum bezeichnet Graham als Dialyse der Gase und schreibt sie einer Art von chemischer Verwandtschaft zu, vermöge deren das Gas einerseits von dem Kautschuk absorbirt wird, um dann andererseits an das Vacuum abgegeben zu werden. (Poggend. Annal. CXXIX. 1866).

Fig. 1004.



Statt der fallenden Quecksilbersäule hat Bunsen eine fallende Wassersäule zur Construction einer Luftsaugepumpe benutzt. Aus einem oben offenen Wasserbehälter strömt das Wasser durch ein Bleirohr *a*, Figur 1004 (von ungefähr 6^{mm} äusserem Durchmesser), das verbindende Kautschukrohr *b* und das Glasrohr *c* in das weitere Glasrohr *d*, um dann von hier aus weiter durch das 20 bis 30 Fuss weit hinabreichende

Bleirohr f hinabzufallen. Das weitere Rohr d ist oben mit einem wohl schliessenden Kautschukstopfen geschlossen, durch welchen ein engeres Glasrohr mn bis unter die bei o befindliche Einschnürung des Rohres d hinabreicht. Der Raum, aus welchem die Luft ausgesaugt werden soll, wird mit dem Glasrohr st in Verbindung gesetzt, welches andererseits durch eine Kautschukröhre mit mn verbunden ist. So zieht dann die in f herabfallende Wassersäule die Luft aus dem Recipienten durch die Röhren st und mn nach. Der Grad der erzielten Luftverdünnung kann an dem Quecksilbermanometer pq abgelesen werden.

Die Bunsen'sche Luftsaugepumpe wird übrigens weniger zur Erzeugung eines Vacuums, als zum Trocknen von Niederschlägen gebraucht. Zu diesem Zwecke wird die Röhre des Trichters, auf welchem das Filter mit dem Niederschlage liegt, mittelst eines Kautschukstopfens luftdicht in den Hals eines Glasgefässes eingesetzt. Dieser Kautschukstopfen hat aber noch eine zweite Durchbohrung, in welcher ein mit dem Glasrohr st in Verbindung zu setzendes Glasröhrchen steckt. Sobald nun die Luftpumpe functionirt, wird Luft durch den Niederschlag und das Filter hindurchgesaugt, und so ein rasches Trocknen des Niederschlages bewirkt. Damit das Filter nicht reisst, wird seine Spitze in einen kleinen aus dünnem Platinblech zusammengelegten Hohlkegel eingesetzt.

Die Menge des abströmenden Wassers muss mit Hülfe des Quetschhahnes h gehörig regulirt werden.

Zu §. **158.** König hat die interessante und wichtige Entdeckung gemacht, dass hohe und tiefe Töne sich keineswegs gleich schnell in der Luft fortpflanzen, wie man bisher annahm. — An dem einen Ende einer langen Röhrenleitung unter dem Boulevard St. Michel zu Paris liess König möglichst kurz zwei Töne, einen hohen und einen tiefen, mittelst zweier aufschlagender und mit Trompetenansätzen versehener Zungen, welche auf demselben Mundstück montirt waren, angeben. Am anderen Ende der Röhrenleitung beobachtete er die Ankunft der Töne mittelst einer Resonatorenvorrichtung, welche so disponirt war, dass das Ohr zugleich mit zwei Resonatoren in Verbindung stand, von denen einer dem hohen, der andere dem tiefen Tone entsprach.

Der tiefere Ton kam immer vor dem höheren an und wenn beide Töne sehr kurz angegeben wurden, so trat mitunter der Fall ein, dass der tiefere Ton schon aufgehört hatte, wenn der höhere erst dem Ohre wahrnehmbar wurde.

Die Röhrenleitung hatte zwischen 1600 und 1700 Meter Länge und der Durchmesser der Röhren betrug $1^1/_{10}$ Meter.

Zu §. **166.** Das Erzittern der manometrischen Flammen, von welchen in §. 166 die Rede war, rührt daher, dass die Flamme jedesmal aufschiesst, wenn an der entsprechenden Stelle in der Pfeife eine Luft-

Digitized by Google

verdichtung stattfindet, um sich bei der darauf folgenden Luftverdünnung wieder zurückzuziehen. Dieses abwechselnde Aufblitzen und Kleinwerden der Flamme lässt sich sehr schön sichtbar machen, wenn man sie mittelst eines rasch gedrehten Spiegels analysirt. Wenn die Spiegelvorrichtung um ihre verticale Axe gedreht wird, so erblickt man eine Reihe einzelner Flammen, Fig. 1006, die einander um so näher rücken, je höher der Ton ist, welchen die Pfeife giebt.

Fig. 1005.

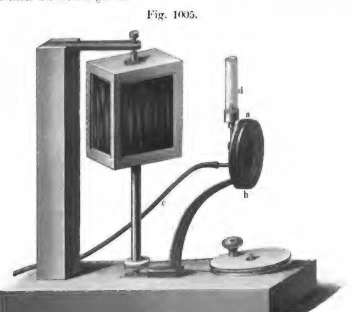
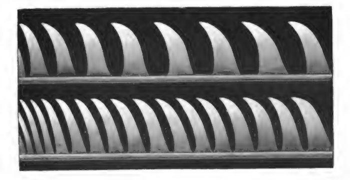


Fig. 1006.



Der Apparat Fig. 1005 ist mit einer zu diesem Versuch sehr geeigneten Spiegelvorrichtung versehen. Vier gewöhnliche belegte Glasspiegel

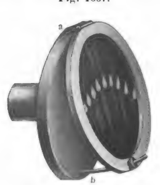
Digitized by Google

sind nämlich so zusammengestellt, dass sie eine quadratische Säule bilden, welche um eine verticalstehende, eiserne, in Spitzen laufende Axe leicht drehbar ist. In unserer Figur ist diese Spiegelvorrichtung noch mit einem weiteren Apparat *ab* verbunden, welcher alsbald besprochen werden soll, welcher aber mit der Untersuchung der an Pfeifen angebrachten manometrischen Flammen nichts zu thun hat.

Wenn man auf derselben Windlade zwei offene Pfeifen aufsteckt, von welchen die eine die Octave der anderen giebt, und von denen jede in ihrer Mitte (also an der Stelle des Schwingungsknotens für den tiefsten Ton der Pfeife) mit einem manometrischen Kästchen versehen ist, aus welchem das Gas durch ein Kautschukröhrchen zur Ausströmungsspitze geführt wird, welches lang genug ist, um den einen Brenner gerade unter dem anderen anbringen zu können, so sieht man in den rotirenden Spiegeln die beiden Flammenreihen, wie sie in Fig. 1006 dargestellt sind, gleichzeitig, und zwar übersieht man leicht, dass auf jedes einzelne Flammenbild des tieferen Tones zwei Flammenbilder seiner Octave kommen.

In dem Apparat Fig. 1005 ist die drehbare Spiegelvorrichtung mit einem selbstständigen (d. h. nicht an einer Pfeife angebrachten) manometrischen Kästchen *ab* sammt Brenner verbunden. Das manometrische Kästchen wird durch eine messingene Rückwand gebildet, auf welche zunächst ein 4 Millimeter dicker Kautschukring und auf diesen ein Messingring von gleichem Durchmesser aufgeschraubt wird. Zwischen den Kautschukring und den Messingring ist aber eine elastische Kautschukmembran eingeklemmt. In den Hohlraum nun, welcher sich zwischen der messingenen Rückwand und der Kautschukmembran befindet, kann nun durch das Kautschukrohr *c* Leuchtgas eingeleitet werden, welches durch den Brenner *d* wieder austritt. Wenn das Flämmchen bei *d* brennt, so geräth es ins Zittern, wenn man vor dem manometrischen Kästchen *ab* irgend einen Ton mit einer Pfeife anbläst, und in dem gedrehten Spiegelapparat sieht man dann die getrennten Flammenbilder in der bereits besprochenen Weise.

Fig. 1007.



Der durch die Drehung des Spiegelapparates entstehende Wind würde die sehr nahe stehende Flamme bei *d* zu stark auf die Seite blasen, wenn dieselbe nicht durch einen Glascylinder geschützt wäre.

Wenn man vor dem manometrischen Kästchen *ab* irgend einen musikalischen Ton singt, so erscheint das Bild der Flamme in den rotirenden Spiegeln verschieden, je nachdem man auf die selbe Note die Vocale *a*, *e*, *i*, *o* oder *u* singt.

Digitized by Google

Reichert hat den Spiegelapparat Fig. 1005 durch den in Fig. 1007 dargestellten ersetzt, bei welchem nur ein Spiegel in Anwendung kommt, welcher gegen die horizontale Rotationsaxe schräg gestellt ist, wie die Figur 1007 zeigt. Die Ebene des Spiegels macht einen Winkel von ungefähr 15° mit der verticalen Scheibe *ab*. Der Durchmesser des Spiegels beträgt 15 bis 25 Centimeter. Man kann diese Vorrichtung an jedem Rotationsapparat mit horizontaler Umdrehungsaxe, z. B. an die Schwungmaschine Fig. 326 Seite 265, oder statt der durchlöcherten Scheibe an den Apparat Fig. 449 Seite 407 ansetzen. Die Flammenbilder erscheinen auf dem rotirenden Spiegel als auf einem Kreisbogen liegend, wie es unsere Figur andeutet.

Zu §. **172.** Rudolph König in Paris hat die obere Gränze der Hörbarkeit durch eine Reihe von zehn cylindrischen Stahlstäben nachgewiesen, welche sämmtlich gleichen Durchmesser von 20 Millimetern haben. Die Länge der einzelnen Stäbchen ist in der zweiten Columne der folgenden Tabelle gegeben.

Nummer der Stäbe.	Länge der Stäbe in Millimetern.	Schwingungszahl.	Musikalische Beziehung.
1	$149 = 149{,}0$	4096	c_5
2	$149\sqrt{4/5} = 132{,}3$	5120	e_5
3	$149\sqrt{2/3} = 121{,}7$	6144	g_5
4	$149\sqrt{1/2} = 105{,}3$	8192	c_6
5	$149\sqrt{4/10} = 94{,}2$	10240	e_6
6	$149\sqrt{2/6} = 86{,}0$	12288	g_6
7	$149\sqrt{1/4} = 74{,}5$	16384	c_7
8	$149\sqrt{4/20} = 66{,}6$	20480	e_7
9	$149\sqrt{2/12} = 60{,}9$	24576	g_7
10	$149\sqrt{1/8} = 52{,}6$	32768	c_8

Durch Anschlagen mit einem harten Klöppel werden die Stäbe in der Weise in Transversalschwingungen versetzt, dass sich zwei Schwingungsknoten bilden (s. §. 176), von denen jeder um $1/5$ der ganzen Stablänge von dem einen Ende des Stabes absteht. An der Stelle dieser Schwingungsknoten sind die Stäbchen mit einer kleinen eingedrehten Rinne versehen, wie Fig. 1008 (a. f. S.) zeigt.

Diese Stäbe werden entweder mit ihren Schwingungsknoten auf Kautschukröhren aufgelegt, welche in convergirender Richtung auf ein Brett

Digitized by Google

aufgeleimt sind, wie Fig. 1008 zeigt, oder sie werden an Schnüren aufgehängt, wie man Fig. 1009 sieht, welch letzteres namentlich bei den drei kürzesten Stäbchen geschieht.

Fig. 1008.

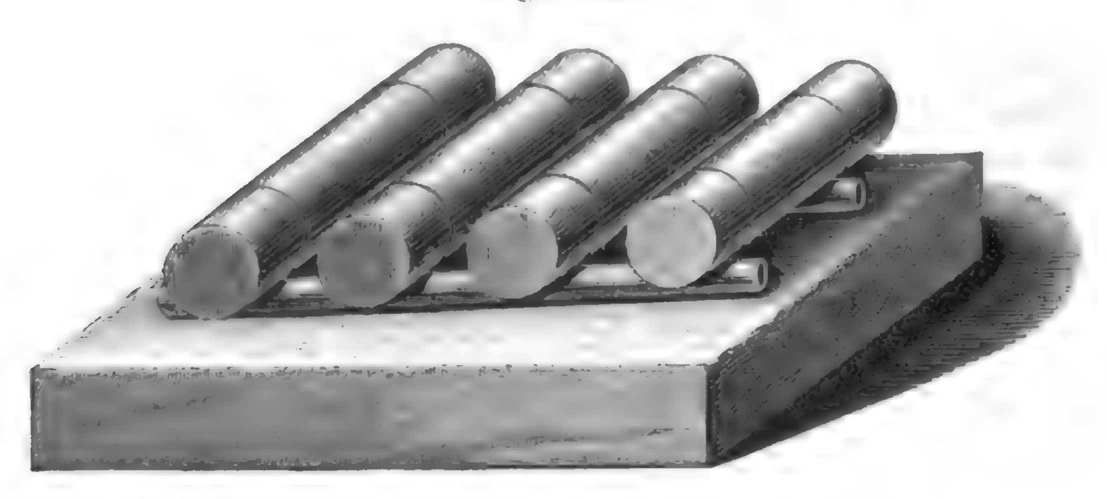
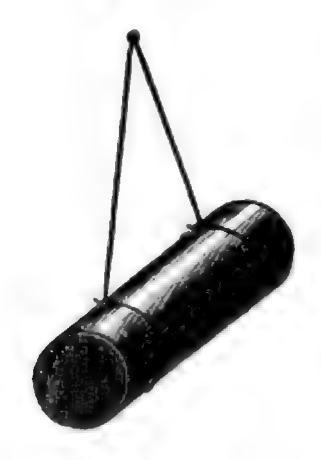


Fig. 1009.



Der längste dieser Stäbe giebt mit dem Klöppel angeschlagen den Ton c_5 (das fünfgestrichene c, ein Ton, welcher durch 4096 ganze Schwingungen in der Secunde erzeugt wird, wenn man das eingestrichene a zu 426,66... Schwingungen annimmt). Danach ergiebt sich denn die Schwingungszahl der übrigen Stäbe, wie dieselbe in der dritten Verticalreihe obiger Tabelle steht, während die letzte Verticalreihe die musikalische Bezeichnung der entsprechenden Töne enthält.

Der Transversalton des Stabes Nr. 1, also das fünfgestrichene c, erklingt so voll und kräftig, dass man das Klappen beim Anschlagen des Hammers kaum wahrnimmt. Bei den folgenden Stäben wird nun das Klappen des Anschlags immer merklicher, während der Transversalton immer schwächer und feiner wird, bis er endlich vollständig verschwindet und nur noch das Klappen hörbar bleibt. Weniger feine Ohren hören kaum noch das g_6. Für ältere Personen bildet c_7 die Gränze der Hörbarkeit, während selbst die besten Ohren den Ton g_7 (24576 Schwingungen in der Secunde) nicht mehr hören.

Zu §. **189**. Weil die aus Messingblech verfertigten kugelförmigen Resonatoren, welche auf S. 470 besprochen wurden, ziemlich kostspielig sind, so hat Schubring mit dem besten Erfolge versucht, solche aus Pappröhren, ungefähr von der Form Fig. 1010 herzustellen. Im Boden der Röhre ist ein kurzes Glasrohr eingeleimt, dessen unteres etwas eingezogenes Ende gerade ins Ohr passt. Für die höheren Obertöne bleibt das obere Ende des Rohres offen und die Länge der Röhre ist dann $^1/_4$ von der Wellenlänge ihres Eigentones in Luft. Der Durchmesser der

by Google

Röhren ist ungefähr 0,22 ihrer Länge. Für die tieferen Töne würden solche oben offenen Röhren unbequem lang werden, weshalb die ihnen entsprechenden Resonatoren aus abgekürzten Röhren bestehen, welche oben durch einen Deckel geschlossen sind, in dessen Mitte sich eine kreisförmige Oeffnung befindet. Der Resonator, dessen Eigenton *c* ist (128 Schwingungen in der Secunde), besteht z. B. aus einer 38,5^{cm} langen, 14^{cm} weiten Pappröhre, in deren Deckel sich eine 4,5^{cm} weite kreisförmige Oeffnung befindet. Der Resonator für c_1 (256 Schwingungen) ist bereits eine ungefähr 32^{cm} lange, 6^{cm} weite, oben offene Röhre.

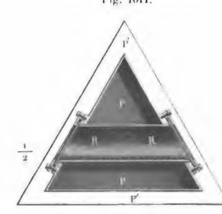
Fig. 1010.

G. Appunn in Hanau verfertigt kegelförmige Resonatoren von Zinkblech. Der Obertöne-Apparat, welchen derselbe verfertigt, ist ein nach Art eines kleinen Harmoniums construirtes Instrument, dessen 32 oder 64 Zungenpfeifen der Reihe nach die Obertöne des Contra *C* ($\underline{C}$ zu 32 Schwingungen) oder des Subcontra *c* (16 Schwingungen) geben. Dieser Apparat dient nicht allein dazu, die Lehre von den Obertönen zu erläutern, sondern er ist auch sehr geeignet zur Hervorbringung von Combinationstönen. Der Ton $\underline{C}$ erklingt sehr vernehmlich, wenn man auf diesem Instrument gleichzeitig den zweiten und dritten, oder den dritten und vierten, oder den vierten und fünften Oberton von $\underline{C}$ anschlägt.

Appunn's Vocalapparat in Holzpfeifen auf einer Windlade mit Ventilen ausgeführt, leistet nach dem Zeugniss von Helmholtz eben so viel oder selbst noch mehr in der Nachahmung der Vocale, wie der in §. 196 erwähnte bedeutend theurere Stimmgabelapparat.

Zu §. **238.** Ueber die Abnahme der Brechungsexponenten bei steigender Temperatur hat Rühlmann sehr genaue Versuche angestellt und im CXXXII. Bande von Poggendorff's Annalen publicirt. Im Eingang zu seiner Abhandlung bespricht er alle älteren, über diesen Gegenstand angestellten Versuche.

Fig. 1011.



Das Hohlprisma, welches Rühlmann zu seinen Versuchen anwandte, ist in Fig. 1011 in horizontalem Durchschnitt dargestellt. Eine messingene, innen

vergoldete Röhre von ungefähr 2 Centimeter Durchmesser ist auf beiden Seiten so abgeschnitten, dass jede der beiden Schnittflächen einen Winkel von 60° sowohl mit der Axe des Rohres als auch mit der andern macht. Diese Röhre ist in der durch die Figur erläuterten Weise in die Seitenwände eines Hohlprismas P von Messingblech eingelöthet, dessen Wände an der Eintrittsstelle des Rohres R bedeutend verstärkt sind. Der Messingring, welcher die Mündung des Rohres umgiebt, ist vollkommen eben abgeschliffen, so dass man eine Platte von geschliffenem Spiegelglas auflegen und andrücken kann, wie man aus der Figur ersieht. Der Druck, welcher die Glasplatten andrückt, darf nur ein ganz geringer sein, damit sie nicht im mindesten verbogen werden. Das Rohr R ist oben mit einer Oeffnung von 1^{cm} Durchmesser versehen, dessen Projection in unserer Figur durch einen punktirten Kreis angedeutet ist und durch welche ein Thermometer in das Rohr eingeführt werden kann. Das Rohr R wird mit der zu untersuchenden Flüssigkeit, das Hohlprisma P mit irgend einer beliebigen Flüssigkeit gefüllt, welche lediglich den Zweck hat, allzurasche Temperaturänderungen der Flüssigkeit in R zu verhindern.

Das Hohlprisma P mit der Röhre R wird nun in ein weiteres Hohlprisma P' eingesetzt, dessen Seitenwände den Mündungen des Rohres R gegenüber durchbrochen sind. Auch der Boden des Hohlprismas P' ist so weit durchbrochen, dass die Flamme einer untergestellten Weingeistlampe den Boden des Hohlprismas P bespült. Der Zwischenraum zwischen den Seitenwänden von P und P' wird mit Baumwolle ausgefüllt.

Das eben besprochene Hohlprisma wurde nun mittelst eines Dreifusses gehörig centrirt auf den horizontalen Kreis eines Theodolits aufgestellt, dessen Höhenkreis nebst Fernrohr abgenommen worden war.

Fig. 1012.

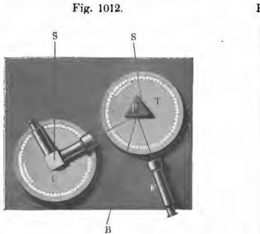
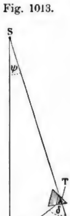


Fig. 1013.



Google

In Fig. 1012 stellt T den Grundriss des Theodolits und P das Prisma dar. Dicht neben dem Theodolit war ein Universalinstrument U so aufgestellt, dass die Drehungsaxe seines gebrochenen Fernrohres in gleicher Höhe mit dem Prisma stand, und dass die von einem entfernten Spalt herkommenden, unter dem Minimum der Ablenkung aus dem Prisma austretenden Strahlen auf das Objectiv des gebrochenen Fernrohrs fielen.

Als Lichtquelle diente ein Spalt S, Fig. 1013, welcher in gleicher Höhe mit dem Prisma P in einer ungefähr 8 Meter entfernten Wand angebracht war und hinter welchem eine entweder durch Kochsalz gelb, oder durch Lithium roth, oder durch Thallium grün gefärbte Flamme aufgestellt wurde.

Nachdem nun das Prisma P so gestellt war, dass bei einer bestimmten Erwärmung der in ihm enthaltenen Flüssigkeit die von S kommenden Strahlen das Minimum der Ablenkung erführen, wurde am Universalinstrument der Winkel φ gemessen, welchen die aus dem Prisma austretenden Strahlen mit der vom Mittelpunkt von U nach S gehenden Linie machen. Der Winkel δ, um welchen die vom Spalt S kommenden Strahlen durch das Prisma abgelenkt werden, ist aber

$$\delta = \varphi + \psi.$$

Der Werth von ψ ergiebt sich aber aus der bekannten trigonometrischen Formel

$$tang\,\psi = \frac{UT \, . \, sin\,\varphi}{US - UT\,cos\,\varphi}.$$

Die Entfernung UT war 337, US aber 7790 Millimeter.

Um die Brechungsexponenten zu berechnen, muss aber ausser dem Minimum der Ablenkung δ auch noch der brechende Winkel des Prismas bekannt sein. Da es möglich wäre, dass der brechende Winkel des Prismas sich mit der Temperatur änderte, so war die Einrichtung getroffen, dass man zwischen den Ablenkungsbeobachtungen für jede beliebige Temperatur den Winkel des Prismas messen konnte. Zu diesem Zweck war auf derselben Steinplatte, welche U und T trug, ein Fernrohr F fest aufgestellt, durch welches man in der Vorderfläche des Prismas das Spiegelbild eines entfernten, in der Richtung TB befindlichen Blitzableiters beobachtete. Hatte man das Spiegebild der einen Fläche eingestellt und den Nonius abgelesen, so brauchte man nur den Horizontalkreis von T so weit zu drehen, dass das Spiegelbild der zweiten Prismenfläche am Fadenkreuz erschien und abermals abzulesen, um auf die bekannte Weise den brechenden Winkel des Prismas zu finden.

Es ergab sich, dass der brechende Winkel des Prismas sich mit der Temperatur nicht merklich ändert, während das Minimum der Ablenkung bei steigender Temperatur merklich abnimmt.

Auf die Details der Beobachtung und der Berechnung können wir hier nicht weiter eingehen. Die folgende kleine Tabelle, welche ein Auszug aus den von Rühlmann mitgetheilten Resultaten ist, giebt die Brechungsindices des Wassers für verschiedene Temperaturen.

Digitized by Google

C.	Lithium-linie.	Natrium-linie.	Thallium-linie.
0°	1,33154	1,33374	1,33568
20	1,33033	1,33250	1,33439
40	1,32690	1,32901	1,33081
60	1,32194	1,32397	1,32581
80	1,31647	1,31853	1,32083

Von 0° bis 80° nimmt der Brechungsexponent des Wassers stetig ab, ohne bei dem Dichtigkeitsmaximum eine Abweichung von dem Aenderungsgesetze zu zeigen.

Zu §. **254** und **255**. Eine Substanz von überraschend starker Fluorescenz ist, wie Goppelsröder gefunden hat, das aus dem Kubaholz zu gewinnende Morin (Pogg. Annal. CXXXI und CXXXIV, 1867 und 1868). Die alkoholische Lösung des reinen Morins fluorescirt nicht; sobald sie aber mit der Lösung eines Thonerdesalzes, z. B. mit der des Alauns versetzt wird, entsteht eine intensiv grüne Fluorescenz, deren Farbe an die des Malachits erinnert. Selbst bei bedeutender Verdünnung der Lösung zeigt dieselbe noch starke Fluorescenz. Wenn man zu der Lösung eines Thonerdesalzes, welche nur $^1/_{600}$ Milligramm Thonerde in 1 Cubikcentimeter Wasser enthält, etwas Morinlösung zusetzt, so tritt noch eine deutlich wahrnehmbare grüne Fluorescenz auf, weshalb Goppelsröder die Morinlösung als höchst empfindliches Reagens auf Thonerde in Vorschlag bringt (Fluorescenz-Analyse).

Wenn man das Spectrum durch die in einem Glastroge enthaltene, nicht allzusehr verdünnte, fluorescirende Morinlösung auffängt, so zeigen sich die Fraunhofer'schen Linien von F bis N mit einer Schärfe, wie ich sie noch bei keiner anderen Substanz beobachtet habe, namentlich aber auch viel schärfer als beim Uranglas. Es mag dies wohl vorzugsweise daher rühren, dass bei der Morinlösung die ganze Fluorescenzwirkung auf die äusserste Oberfläche concentrirt ist, so dass sie nirgends auch nur $^1/_2$ Millimeter weit in die Flüssigkeit eindringt.

Zu §. **258**. Um das ganze durch Metallspiegel, Quarzlinse und Quarzprisma in Flüssigkeiten erzeugte Fluorescenzspectrum darzustellen, dürfen dieselben nicht in Glaströgen enthalten sein, weil das Glas zu viel Fluorescenz erregende Strahlen absorbirt. Tröge mit Quarzwänden sind aber einestheils sehr kostspielig, andererseits liefern aber auch sie kein ganz reines Fluorescenzspectrum, weil das an der vorderen Wandfläche zum Theil unverändert reflectirte Licht störend in die Erscheinung eingreift.

Digitized by Google

Diesem Uebelstand hat Pierre (Sitzungsber. d. Wiener Akad. 53 Bd. 1866) auf eine sehr einfache Weise abgeholfen. Er fing nämlich das durch Linse und Prisma aus Bergkrystall erzeugte Spectrum mit einen ebenen Metallspiegel auf, um es durch denselben auf die freie horizontale Oberfläche der fluorescirenden Flüssigkeit zu projiciren, welche sich in einer Wanne von Hyalithglas befand. Durch eine in einem horizontalen Schirme befindliche Cylinderlinse (natürlich auch von Quarz), deren Axe den Längendimensionen des Spectrums parallel war, wurde das Spectrum zu einem linearen Spectralstreifen concentrirt.

Das so erhaltene lineare Spectrum wird nun nach der in §. 256 erläuterten Methode durch ein zweites ihm paralleles Prisma betrachtet.

Die Figuren 1014 bis 1018 zeigen das auf diese Weise beobachtete abgeleitete secundäre Spectrum mehrerer fluorescirender Substanzen. Der

Fig. 1014.

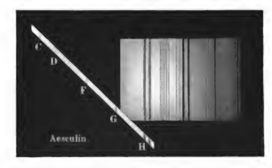
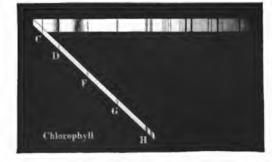


Fig. 1015.



besseren Orientirung wegen ist das abgeleitete primäre Spectrum beigefügt, wie es erscheinen würde, wenn das lineare Spectrum nicht auf einer

Digitized by Google

fluorescirenden Substanz, sondern auf weissem Papier aufgefangen worden wäre.

Fig. 1016.

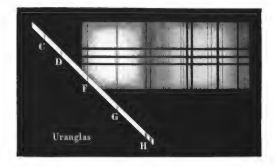


Fig. 1017.

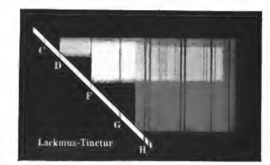
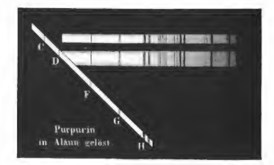


Fig. 1018.



Digitized by Google

Pierre unterscheidet einfache und zusammengesetzte Fluorescenz. Bei einfach fluorescirenden Substanzen ist die Färbung des Fluorescenzspectrums seiner ganzen Ausdehnung nach dieselbe (wenn auch ungleich intensiv), das abgeleitete secundäre Spectrum zeigt also auch überall die gleiche Zusammensetzung, wie dies z. B. für Aesculin, für Chlorophyll, für Uranglas, und für eine Lösung von Purpurin in Alaun der Fall ist. Wenn man es aber mit einer zusammengesetzten Fluorescenz zu thun hat, so zeigt das Fluorescenzspectrum an verschiedenen Stellen verschiedene Färbung und das abgeleitete secundäre Spectrum zeigt dann auch für verschiedene Stellen verschiedene Zusammensetzung, wie dies z. B. bei der Lackmustinctur der Fall ist.

Zu §. **355.** Auf Seite 909 ist angegeben, dass Terpentinöl linksdrehend sei. Dies gilt jedoch nicht für alle Sorten von Terpentinöl, indem das amerikanische und deutsche (meist in Oesterreich gewonnene) rechtsdrehend ist. Das französische linksdrehende Terpentinöl wird aus *Pinus Abies* und *Pinus Picea* gewonnen, während das deutsche vorzugsweise von *Pinus silvestris* und *Pinus austriaca*, das amerikanische aber zum grossen Theil von *Pinus Strobus* stammt. Die meisten ätherischen Oele besitzen die Eigenschaft der Circularpolarisation, und es kann dieselbe in manchen Fällen als ein Prüfungsmittel auf ihre Reinheit benutzt werden. Nach J. Frank's Versuchen beträgt die Grösse der Drehung in einer 5 Centimeter langen Röhre bei Anwendung von gelbem Licht für

Ol. aurant. dulce	$+ 45^0$	Ol. Piperis	$-$ 1,5
„ „ amarum	$+$ 38	„ Rosarum	$-$ 2,9
„ Carvi	$+$ 40	„ Lavendulae	$-$ 3,3
„ Citri	$+$ 31	„ Absynthii	$-$ 6,3
„ Teribenth. amer.	$+$ 8,5	„ Cubebarum	$-$ 17
„ „ germ.	$+$ 8,5	„ Tereb. gall.	$-$ 17
„ Bergamottae	$+$ 6,5	„ Templinum	$-$ 36

Die rechtsdrehenden Flüssigkeiten sind mit $+$, die linksdrehenden sind mit — bezeichnet.

Zu §. **358.** Auf S. 923 ist der Quotient $\frac{164,17}{1000}$ irrthümlich gleich 0,154 gesetzt, während er gleich 0,164... ist. Demnach ist auch der Werth von A für Rohrzucker

$$A = \frac{24}{0,164 \,.\, 2 \,.\, 1,06} = 69.$$

Nach sehr genauen Versuchen von Wild ist übrigens für Rohrzucker

$$A = 66,4$$

zu setzen.

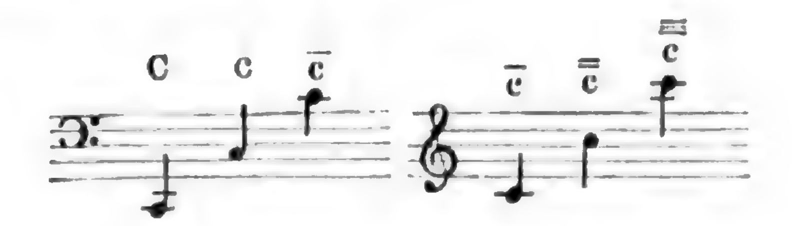
In der folgenden kleinen Tabelle ist der Gehalt an Rohrzucker angegeben, welcher der danebenstehenden Drehung der Polarisationsebene für gelbes Licht in einer 50^{mm} langen Röhre entspricht.

Digitized by Google

Drehungs-winkel.	Zuckergehalt in 1 Liter Lösung.
5⁰	150,56 Gramm
10	301,12
15	451,68
20	602,24
25	752,80

Es ist dies ein Auszug aus der vollständigeren Tabelle, welche Wild auf Seite 64 seines Werkchens über das Polaristrobometer (Bern 1865) mittheilt. Um den Zuckergehalt der Lösung zu finden, hat man nur die Grösse der Drehung, welche eine 50mm lange Säule derselben hervorbringt, mit 30,11 zu multipliciren.

Berichtigung.

Am Schlusse der Seite 404 fehlt:

Digitized by Google

NAMEN-REGISTER DES ERSTEN BANDES.

A.

Seite

Airy, Modification der Ringfiguren einaxiger Krystalle durch Glimmerblättchen 898
Albert, Apparat zur Zerlegung der Polarisationsfarben 855
— Polarisationsapparat 864
— Wellenscheibe 369
Appunn, Vocalapparat 949
— Obertöne-Apparat. 949
Amici, katoptrisches Mikroskop . . 710
Angström, Spectrum elektr. Funken 628
— Wellenlänge verschiedenfarbiger Strahlen 779
Arago, Brechungsexponenten d. Gase 554
— Circularpolarisation 885
— optisches experimentum crucis . 754
Archimedes, Gewichtsverlust untergetauchter Körper 111
Atwood, Fallmaschine 249
Aubuisson, Ausströmen der Luft . 337

B.

Babinet, Goniometer 309
— Luftpumpenhahn 203
Babo, Photographie des Spectrums 665
— Quecksilber-Luftpumpe 212
— Anwendung der Schwungkraft 269
Baden-Powel, Brechungsexponenten 599
Bartholinus, doppelte Brechung . . 804
Baumé, Aräometerscala 127
Beck, Aräometerscala 127
Becquerel, Phosphorescenz 651
— Phosphoroskop 654
Berthollet, Diffusion der Gase . . 241
Bertsch, Pfeifentöne 398
Bianchi, doppelt wirkende Luftpumpe 208

Seite

Biot, Brechungsexponenten der Gase 554
— Circularpolarisation 892
— — in Dämpfen 910
— — in Flüssigkeiten 909
Bohn, Photometer 498
Bohnenberger, Reversionspendel . . 360
Borda, Pendelversuche 296
Bourdon, Metallmanometer 221
Brewster, Edelsteinlinsen 704
— chromatische Polarisation organischer Substanzen 931
— elliptische Polarisation 902
— Kaleidoskop 508
— Lichtabsorption durch farbige Gase 617
— Polarisationswinkel 805
— Spectralfarben 601
— Stereoskop 684
— Untersuchung fluor. Körper . . 640
Broch, Circularpolarisation 892
Brisson, Densimeterscala 121
Brücke, Loupe 723
Buff, Ausströmen der Luft 337
Bunsen, Absorption der Gase . . 236
— Ausströmen der Gase 339
— Diffusion der Gase 340
— Gaslämpchen 619
— Photometer 498
— Spectralanalyse 625
— Wasserluftpumpe 944
Busolt, Farbenkreisel 270

C.

Cagniard La Tour, Elasticitätsmessungen 82
— Sirene 405

Google

Seite
Campani, Ocular 711
Cartesius, Brechungsgesetz 541
Cartier, Aräometerscala 127
Cassegrain, Spiegelteleskop 731
Cauchy, Brechungsexponent und Wellenlänge 784
Charles, Luftballon 227
Chevandier, Elasticität des Holzes . 80
— Festigkeitsmessungen 85
Chladni, Klangfiguren 416
— Schallgeschwindigkeit in festen Körpern 439
Clement u. Desormes, Saugen durch ausströmende Luft 342
Coddington, Loupe 704
Colladon und Sturm, Geschwindigkeit d. Schalles im Wasser . . 376
— Versuche über die Compressibilität der Flüssigkeiten 131
Coulomb, gleitende Reibung . . . 310
— Torsionselasticität 84
— wälzende Reibung 313
Cramer, Accommodation 672
Crookes, Thalliumlinie 625

D.

Daguerre, Lichtbilder 661
Dale, Brechungsexponenten . . . 600
Debus, Kaleidoskop 508
Delueil, Luftpumpe 209
Desaga, Photometer 501
Descloizeaux, Circularpolarisation im Zinnober 908
— Messung des Axenwinkels . . 878
— Axendispersion 881
Despretz, Abweichungen vom Mariotte'schen Gesetz 192
Ditscheiner, Wellenlänge verschiedenfarbiger Lichtstrahlen 779
Döbereiner, Zündmaschine 233
Dove, Polarisationsapparat 866
— Sirene 407
— Unterscheidung positiver und negativer Krystalle 898
Dubosq, Hohlprisma 548
— objective Darstellung der Interferenzerscheinungen 867
Dulong und Arago, Brechungsexponenten der Gase 557
— Versuche über das Mariotte'sche Gesetz 184
Dutirou, Brechungsexponenten . . 599
Dutrochet, Endosmose 149

E.

Eisenlohr, Wellenapparate 368
— Wellenlänge ultravioletter Strahlen 781
Esselbach, Wellenlänge ultravioletter Strahlen 856

Seite

F.

Fahrenheit, Heliostat 517
Faraday, Flintglas 599
— Saugphänomen 343
Fatana, astronomisches Fernrohr . 727
Ferain, Stimmorgan 480
Fizeau, Geschwindigkeit des Lichtes 492
Fortin, Barometer 172
Foucault, Geschwindigkeit d. Lichtes im Wasser 754
— Spiegelteleskop 132
— Polarisationsprisma 832
Frank, Circularpolarisation ätherischer Oele 955
Frankland, objective Darstellung d. Spectralfarben 637
Fraunhofer, achromatisches Mikroskop 710
— Bestimmung des Brechungsexponenten 598
— Bestimmung der Wellenlänge . 778
— Beugungserscheinungen 759
— Beugungsgitter 776
— dunkle Linien im Spectrum . . 590
— Loupe 704
— Prüfung der Fernrohre 729
Fresnel, Beugungserscheinungen . 758
— Circularpolarisation im Quarz . 905
— Doppelbrechung des gepressten Glases 844
— Interferenzspiegel 737
— Parallelepiped 901
— Wellenoberfläche zweiaxiger Krystalle 832
Frick, Stereoskop 686

G.

Galiläi, Fallversuche 249
— Bewegungsgesetze 245
— Fernrohr 721
— Gesetz der Trägheit 7
— Pendelgesetze 276
Gambey, Heliostat 518
Gascoigne, Fadenkreuz 727
Gay-Lussac, Versuch über Cohäsion der Flüssigkeiten 134
— Versuch über Capillarröhren . 140
— Volumeterscala 120
Geissler'sche Röhren 628
— Quecksilberluftpumpe 211
Gladstone, Brechungsexponenten . 600
Goppelsröder, Fluorescenz 952
Graham, Diffusion der Flüssigkeiten 155
— Diffusion der Gase 242
— Dialyse 156
— — der Gase 943
Grailich, optische Orientirung der Krystalle 840

Digitized by Google

Seite
Grassmann, Luftpumpenhahn . . . 206
S'Gravesande, Elasticitätsmessungen 77
— Heliostat 518
Gregory, Spiegelteleskope 730
Greiner, Barometer 177
Grimaldi, Beugungsversuche . . . 735
Guerike, Luftpumpe 196
— Magdeburger Halbkugeln . . . 209

H.

Haidinger, Dichroismus 924
Hamilton, konische Refraction . . 842
Harting, Leistung der Mikroskope . 716
— quadrioculares Mikroskop . . . 720
Hartnack, Immersionsobjectiv . . . 717
Hasert, Polarisationsprisma 832
Helmholtz, Complementärfarben . . 588
— Entstehung der Vocale 484
— Resonanzkugeln 469
— über Klangfarbe 462. 478
— Vibrationsmikroskop 471
— Combinationstöne 459
— Dissonanz 458
— Differenz- und Summationstöne 460
Henry, Gasabsorption 235
J. Herschel, Lemniscaten 874
— unregelmässige Ringe zweiaxiger Krystalle 879
W. Herschel, Spiegelteleskop . . . 730
Hochgesang, Luftpumpe 209
Hook, Barometer 179
Hopkins, Schwingungsknoten in Pfeifen 396
Huyghens, Barometer 178
— doppelte Brechung . . . . . .
— Vibrationstheorie 735
— Pendeluhr 302
Huyghens'sches Princip 753

J.

Jacquin, Vergrösserung der Mikroskope 715
Jamin, elliptische Polarisation . . 902
Jolly, Apparat für Circularpolarisation der Flüssigkeiten 911
— endosmotisches Aequivalent . . 151
— Federwage 81
— Quecksilberluftpumpe 212
Jung, Interferenzspiegel 738

K.

Kater, Reversionspendel 301
Kellner, Ocular 725
Kepler, astronomisches Fernrohr . 727
Kirchhoff, elektrische Metallspectra 629
— Erklärung der Fraunhofer'schen Linien 636
— Genaue Untersuchung des Spectrums 630

Seite
Kirchhoff, Umkehrung der Flammenspectra 634
Koch, Ausströmen der Luft . . . 337
König, Phonautograph 446
— Gränze der Hörbarkeit 947
— Manometrische Flammen . . . 396
— Geschwindigkeit des Schalles . 944
Kopp, Atomvolumen 30
— Volumenometer 187
Kravogl, Quecksilberluftpumpe . . 214

L.

Laborde, Fallapparat 255
Lamont, Barometer 172
Lang, optische Orientirung der Krystalle 840
— Messung des Axenwinkels . . 878
La Place, Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in Luft . . 374
Leslie, Stereometer 187
Liebig, Versuche über Endosmose . 153
Lippich, Fallapparat 255
Lissajous, optische Vergleichung d. Stimmgabeln 431
— Vibrationsmikroskop 434
Listing, optischer Knotenpunkt . . 671
Lloyd, konische Refraction 842
Ludwig, endosmotische Versuche . 152

M.

Malus, Polarisation des Lichtes . . 799
Marbach, Circularpolarisation im chlors. Natron 891
Mariotte, Compression der Luft . . 182
Mariotte'sches Gefäss 322
— Gesetz 182
Marloye, Stimmgabel 430
Masson, Spectrum elektr. Funken . 628
Melde, Apparat zur Darstellung stehender Wellen 412
— Universalkaleidophon 428
Mersenne, Schwingungszahl d. Töne 369
— Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles 371
Meyerstein, Bestimmung der Brechungsexponenten 597
— Heliostat 516
— Hohlprisma 549
— Spectrometer 594
Miller, Spectraluntersuchungen . . 624
Mitscherlich, Saccharometer . . . 916
Mohr, Wage 117
Montgolfier, Luftballon 226
Moser, Hauchbilder 233
Mousson, Spectralapparat 623
Müller, Joh., Physiolog, Insectenaugen 668
— Membranöse Zungen 447
— Sehen mit zwei Augen 680
— über das Stimmorgan 480

Digitized by Google

Seite

Müller, Joh., Fbg., Apparat zur Demonstr. d. Spiegelungsgesetze . . 505
— — des Brechungsgesetzes . . . 536
— hyperbolische Curven 883
— Photographie des Spectrums . . 665
— Wellenlänge farbig. Lichtstrahlen 779
— Wellenscheibe 368
— Zerlegung d. Polarisationsfarben 854
— Fallapparat 253
Münchow, oscillirendes Prisma . . 584
Muschenbroek, Festigkeitsmessungen 85

N.

Nachet, Binocularmikroskop . . . 718
— Zeichnungsapparat 701
Newton, allgemeine Schwere . . . 9
— Beugungsphänomene 758
— Emanationstheorie 735
— Farbenringe 786
— Schallgeschwindigkeit 374
— Spiegelsextant 511
— Spectralfarben 583
— Spiegelteleskop 731
— über das Spectrum 583
— Zusammensetzung des weissen Lichtes 584
Neumann, Metallreflexion 902
Nicholson, Aräometer 118
Nicol, polarisirende Prismen . . . 831
Nobert, Beugungsgitter 776
— Interferenzspectrumplatte . . . 783
— Probeplatte 716
— Zeichnungsapparat 700
Nörremberg, Bestimmung d. Schwingungsebene 809
— dichroskopische Loupe 924
— Interferenzröhre 452
— mikroskop. Polarisationsapparat 863
— Polarisationsapparat 801
— subjective Farben 693
— Turmalinzange 808

O.

Oberhäuser, Dissectionsmikroskop . 714
Oechsle, Mostwage 126
Oersted, Versuch über d. Mariotte'sche Gesetz 192
— Versuch über Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten 131
— Abweichung vom Mariotte'schen Gesetze 192
Ohm, akustisches Gesetz 462
— Interferenzprisma 739

P.

Pascal, hydrostat. Apparat 107
Pasteur, Circularpolarisation der Weinsäure 923

Seite

Pierre, Fluorescenz 953
Pistor und Martins, Reflexionskreis 514
Plateau, Irradiation 687
Plössl, Dissectionsmikroskop . . . 714
— Feldstecher 722
Plücker, Brechungsexponenten . . 599
— elektrische Gasspectra 628
Poggendorff, Quecksilberluftpumpe 213
Poisseuille, Ausfluss durch Capillarröhren 331
Politzer, graphische Darstellung der Schwingungen d. Trommelfells . 488
Porta, camera obscura 697
Pouillet, Abweichung v. Mariotte'schen Gesetz 193
— doppelte Quarzplatte 912
Priestley, Absorbtion der Gase durch Flüssigkeiten 235
Prony, Bremsdynamometer 317
Pythagoras, musikalische Intervalle 369

Q.

Quincke, Interferenzröhre . . . 453

R.

Ramsden, Ocular 731
Redtenbacher, Wellenlänge in Brechungsexponenten 784
Regnault, Versuch über d. Mariotte'sche Gesetz 195
— Versuch über Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten 132
— Volumenometer 190
Reich und Richter, Indium 625
Reichert, Saugphänomen 344
— rotirender Spiegel 947
Rheita, terrestrisches Ocular . . . 726
Ritchie, Apparat zu Newton's Farbenringen 785
Römer, Geschwindigk. d. Lichtes . 492
Rühlmann, Brechungsexponenten . 949
Rumford, Photometer 497
Rutherfurd, photogr. Spectrum . . 666

S.

Saussure, Absorption d. Gase durch Kohle 231
Sauveur, Bestimmung der Schwingungszahl durch Stösse 455
Savart, Bestimmung der Schwingungszahl d. Töne durch gezahnte Räder 408
— der ausfliessende Wasserstrahl . 326
— Fixirung der Klangfiguren . . 416
— Modificationen der Orgelpfeifentöne 397
— Polariskop 884
— Schallgeschwindigkeit in festen Körpern 439

Digitized by Google

Seite

Savart, Gränzen der Hörbarkeit . 409
— Verrückung der Knotenlinien . 420
Say, Stereometer 187
Scheibler, Stösse 456
Scheiner, Sehen durch feine Oeffnungen 873
Schmidt, G. G., Ausströmen der Luft 337
— Densimeterscala 121
Schröder, Atomvolumen 31
Schubring, Resonatoren 948
Schwerd, Bestimmung der Wellenlänge der Lichtstrahlen 768
— Beugungserscheinungen 759
— Intensität des Beugungsbildes . 769
— Russgitter 782
Scott u. König, Phonautograph . . 464
Seebeck, Sirene 407
Segner, Wasserrad 333
Senarmont, Apophyllitringe . . . 873
Senguerd's Hahn 202
Silbermann jun., Compressionspumpe 216
Silbermann sen., Heliostat 518
Snellius, Brechungsgesetz 541
Sömmering, Spiegel 700
Soleil, Saccharometer 916
Sorge, Combinationstöne 459
Sprengel, Quecksilberluftpumpe . . 941
Standinger, doppelt wirkende Luftpumpe 208
Steeg, Nachahmung d. Apophyllitringe 873
Stefan, Circularpolarisation 892
Steinheil, grosser Spectralapparat . 631
— Hohlprisma 549
— Spiegelteleskop 732
Stöhrer, Sirene 405
— oscillirendes Prisma 585
Stokes, Fluorescenz 640
— Spectrum d. elektrischen Lichtes 648
Strehlke, Klangfiguren 420
Sturm u. Colladon, Geschwindigkeit des Schalles im Wasser 376
— Zusammendrückbarkeit d. Flüssigkeiten 131
Swan, Spectrum der Kohlenwasserstoffflamme 627

T.

Talbot, Interferenzlinien 855
— Photographie 662

Seite

Tartini, Combinationstöne 459
Toricelli, Ausflussgesetz d. Flüssigkeiten 320
— Barometer 167
— Schwere der Luft 158
Tralles, Alkoholometer 125

V.

Ventzke, Saccharometer 919
Vidi, Aneroidbarometer 222
Volkmann, optisch. Kreuzungspunkt 672

W.

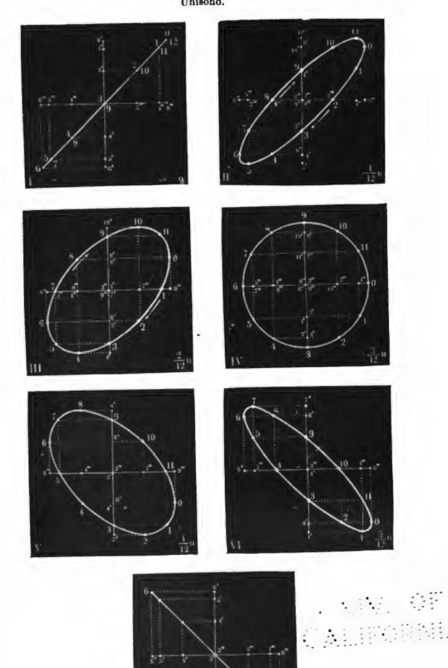
Waidele, Erklärung d. Hauchbilder 234
Weber, Barometerscala 170
— Versuche über Zungenpfeifen . 443
— Wellenlehre 359
— Wirkung d. Luftdrucks auf den menschlichen Körper 181
Weisbach, Ausflussapparat 321
Welcker, Irradiation 689
Welter, Sicherheitsröhren 217
Wenham, Binocularmikroskop . . 718
Wertheim, Elasticitätsmessungen . 78
— Festigkeitsmessungen 85
— Schallerregung im Wasser . . 440
Wheatstone, Kaleidophon 428
— Spectrum elektrischer Funken . 628
— Stereoskop 683
— Wellenapparat 368
Wild, Polaristrobometer 914
Willigen, van der, Spectrum des elektrischen Funkens 629
Willis, Nachahmung der Vocale . 484
Wilson, Loupe 704
Wollaston, camera lucida 699
— dünner Platindraht 17
— dunkle Linien im Spectrum . . 591
— Goniometer 508
— Spectrum elektr. Funken . . . 628
Wüllner, Jodspectrum 63 5

Y.

Young, Diffractionsphänomen . . . 758
— Interferenz 736

Tab. I.

Unisono.



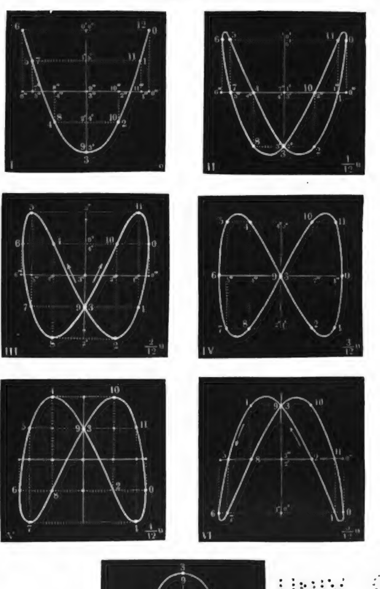
UNIV. OF CALIFORNIA

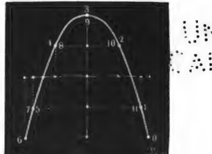
Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. II.

Grundton und Octav.





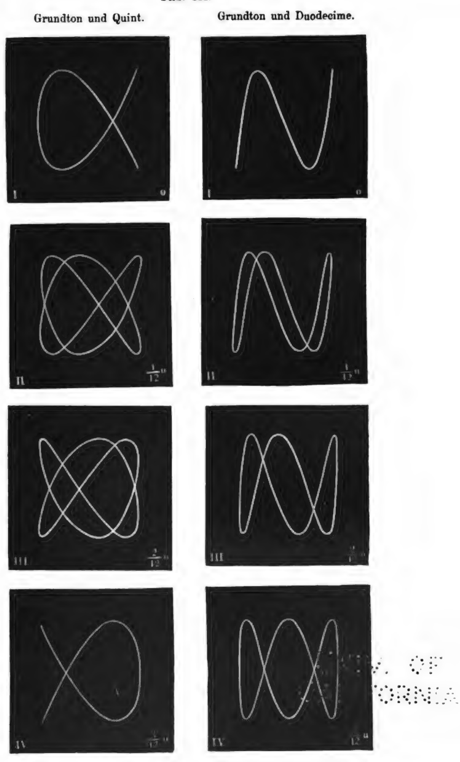
UNIV. OF CALIFORNIA

Digitized by Google

Digitized by Google

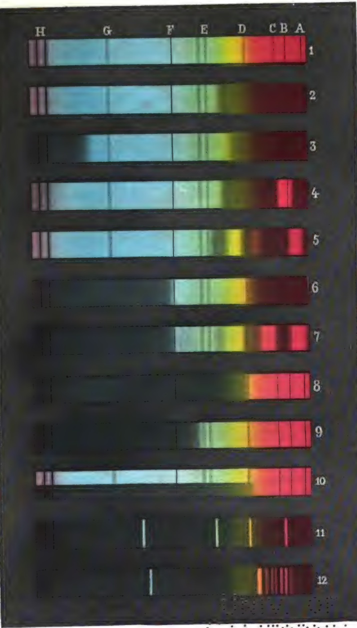
Tab. III.

Grundton und Quint. Grundton und Duodecime.



Digitized by Google

Digitized by Google

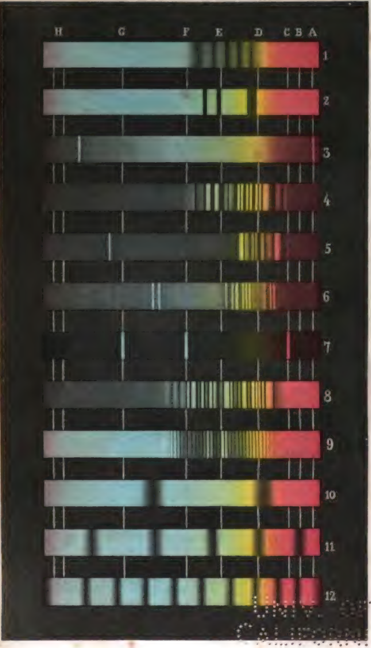


CALIFORNIA

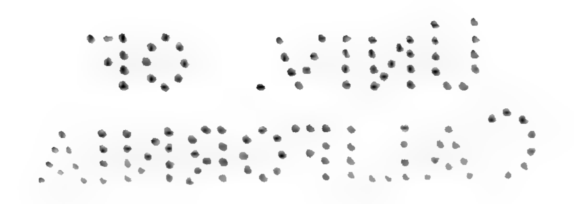
Google

Digitized by Google

Tab. V.



UNIV. OF CALIFORNIA



Digitized by Google

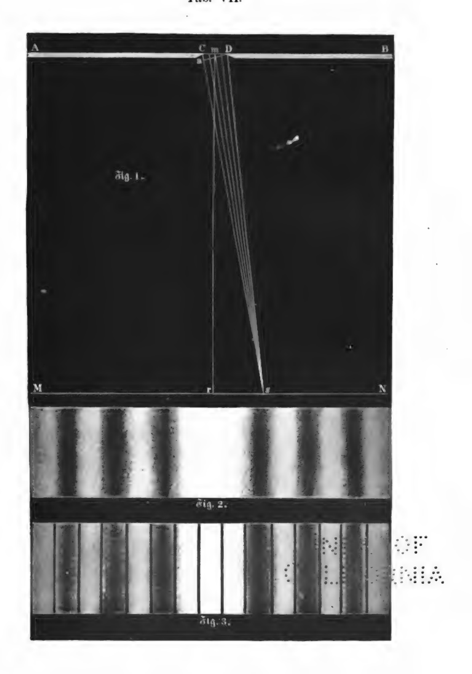
Das photographirte Spectrum.

UNIV. OF
CALIFORNIA

Digitized by Google

UNIV. OF
CALIFORNIA

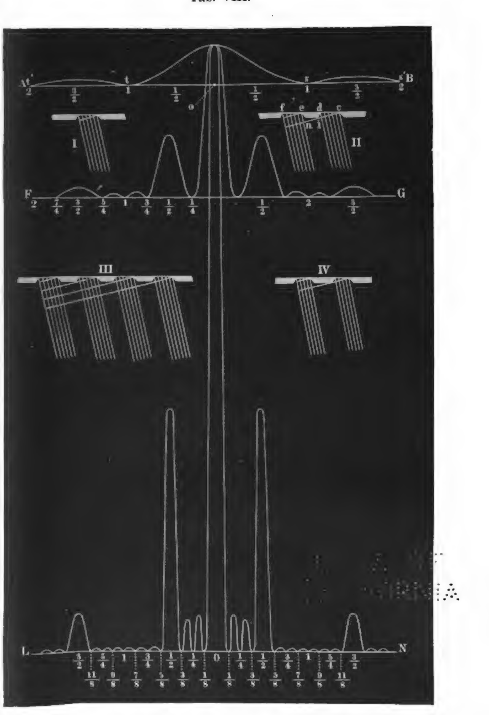
Tab. VII.



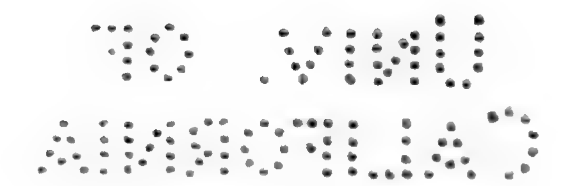
Digitized by Google

Digitized by Google

Tab. VIII.



Google



Digitized by Google

Fig 1

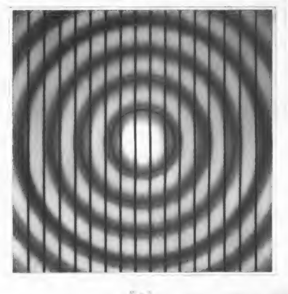
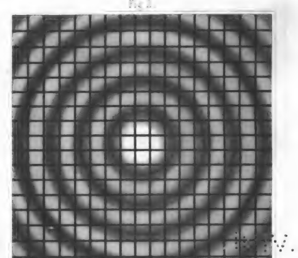


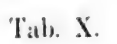
Fig 2.

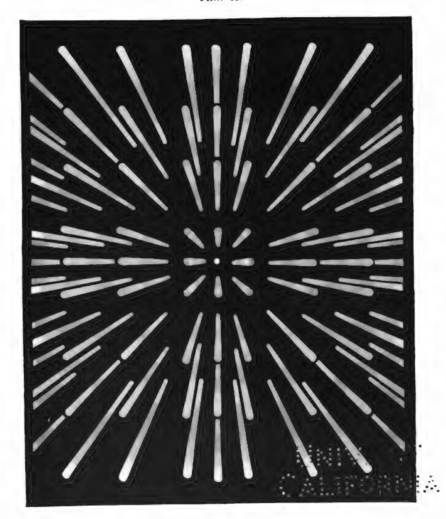


Bruch sc

UNIV. OF CALIFORNIA

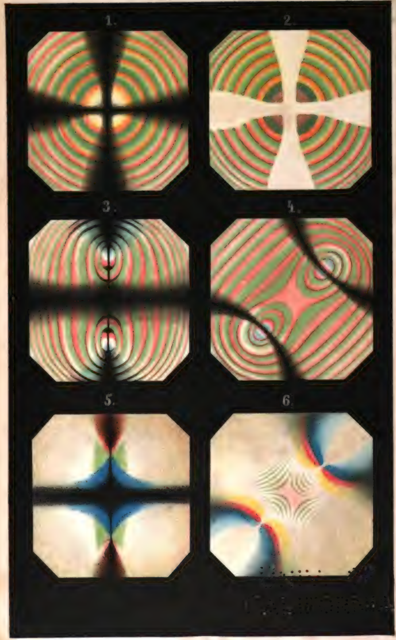
Digitized by Google


Tab. X.



Google

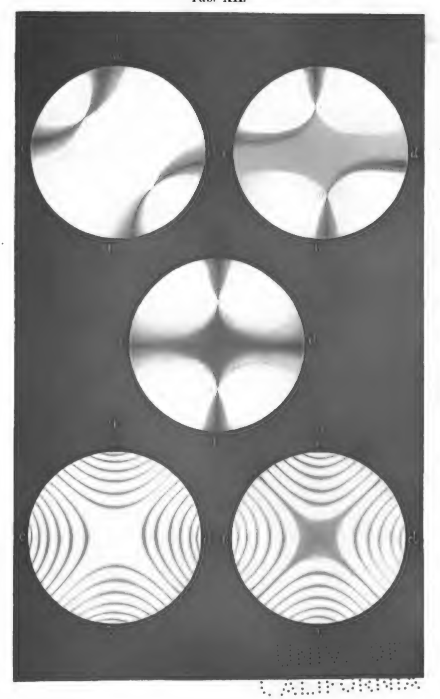
Tab XI.



Lith Anst v J G Bach, Leipzig

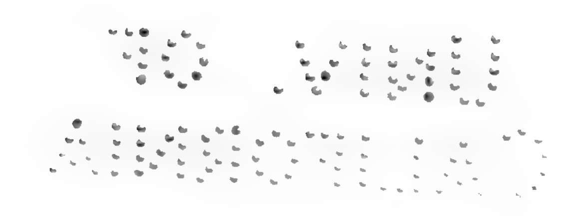
Digitized by Google

Tab. XII.

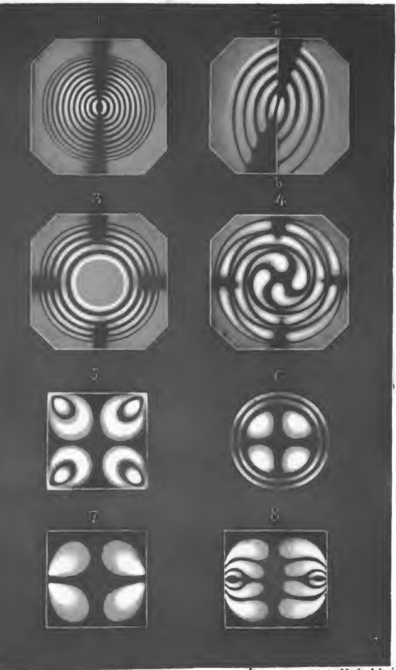


UNIV. OF CALIFORNIA

Digitized by Google

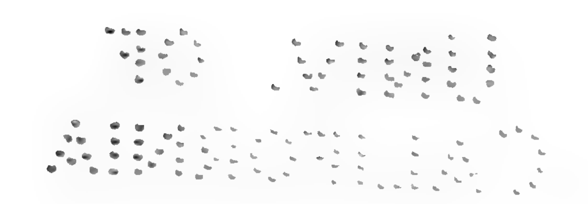


Digitized by Google



CALIFORNIA

Digitized by Google



Digitized by Goog

Tab. XIV.

Vergleichende Tafel der Längenmaasse.

Centimeter.

Englische und Russische Zoll.

Preussische Zoll.

Oesterreichische Zoll.

Pariser Zoll.

Badische und Schweizer Zoll.

Königl. sächsische Zoll.

Hannöversche u. Bairische Zoll.

Grossherzoglich hessische Zoll.

Würtembergische Zoll.

Sechs braunschweigische Zoll sind nur um ein Millimeter grösser als sechs sächsische. Der bairische Fuss ist nur um $\frac{2}{10}$ Millimeter grösser als der hannöversche, weshalb man den bairischen und hannöverschen Zoll ohne merklichen Fehler als gleich annehmen kann.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google